

Вариант ЕГЭ 7  
Часть 1

**Задание 1**

Сколько значащих нулей в двоичной записи числа  $289_{10}$ ?

**Задание 2**

Логическая функция  $F$  задается выражение

$$(\neg x \wedge \neg y \wedge \neg z) \vee (x \wedge y \wedge \neg z) \vee (x \wedge \neg y \wedge \neg z).$$

На рисунке приведен фрагмент таблицы истинности функции  $F$ , содержащий все наборы аргументов, при которых функция  $F$  истинна.

Определите, какому столбцу таблицы истинности функции  $F$  соответствует каждая из переменных  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Функция
???	???	???	$F$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	1	0	1

В ответе напишите буквы  $x$ ,  $y$ ,  $z$  в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая первому столбцу; затем – буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

*Пример.* Если бы функция была задана выражением  $x \rightarrow y$ , зависящим от двух переменных, а фрагмент таблицы имел бы вид:

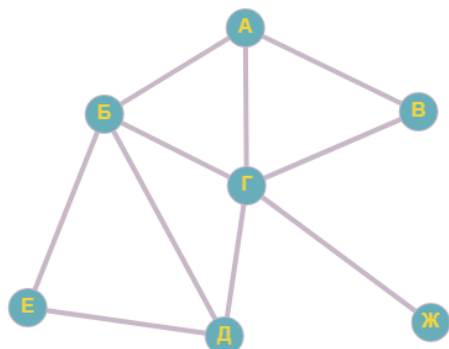
Переменная 1	Переменная 2	Функция
???	???	$F$
0	1	1

Тогда первому столбцу соответствовала бы переменная  $y$ , а второму столбцу – переменная  $x$ . В ответе следовало бы написать:  $yx$ .

**Задание 3**

На рисунке ниже схема Р-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длинах этих дорог. Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населенных пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите длину дороги между пунктами Е и Д. Передвигаться можно только по указанным дорогам.

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
П1					5		
П2				6			14
П3				8	11	12	
П4		6	8		4		10
П5	5		11	4		2	6
П6			12		2		
П7		14		10	6		



#### Задание 4

Ниже в табличной форме представлен фрагмент базы данных:

Номер	Фамилия	Пол	Алгебра	Сочинение	Физика	История
1	Попов	м	5	4	5	3
2	Николаев	м	3	5	4	5
3	Петрова	ж	3	5	4	5
4	Иванов	м	4	5	4	5
5	Воробьева	ж	4	3	3	4
6	Соколов	м	3	2	4	3

Сколько записей удовлетворяют условию  
(Алгебра > 3) И (Сочинение = 4 ИЛИ Физика >= 4)?

#### Задание 5

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв М, О, Л, К, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для буквы М использовали кодовое слово 000; для буквы О – кодовое слово 001; для буквы Л – кодовое слово 10. Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы К, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

*Примечание.* Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

#### Задание 6

Автомат получает на вход трехзначное число. По этому числу строится новое число по следующим правилам:

1. Складываются первая и вторая, а также первая и третья цифры исходного числа.
2. Полученные два числа записываются друг за другом без разделителей в порядке не возрастания.

Пример. Исходное число: 579. Суммы:  $5+7=12$ ;  $5+9=14$ . Результат: 1412.

Укажите наименьшее число, в результате обработки которого, автомат выдаст число 128.

Дан фрагмент электронной таблицы:

	A	B	C
1	4	3	???
2	=C1+1	=(B1+A1+C1)*2	=(A1+5)/(C1+1)



Какое число должно быть записано в ячейке C1, чтобы построенная после выполнения вычислений диаграмма по значениям диапазона ячеек A2:C2 соответствовала рисунку? Все значения в ячейках диапазона A1:C1 имеют одинаковый знак.

### Задание 8

Определите число, которое будет напечатано в результате выполнения программы (записанной ниже на разных языках программирования).

Бейсик	Python
DIM N, S AS INTEGER N = 12 S = 351 WHILE S >= 150 S = S - 7 N = N + 3 WEND PRINT N	n = 12 s = 351 while s >= 150: s = s - 7 n = n + 3 print(n)
Алгоритмический язык	Паскаль
<u>алг</u> <u>нач</u> цел n, s n := 12 s := 351 <u>нц пока</u> s >= 150 s := s - 7 n := n + 3 <u>кц</u> <u>вывод</u> n <u>кон</u>	var n, s: integer; begin n := 12; s := 351; while s >= 150 do begin s := s - 7; n := n + 3; end; end; write(n); end.

C++

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main() {
    int s = 351, n = 12;
    while (s >= 150) {
        s = s - 7;
        n = n + 3;
    }
    cout << n << endl;
    return 0;
}
```

### Задание 9

Музыкальный фрагмент был записан в формате моно (одноканальная запись), оцифрован и сохранен в виде файла без использования сжатия данных. Получившийся файл был передан в город А по каналу связи за 50 секунд. Затем тот же музыкальный фрагмент был повторно записан в формате стерео и оцифрован с разрешением в 4 раза ниже и частотой дискретизации в 3 раза больше, чем в первый раз. Сжатие данных не производилось. Полученный файл был передан в город Б; пропускная способность канала связи с городом Б в 3 раза выше, чем канала связи с городом А. Сколько секунд длилась передача файла в город Б? В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

### Задание 10

Шифр кодового замка представляет собой последовательность из пяти символов, каждый из которых является цифрой от 0 до 6. Сколько различных вариантов шифра можно задать, если известно, что цифра 3 встречается ровно два раза, а каждая из других допустимых цифр может встречаться в шифре любое количество раз или не встречаться совсем?

### Задание 11

Ниже на пяти языках программирования записан рекурсивный алгоритм F.

Бейсик	Python
DECLARE SUB F(n) SUB F(n) IF n > 3 THEN F(n - 2) F(n - 3) F(n \ 2) PRINT N END IF END SUB	def F(n): if n > 3: F(n - 2) F(n - 3) F(n // 2) print(n)

Алгоритмический язык	Паскаль
<u>алг</u> F( <u>цел</u> n) <u>нач</u> <u>если</u> n > 3 <u>то</u> F(n – 2) F(n – 3) F(div(n, 2)) <u>вывод</u> n, <u>нс</u> <u>все</u> <u>кон</u>	procedure F(n: integer); begin if n > 3 then begin F(n – 2); F(n – 3); F(n div 2); writeln(n); end end; end;
C++	
<pre>void F(int n) {     if (n &gt; 3) {         F(n – 2);         F(n – 3);         F(n / 2);         std::cout &lt;&lt; n;     } }</pre>	

Запишите подряд без пробелов и разделителей все числа, которые будут напечатаны на экране при выполнении вызова F(10). Числа должны быть записаны в том же порядке, в котором они выводятся на экран.

### Задание 12

Маской подсети называется 32-разрядное двоичное число, которое определяет, какая часть IP-адреса компьютера относится к адресу сети, а какая часть IP-адреса определяет адрес компьютера в подсети. В маске подсети старшие биты, отведенные в IP-адресе компьютера для адреса сети, имеют значение 1; младшие биты, отведенные в IP-адресе компьютера для адреса компьютера в подсети, имеют значение 0.

Если маска подсети 255.255.255.240 и IP-адрес компьютера в сети 112.15.34.149, то чему будет равен порядковый номер компьютера?

### Задание 13

В лыжном кроссе участвуют 125 спортсменов. Специальное устройство регистрирует прохождение каждым из участников финиша, записывая его номер с использованием минимально возможного количества бит, одинакового для каждого спортсмена. Каков информационный объем сообщения, записанного устройством, после того, как финиш прошли 74 человека? (Ответ дайте в битах).

**Задание 14**

Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает ее.

Редактор может выполнять две команды, в обеих командах  $v$  и  $w$  обозначают цепочки цифр.

*А) заменить ( $v, w$ ).*

Эта команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки  $v$  на цепочку  $w$ .

Например, выполнение команды *заменить (111, 27)* преобразует строку 05111150 в строку 0527150.

Если в строке нет вхождений цепочки  $v$ , то выполнение команды *заменить ( $v, w$ )* не меняет эту строку.

*Б) нашлось ( $v$ ).*

Эта команда проверяет, встречается ли цепочка  $v$  в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истинна», в противном случае возвращает значение «ложь». Строка исполнителя при этом не изменяется.

Цикл

*ПОКА условие*

*последовательность команд*

*КОНЕЦ ПОКА*

выполняется, пока условие истинно.

В конструкции

*ЕСЛИ условие*

*ТО команда1*

*ИНАЧЕ команда2*

*КОНЕЦ ЕСЛИ*

выполняется *команда1* (если условие истинно) или *команда2* (если условие ложно).

Какая строка получится в результате применения приведенной ниже программы к строке, состоящей из 56 идущих подряд цифр 9? В ответе запишите полученную строку.

*НАЧАЛО*

*ПОКА нашлось (55) ИЛИ нашлось (9999)*

*ЕСЛИ нашлось (55)*

*ТО заменить (55, 9)*

*ИНАЧЕ заменить (9999, 5)*

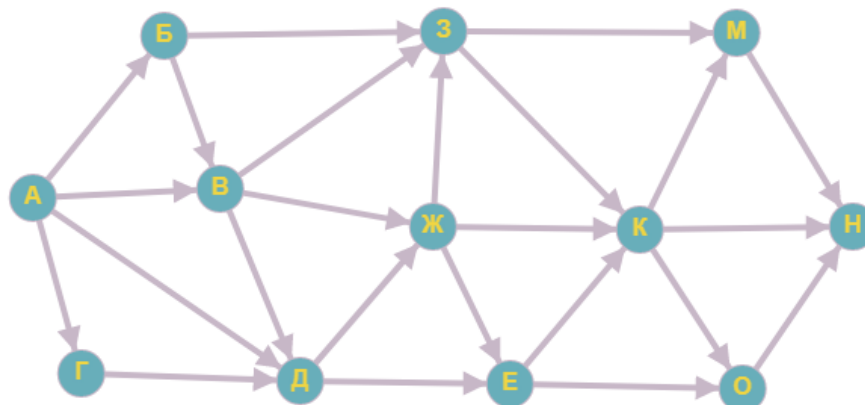
*КОНЕЦ ЕСЛИ*

*КОНЕЦ ПОКА*

*КОНЕЦ*

## Задание 15

На рисунке представлена схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, К, М, О, Н. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Н, проходящих через город К и не проходящих через город Б?



## Задание 16

Значение арифметического выражения:  $5^{48} + 25^{25} - 15$  записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр «0» содержится в этой записи?

## Задание 17

В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» - символ «&». В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

Запрос	Найдено страниц (в сотнях тысяч)
<i>(Дождь &amp; Солнце)   (Дождь &amp; Ветер)</i>	126
<i>Дождь &amp; Солнце</i>	77
<i>Дождь &amp; Солнце &amp; Ветер</i>	26

Какое количество страниц (в сотнях тысяч) будет найдено по запросу *Дождь & Ветер*? Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменился за время выполнения запросов.

## Задание 18

Сколько существует целых значений А, при которых формула

$$((x < 5) \rightarrow (x^2 < A)) \wedge ((y^2 \leq A) \rightarrow (y \leq 5))$$

тождественно истинна при любых целых неотрицательных x и y?

**Информатика. ЕГЭ**
**Вариант 7**
**Задание 19**

В программе используется одномерный целочисленный массив  $A$  с индексами от 0 до 9. Значения элементов равны 13, 2, 8, 5, 1, 7, 9, 15, 11, 7 соответственно, т. е.  $A[0] = 13$ ,  $A[1] = 2$  и т.д.

Определите значение переменной  $s$  после выполнения следующего фрагмента программы (записанного ниже на разных языках программирования).

Бейсик	Python
<pre> s = 0 FOR i = 0 TO 8   IF A(i) &gt; A(i+1) THEN     s = s + 1     t = A(i)     A(i) = A(i+1)     A(i+1) = t   ENDIF NEXT i </pre>	<pre> s = 0 for i in range (9):   if A[i] &gt; A[i+1]:     s += 1     A[i], A[i+1] = A[i+1], A[i] </pre>
Алгоритмический язык	Паскаль
<pre> s:= 0 нц для i от 0 до 8   если A[i] &gt; A[i+1] то     s:= s + 1     t:= A[i]     A[i] = A[i+1]     A[i+1] = t   все кц </pre>	<pre> s:= 0; for i:=0 to 8 do   if A[i] &gt; A[i+1] then     begin       s:= s + 1;       t:= A[i];       A[i] = A[i+1];       A[i+1] = t;     end; end; </pre>
C++	
<pre> s = 0; for (i = 0; i &lt;= 8; i++)   if (A[i] &gt; A[i+1]) {     s = s + 1;     t = A[i];     A[i] = A[i+1];     A[i+1] = t;   } </pre>	



Ниже на пяти языках программирования записан алгоритм. Получив на вход число  $x$ , этот алгоритм печатает два числа:  $L$  и  $M$ . Укажите наибольшее число  $x$ , при вводе которого алгоритм печатает сначала 2, а потом 6.

Бейсик	Python
<pre> DIM X, L, M AS INTEGER INPUT X L = 0 M = 0 WHILE X &gt; 0     M = M + 1     IF X MOD 2 = 0 THEN         L = L + 1     ENDIF     X = X \ 2 WEND PRINT L PRINT M </pre>	<pre> x = int(input()) L = 0 M = 0 while x &gt; 0:     M = M + 1     if x % 2 == 0:         L = L + 1     x = x // 2 print(L) print(M) </pre>
Алгоритмический язык	Паскаль
<pre> алг нач     цел x, L, M     ввод x     L := 0     M := 0     нц пока x &gt; 0         M := M + 1         если mod(x, 2) = 0 то             L := L + 1         все         x := div(x, 2)     кц     вывод L, M кон </pre>	<pre> var x, L, M: integer; begin     readln(x);     L:= 0; M:= 0;     while x &gt; 0 do begin         M:= M + 1;         if x mod 2 = 0 then             L:= L + 1;         x:= x div 2;     end;     writeln(L);     write(M); end. </pre>
C++	
<pre> #include &lt;iostream&gt; using namespace std; int main(void) {     int L, M, x;     cin &gt;&gt; x;     L = 0; M = 0;     while (x&gt;0) {         M = M + 1;         if (x % 2) == 0 {             L = L + 1;         }         x = x / 2;     }     cout &lt;&lt; L &lt;&lt; endl &lt;&lt; M;     return 0;} </pre>	

**Информатика. ЕГЭ**
**Вариант 7**
**Задание 21**

Определите число, которое будет напечатано в результате выполнения следующего алгоритма. Для Вашего удобства алгоритм представлен на пяти языках программирования.

*Примечание.* Функции `abs` и `iabs` возвращают абсолютное значение своего входного параметра.

<b>Бейсик</b>	<b>Python</b>
<pre> DIM A, B, T, M, R AS LONG A = -20: B = 20 M = A: R = F(A) FOR T = A TO B     IF F(T) &lt; R THEN         M = T         R = F(T)     END IF NEXT T PRINT R + M  FUNCTION F(x) F = abs(abs(x - 8) + abs(x + 8) - 26) + 17 END FUNCTION </pre>	<pre> def F(x):     return abs(abs(x - 8) + abs(x + 8) - 26) + 17  a = -20 b = 20 M = a R = F(a) for t in range(a, b + 1):     if F(t) &lt; R:         M = t         R = F(t) print (R + M) </pre>
<b>Алгоритмический язык</b>	<b>Паскаль</b>
<pre> алг нач   цел a, b, t, M, R   a := -20; b := 20   M := a; R := F(a)   нц для t от a до b     если F(t) &lt; R то       M := t; R := F(t)     все   кц   вывод R + M кон алг цел F(цел x) нач   знач := iabs(iabs(x-8) + iabs(x+8) - 26) +   17 кон </pre>	<pre> var a, b, t, M, R : longint; function F(x: longint) : longint; begin   F := abs(abs(x - 8) + abs(x + 8) - 26) + 17; end; begin   a := -20; b := 20;   M := a; R := F(a);   for t := a to b do begin     if F(t) &lt; R then begin       M := t;       R := F(t)     end   end;   write(R + M); end. </pre>

```
C++
#include <iostream>
using namespace std;

long F(long x) {
    return abs(abs(x - 8) + abs(x + 8) - 26) +
    17;
}
int main() {
    long a = -20, b = 20, M = a, R = F(a);
    for (int t = a; t <= b; ++t) {
        if (F(t) < R) {
            M = t; R = F(t);
        }
    }
    cout << R + M;
    return 0;
}
```

### Задание 22

Исполнитель ВЫЧИСЛИТЕЛЬ преобразует число на экране.

У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Сделай нечетное число

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая переводит число  $x$  в число  $2x + 1$ .

1. Программа для исполнителя Вычислитель – это последовательность команд.

Сколько существует программ, которые число 3 преобразуют в число 19?

### Задание 23

Сколько существует различных наборов значений логических переменных  $x_1 \dots x_6, y_1 \dots y_6$ , которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(\neg x_1 \wedge \neg y_1) \equiv (x_2 \rightarrow (y_1 \wedge \neg y_2)) = 0$$

$$(\neg x_2 \wedge \neg y_2) \equiv (x_3 \rightarrow (y_2 \wedge \neg y_3)) = 0$$

...

$$(\neg x_5 \wedge \neg y_5) \equiv (x_6 \rightarrow (y_5 \wedge \neg y_6)) = 0$$

В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных  $x_1 \dots x_6, y_1 \dots y_6$ , при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Часть 2

Задание 24

На обработку поступает последовательность из четырех неотрицательных целых чисел (некоторые числа могут быть одинаковыми). Нужно написать программу, которая выводит на экран сумму кратных 3 чисел в исходной последовательности и минимальное кратное 3 число. Если чисел, кратных 3, нет, требуется на экран вывести “NO”. Известно, что вводимые числа не превышают по абсолютной величине 1000. Программист написал программу неправильно. Ниже эта программа для Вашего удобства приведена на пяти языках программирования.

Бейсик	Python
<pre>CONST N = 4 SUM = 0 MINIMUM = 1000 FOR I = 1 TO N   INPUT X   IF X MOD 3 = 0 THEN     SUM = SUM + 1     IF X &lt; MINIMUM THEN       MINIMUM = X     END IF   END IF NEXT I IF SUM &gt; 0 THEN   PRINT SUM   PRINT MINIMUM ELSE   PRINT "NO" END IF</pre>	<pre>n = 4 sum = 0 minimum = 1000 for i in range(1, n+1):   x = int(input())   if x % 3 == 0:     sum += 1     if x &lt; minimum:       minimum = x if sum &gt; 0:   print(sum)   print(minimum) else:   print('NO')</pre>

Алгоритмический язык	Паскаль
<pre> алг нач   цел n = 4   цел i, x   цел minimum, sum   sum := 0   minimum := 1000   нц для i от 1 до n     ввод x     если mod(x, 3) = 0 то       sum := sum + 1       если x &lt; minimum то         minimum := x     все   все   если sum &gt; 0 то     вывод sum, нс     вывод minimum   иначе     вывод "NO"   все кон </pre>	<pre> const n = 4; var i, x, minimum, sum: integer; begin   sum := 0;   minimum := 1000;   for i := 1 to n do     begin       read(x);       if x mod 3 = 0 then         begin           sum := sum + 1;           if x &lt; minimum then             minimum := x;         end;     end;   if sum &gt; 0 then     begin       writeln(sum);       writeln(minimum);     end;   else     writeln('NO');   end. </pre>
<b>C++</b>	
<pre> #include &lt;iostream&gt; using namespace std; int main() {   const int n = 4;   int i, x;   int minimum, sum;   sum = 0;   minimum = 1000;   for (i = 1; i &lt;= n; i++) {     cin &gt;&gt; x;     if (x % 3 == 0) {       sum++;       if (x &lt; maximum)         maximum = x;     }   }   if (sum &gt; 0) {     cout &lt;&lt; sum &lt;&lt; endl;     cout &lt;&lt; minimum &lt;&lt; endl;   }   else     cout &lt;&lt; "NO" &lt;&lt; endl;   return 0; } </pre>	

Последовательно выполните следующее:

- 1) Напишите, что выведет программа при вводе последовательности: 8 15 87 36.
- 2) Приведите пример последовательности, в которой есть хотя бы одно кратное 3 число, при вводе которой, несмотря на ошибки, программа печатает правильный ответ.
- 3) Найдите допущенные программистом ошибки и исправьте их. Исправление ошибки должно затрагивать только строку, в которой допущена ошибка. Для каждой строки:
  - 1) выпишите строку, в которой сделана ошибка;
  - 2) укажите, как исправить ошибку, т.е. приведите правильный вариант строки.

Известно, что в тексте программы можно исправить ровно две строки так, чтобы она стала работать правильно. Достаточно указать ошибки и способ их исправления для одного языка программирования.

Обратите внимание на то, что требуется найти ошибки в имеющейся программе, а не написать свою, возможно, использующую другой алгоритм решения.

### **Задание 25**

Дан целочисленный массив из 40 элементов. Элементы массива могут принимать значения от 0 до 1000 включительно. Опишите на одном из языков программирования алгоритм, который находит количество элементов массива, делящихся нацело на 9 и оканчивающихся на 1, а затем заменяет каждый элемент, делящийся на 9 и оканчивающийся на 1, на число, равное найденному количеству. Гарантируется, что хотя бы один такой элемент в массиве есть. В качестве результата необходимо вывести измененный массив, каждый элемент выводится с новой строки.

Например, для исходного массива из шести элементов:

18  
81  
58  
171  
11  
27

программа должна вывести следующий массив:

18  
2  
58  
2  
11  
27

Исходные данные объявлены так, как показано ниже на примерах для некоторых языков программирования. Запрещается использовать переменные, не описанные ниже, но разрешается не использовать некоторые из описанных переменных.

Бейсик	Python
<pre> N = 40 DIM A(N) AS INTEGER DIM I, J, K AS INTEGER FOR I = 1 TO N     INPUT A(I) NEXT I ... END </pre>	<pre> N = 40 a = [] # допускается также использование # целочисленных переменных j, k for i in range (N):     a.append(int(input())) ... </pre>
Алгоритмический язык	Паскаль
<pre> алг нач     цел N = 40     целтаб a[1:N]     цел i, j, k     нц для i от 1 до N         ввод a[i]     кц ... кон </pre>	<pre> const     N = 40; var     a: array [1..N] of integer;     i, j, k: integer; begin     for i := 1 to N do         readln(a[i]);     ... end. </pre>
C++	
<pre> #include &lt;iostream&gt; using namespace std; int main() {     int N = 40     int a[N];     int i, j, k;     for (i = 0; i &lt; N; i++)         cin &gt;&gt; a[i];     ...     return 0; } </pre>	

В качестве ответа Вам необходимо привести фрагмент программы, который должен находиться на месте многоточия. Вы можете записать решение также на другом языке программирования (укажите название и используемую версию языка программирования, например Free Pascal 2.4). В этом случае Вы должны использовать те же самые исходные данные и переменные, какие были предложены в условии.

### Задание 26

Два игрока, Паша и Валя, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может добавить в кучу три камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 18 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 55. Если при этом в куче оказалось не более 100 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. Например, если в куче было 52 камней и Паша удвоит количество камней в куче, то игра закончится и победителем будет Валя. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 54$ . Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он

должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания.

1. а) При каких значениях числа  $S$  Паша может выиграть в один ход?

Укажите все такие значения и соответствующие ходы Паши.

б) У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 49, 51$ ?

Опишите выигрышные стратегии для этих случаев.

2. У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 22$ ? Опишите соответствующие выигрышные стратегии.

3. У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 19$ ? Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

### Задание 27

На вход программы поступает последовательность из  $n$  целых положительных чисел. Рассматриваются все пары элементов последовательности  $a_i$  и  $a_j$ , такие что  $i < j$  и  $a_i > a_j$  (первый элемент пары больше второго;  $i$  и  $j$  — порядковые номера чисел в последовательности входных данных). Среди пар, удовлетворяющих этому условию, необходимо найти и напечатать пару с максимальной суммой элементов, которая делится на  $m = 112$ . Если среди найденных пар максимальную сумму имеют несколько, то можно напечатать любую из них.

#### Описание входных и выходных данных

В первой строке входных данных задаётся количество чисел  $n$  ( $2 \leq n \leq 12\,000$ ).

В каждой из последующих  $n$  строк записано одно целое положительное число, не превышающее 10 000.

В качестве результата программа должна напечатать элементы искомой пары. Если таких пар несколько, можно вывести любую из них.

Гарантируется, что хотя бы одна такая пара в последовательности есть.

*Пример входных данных:*

6  
60  
148  
164  
76  
300  
59

*Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:*

148 76

*Пояснение.* Из шести заданных чисел можно составить две пары, сумма элементов которых делится на  $m=112$ :  $60+164$  и  $148+76$ . В первой паре первый элемент меньше второго, поэтому она не подходит.

Требуется написать эффективную по времени и памяти программу для решения описанной задачи.



Программа считается эффективной по времени, если при одновременном увеличении количества элементов последовательности  $n$  и параметра  $m$  в  $k$  раз время работы программы увеличивается не более чем в  $k$  раз.

Программа считается эффективной по памяти, если память, необходимая для хранения всех переменных программы, не превышает 4 килобайта и не увеличивается с ростом  $n$ .

Максимальная оценка за правильную (не содержащую синтаксических ошибок и дающую правильный ответ при любых допустимых входных данных) программу, эффективную по времени и памяти, – 4 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, возможно, неэффективную по памяти или время выполнения которой существенно зависит от величины  $m$ , – 3 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, не удовлетворяющую требованиям эффективности, – 2 балла.

Вы можете сдать одну программу или две программы решения задачи (например, одна из программ может быть менее эффективна). Если Вы сдадите две программы, то каждая из них будет оцениваться независимо от другой, итоговой станет бóльшая из двух оценок.

Перед текстом программы обязательно кратко опишите алгоритм решения.

Укажите использованный язык программирования и его версию.

Ответы  
Часть 1

Номер	Ответ
1	6
2	yxz
3	14
4	2
5	01
6	359
7	2
8	99
9	25
10	2160
11	46548547510
12	5
13	518
14	5999
15	48
16	3
17	75
18	19
19	8
20	60
21	4
22	12
23	338

Часть 2

**Задание 24**

Язык Python 3.7

- 1) При вводе последовательности 8 15 87 36 программа выведет 3 и 15.
- 2) При вводе последовательности 0, 0, 3, 2 программа выдаст верный ответ.  
(Подойдет любая последовательность, содержащая тройку и два нуля).
- 3) а) Ошибка в строке: `sum+=1`  
Исправить на: `sum+= x`  
б) Ошибка в строке: `if sum > 0:`  
Исправить на: `if minimum != 1000:`

**Задание 25**

Язык Python 3.7

`k = 0`

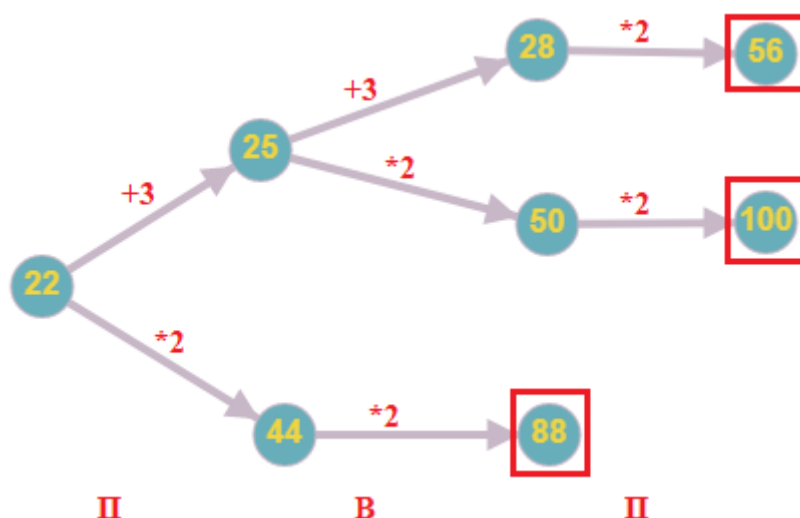
`for i in range(N):`

`if a[i] % 9 == 0 and a[i] % 10 == 1:`  
`k += 1`

`for i in range(N):`

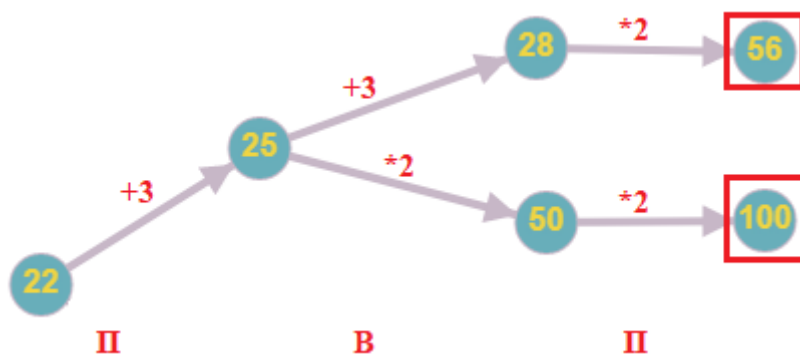
`if a[i] % 9 == 0 and a[i] % 10 == 1:`  
`a[i] = k`  
`print(a[i])`

1. а) При  $S = 28 \dots 50$  Паша победит первым ходом, удвоив количество камней. При  $S = 52, 53, 54$  Паша также выиграет первым ходом, добавив в кучу 3 камня.  
 б) При  $S = 49$  выиграет Паша своим первым ходом, удвоив количество камней.  
 При  $S = 51$  выиграет Валя. Если Паша первым ходом удвоит количество камней в куче, то он сразу проиграет, так как  $51 \cdot 2 = 102 > 100$ , и победа достанется Вале. Если Паша первым ходом добавит в кучу 3 камня (в куче станет 54 камня), то Валя выиграет своим первым ходом, также добавив в кучу 3 камня. ( $54 + 3 = 57$ ).
2. Рассмотрим всевозможные ходы игроков при  $S = 22$ .

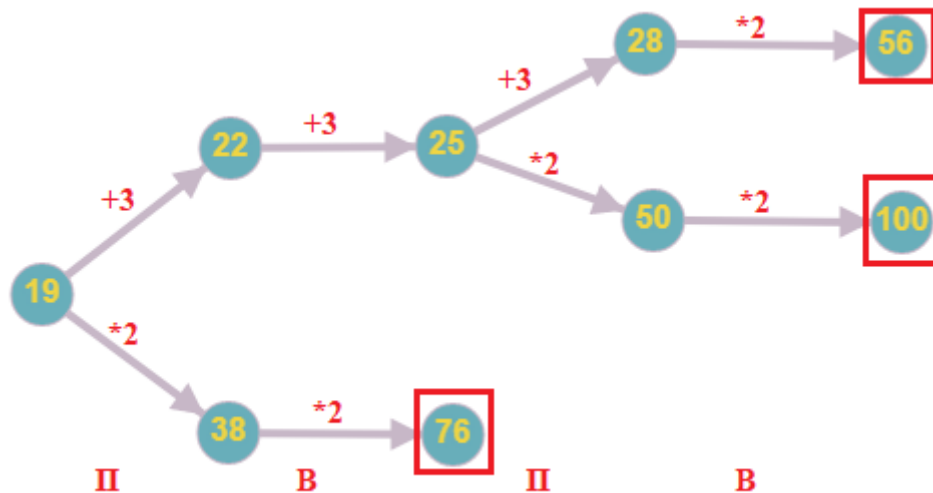


Если Паша первым ходом добавит в кучу 3 камня, то сможет выиграть своим вторым ходом, независимо от хода Вали. А если Паша удвоит количество камней в куче, тогда Валя выиграет своим первым ходом.

Получается, что при правильном первом ходе Паша сможет выиграть при  $S = 22$ . Тогда дерево выигрышной стратегии для Паши будет выглядеть следующим образом:



3. При  $S = 19$  выигрышная стратегия есть у Вали.  
 Если Паша первым ходом добавит в кучу три камня, то Валя своим первым ходом также должен добавить три камня в кучу. Далее независимо от игры Паши Валя выиграет своим вторым ходом, удвоив количество камней.  
 Если Паша удвоит количество камней первым ходом, то Валя также удваивает количество камней своим первым ходом и побеждает.  
 На дереве ходы Вали по стратегии.



### Задание 27

Решение представлено на языке Python 3.7

*Неэффективное решение:*

```

N = int(input())
a = []
max1 = 0
max2 = 0
for i in range(N):
    a.append(int(input()))
for i in range(N-1):
    for j in range(i+1, N):
        if i < j and a[i] > a[j] and (a[i] + a[j]) % 112 == 0 and a[i] + a[j] > max1 + max2:
            max1 = a[i]
            max2 = a[j]
print(max1, ' ', max2)

```

*Эффективное решение:*

```

a = [0] * 112
max1 = 0
max2 = 0
N = int(input())
for i in range(N):
    x = int(input())
    ost = x % 112
    if a[(112 - ost) % 112] > x and a[(112 - ost) % 112] + x > max1 + max2:
        max1 = a[(112 - ost) % 112]
        max2 = x
    if x > a[ost]:
        a[ost] = x
print(max1, ' ', max2)

```