

Министерство Образования и Науки РФ
Федеральное Государственное Автономное Образовательное
Учреждение Высшего Профессионального Образования
«Московский Физико-Технический Институт
(Государственный Университет)»

Факультет Проблем Физики и Энергетики
Кафедра Высоких Плотностей и Энергий

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
(магистерская работа)**

Спектральная диагностика пылевой плазмы в положительном столбе
газового разряда низкого давления

Направление подготовки: 010900 «Прикладные математика и физика»

Студент:
_____ А. В. Шоненков
«___» июня 2018 г.

Научный руководитель:

к.ф.-м.н. А. Д. Усачев
«___» июня 2018 г.

Москва, 2018 г.

Аннотация

Текст

Содержание

Введение	4
Глава 1 Спектральная диагностика низкотемпературной плазмы газового разряда	6
Глава 2 Космическая аппаратура “Плазменный кристалл-4”	21
Глава 3 Программа “Spectral Analyzer PK-4”	27
Глава 4 Анализ спектральных данных	34
Заключение	35
Список литературы	36
Приложение	38

Введение

Диагностика плазмы является основой для выбора теоретических моделей и интерпретации полученных данных. Главные диагностируемые параметры в не намагниченной плазме - концентрация ионов n_i и электронов n_e , температура ионов T_i и электронов T_e , функция распределения электронов f_e , а также распределение пространственно-электрического потенциала $\phi(r)$. Зная последнее, можно получить распределение напряженностей электрических полей $E = \phi(r)$.

Существует целый спектр различных методов диагностики плазмы - электрические (зондовые), оптические, спектральные, корпускулярные, микроволновые [ссылка на источник]. Как правило, плазма существенно неоднородная, а измерения содержат существенные ошибки. Наиболее достоверными являются параметры плазмы, измеренные двумя независимыми методами. Использование комбинаций различных методов позволяют получать данные, недоступные каждому методу в отдельности. Например, спектральные методы позволяют экстраполировать в пространстве данные зондовых измерений.

Несмотря на свой почтенный возраст, зондовая диагностика остается наиболее достоверным базовым видом диагностики плазмы. В общем случае из полученной зондовой вольт-амперной характеристики можно извлечь все основные параметры плазмы. Основным недостатком зондового метода является его инвазивность и необходимость обустройства специальных фланцев для ввода зондов [??? нужно сделать ссылку ???]. Что касается зондовой диагностики пылевой плазмы, то она мало перспективна ввиду того, что зонд крайне сильно возмущает пылевое облако. В настоящее время на Международной космической станции (МКС) находится российско-европейская научная аппаратура "Плазменный кристалл - 4" (НА "ПК-4") для изучения фундаментальных свойств пылевой плазмы в положительном столбе газового разряда низкого давления. Одной из задач этого эксперимента является изучение влияния пылевой компоненты на спектр излучения положительного столба и определение

по этому изменению спектра изменение параметров плазмы - в первую очередь изменения электронной температуры. Полноценная интерпретация полученных спектральных данных требует составления и самосогласованного решения кинетического уравнения Больцмана в нелокальном приближении для положительного столба с пылевой компонентой, что является сложной задачей.

Целью данной работы является исследование влияния протяженного пылевого облака на спектральные характеристики положительного столба газового разряда и определение по данным характеристикам изменения электронной температуры в облаке.

В связи с этим, был проведен обзор экспериментальных спектральных данных, полученных на научной аппаратуре "ПК-4" за время ее эксплуатации, выбор наиболее удачных с точки зрения поставленной задачи экспериментов, обработка спектров и их интерпретация в рамках столкновительно-радиационной модели.

Глава 1 Спектральная диагностика низкотемпературной плазмы газового разряда

1.1 Кинетика заселения возбужденных атомных состояний в плазме

Спектры излучения газоразрядной плазмы определяются населенностью N_j соответствующих возбужденных атомных уровней E_j . Тогда интенсивность соответствующей атомной спектральной линии составит:

$$I_{ji} = A_{ji} h \nu_{ji} \cdot N_j \quad (1.1)$$

где A_{ji} - коэффициент Эйнштейна для перехода $j \rightarrow i$, N_j - населенность возбужденного уровня j .

Таким образом, задача спектральной диагностики плазмы сводится к построению теоретических моделей, связывающих параметры плазмы (в первую очередь, концентрации электронов n_e и их температуру T_e) с интенсивностями спектральных линий I_{ji} . Выбор той или иной модели зависит от параметров плазмы: ее химического состава, плотности, степени ионизации и равновесности. В данной работе экспериментально и теоретически исследуется стационарная сильно неравновесная плазма положительного столба слаботочного газового разряда постоянного тока ($I_{DC} = 1$ мА) в неоне при давлении $P = 60$ Па, причем степень ионизации плазмы очень мала ($\alpha \sim 10^{-8}$). Выбор этих параметров обуславливается практическим случаем, рассматриваемым в этой работе.

Населенность N_j уровня E_j в стационарном случае определяется балансом процессов его заселения и расселения. Схема основных процессов заселения уровня E_j представлена на рис. 1.1 (а). Основным процессом заселения рассматриваемого уровня E_j является его заселение прямым электронным переходом с основного состояния E_0 и с метастабильного E_i .

Скорости процессов C_{0j} и C_{ij} определяются соотношениями:

$$C_{0j} = \sqrt{\frac{2}{m_e}} \int_{E_j}^{\infty} \sigma_{0j}(E) f_e(E) \sqrt{E} dE \quad (1.2)$$

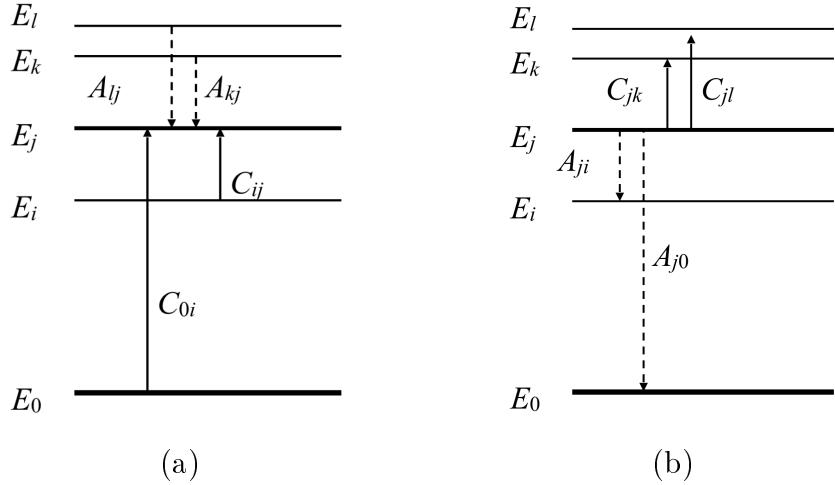


Рис 1.1 — Схема основных процессов уровня: (а) заселение, (б) расселение.

и

$$C_{ij} = \sqrt{\frac{2}{m_e}} \int_{E_j - E_i}^{\infty} \sigma_{ij}(E) f_e(E) \sqrt{E} dE \quad (1.3)$$

соответственно, где ...

Сечения $\sigma_{0i}(E)$ и $\sigma_{ij}(E)$ расчетные и экспериментальные, можно найти в литературе или базе данных NIST [ССЫЛКА НА ИСТОЧНИК]. Типичный вид сечений представлен на рис. 1.2. Что касается вида ФРЭ, то она сильно зависит от параметров плазмы. При высоких давлениях ФРЭ приближается к максвелловской функции. Однако, при низких давлениях плазма сильно неравновесна, и вид функции ФРЭ должен быть определен дополнительными методами. Кроме столкновительного заселения уровень E_j заселяется также путем радиационного распада верхних k -уровней $E_k > E_j$ со скоростью A_{kj} при $k > j$. Значения A_{kj} также табулированы в базе данных NIST.

Схема основных процессов расселения уровня E_j представлена на рис. 1.1 (б). Этими процессами также являются явления спонтанного распада возбужденных уровней и столкновительные процессы, индуцированные свободными электронами.

Приравняв скорости заселения и расселения уровня E_j , мы получим уравнение относительно ФРЭ $f_e(E)$. Это уравнение является некорректной задачей и для ее решения необходимы дополнительные

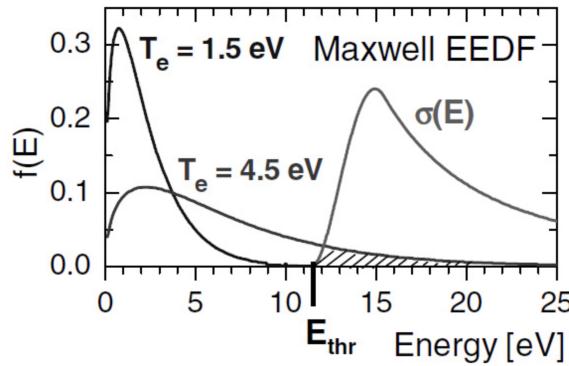


Рис 1.2 — Типичный вид сечения σ и максвелловской ФРЭ. T_e - температура электронов, E_{thr} - пороговая энергия..

данные о виде ФРЭ. Эти данные могут быть получены путем решения кинетического уравнения Больцмана для соответствующих условий.

1.2 Уравнение Больцмана для ФРЭ в положительном столбе газового разряда постоянного тока.

Газовые разряды представляют собой крайне неравновесную систему, в которой средняя энергия электронов (температура) на два порядка превышает температуру газа. Функция распределения электронов (ФРЭ) характеризуется нагревом электронов электромагнитными полями и столкновениями их с нейтральными атомами, почти во всех случаях это распределение отклоняется от равновесного (Максвелловского). Решение кинетического уравнения Больцмана для ФРЭ является важнейшей задачей для точного моделирования плазмы, так как многие явления невозможно правильно понять без кинетического анализа. Уравнение Больцмана существенно можно упростить из-за большого различия масс электронов и атомов. В силу данного различия, затухание энергии электронов в упругих столкновениях с атомами происходит гораздо медленнее, чем затухание импульса электронов ($m_e \ll M_a$). Как следствие, ФРЭ в скоростном пространстве может быть представлена как сумма большой изотропной f_0 и малой анизотропной частей f_1 .

Выделяют три существенно различных случая. Первый случай, когда величины $PL \gg 1$ и $EP \ll 1$, где P - давление

газа, L - характерный размер плазмы, E - электрическое поле, а пространственные градиенты f_0 и f_1 малы и определены локальными значениями электрического поля, электронной плотности и составом плазмы. Тогда электроны могут быть описаны уравнениями жидкости с коэффициентами переноса, полученными из локальной (не Максвелловской) ФРЭ. Обычно через уравнение Больцмана решают задачу нахождения коэффициентов переноса и скоростей протекания реакции для данного приближения.

Второй случай соответствует столкновительной плазме, где характерный размер плазмы L значительно больше средней длины свободного пробега электронов λ , но сравним с длиной релаксации энергии электрона λ_e . В этом нелокальном режиме изотропная часть ФРЭ f_0 в заданной точке зависит не только от электрических полей в этой точке, но и от свойств плазмы в окрестности точки размера (эффект памяти), а анизотропная часть f_1 является лишь функцией электрического поля E . В этом столкновительном режиме плазма не может быть описана гидродинамикой.

В третьем случае, при дальнейшем уменьшении PL , средняя длина свободного пробега электрона будет сравнима с характерным размером плазмы ($\lambda \sim L$). В этом почти бесстолкновительном случае анизотропная часть в точке определяется не только значением напряженности электрического поля в этой точке, но и профилем электрического поля вдоль траектории электрона. В результате локальная зависимость между плотностью тока и электрическим полем (закон Ома) становится недействительной [1].

Плазма тлеющего разряда низкого давления имеет сильно неравновесный характер. Рождение заряженных частиц происходит преимущественно в объемных процессах, а гибель на стенках разрядной камеры. Энергию электроны приобретают, разгоняясь в электрическом поле, а теряют в упругих и неупругих столкновениях. Количественное описание этих процессов возможно только на кинетическом уровне [2].

В данной работе положительный столб газового разряда находится под низким давлением порядка 40 Па и имеет диаметр

трубки 30 мм (см. раздел 2.1), а значит для описания кинетических процессов с помощью уравнения Больцмана необходимо пользоваться почти бесстолкновительным приближением.

Кинетическое уравнение Больцмана представляет собой интегродифференциальное уравнение, описывающее эволюцию функции распределения частиц в шестимерном (6-D) фазовом пространстве. Данное уравнение было выведено Людвигом Больцманом в 1872 г. Оно до сих пор остается основой кинетической теории газов и оказывается плодотворным не только для исследования классических газов, которые имел в виду Больцман, но - при соответствующем обращении - и для излучения переноса электронов в твердых телах и плазме [3]. В общем виде оно выглядит следующим образом (также данное уравнение называют уравнением Власова):

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + (\vec{v}, \vec{\Delta}_r) f_e + (\vec{a}, \vec{\Delta}_v) f_e = I \quad (1.4)$$

где $f_e = f_e(\vec{r}, \vec{v}, t)$ – функция распределения электронов, \vec{r} – вектор положения в физическом пространстве, \vec{v} – вектор скорости, \vec{a} – вектор ускорения, t – время, I – интеграл столкновений, является интегральным оператором в пространстве скоростей, в котором должны быть учтены все элементарные процессы с участием электронов, приводящие к изменению их числа в объеме $dxdydzdv_xdv_ydv_z$ фазового пространства.

Решение этого интегродифференциального нелинейного уравнения сопряжено с огромными математическими трудностями и поэтому всегда проводится с привлечением ряда серьезных упрощений. Многие сотни журнальных публикаций посвящены конкретным расчетам $f(V)$ в различных условиях, однако среди них далеко не всегда удается найти требуемое. Вместе с тем экспериментатору часто приходится хотя бы оценить ожидаемый вид $f(V)$ в условиях его работы [4].

Для слабоионизированной плазмы столкновения электронов с нейтралами обычно преобладают над столкновениями между заряженными частицами. Из-за разницы масс электрона и атома ($m_e \ll M_a$) интеграл столкновения для упругих взаимодействий

электронов с тяжелыми нейтралами может быть записан в так называемой форме Лоренцевского газа [1]:

$$I_{el} = -\frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} v^2 \Gamma - N v \int_{S^2} \sigma(v, |\Omega - \Omega'|) [f(v, \Omega') - f(v, \Omega)] d\Omega \quad (1.5)$$

где Ω – телесный угол фазового пространства скоростей на единичной сфере S^2 ($\vec{v} = v\Omega$), σ – сечение столкновения, N – концентрация атомов газа, поток Γ задается следующим образом:

$$\Gamma = -\frac{\delta\nu}{2} \left(vf + \frac{T}{m} \frac{\partial f}{\partial v} \right) \quad (1.6)$$

где T – температура газа, ν – транспортная частота столкновений и $\delta = (2m/M)$ – средняя доля энергии, которая теряется электронами в упругих столкновениях. Первое слагаемое в (1.5) мало, оно отвечает за обмен энергиями между электронами и нейтралами. Второе слагаемое в (1.5) описывает столкновения электронов с бесконечно тяжелыми частицами, которые в основном не меняют свою энергию, а лишь изотропно меняют распределение электронов. Таким образом для того, чтобы ФРЭ пришла в равновесие с полем необходимо, чтобы прошло время намного превышающее $(\nu m/M)^{-1}$ [5].

Таким образом, для почти бесстолкновительного случая в качестве приближения ФРЭ для решения уравнения Власова (1.4) можно использовать достаточно распространенное двухчленное приближение:

$$f_e(\vec{r}, \vec{v}, t) = f_0(\vec{r}, \vec{v}, t) + \frac{\vec{v}}{v} \vec{f}_1(\vec{r}, \vec{v}, t) \quad (1.7)$$

где f_1 отвечает за анизотропию.

Подставив это приближение в уравнение (1.4) и усреднив по направлениям скоростей (в силу их изотропности из-за столкновений с тяжелыми частицами), получим следующую систему уравнений, которую называют системой Давыдова-Эллиса [1]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{f}_1}{\partial t} + \nu \vec{f}_1 = -v \nabla f_0 - \frac{e \vec{E}}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v}, \\ \frac{\partial f_0}{\partial t} + \frac{v}{3} \operatorname{div}(\vec{f}_1) + \frac{1}{3v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{v^2 e \vec{E}}{m} \vec{f}_1 \right) = S_0 \end{cases} \quad (1.8)$$

Здесь e – модуль заряда электрона, m – масса электрона, S_0 – часть интеграла столкновений, отвечающая за упругие и

неупругие электрон-атомные столкновения и электрон-электронные взаимодействия

В левой части первого уравнения системы (1.8) можно пренебречь слагаемым $\frac{\partial \vec{f}_1}{\partial t}$, так как мы рассматриваем выход ФРЭ на стационарный уровень во времени, где анизотропические эффекты уже не имеют значения.

Перейдя от скоростей к энергиям $v = \sqrt{\frac{2\epsilon}{m}}$, $\frac{\partial f(v)}{\partial v} = \frac{\partial f(\epsilon)}{\partial \epsilon} \sqrt{2\epsilon m}$ в системе Давыдова-Эллиса (1.8) и подставив выражение для \vec{f}_1 в нижнее уравнение, получим:

$$\sqrt{\epsilon} \frac{\partial f_0}{\partial t} = \sqrt{\frac{2}{m}} \left[S_0 + \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left[\epsilon^{\frac{3}{2}} \left(\frac{2m}{M} \nu f_0 + \frac{e^2 (\vec{E}, \vec{E})}{3\nu} \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \right) \right] \right] \quad (1.9)$$

где M - масса молекулы неона.

Поскольку столб газового разряда геометрически представляет собой продольную трубку, вдоль которой течет ток, то модуль электрического поля равен продольной составляющей $|\vec{E}| = E_z$, также его называют осевым электрическим полем. Подставив значение транспортной частоты $\nu = N_g \sigma_t \sqrt{\epsilon}$ и осевого электрического поля, а также выполнив незначительные преобразования (в том числе переобозначение $f_0 = f$), получим:

$$\sqrt{\epsilon} \frac{\partial f}{\partial t} = \sqrt{\frac{2}{m}} \left[S_0 + 2 \frac{m}{M} N_g \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left[\sigma_t \epsilon^2 f \right] + \frac{e^2 E_z^2}{3N_g} \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left[\frac{\epsilon}{\sigma_t} \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \right] \right] \quad (1.10)$$

Вид S_0 зависит от того, какие взаимодействия с электронами учитываются. В данной работе использовался следующий вид S_0 , записанный в дискретной форме:

$$S_0 = \sum_k \left[\sqrt{\epsilon + \epsilon_k} \nu_k (\epsilon + \epsilon_k) f(\epsilon + \epsilon_k) - \sqrt{\epsilon} \nu_k (\epsilon) f(\epsilon) \right] \quad (1.11)$$

суммирование проводится по всем верхним энергетическим уровням k , которые больше аргумента функции ϵ , частота столкновения k -уровня записывается так $\nu_k(\epsilon) = \sigma_k(\epsilon) N_g \sqrt{\epsilon}$, N_g - концентрация атомов.

В почти бесстолкновительном случае для поиска концентрации атомов $Ne N_g$ можно воспользоваться уравнением состояния идеального

газа, поскольку атомы между собой почти не взаимодействуют:

$$N_g = \frac{P}{k_b T} \quad (1.12)$$

где P – давление газа 60 Па; k_b – постоянная Больцмана; T – температура газа 294 К.

1.3 Решение уравнения Больцмана и результаты

В данном подразделе описываются численные подходы, алгоритмы и аппроксимации необходимые для нахождения численного решения функций распределения электронов для различных осевых электрических полей в диапазоне $1 \leq E_z \leq 10$ В/см, которые задаются параметрически.

Рассматривается задача решения разностной схемы относительно f на основе уравнений (1.10) и (1.11). Данная задача является краевой: вероятность нахождения электронов при бесконечно большой энергии стремится к нулю, а вероятность нахождения электронов с положительной энергией максимальна, т.е. первая производная ФРЭ по энергии в нуле будет равна нулю. Имеем следующие граничные условия:

$$\begin{cases} \frac{df}{d\epsilon}(0) = 0 \\ f(\infty) = 0 \end{cases} \quad (1.13)$$

Если обратить внимание на уравнения (1.10) и (1.11), то становится ясно, что аналитически выразить f для явного построения разностной схемы невозможно, поскольку в (1.11) f принимает значения для аргументов, отличных от ϵ . Следовательно, при данной трактовки задачи необходимо получить дополнительное граничное условие для каждого элемента суммирования ϵ_k , например с помощью двухточечной краевой задачи (метод стрельбы), и сводить исходную задачу к задаче Коши. Это довольно сложный подход, более того, нет необходимости для каждого момента времени решать задачу Коши, поскольку нас интересует ФРЭ при выходе на стационарный уровень во времени, а не при сложных переходных процессах.

Предполагается, что функция распределения электронов при заданном электрическом поле выйдет на стационарный уровень: из-за невысоких полей данное предположение более, чем разумно. Поэтому будем высчитывать с помощью метода временной эволюции относительную разницу ФРЭ между итерациями по времени и смотреть, если относительное изменение достаточно незначительно, то ФРЭ вышла на стационарный уровень; далее решается краевая задача с граничными условиями (1.13). Построим разностную схему для данного подхода:

$$f^n(\epsilon) = f^{n-1}(\epsilon) + \Delta t \sqrt{\frac{2}{m \cdot \epsilon}} \left[N_g \sum_k [F_k^{n-1}(\epsilon + \epsilon_k) - F_k^{n-1}(\epsilon)] + \frac{2mN_g}{M} \left[\frac{F_t^{n-1}(\epsilon + \Delta\epsilon) \cdot (\epsilon + \Delta\epsilon) - F_t^{n-1}(\epsilon - \Delta\epsilon) \cdot (\epsilon - \Delta\epsilon)}{2\Delta\epsilon} \right] + \frac{1}{\Delta\epsilon} \cdot \frac{e^2 E_z^2}{3N_g} \cdot \left[\frac{\epsilon + \frac{\Delta\epsilon}{2}}{\sigma_t(\epsilon + \frac{\Delta\epsilon}{2})} \cdot \frac{f^{n-1}(\epsilon + \Delta\epsilon) - f^{n-1}(\epsilon)}{\Delta\epsilon} - \frac{\epsilon - \frac{\Delta\epsilon}{2}}{\sigma_t(\epsilon - \frac{\Delta\epsilon}{2})} \cdot \frac{f^{n-1}(\epsilon) - f^{n-1}(\epsilon - \Delta\epsilon)}{\Delta\epsilon} \right] \right] \quad (1.14)$$

где ϵ – энергия в эВ; $\Delta\epsilon$ – шаг по энергии в эВ; $f^n(\epsilon)$ – ФРЭ с энергией ϵ , имеющая n -й шаг по времени; $\sigma_t(\epsilon)$ – транспортное сечение упругого рассеяния; $\sigma_k(\epsilon)$ – сечение неупругих столкновений для k -уровня; N_g – концентрация атомов Ne в см^{-3} ; M – масса молекулы Ne в граммах; m – масса электрона в граммах; e – заряд электрона в Кл; k – итератор суммирования по всем энергиям верхних уровней, значения которых больше ϵ ; E_z – осевое электрическое поле, которое задается параметрически в диапазоне $1 \leq E_z \leq 10$ В/см с шагом 0.1 В/см; для удобства записи выполнена замена $F_i^n(\epsilon) = f^n(\epsilon) \cdot \sigma_i(\epsilon) \cdot \epsilon$, где i обозначает природу сечения.

На языке разностной схемы граничные условия (1.13) будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} f_0^n = f_1^n \\ f_K^n = 0 \end{cases} \quad (1.15)$$

где K – максимальное количество шагов по энергии, в рамках данной задачи энергию равной 50 эВ можно считать уже бесконечно большой. То есть при шаге $\Delta\epsilon = 0.1$ эВ максимальное количество шагов по энергии будет $K = 500$.

В качестве начальных условий при $t = 0$ для первого вычисления ФРЭ (при $E = 1$ В/см) предлагается взять распределение Больцмана:

$$f^0(\epsilon) = 0.7 \cdot e^{-\frac{\epsilon}{6}} \quad (1.16)$$

Данная функция намного ближе к итоговому решению, чем прямая, а значит для сходимости нужно будет выполнить меньше итераций по времени: чем приближеннее возьмем начальное условие, тем быстрее наступит стационарный уровень. По данным соображениям для подсчета ФРЭ для следующих полей удобнее всего брать за начальные условия результаты предыдущего расчета.

В данной работе использовались следующие аналитические аппроксимации для сечений элементарных процессов, полученные частично из [2], частично из последних трудов Зобнина А. В.:

$$\sigma_t(\epsilon) = \begin{cases} [2.56 + 0.57 \cdot \ln(0.02 + \frac{\epsilon}{5.5+\epsilon^2} + \frac{0.15 \cdot \epsilon^2}{12+\epsilon+3 \cdot 10^{-5} \cdot \epsilon^4})] \cdot 10^{-16}, & \epsilon > 0 \\ [2.56 + 0.57 \cdot \ln(0.02)] \cdot 10^{-16}, & \epsilon \leq 0 \end{cases}$$

$$\sigma_{16.62}(\epsilon) = \begin{cases} \frac{2.742 \cdot 10^{-14}}{\epsilon^3} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon-16.6}{\epsilon}}, & \epsilon > 16.62 \\ 0, & \epsilon \leq 16.62 \end{cases}$$

$$\sigma_{16.67}(\epsilon) = \begin{cases} \frac{5.01 \cdot 10^{-17}}{\epsilon} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon-16.67}{\epsilon}}, & \epsilon > 16.67 \\ 0, & \epsilon \leq 16.67 \end{cases}$$

$$\sigma_{16.72}(\epsilon) = \begin{cases} \frac{5.941 \cdot 10^{-15}}{\epsilon^3} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon-16.7}{\epsilon}}, & \epsilon > 16.72 \\ 0, & \epsilon \leq 16.72 \end{cases}$$

$$\sigma_{16.85}(\epsilon) = \begin{cases} 6 \cdot 10^{-18} \cdot \ln\left(\frac{\epsilon}{16.8}\right) + 5.7 \cdot 10^{-18} \sqrt{\frac{\epsilon-16.8}{\epsilon}}, & \epsilon > 16.85 \\ 0, & \epsilon \leq 16.85 \end{cases}$$

$$\sigma_{18.38}(\epsilon) = \begin{cases} \frac{2.024 \cdot 10^{-17}}{\epsilon+11} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon-18.38}{\epsilon}}, & \epsilon > 18.38 \\ 0, & \epsilon \leq 18.38 \end{cases}$$

$$\sigma_{18.6}(\epsilon) = \begin{cases} \frac{1.44 \cdot 10^{-16} + 1.4 \cdot 10^{-18} \cdot \epsilon}{\epsilon+50} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon-18.6}{\epsilon}}, & \epsilon > 18.6 \\ 0, & \epsilon \leq 18.6 \end{cases}$$

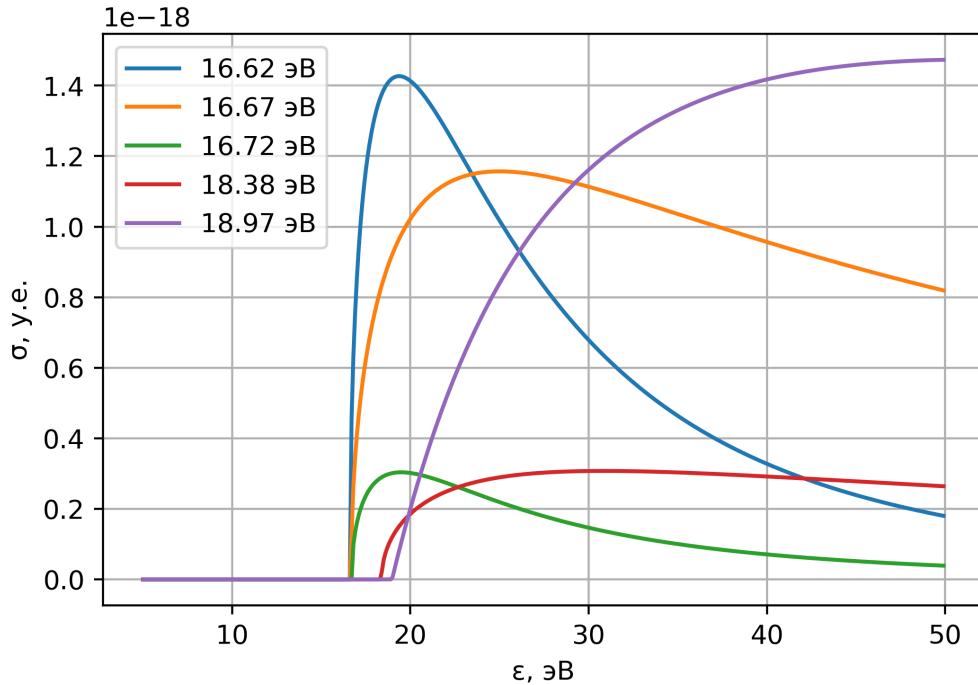


Рис 1.3 — Графическое представление некоторых аппроксимаций сечений рассеяния для различных энергетических уровней.

$$\sigma_{18.71}(\epsilon) = \begin{cases} \frac{3.461 \cdot 10^{-15} + 1.565 \cdot 10^{-16} \cdot \epsilon + 1.5 \cdot 10^{-18} \cdot \epsilon^2}{(\epsilon + 37.4)(\epsilon + 27)} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon - 18.7}{\epsilon}}, & \epsilon > 18.71 \\ 0, & \epsilon \leq 18.71 \end{cases}$$

$$\sigma_{18.97}(\epsilon) = \begin{cases} \frac{7.6 \cdot 10^{-17}}{\epsilon} \cdot \ln\left(\frac{\epsilon}{18.97}\right), & \epsilon > 18.97 \\ 0, & \epsilon \leq 18.97 \end{cases}$$

$$\sigma_{19.7}(\epsilon) = \begin{cases} 1.8 \cdot 10^{-18} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon - 19.7}{\epsilon}}, & \epsilon > 19.7 \\ 0, & \epsilon \leq 19.7 \end{cases}$$

$$\sigma_{20.0}(\epsilon) = \begin{cases} 1.5 \cdot 10^{-18} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon - 20.0}{\epsilon}}, & \epsilon > 20.0 \\ 0, & \epsilon \leq 20.0 \end{cases}$$

$$\sigma_{ion}(\epsilon) = \begin{cases} 2.5 \cdot 10^{-17} \cdot \frac{\epsilon - 21.5}{21.5}, & \epsilon > 21.5 \\ 0, & \epsilon \leq 21.5 \end{cases}$$

Используя данные аппроксимации сечений, разностную схему, начальные и граничные условия (1.14 – 1.16), итерационные шаги $\Delta\epsilon = 0.1$ эВ и $\Delta t \sqrt{\frac{2}{m}} = 0.0002$ с · г $^{-\frac{1}{2}}$, а также параметрически задавая осевое электрическое поле в диапазоне $1 \leq E_z \leq 10$ эВ с

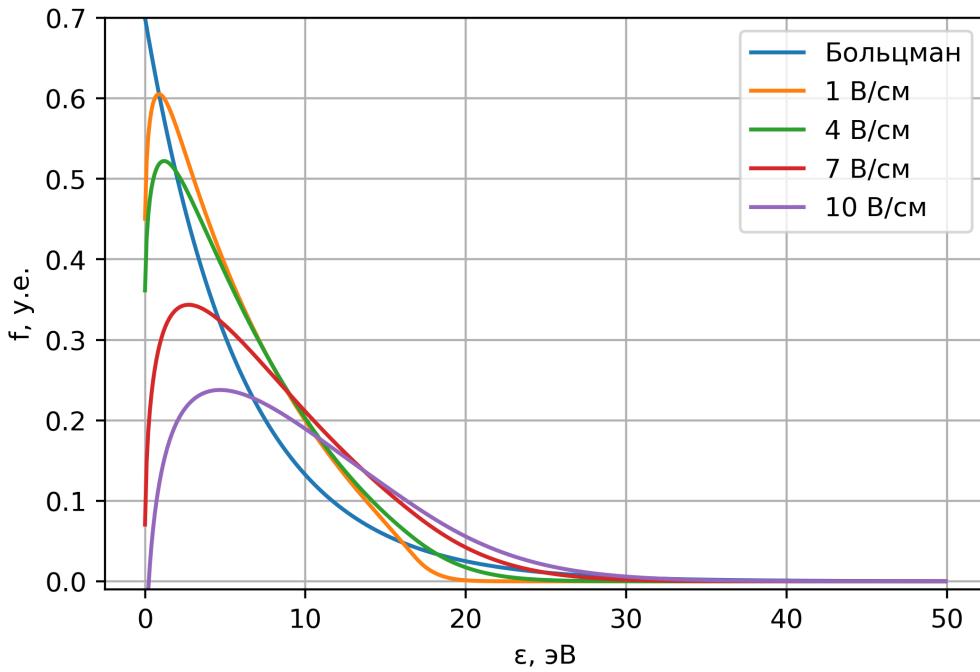


Рис 1.4 — Зависимость расчетной функции распределения электронов от энергии и осевого электрического поля, заданного параметрически для некоторых значений; также нанесено распределение Больцмана, которое использовалось в качестве начального условия (1.16).

шагом $\Delta E_z = 0.1$ эВ, рассчитаем ФРЭ. С графическим представлением некоторых результатов можно ознакомиться на рис. 1.4.

Интенсивность свечения плазмы определенной длины волны формируется поведением ФРЭ при энергиях больше пороговой (до бесконечности), которая имеет значение соответственно переходу для данной длины волны. Поэтому особый интерес в данной работе представляет хвостовая часть полученной функции распределения электронов: в основном пороговая энергия для энергетических переходов неона больше 16 эВ. В обычном масштабе обнаружить на глаз поведение хвостовой части ФРЭ представляется невозможным (см. рис 1.4): хвостовая часть распределения Больцмана, как и остальных посчитанных распределений, сливаются между собой. Поэтому удобнее всего перейти к логарифмическому масштабу ФРЭ (см. рис 1.5b).

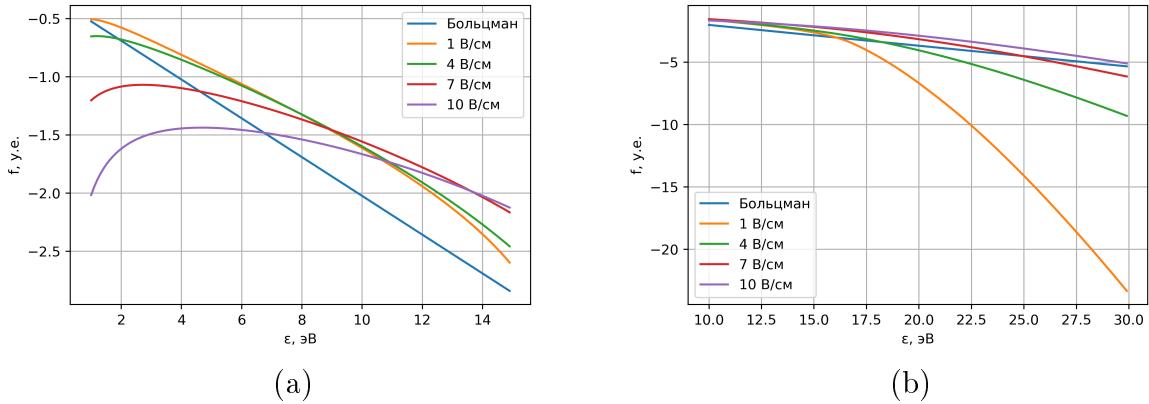


Рис 1.5 — Зависимость расчетной функции распределения электронов от энергии и осевого электрического поля, заданного параметрически для некоторых значений, в логарифмическом масштабе: (а) в диапазоне $1 \leq \epsilon \leq 15$ эВ, (б) в диапазоне $10 \leq \epsilon \leq 30$ эВ; также нанесено распределение Больцмана, которое использовалось в качестве начального условия (1.16).

[МОЖЕТ СТОИТ ВЫНЕСТИ ДАЛЬНЕЙШИЕ РАССУЖДЕНИЯ В РАЗДЕЛ "АНАЛИЗ СПЕКТРАЛЬНЫХ ДАННЫХ"???

Поскольку электроны, имеющие энергию выше пороговой участвуют в неупругих столкновениях с атомами, то ФРЭ должно иметь двухтемпературное распределение [ССЫЛКА???]. Несложно заметить, что полученные расчетные ФРЭ также имеют двухтемпературный вид: на рис. 1.5а распределения более менее можно аппроксимировать прямыми линиями со своими электронными температурами, но хвостовые части (см. рис 1.5б) идеально описываются прямыми линиями.

Запишем распределение хвостовой части ФРЭ:

$$f_{tail}(\epsilon) = e^{-\frac{\epsilon}{T_e}} \Rightarrow \ln(f_{tail}) = -\frac{\epsilon}{T_e} \quad (1.17)$$

В рамках одного и того же переходного процесса справедливы следующие рассуждения: интенсивность спектральной линии пропорциональна заселенности верхнего уровня данного перехода, которая в свою очередь пропорциональна скорости заселения верхнего уровня, т.е.:

$$I(T_e) \sim N^*(T_e) \sim X_{exc}(T_e) \quad (1.18)$$

Скорость заселения верхних уровней определяется следующим выражением [МОЖЕТ СТОИТЬ ВЫНЕСТИ ЕГО В РАЗДЕЛ 1.1 ???]:

$$X_{exc}(T_e) = \sqrt{\frac{2}{m}} \int_{E_{th}}^{\infty} \sigma(\epsilon) f(\epsilon) \sqrt{\epsilon} d\epsilon \quad (1.19)$$

где $\sigma(\epsilon)$ – сечение неупругих столкновений для переходного уровня в зависимости от энергии; $f(\epsilon)$ – ФРЭ.

Используя выражения (1.18) и (1.19) для двух различных конфигураций газового разряда и выбранной спектральной линии в рамках одного переходного процесса, имеем:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\int_{E_{th}}^{\infty} \sigma(\epsilon) f_2(\epsilon) \sqrt{\epsilon} d\epsilon}{\int_{E_{th}}^{\infty} \sigma(\epsilon) f_1(\epsilon) \sqrt{\epsilon} d\epsilon} \quad (1.20)$$

здесь индексы 1 и 2 обозначают различные конфигурации самосогласованного газового разряда, т.е. при различных осевых электрических полях. Сечение σ и пороговая энергия E_{th} не различаются для двух конфигураций. Следует отметить, что энергия верхнего уровня влияет на значение отношения интенсивностей, что мы и наблюдаем в эксперименте (см. рис 1.6).

Таким образом, выполнив перебор всех расчетных ФРЭ для различных осевых электрических, можно понять по отношению интенсивностей спектральных линий и (1.20), какая из ФРЭ описывает новую конфигурацию газового разряда. Затем по хвостовой части ФРЭ из (1.17) несложно вычислить и электронную температуру:

$$T_{e,2} = \frac{\ln(f_{tail,1})}{\ln(f_{tail,2})} T_{e,1} \quad (1.21)$$

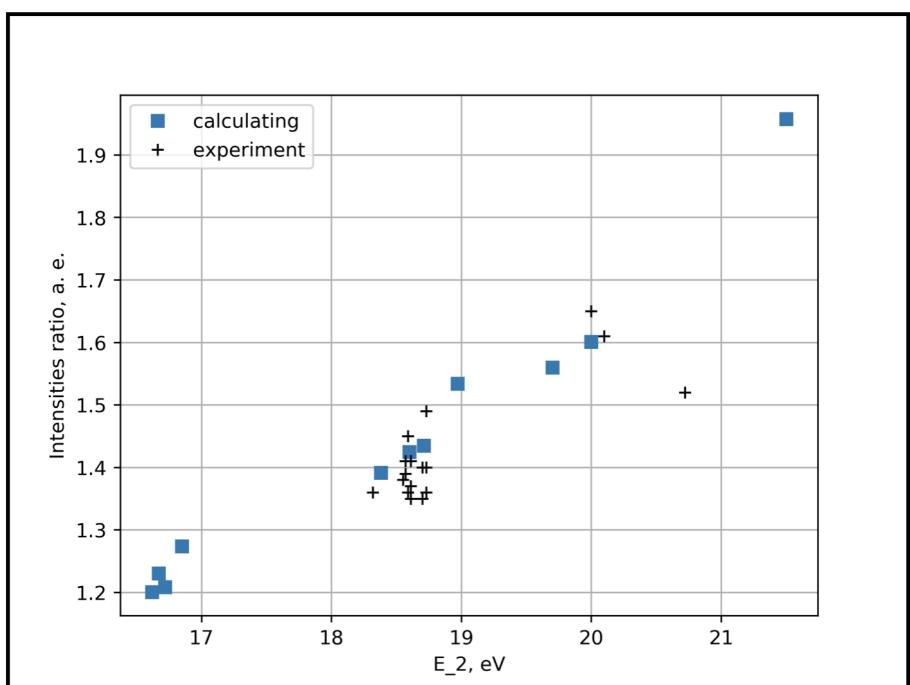


Рис 1.6 — Зависимость

Глава 2 Космическая аппаратура “Плазменный кристалл-4”

2.1 Описание

Космическая аппаратура “Плазменный кристалл - 4” (КА "ПК-4") была введена в эксплуатацию на борту Международной космической станции (МКС) в июне 2015 года. Установка предназначена для экспериментального исследования пылевой плазмы в условиях микрогравитации [6]. В отличие от предыдущей космической аппаратуры “ПК-3” [7] и “ПК-3 Плюс” [8], где пылевая плазма создавалась в емкостном радиочастотном (ВЧ) газовом разряде, в КА "ПК-4" пылевая плазма создается в однородном положительном столбе газового разряда в режиме комбинированного постоянного тока, а также в индуктивном ВЧ разряде. Условия микрогравитации оказывают влияние на создание вытянутых пылевых облаков в однородном положительном столбе [9], благодаря чему становится возможным создать в лабораторных условиях небольшое облако пыли со средним размером 1 см [10].

2.2 Экспериментальная установка

Основой экспериментальной установки является П-образная стеклянная разрядная трубка с внутренним диаметром 30 мм с общей длиной 85 см, заполненной неоном под давлением 60 Па (см рис. 2.1).

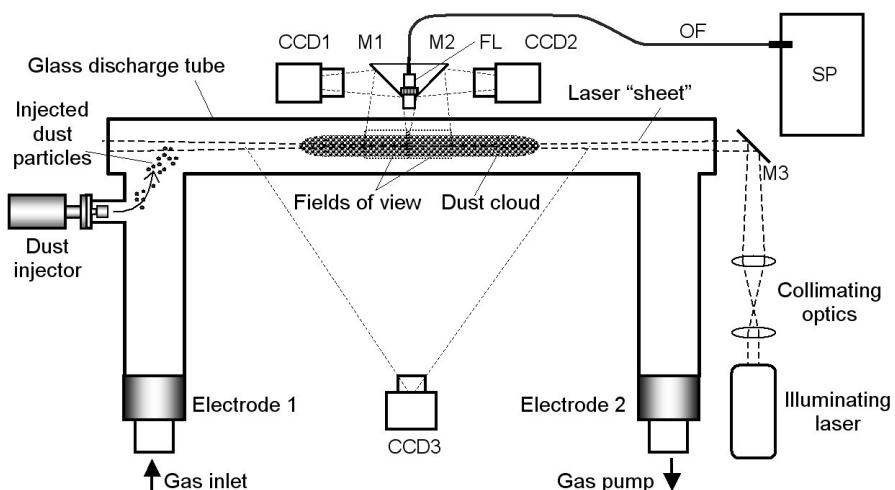


Рис 2.1 — Схема экспериментальной установки космической аппаратуры “Плазменный кристалл-4”.

Трубка оборудована двумя цилиндрическими электродами из нержавеющей стали установленных на ее концах для создания и поддержания разряда постоянного тока. Системы вакуумной откачки и газового наполнения соединяются с концами трубы через электроды. В течение 2 дней трубка откачивается до базового давления $< 2 \times 10^{-5}$ мбар, а затем заполняется неоном до рабочего давления разряда 0,5 мбар. Ток разряда $I_{DC} = 1$ мА. Монодисперсные пластические (меламиноформальдегидные) микросфера (частицы пыли) с диаметром $d = 3,38 \pm 0,07$ мкм впрыскиваются с катодной стороны разрядной трубы с помощью пылевого инжектора, затем транспортируются в центр трубы электрическим полем постоянного тока для дальнейшего наблюдения. Пылевые частицы подсвечиваются зеленым (532 нм) лазерным «ножом» и регистрируются двумя камерами наблюдения с высоким разрешением (до разрешения пылевых частиц). Каждая камера имеет поле зрения 22×17 мм² с разрешением 1600×1200 пикселей с частотой 35 кадров в секунду. Камеры дополняют друг друга, присоединяясь меньшими сторонами и имеют общий размер 44×17 мм². Эффективная полуширина лазерного «ножа» составляет 50 мкм в центре поля зрения, а также 180 мкм по краям. В дополнение к видеокамерам высокого разрешения, КА "ПК-4" оборудована третьей камерой для наблюдения за подсвеченной плазмой (PGO) с разрешением 640×480 пикселей и частотой $f_{PGO} = 15$ кадров в секунду.

Используя калейдоскопическую систему, камера PGO наблюдает плазменное свечение в центральной части разрядной трубы через 3 спектральных фильтра: один серый фильтр с пропусканием 12% и два узкополосных помеховых фильтров, настроенных на 705 и 587 нм.

2.3 Спектрометр “OceanOptics USB2000+”

Для осуществления спектральной диагностики КА "ПК-4" применяется мини-спектрометр OceanOptics USB2000+. В основе лежит 2048-пиксельная ПЗС-линейка, которая позволяет проводить спектральные измерения в диапазоне длин волн 350-1100 нм со спектральным разрешением 1,5 нм. Приемная оптика спектрометра

устанавливается рядом с камерами высокого разрешения РО и подключается к спектрометру через оптическое волокно (см рис. 2.1). Время считывания одного спектра составляет 4 с. Основная цель применения спектрометра в данной аппаратуре - это контроль чистоты плазмы во время экспериментов на основе спектральных методов поиска примесей.

2.4 Экспериментальные данные

В космической аппаратуре “Плазменный кристалл-4” выделены следующие каналы получения экспериментальных данных, которые были задействованы в какой-либо мере в данной работе:

а) Видеозаписи с двух камер высокого разрешения РГО. Представляют собой файлы в формате “.avi” с размером 10 Gb/min в сыром виде (см рис. 2.2).

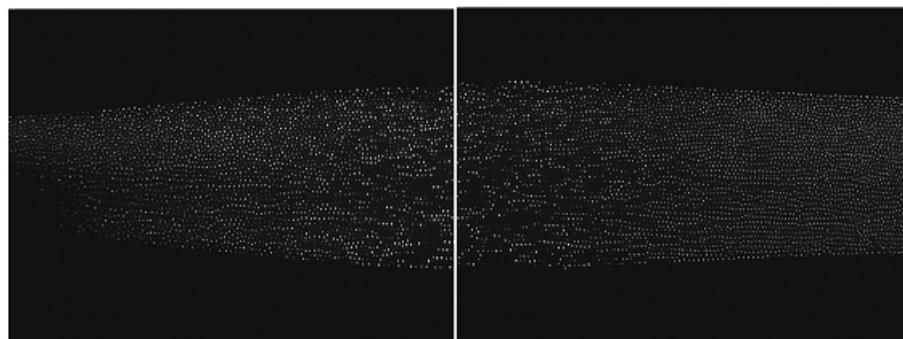


Рис 2.2 – Кадры видеозаписей с двух камер наблюдения высокого разрешения РГО. Кадры синхронизированы во времени, а также пространственно дополняют друг друга.

б) Видеозаписи с общей камеры наблюдения. Представляют собой файлы в формате ... с размером ... (см рис. 2.3).

в) Спектральные данные. Представляют собой текстовые файлы в формате “.dat”, которые имеют следующую структуру по одному измеренному спектру:

```
#####
# PK4 EAC SW -- Spectrometer
# started 2016-10-09'13:30:07.35 ~
# HPC=13819291278696 / HPCFreq=1496280000 Hz => HPC uptime = 9235.765551 s
# 2016-10-09'13:30:04.89; spectrometer commanded
```

```

# 2016-10-09'13:30:07.35; spectrometer response received
#--- spectrum ---
# 65535; spectrum start marker
#      0; data size flag
#      1; nr scans accumulated
#    250; integration time /ms
#      0; reserved value FPGA_ESV_MSW
# 12118; reserved value FPGA_ESV_LSW
#      0; pixel mode
0:      0
1:    628
2:    640
.....
<pixel>: <value_of_pzs_linear>
.....
2046:    671
2047:    675
# 65533; spectrum end marker
#== spectrum == read-out time = 2.124 s
# ended      2016-10-09'13:30:07.39 ~ (execution time = 0.032088 s)
# PK4 EAC SW -- Spectrometer
#####

```

г) Логи. Представляют собой текстовые файлы в формате “.log”, которые содержат информацию обо всех технических изменениях в ходе эксперимента с временными отметками.

д) В качестве исследования были обработаны сырье спектральные данные, полученные при одних и тех же технических условиях системы,

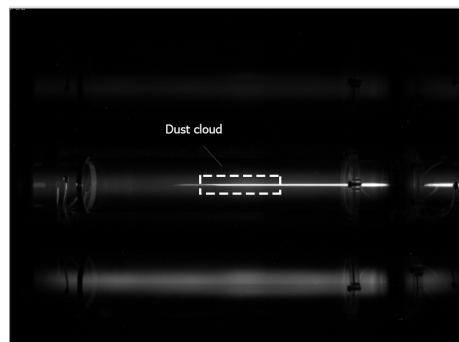


Рис 2.3 — Кадр видеозаписи с общей камеры наблюдения с отмеченным пылевым облаком.

в отсутствие пылевого облака, а также в присутствии пылевого облака (см рис. 2.4).

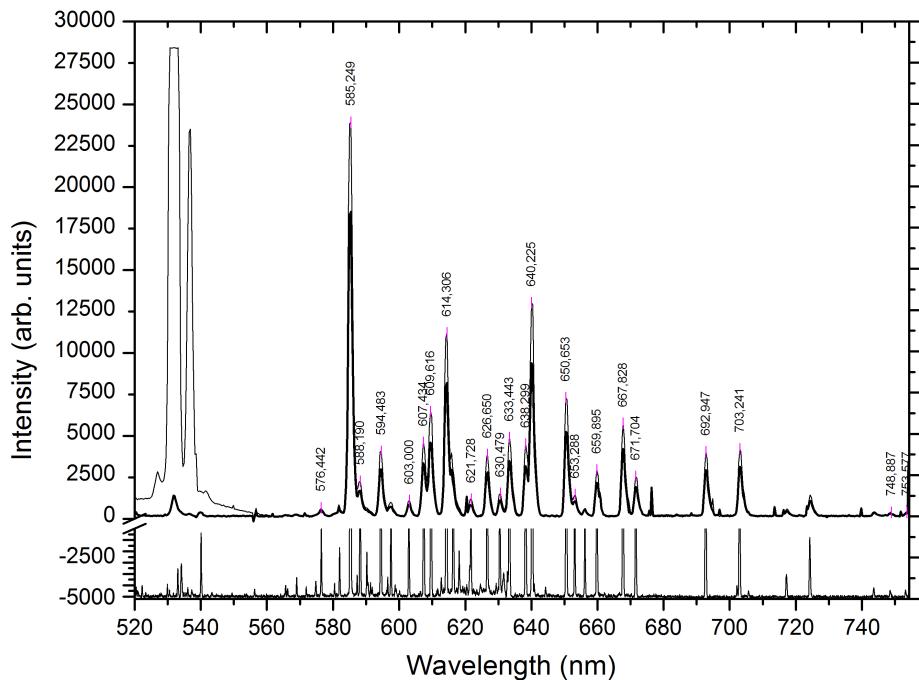
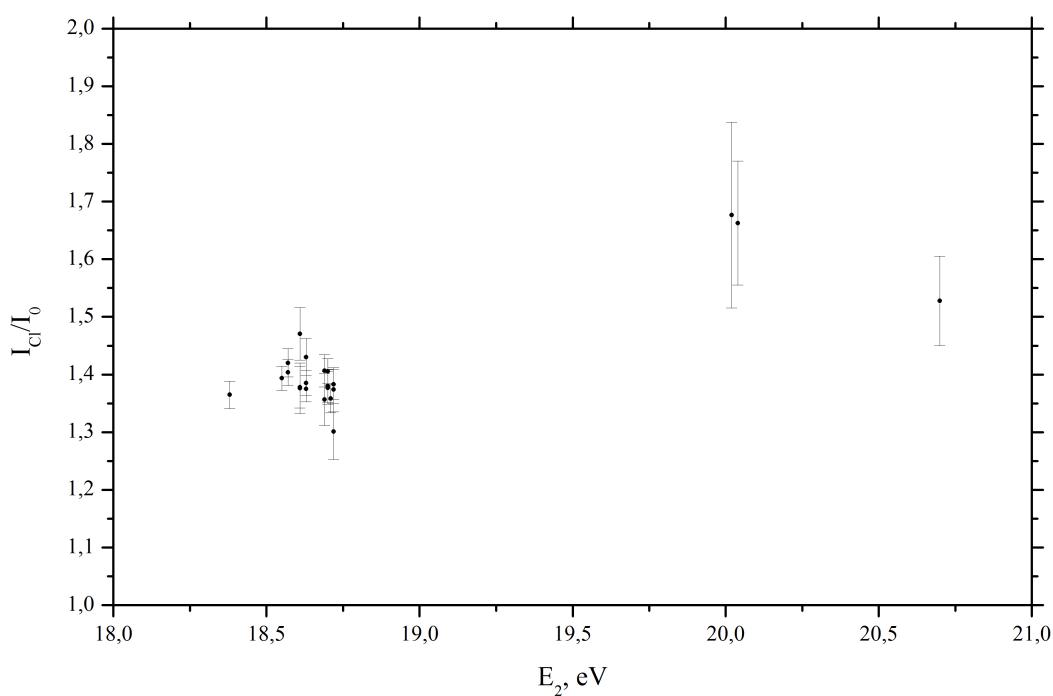


Рис 2.4 — Зависимость интенсивности (усл. ед.) от длины волны (нм). На графике наложены три спектра: 1. Ниже нуля калибровочный спектр с достоверными линиями неона; 2. Жирной линией выделен спектр без пылевого облака. 3. Тонкой линией выделен спектр с пылевым облаком

Экспериментально было обнаружено увеличение интенсивности спектральных линий при попадании пылевого облака в газовый разряд неона, причем линии с разными верхними энергетическими уровнями имеют разные значения отношений интенсивностей (см рис. 2.5).



Глава 3 Программа “Spectral Analyzer PK-4”

3.1 Актуальность программы

В ходе данной работы был создан веб-сервис “Spectral Analyzer PK-4”, название которого состоит из двух частей: первая часть (“Spectral Analyzer”) обозначает главную задачу сервиса - спектральный анализ, а вторая часть говорит о том, что анализ осуществляется на данных, полученных с исследуемой в текущей работе экспериментальной установки “Плазменный кристалл-4” (PK-4). Какие задачи решает “Spectral Analyzer PK-4”?

Наиболее важная задача - это, собственно, обработка огромного количества спектральной информации, поступающей с борта МКС Российско-европейской Космической Аппаратуры “Плазменный кристалл-4”. Поскольку спектральные данные представляют собой довольно сложную, но упорядоченную структуру данных (см раздел 2.4), то ручная обработка и графическое построение даже одного спектра является времязатратной и трудоёмкой задачей: необходимо ориентироваться в текстовых логах, а также владеть навыками работы, как минимум, с двумя программами одновременно - Origin и Excel. У умелого пользователя данных программ (при большом желании) получится построить один спектр не быстрее, чем за 5 мин. Так как в одном эксперименте возможность встретить более 1000 спектров - обычное явление, то даже таких умений становится недостаточно.

Далее, ожидается, что веб-сервис даст инструмент первичной спектральной обработки: полиномиальная калибровка длин волн, вычитание и усреднение шумового фона, автоопределение пиков спектральных линий, усреднение идентичных спектров при одинаковых параметрах и др.

Мотивационный момент, в будущем данный веб-сервис может быть полезен для подготовки датасетов для применения алгоритмов машинного обучения.

Поскольку в данной работе разработана и применена методика поиска относительного изменения электронной температуры на основе отношения интенсивностей спектральных линий, то для “Spectral Analyzer PK-4” ставится задача расчета отношений интенсивностей спектральных линий в зависимости от энергии верхнего уровня.

Еще один мотивационный момент, данный веб-сервис потенциально дает возможность взаимодействовать с немецкими коллегами по космической аппаратуре ПК-4.

Таким образом, было решено создать автоматизированное компьютеризированное программное обеспечение для решения данных проблем.

3.2 Требования к программе

Чтобы было не только удобно и практично пользоваться и совершенствовать программу, но и для достижения решения поставленных задач, были выдвинуты определенные требования к программе.

Во первых, программа должна обладать свойством кроссплатформенности, т.е. независимо от типа операционной системы она должна работать корректно. Конкретнее, должна быть возможность работы под следующими операционными системами: Windows XP - Windows 10, MacOs, Linux с графической оболочкой.

Во вторых, программа должна иметь возможность сохранения ключевых состояний процесса обработки данных, а также максимально безболезненно передавать прогресс между пользователями.

Далее, программа должна уметь в автоматическом режиме загружать и парсить текстовые спектральные данные (эксперименты), а также отображать список уже загруженных экспериментов.

Следующий важнейший аспект - это умение динамически отображать более 1000 спектральных графиков в одном рабочем окне, отображать метаинформацию по текущему спектру.

Для обработки спектров необходимо учитывать фоновое излучение, поэтому программа должна иметь возможность по выбранным пользователем номерам спектров усреднять их интенсивности, а также вычитать из всех спектров текущего эксперимента.

Не менее важный аспект - это возможность настроить калибровку спектра по длине волны на основе вводимой пользователем полиномиальной функции.

Далее, для поиска отношений интенсивностей необходимо на основе откалиброванных незашумленных спектров сохранять усредненные спектры-заготовки с учётом среднеквадратичных погрешностей, также необходимо отображать список уже сохранённых усредненных спектров.

В силу того, что используемый спектрометр “OceanOptics USB2000+” имеет невысокую разрешающую способность (см раздел 2.4), то для корректного поиска отношений интенсивностей необходимо учитывать наложения линий друг на друга с помощью аппаратной функции спектрометра, т.е. следующее требование к программе: она должна уметь на основе полиномиального приближения аппаратной функции учитывать перекрытия рядом стоящих линий с учетом погрешностей.

В данной работе особый интерес представляет зависимость отношения интенсивностей определенных линий от энергии возбужденного состояния, для этого программа должна иметь библиотеку спектральных линий, а также функционал по выбору набора линий при построении данной зависимости.

Таким образом, мы перечислили основные требования к программе, а сейчас разберем стек технологий, который был изучен для достижения данных целей (см. рис. 3.1).

3.3 Стек изученных технологий

Первый прототип программы был написан традиционным образом на языке C#, который непременно предполагает стандартную



Рис 3.1 — Изображены логотипы изученных ИТ-технологий, которые использовались для создания веб-сервиса “Spectral Analyzer PK-4”

установку под Windows и работу с программой, как с ПО для данной операционной системы. В данном варианте было реализовано лишь около 20% необходимого функционала, но при этом возникли большие трудности с передачей программы научному руководителю из-за несовместимости версий Windows 7 и XP.

Для решения проблем кроссплатформенности и передачи данных между пользователями было решено создать веб-сервис, который работает в обычном браузере, поскольку почти каждая операционная система с графической оболочкой поддерживает большинство современных браузеров.

Django (Джанго) – свободный фреймворк для веб-приложений на языке Python, использующий шаблон проектирования MVC. Проект поддерживается организацией Django Software Foundation [11]. Джанго имеет удобную гибкую внутреннюю архитектуру, которая позволяет разработчикам, при достаточных знаниях, выполнять огромный спектр задач из области веб-программирования. Перечислять все возможности данного фреймворка нет необходимости, подчеркнем лишь те, что были использованы для решения поставленных задач.

Джанго имеет свою стандартизированную ORM, которая поддерживает транзакции. ORM (англ. Object-Relational Mapping, рус. объектно-реляционное отображение или преобразование) – это некая оболочка над базой данных, которая позволяет использовать функционал базы данных с помощью объектно-ориентированного языка программирования, в данном случае с помощью Python.

Далее, в Джанго есть система маршрутизации урлов, которая позволяет настраивать POST и GET запросы на основе регулярных выражений, что очень удобно: в Python есть хорошо известный и понятный встроенный модуль “re”, который почти ничем не отличается по синтаксису.

В Джанго предусмотрена возможность применения криптографически шифрованных Cookie и CSRF-токенов для защиты POST запросов к серверу: например, для аутентификации пользователя, для любого изменения и некоторых запросов к информации сервера. Это дает довольно хорошую защиту от мошеннических и хакерских атак.

PostgreSQL – свободная объектно-реляционная система управления базами данных, разработанная в Калифорнийском университете на факультете компьютерных наук в Беркли [12]. PostgreSQL поддерживает большой набор встроенных типов данных:

- численные типы;
- двоичные типы;
- типы «дата/время»;
- булев тип;
- перечисление;
- геометрические примитивы;
- UUID-идентификатор;
- XML-данные;
- массивы;
- JSON;
- идентификаторы объектов БД;
- псевдотипы;

NumPy является основным пакетом для научных вычислений в Python, которая поддерживает многомерные массивы (в т.ч. матрицы), а также предоставляет прекрасно оптимизированные высокоуровневые методы для работы с ними, включая математические, логические, манипуляции с размерностью, сортировку, отбор, ввод-вывод, дискретные преобразования Фурье, основную линейную алгебру, основные статистические операции, случайное моделирование и многое другое [13]. Исходный код NumPy находится в открытом доступе.

SciPy — библиотека для языка программирования Python с открытым исходным кодом, предназначенная для выполнения научных и инженерных расчётов [14]. Возможности:

- поиск минимумов и максимумов функций;
- вычисление интегралов функций;
- поддержка специальных функций;
- обработка сигналов;
- обработка изображений;
- работа с генетическими алгоритмами;
- решение обыкновенных дифференциальных уравнений;

CanvasJS - библиотека для языка программирования JavaScript, которая предоставляет API для работы с диаграммами и графиками в веб-проектах. Для студентов и некоммерческого использования лицензия предоставляется бесплатно. Основные преимущества:

- простой API;
- высокая производительность;
- 30 типов диаграмм;
- хорошая документация;
- поддержка браузеров Chrome, Firefox, Safari, IE8+;

При создании веб-сервиса "Spectral Analyzer PK-4" использовались следующие версии библиотек:

- django==2.0;
- psycopg2==2.7.1;

- numpy==1.14.2;
- django-debug-toolbar==1.8;
- scipy==1.0.1;
- python-dateutil==2.6.1;
- canvas-js==2.1

3.4 Описание функционала

Глава 4 Анализ спектральных данных

Заключение

Текст заключения

Список литературы

1. *Kolobov, V.I.* Simulation of Electron Kinetics in Gas Discharges / V.I. Kolobov, R.R. Arslanbekov // *IEEE TRANSACTIONS ON PLASMA SCIENCE*. — 2006. — Vol. 34, no. 3. — Pp. 895–909.
2. Зобнин, А.В. Нелокальная модель пространственно-неоднородного положительно столба разряда постоянного тока / А.В. Зобнин // *Теплофизика высоких температур*. — 2009. — Т. 47, № 6. — С. 803–810.
3. Черчиньяни, К. Теория и приложения уравнения Больцмана / К. Черчиньяни. — М.: Мир, 1978. — 495 с.
4. Колесников, В.Н. Спектроскопическая диагностика плазмы: Учебное пособие / В.Н. Колесников. — М.: МИФИ, 2007. — 220 с.
5. Цендин, Л.Д. Нелокальная кинетика электронов в газоразрядной плазме / Л.Д. Цендин // *Успехи физических наук*. — 2010. — Т. 180, № 2. — С. 139–164.
6. Pustylnik, M. Y. Plasmakristall-4: New complex (dusty) plasma laboratory on board the International Space Station / M. Y. Pustylnik et al. // *Rev. Sci. Instrum.* — 2016. — Vol. 87. — P. 093505.
7. PKE–Nefedov: plasma crystal experiments on the International Space Station / A.P. Nefedov, G.E. Morfill, V.E. Fortov et al. // *New J. Phys.* — 2003. — Vol. 5. — P. 33.
8. Complex plasma laboratory PK-3 plus on the international space station / H.M. Thomas, G.E. Morfill, V.E. Fortov et al. // *New J. Phys.* — 2008. — Vol. 10. — P. 033036.
9. Elongated dust clouds in a uniform DC positive column of low pressure gas discharge / A. D. Usachev, A. V. Zobnin, O. F. Petrov et al. // *Plasma Sources Sci. Technol.* — 2016. — Vol. 25. — P. 035009.
10. Crystallization of a dusty plasma in the positive column of a glow discharge / V.E. Fortov, A.P. Nefedov, V.M. Torchinskii et al. // *JETP Lett.* — 1996. — Vol. 64, no. 2. — Pp. 92–8.
11. Foundation, Django Software. Django Documentation Release 2.1.dev20180424030402 / Django Software Foundation. — 2018, April. — 1870 pp.

12. *Group, The PostgreSQL Global Development.* PostgreSQL 9.6.9 Documentation / The PostgreSQL Global Development Group. — 2018. — 3345 pp.
13. *community, The NumPy.* NumPy User Guide Release 1.14.2 / The NumPy community. — 2018, April. — 143 pp.
14. *community, The SciPy.* SciPy Reference Guide Release 1.0.0 / The SciPy community. — 2017, October. — 2111 pp.
15. *Очкин, В.Н.* Спектроскопия низкотемпературной плазмы / В.Н. Очкин. — ФИЗМАТЛИТ, 2006. — С. 32.

Приложение