

# Turli Faoliyat Sohalariga Oid Amaliy Masalalarni Yechishda Graflardan Foydalanish

Masharipova Fazilat Axmedovna Muhammad al-Xorazmiy  
nomidagi TATU Urganch filiali

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Yusupova Shohida  
Botirboyevna TATU Urganch filiali

**Annotatsiya:** geometrik yoki mavhum bo'lishi mumkin bo'lgan graflar mavjud, ularning qirralari va cho'qqilari ham bor. Bunga qo'shimcha ravishda, chekkalari yoki cho'qqilariga ba'zi og'irliklar berilgan vaznli graflar mavjud. Grafdagi ikkita nuqta orasidagi eng qisqa yo'lni topish masalasi eng qisqa yo'l masalasidir. Bu muammo graflar nazariyasining eng muhim klassik muammolaridan biridir. Ushbu muammoning turli xil amaliy qo'llanilishi juda katta, bu uning ahamiyatini belgilaydi.

**Kalit so'zlar:** graf, geometrik graf, abstrakt graf, qisqa yo'lni qidirish.

## Kirish

Agar siz zukkolik yoki jumboq bilan muammolarni hal qilishni yaxshi ko'rsangiz, unda siz jadvallar tuzgansiz, ob'ektlarni nuqta bilan tasvirlagansiz, ularni segmentlar yoki o'qlar bilan bog'lagansiz, arifmetik, algebraik yoki geometrik o'zgarishlarga o'xshash bo'lmagan nuqtalar va segmentlar ustida operatsiyalarni bajargansiz, ya'ni, masalani yechish uchun maxsus matematik apparat qurish kerak edi. Bu esa siz graflar nazariyasining boshlanishini qayta kashf qilganingizni anglatadi.

Graflar nazariyasi 19-20-asrlar oxirida, kombinatorika bo'yicha ishlar katta qiziqish uyg'ota boshlaganda rivojlanishga turtki bo'ldi. Graflar nazariyasi alohida matematik fan sifatida birinchi marta XX asrning 30-yillarida venger matematigi Königning ishiga kiritilgan.

Kompyuter texnologiyasida chiplarni ishlab chiqishda qo'llaniladi. Texnologiyasi o'g'irlanganmi yo'qmi deb mualliflik huquqi tekshiriladi ko'p hollarda. 1857 yilda ingliz matematigi Kimyo fanida Arthur Cayley graflarni bir turi daraxtlar yordamida (har bir nuqtasidan (uchidan) yagona uchga borib bo'ladigan) to'yingan uglivodorodlarni nomerlashda uchun ishlab chiqilgan. Turli izomorf bo'lmagan graflar hosil bo'ladi. Tekshirish qiyinroq bo'lgani uchun kompyuter programmalar orqali bajariladi. Kimyo fanida ham yangi dori ishlab chiqqanda ham kimyoviy bog'lamlari qanaqa ekanligi tekshirilib bazasidan qaraladi, izomorf bo'lsa yangi dori bo'lmaydi, boshqa doriga ekvivalent bo'ladi.

Hozirgi vaqtda graflar va tegishli tadqiqot usullari deyarli barcha zamonaviy matematika uchun kengaytirilgan. Graflardan rejalashtirish va boshqarish nazariyasi, sotsiologiya, matematik tilshunoslik, iqtisodiyot, biologiya va tibbiyotda samarali foydalaniladi. Graflar amaliy matematikaning dasturlash, ehtimollik va kombinatoriy masalalarni yechish kabi sohalarida keng qo'llaniladi.

**Tadqiqot ishining maqsadi:** graflar nazariyasining asosiy tushunchalarini, maktab uchun masalalarni yechishning yangi usullarini o'zlashtirish, har xil turdagi masalalarni yechish uchun graf nazariyasining ba'zi qo'llanilishi bilan mashhur shaklda tanishish.

**Ushbu maqolada quyidagi vazifalarni yechish maqsad qilib qo'yilgan:**

- Graflar nazariyasi elementlarini o'rganish.
- Har xil turdagi muammolar yechimlarini tahlil qilish.
- Graflardan fanda va turli sohalarida foydalanish haqida bilib oling.

## Tadqiqot usullari:

Adabiyot va internet resurslaridan ma'lumotlarni qidirish va tahlil qilish.

### I. Nazariy qism. Graflarning izomorfligi

$G = (V, U)$  va  $G' = (V', U')$  graflar berilgan bo'lsin. Qaysi holda ular ikkalasi bitta grafni ifodalaydi degan savolga javob berishga urinamiz.

Bu masala graflarning izomorfizmi tushunchasi bilan chambarchas bog'liqdir.

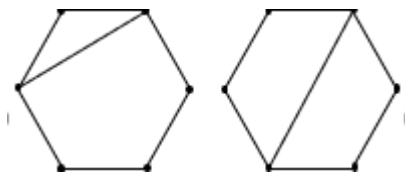
**Ta'rif.** Agar  $G$  va  $G'$  graflarning uchlari to'plamlari  $V$  va  $V'$  orasida o'zaro bir qiymatli va uchlarning qo'shnilik munosabatini saqlaydigan moslikni ( $\Leftrightarrow$ ) o'rnatish mumkin bo'lsa, ya'ni  $\forall v, u \in V$  va ularga mos bo'lgan  $v', u' \in V'$  ( $v \Leftrightarrow v', u \Leftrightarrow u'$ ) uchun  $vu \in U \Leftrightarrow v'u' \in U'$  bo'lsa,  $u$  holda bu graflar izomorf deyiladi.

**1-misol.** 1- shaklda tasvirlangan graflar bir-biriga izomorfdir.



**2-misol.** 2- shaklda tasvirlangan graflarning har biri oltita uch va yettita qirralarga ega bo'lib, ular izomorf emas.

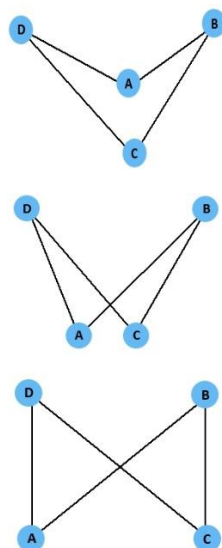
**1- teorema.** Graflar faqat va faqat uchlari qo'shniligi matritsalarini bir-birlaridan satrlarining o'rinlarini va ustunlarining o'rinlarini mos almashtirishlar yordamida hosil bo'lsagina izomorf bo'lishadi.



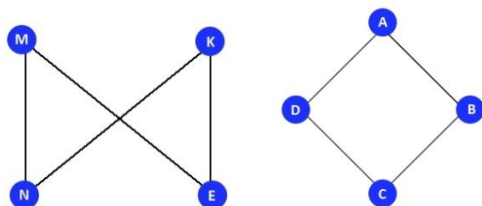
2-shakl

**Ta'rif.** Agar graflarning uchlari to'plami orasida qo'shnilik munosabatini saqlovchi biyeksiya mavjud bo'lsa, bu ikkita **graf izomorf** deyiladi.  $G$  graf  $G'$  grafga izomorf bo'lsa,  $G \cong G'$  kabi belgilanadi.

**Misol.**



Bir xil strukturaga ega graf izomorfizm bo'ladi. Yuqoridagi o'ng tomondagi grafdan chap tomondagi grafni xosil qilamiz.

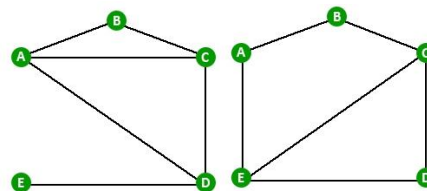


$M$  ni  $D$  ga,  $N$  ni  $A$  ga,  $K$  ni  $B$  ga va  $E$  ni  $C$  ga aks qildiramiz.  $MN$  qirra  $AD$  qirraga, qolganlari ham shu tartibda o'tadi. Haqiqatdan, u yerda qancha qirra bo'lsa bu yerda ham shuncha qirra bo'lishi kerak. Ulangan uchlari ham mos ravishda ulangan bo'lishi kerak.

$$f(M) = D, f(N) = A, f(K) = B, f(E) = C$$

$$MN \rightarrow AD, ME \rightarrow DC, KN \rightarrow BA, KE \rightarrow BC$$

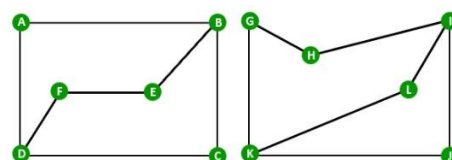
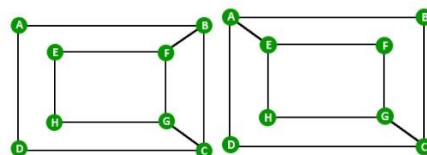
**Misol.**



Bu yerda bu graflar izomorf emas. Darajali ketma-ketligi har xil izomorfizmda saqlanishi kerak edi. Xuddi yuqoridagi graflar kabi pastdagi grafimiz ham izomorf emas.

Chap tomondagi grafda  $F, B, C$  uchlari 4 ta qirra bilan tutashgan.  $A$  va  $E$  uchlari alohida bo'lib qolgan. 8 ta uchimiz  $2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3$  qirralar orqali tutashgan bo'lib

$$\{F, B, C, G\} \text{ va } \{A, E, G, C\}$$



**Misol.**

$$\deg(D) = \deg(B) = 3$$

$$\deg(K) = \deg(I) = 3$$

$$N(A) = \{D, B\} = N(C)$$

$$N(L) = \{K, I\} = N(J)$$

$$f(D) = K, f(A) = L, f(C) = J, f(F) = G, f(E) = H$$

Bu yagona izomorfizm emas. Boshqacha qilib ham tuzish mumkin.

## II. Asosiy qism

### 2.1. Matematikadan masalalar yechishda graflardan foydalanish

**1-masala.** To'qqiz shaxmatchi bir turda turnir o'tkazadi (ishtirokchilarning har biri boshqalar bilan bir martadan o'ynashi kerak). Istalgan vaqtda bir xil miqdordagi o'yinni tugatgan ikkita o'yinchi borligini isbotlang.

*Yechim.* Masalaning shartini graflar tiliga tarjima qilaylik. Shaxmatchilarning har biriga biz grafning uchini belgilaymiz, o'zaro o'yin o'ynagan shaxmatchilarga mos keladigan uchlari qirralar bilan juft qilib bog'laymiz. Biz to'qqizta burchakli grafni olamiz. Uning uchlari darajalari mos keladigan o'yinchilar o'ynagan o'yinlar soniga teng. Keling, to'qqizta uchli har qanday grafda har doim bir xil darajadagi kamida ikkita burchak bo'lishini ko'rsataylik.

To'qqizta uchli grafning har bir uchi 0, 1, 2, ..., 7, 8 ga teng darajaga ega bo'lishi mumkin. Faraz qilaylik, barcha uchlari bir xil darajaga ega bo'lgan graf mavjud, ya'ni. 0, 1, 2, ..., 7, 8 ketma-ketlikdagi raqamlarning har biri uning bitta va faqat bitta uchining darajasidir. Lekin bu bo'lishi mumkin emas. Haqiqatan ham, agar graf A uchi 0 darajaga ega bo'lsa, unda u 8 darajali B uchni o'z ichiga oladi, chunki bu B uchi grafning barcha boshqa uchlari bilan, shu jumladan A bilan bog'langan bo'lishi kerak. Boshqacha qilib aytganda, grafda to'qqizta uch bilan bir vaqtning o'zida 0 va 8 uchlari bo'lishi mumkin emas. Demak, darajalari bir-biriga teng bo'lgan kamida ikkita uch mavjud.

## 2.2. Boshqaruv tuzilmasidagi graflar



**1-rasm.** Urganch shahridagi 30-son maktabining tuzilishi va boshqaruv tuzilmasi (1- ko'k fon. Bu yerda direktor bilan tog'ridan-to'g'ri munosabatlar. 2- sariq fon. Direktor bilan o'rinbosarlari orqali o'zaro munosabatlar)

Graflarni qo'llashning boshqaruv sohasidagi misoli - bu ta'lim tizimining qanday ishlashini ko'rsatadigan "30-son umumta'lim maktabining boshqaruv tuzilmasi" grafi. Bir-biriga bog'langan uchta daraja mavjud.

- davlat boshqaruvi darajasi – jamoat boshqaruvi;

- ma'muriy daraja;
- uslubiy daraja.

Bu bog'lanishni graflar yordamida 1-rasmda ko'rishimiz mumkin.

## Xulosa

Ushbu tadqiqot ishini amalga oshirish davomida graflar nazariyasining asosiy tushunchalarini, maktab uchun matematik muammolarni yechishning yangi usullarini, graflar nazariyasi elementlarini, graflardan fanda va hayotning turli sohalarida foydalanish mumkinligi tadqiq qilindi. Xulosa shuki, ularning nafaqat ilmiy adabiyotlarda, balki haqiqiy hayotda qo'llanilishi hayotimizni ko'p jihatdan osonlashtiradi.

## Adabiyotlar ro'yxati

- [1] Ткачев Денис Владимирович Графы и их применение при чрезвычайных ситуациях // Вестник науки и образования. 2019. №1-2 (55). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/grafy-i-ih-primeneniye-pri-chrezvychaynyh-situatsiyah> (дата обращения: 18.04.2022).
- [2] Пастухова Ю.Г., Фатеева Т.А., Затонский А.В. Поиск оптимального пути в динамически изменяющемся графе // Фундаментальные исследования. 2017. № 12- . С. 4 5-438.
- [3] Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы — НИЦ РХД, 2016. 288 с. ISBN 5-93972-076-5.