# Mục lục

FARM	2
VPER	3
PERDIFF	4
Kim tự tháp 1 — MEDPYRE	5
FACILITY	7
Kim tự tháp 2 — MEDPYRH	8
Xoá chuỗi — DELSEQ	10
CLOPAIR	11
Bày trận biển Đông — ESEA	12
LIStrace	14
ICBUS	15
COBOX	16
TSPtrace	17
TOWERtrace	18
TELMOV	19
LCStrace	21
GOLDtrace	22
MARBLEtrace	23
Xếp hàng — LQUEUE	25
Giao hàng — SHIPCOUNT	27
Điểm bán lẻ — RETOUT	28

Nộp bài tại: scoss.soict.ai/cmslogin/NAN

Username/Password: nick codeforces

### Bài 1. FARM

Một trang trại trồng và cung cấp rau sạch ra thị trường cần lập kế hoạch sản xuất cho giai đoạn từ ngày 1 đến ngày n với tổng lượng hạt giống có để gieo trồng là Q. Do đặc tính thời vụ, nên khi gieo trồng 1 đơn vị hạt giống vào ngày i thì sẽ thu được một sản lượng là  $a_i$ . Kế hoạch sản xuất sẽ bao gồm các đợt gieo trồng, mỗi đợt sẽ cần tính toán gieo trồng một lượng hạt giống là bao nhiêu và vào ngày nào. Do đặc tính sinh trưởng và thu hoạch của rau nên 2 đợt trồng liên tiếp cách nhau ít nhất K ngày: cụ thể nếu đợt thứ nhất bắt đầu gieo trồng vào ngày thứ i thì đợt gieo trồng tiếp theo sẽ chỉ có thể thực hiện từ ngày i+K trở đi. Ngoài ra, số đơn vị hạt giống gieo trồng trong mỗi đợt không vượt quá hằng số P cho trước.

Hãy tính toán kế hoạch sản xuất sao cho tổng sản lượng rau thu được là lớn nhất.

#### Dữ liệu vào

Dữ liệu đầu vào bao gồm các dòng sau:

- Dòng 1: ghi 4 số nguyên dương n, K, Q và P  $(1 \le n \le 10^4, 1 \le K \le 10, 1 \le Q, P \le 10^4)$
- Dòng thứ 2 ghi n số nguyên dương  $a_1,\dots,a_n (1 \leq a_i \leq 10^3)$

## Kết quả

Tổng sản lượng lớn nhất thu được.

#### Ví dụ

test	answer
5 2 5 3	28
3 5 2 6 4	

#### Giải thích

Kế hoạch sản xuất tối ưu như sau:

- Đợt 1: Gieo trồng 2 đơn vị hạt giống vào ngày 2 thu được sản lượng là 2\*5 = 10
- $\bullet\,$  Đợt 2: Gieo trồng 3 đơn vị hạt giống vào ngày 4 thu được sản lượng là 3\*6=18

Tổng sản lượng thu được là 10+18=28

- 50% số điểm có  $n, Q, P \leq 100$
- 20% số điểm có  $n,Q,P \leq 1000$
- 30% số điểm còn lại không có ràng buộc gì thêm

### Bài 2. VPER

Cho dãy số nguyên a gồm n số nguyên dương:  $a_1, a_2, \ldots, a_n$ . Một dãy số được gọi là 1 hoán vị đúng từ 1 đến M khi và chỉ khi dãy đó chứa tất cả các số nguyên từ 1 đến M mỗi số đúng một lần. Bob có thể thực hiện hai thao tác: Xoá một số bất kì trong dãy và thêm một số bất kì vào cuối dãy. Bob thắc mắc là cần ít nhất bao nhiều thao tác để biến dãy a thành hoán vị đúng. Vì Bob là người code rất nhiều bug nên anh ấy nhờ bạn tìm ra đáp số chính xác.

### Dữ liệu vào

- ullet Dòng đầu chứa: n
- Dòng tiếp theo chứa n số của dãy a.

## Kết quả

Một số nguyên duy nhất là kết quả bài toán

### Ví dụ

test	answer
4	2
1 1 3 4	

### Giải thích

Bob chỉ cần xoá đi số ở vị trí thứ 1 và thêm số 2 ở cuối của dãy sẽ thu được dãy 1, 3, 4, 2 là một hoán vị đúng.

- $n \le 10^5$ ;  $1 \le a_i \le 10^9$ ;
- Có 50% test với  $n \le 1000, 1 \le S, a_i \le 10^5$ .
- Có 40% test với 1000 <  $n \le 10^5$ ,  $1 \le S$ ,  $a_i \le 10^5$

## Bài 3. PERDIFF

Đếm số lượng hoán vị của n số nguyên  $1,2,\ldots,n$  thoả mãn không tồn tại bất kỳ hai số liên tiếp nào trong mỗi hoán vị có trị tuyệt đối bằng 1.

### Dữ liệu vào

Chứa duy nhất một số nguyên n.

## Kết quả

Ghi ra duy nhất một số là phần dư của kết quả tìm được trong phép chia cho  $10^9 + 7$ .

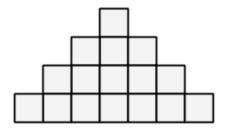
### Ví dụ

test	answer
5	14

- Subtask 1:  $n \leq 10$
- Subtask 2:  $n \leq 18$
- Subtask 1:  $n \leq 1000$
- Subtask 2:  $n \leq 10^6$

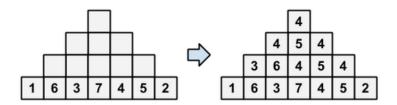
## Bài 4. Kim tự tháp 1 — MEDPYRE

Hùng quan sát một kim tự tháp N tầng, đánh số từ 1 đến N, từ đáy lên đỉnh. Tầng thứ i được ghép bởi 2\*i-1 khối gạch đơn vị hình vuông xếp liên tiếp nhau thành hàng ngang. Kim tự tháp được xây dựng sao cho các khối gạch ở trung tâm của các tầng thẳng hàng với nhau theo chiều dọc.



Hình 1: Một kim tự tháp với N = 4 tầng

Hùng viết một hoán vị của (1, 2, ..., 2N - 1) vào các khối gạch của tầng N. Sau đó, anh ta viết các số nguyên vào tất cả các khối còn lại, theo quy tắc sau: Số nguyên được viết vào khối gạch b phải bằng trung vị của ba số nguyên ở ba khối trực tiếp dưới b, hoặc ở phía dưới ngay bên trái hoặc phía dưới ngay bên phải của b.



Hình 2: Một kim tự tháp được điền số

Sau đó, anh ta xóa tất cả các số nguyên được viết trong các khối và chỉ nhớ rằng số nguyên được viết vào khối gach duy nhất ở tầng 1 là x.

**Yêu cầu**: Hãy xây dựng một hoán vị của (1, 2, ..., 2N - 1) có thể điền vào khối của tầng N để có được giá trị viên gạch tầng 1 là x, hoặc chỉ ra rằng Hùng nhớ không chính xác và không tồn tại hoán vị nào như vậy.

### Dữ liệu vào

Một dòng duy nhất chứa hai giá trị N x  $(2 \le n \le 10^5; 1 \le x \le 2N-1).$ 

## Kết quả

In "No" nếu không tồn tại hoán vị nào của (1, 2, ..., 2N - 1) thoả mãn.

Nếu không, dòng đầu tiên in "Yes", dòng thứ i trong số 2N-1 dòng tiếp theo in phần tử thứ i của hoán vi tìm được.

test	answer
4 4	Yes
	1
	6
	3
	7
	4
	5
	2
2 1	No

### Bài 5. FACILITY

Một công ty cung cấp dịch vụ cho thuê kho chứa hàng. Công ty nhận được n đơn đặt thuê kho hàng của khách hàng  $1, \ldots, n$ , mỗi đơn thuê của khách hàng i sẽ bao gồm:

- $s_i$ : ngày bắt đầu thuê
- $d_i$ : số ngày cần thuê
- $r_i$ : số tiền khách hàng i thuê phải trả cho công ty

Tại mỗi thời điểm, kho hàng của công ty chỉ có thể phục vụ cho 1 đơn thuê duy nhất, đồng thời khi một khách hàng kết thúc sử dụng kho hàng thì công ty cần có K ngày để bảo trì kho trước khi cho một khách hàng khác thuê: cụ thể, khách thứ nhất kết thúc thuê vào ngày thứ x thì khách thứ hai chỉ có thể thuê sau ngày thứ x+K. Hãy giúp công ty lựa chọn các khách để cho thuê sao cho tổng số tiền thu được là lớn nhất.

### Dữ liệu vào

Dữ liệu đầu vào bao gồm các dòng sau:

- Dòng 1: ghi 2 số nguyên dương n, K  $(1 \le n \le 10^6, 1 \le K \le 10^9)$
- Dòng thứ  $i+1 (i=1,\ldots,n)$ : ghi 3 số nguyên dương  $s_i,d_i,r_i (1\leq s_i,d_i,r_i\leq 10^9)$

### Kết quả

Tổng số tiền lớn nhất thu được.

#### Ví du

test	answer
5 2	21
8 3 9	
5 1 7	
9 2 6	
4 3 8	
1 2 5	

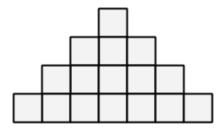
#### Giải thích

Công ty sẽ lựa chọn 3 khách cho thuê là khách thứ 1, 2, và 5 với tổng số tiền thu được là 9 + 7 + 5 = 21.

- 30% số điểm có  $n, K \leq 10$
- 20% số điểm có  $n \le 10^4, K \le 10, s_i \le 10^4, d_i \le 100, r_i \le 10^3$
- 30% số điểm có  $n, K, s_i, d_i, r_i \le 5 \times 10^4$
- $\bullet~20\%$  số điểm còn lại không có ràng buộc gì thêm

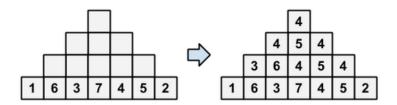
## Bài 6. Kim tự tháp 2 — MEDPYRH

Hùng quan sát một kim tự tháp N tầng, đánh số từ 1 đến N, từ đáy lên đỉnh. Tầng thứ i được ghép bởi 2\*i-1 khối gạch đơn vị hình vuông xếp liên tiếp nhau thành hàng ngang. Kim tự tháp được xây dựng sao cho các khối gạch ở trung tâm của các tầng thẳng hàng với nhau theo chiều dọc.



Hình 3: Một kim tự tháp với N=4 tầng

Hùng viết 2\*N-1 số nguyên  $A_1,A_2,\ldots,A_N$  vào các khối gạch của tầng N. Sau đó, anh ta viết các số nguyên vào tất cả các khối còn lại, theo quy tắc sau: Số nguyên được viết vào khối gạch b phải bằng trung vị của ba số nguyên ở ba khối trực tiếp dưới b, hoặc ở phía dưới ngay bên trái hoặc phía dưới ngay bên phải của b.



Hình 4: Một kim tự tháp được điền số

Sau đó, anh ta xóa tất cả các số nguyên được viết trong các khối và chỉ nhớ 2N-1 số được ghi ở tầng N.

**Yêu cầu**: Hãy tìm lại giá trị số nguyên đã được Hùng ghi trên khổi gạch tầng 1 của kim tự tháp.

### Dữ liệu vào

- Dòng đầu chứa một số nguyên dương T ( $T \le 1000$ ) là số lượng bộ test.
- Mỗi dòng trong số T nhóm dòng sau gồm:
  - dòng đầu chứa một số nguyên dương  $N~(N \leq 10^5);$
  - dòng thứ hai chứa 2N-1 số nguyên không âm  $A_1,A_2,\ldots,A_N$   $(A_i\leq 10^9)$ .

## Kết quả

Ghi ra T dòng, mỗi dòng là kết quả tìm được của bộ test tương ứng trong input.

## Ví dụ

test	answer
2	4
4	8
1 6 3 7 4 5 2	
5	
1 2 3 7 8 9 6 4 5	

- Trong mọi bộ test, tổng tất cả các giá trị N không quá  $5\times 10^5;$
- $\bullet$  Subtask 1: 30% số điểm có tổng mọi giá trịN trong mọi bộ test không quá 5000;
- Subtask 2: 30% số điểm khác có  $A_i \in [0,1]$  với mọi  $i \in [1,2N-1]$  trong mọi bộ test;
- $\bullet$  Subtask 3: 40% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

## Bài 7. Xoá chuỗi — DELSEQ

Cho một chuỗi A gồm N số nguyên  $A_1, \ldots, A_n$ . Một chuỗi con của A là chuỗi  $A_i A_{i+1} \ldots A_j$  với  $1 \leq i \leq j \leq N$ , và độ dài của chuỗi con này bằng j-i+1. Một phép xoá trên chuỗi là việc chọn một chuỗi con trong chuỗi và xóa nó đi, thu được một chuỗi mới gồm n-j+i-1 phần tử còn lại. Với mỗi phép xoá, độ dài của chuỗi con được chọn phải là lũy thừa của 2 và trong tất cả các phép xoá được thực hiện trên chuỗi A, độ dài của các chuỗi đã xóa phải đôi một khác nhau.

Giá trị của mỗi chuỗi mới thu được được tính bằng giá trị lớn nhất trong các tổng các phần tử của một chuỗi con của nó trong trường hợp chuỗi chứa ít nhất một tổng dương, nếu không giá trị của chuỗi bằng 0.

**Yêu cầu**: Cho phép thực hiện nhiều lần phép xoá trên chuỗi A, hãy xác định giá trị lớn nhất có thể của chuỗi.

#### Dữ liệu vào

- Dòng đầu chứa một số nguyên dương  $N \leq 1000$ ;
- Dòng thứ hai chứa N số nguyên là giá trị các phần tử của chuỗi A nằm trong khoảng  $[10^{-6}, 10^{6}]$ , hai số liên tiếp được ghi cách nhau bởi dấu cách.

### Kết quả

Ghi ra duy nhất một số nguyên là giá trị lớn nhất của chuỗi thu được.

#### Ví dụ

test	answer
14	76
13 -19 13 -5 -12 11 20 4 -10 1 -7 19	
-19 3	

#### Giải thích

- Chuỗi đầu là: [13 -19 13 -5 -12 11 20 4 -10 1 -7 19 -19 3]
- Từ vị trí thứ 8 ta loại bỏ 4 phần tử, chuỗi mới thu được là: [13 -19 13 -5 -12 11 20 19 -19 3]
- Từ vị trí thứ 4 ta loại bỏ 2 phần tử, chuỗi mới thu được là: [13 -19 13 11 20 19 -19 3]
- Từ vị trí thứ 2 ta loại bỏ 1 phần tử, chuỗi mới thu được là: [13 13 11 20 19 -19 3]
- Chuỗi con tạo ra giá trị lớn nhất của chuỗi cuối cùng là [13 13 11 20 19].

- Subtask 1:  $N \leq 30$ ;
- Subtask 2: luôn tồn tại một giải pháp với nhiều nhất một phép xoá;
- Subtask 3: luôn tồn tại một giải pháp với nhiều nhất hai phép xoá;
- Subtask 4: không có ràng buộc gì thêm.

## Bài 8. CLOPAIR

Cho N điểm trên mặt phẳng, hãy tìm một cặp điểm với khoảng cách ơ<br/>clit nhỏ nhất giữa chúng. Biết rằng không có hai điểm nào trùng nhau và có duy nhất một cặt có khoảng cách nhỏ nhất.

### Dữ liệu vào

Dòng đầu tiên chứa một số nguyên N ( $2 \le N \le 50000$ ). N dòng tiếp theo mỗi dòng chứa hai số nguyên là tọa độ X và Y của một điểm. Giá trị tuyệt đối của X, Y không vượt quá  $10^6$ .

## Kết quả

Ghi ra 3 số abc, trong đó a,b (a < b) là các chỉ số của cặp điểm tìm được trong dữ liệu vào (chỉ số bắt đầu từ 0) và c là khoảng cách giữa chúng. Làm tròn c đến 6 chữ số sau dấu phẩy động.

test	answer
5	0 1 1.000000
0 0	
0 1	
100 45	
2 3	
9 9	
5	0 4 1.414214
0 0	
-4 1	
<b>-7 -2</b>	
4 5	
1 1	

# Bài 9. Bày trận biển Đông — ESEA

Vùng lãnh hải phía đông tổ quốc có n vùng biển trọng yếu. Toàn bộ vùng lãnh hải được mô tả trên bản đồ tọa độ, trong đó mỗi vùng biển trọng yếu được biểu diễn bởi một hình chữ nhật có các đỉnh góc là các điểm có tọa độ nguyên.

Nhằm chuẩn bị cho buổi tập trận "ESEA" lớn chưa từng có trên biển, ban chỉ huy quân sự Hải quân lập kế hoạch tác chiến trên bản đồ tọa độ nguyên mô phỏng vùng lãnh hải. Bộ đội Hải quân tiến hành đặt n cặp bộ dò, mỗi cặp bộ dò  $(\delta_1, \delta_2)$  tại hai điểm trọng yếu:

- bộ dò  $\delta_1$  đặt tại tọa độ  $(x_1, y_1)$  có khả năng phát hiện các vật thể trong phạm vi của góc phần tư bên dưới trái của nó, nghĩa là tất cả các điểm có tọa độ (u, v) thỏa mãn:  $u < x_1$  và  $v < y_1$ .
- bộ dò  $\delta_2$  tại tọa độ  $(x_2, y_2)$  có khả năng phát hiện các vật thể trong phạm vi của góc phần tư bên trên phải của nó, nghĩa là tất cả các điểm có tọa độ (u, v) thỏa mãn:  $u > x_2$  và  $v > y_2$ .

```
Biết rằng x_1 \leq x_2, y_1 \leq y_2.
```

Hai cặp bộ dò i và j được gọi là có liên kết vẹn toàn với nhau nếu như cả hai bộ dò của cặp j nằm trọn vẹn trong phạm vi phát hiện của một trong hai bộ dò của cặp i.

**Yêu cầu**: Ban chỉ huy quân sự yêu cầu phân hoạch tập các cặp bộ dò ra thành ít nhất các nhóm sao cho mỗi cặp phải thuộc vào đúng một nhóm và trong mỗi nhóm không có hai cặp nào có liên kết vẹn toàn với nhau.

#### Dữ liêu vào

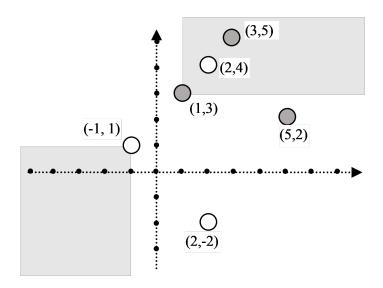
Dòng thứ nhất chứa duy nhất một số nguyên dương K ( $K \le 20$ ) là số lượng bộ dữ liệu. Tiếp theo là K nhóm dòng, mỗi nhóm tương ứng với một bộ dữ liệu có cấu trúc như sau:

- Dòng đầu chứa số nguyên dương n;
- Dòng thứ i trong số n dòng tiếp theo ghi 4 số nguyên  $x_1, y_1, x_2, y_2$  mỗi số nhỏ hơn  $10^9$  là tọa độ vị trí của hai bộ dò của cặp thứ i (i = 1, 2, ..., n).

## Kết quả

Ghi ra K nhóm dòng, mỗi nhóm dòng có khuôn dạng sau:

- $\bullet$  Dòng đầu ghi số nguyên m là số lượng nhóm tìm được;
- ullet Dòng thứ i trong số m dòng tiếp theo ghi một nhóm các cặp bộ dò đôi một không có liên kết vẹn toàn có dang:
  - Đầu tiên ghi số nguyên  $t_i$  là số lượng cặp bộ dò trong nhóm;
  - $-t_i$  số tiếp theo ghi chỉ số các cặp bộ dò trong nhóm.



Hình 5: Hình minh họa cho ví dụ thứ nhất.

### Ví dụ

test	answer
1	2
3	2 1 2
-1 1 1 3	1 3
2 -2 5 2	
2 4 3 5	
1	1
2	2 1 2
-2 1 -2 1	
-1 0 -1 0	

#### Giải thích

- Có 20% số lượng test thỏa mãn điều kiện:  $n \leq 10$ ;
- Có thêm 20% số lượng test thỏa mãn điều kiện:  $n \leq 1000$ ; và trong tất cả các cặp, hai bộ dò của chúng đặt tại cùng một điểm, nghĩa là  $x_1 = x_2, y_1 = y_2$ ;
- Có thêm 20% số lượng test thỏa mãn điều kiện:  $n \le 10^6$ ; và trong tất cả các cặp, hai bộ dò của chúng đặt tại cùng một điểm, nghĩa là  $x_1 = x_2, y_1 = y_2$ ;
- Có thêm 20% số lượng test thỏa mãn điều kiện:  $n \leq 1000$ ;
- 20% số lượng test còn lại thỏa mãn điều kiện:  $n \leq 10^6$ ;

### Bài 10. LIStrace

File dữ liệu vào: stdin File kết quả: stdout Hạn chế thời gian: 1 giây

Dãy con của một dãy là dãy thu được khi xóa đi một vài phần tử của dãy ban đầu và giữ nguyên thứ tự của các phần tử còn lại (có thể không xóa phần tử nào). Một dãy được gọi là tăng dần nếu phần tử sau lớn hơn phần tử trước.

Cho một dãy số nguyên a, hãy tìm dãy con tăng dài nhất của a

### Dữ liệu vào

- $\bullet\,$  Dòng đầu chứa số phần tử của dãy  $a{:}~n$
- Dòng tiếp theo chứa dãy a

## Kết quả

- Dòng đầu chứa một số nguyên là độ dài dãy con dài nhất tìm được.
- Dòng thứ hai chứa dãy các chỉ số của dãy con đó, theo thứ tự tăng dần.

### Ví dụ

stdin	stdout
8	5
3 1 5 2 6 4 5 7	2 4 6 7 8

- $n \le 10^5$ .  $1 \le a_i \le 10^5$
- 30% test với  $n \leq 20$
- 30% test với  $20 < n \leq 1000$

### Bài 11. ICBUS

Quốc gia Backoi có N thành phố, mỗi thành phố có một hệ thống xe chạy liên tỉnh khác nhau. Một xe có thể chạy từ thành phố i sang thành phố j nếu như có đường nối trực tiếp giữa hai thành phố này. Các con đường ở đây đều là đường 2 chiều. Mỗi hệ thống xe liên tỉnh có một số luật như sau:

- $\bullet$  Hành khách muốn sử dụng hệ thống xe của thành phố i thì bắt buộc phải bắt xe tại thành phố i.
- Giá vé xe của thành phố i là đồng hạng  $C_i$  bất kể quãng đường bao xa.
- Hệ thống xe của thành phố i chỉ cho phép chạy tối đa qua  $D_i$  thành phố.

Quân là một hành khách muốn đi từ thành phố 1 đến thành phố N. Hãy giúp Quân tìm cách đi sao cho tổng chi phí là thấp nhất.

#### Dữ liêu vào

Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương N và K ( $2 \le N \le 5000$ ;  $N-1 \le K \le 10000$ ).

N dòng tiếp theo, dòng thứ i chứa 2 số nguyên dương  $C_i$  và  $D_i$   $(1 \le C_i \le 10000; 1 \le D_i \le N)$  là 2 thông tin của hệ thống xe của thành phố i.

K dòng tiếp theo mỗi dòng ghi hai số i và j  $(1 \le i < j \le N)$  biểu thị giữa 2 thành phố i và j có đường nối trực tiếp.

## Kết quả

Ghi ra duy nhất một số là chi phí Quân phải trả để đi từ thành phố 1 đến thành phố N. Dữ liệu đảm bảo luôn có cách đi từ thành phố 1 đến thành phố N.

#### Ví dụ

test	answer
6 6	800
400 2	
200 1	
500 3	
900 1	
400 4	
200 5	
1 2	
1 5	
2 3	
2 4	
3 6	
4 6	

#### Giải thích

Quân sử dụng lần lượt hệ thống xe của thành phố 1 rồi thành phố 5.

## Bài 12. COBOX

Cho n chiếc hộp được đánh số từ 1 đến n. Hộp thứ i có chiều dài  $a_i$ , chiều rộng  $b_i$ . Hộp i có thể đặt vào trong hộp j nếu i chưa bị chứa bởi hộp nào khác, j đang không chứa hộp nào khác và  $a_i < a_j$ ,  $b_i < b_j$ . Cần tìm cách lồng các hộp vào nhau sao cho số hộp không bị lồng vào bất kỳ hộp nào là ít nhất. Nếu có nhiều cách lồng các hộp đều là tốt nhất, in ra cách bất kỳ

### Dữ liệu vào

- ullet Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương n
- $\bullet\,$  Dòng thứ i trong số n dòng tiếp theo ghi  $a_i\,\,b_i$

## Kết quả

- $\bullet\,$  Dòng đầu chứa số nguyên dương k là số hộp còn lại
- k dòng tiếp theo, mỗi dòng mô tả một dãy hộp: Số đầu tiên là số lượng hộp bị lồng vào nhau và theo sao là chỉ số của các hộp bị lồng vào nhau, theo thứ tự từ ngoài vào trong của các hộp

Các dãy hộp có thể in ra theo thứ tự tùy ý

### Ví dụ

test	answer
4	2
1 1	1 4
2 2	3 3 2 1
3 3	
2 4	

- $1 \le n \le 10^5$ ,  $1 \le a_i \le 10^9$
- Subtask 1:  $n \le 5000$
- Subtask 2:  $a_i = b_i$
- Subtask 3: Ràng buộc gốc

### Bài 13. TSPtrace

Một người du lịch xuất phát từ thành phố thứ nhất muốn đi thăm quan tất cả n-1 thành phố khác. mỗi thành phố đúng một lần, rồi quay trở lại thành phố xuất phát.

Yêu cầu: Cho biết chi phí đi lại giữa các thành phố, hãy giúp người du lịch tìm hành trình với tổng chi phí là nhỏ nhất.

#### Dữ liệu vào

Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương n, m cách nhau bởi dấu cách  $(n \le 20, m < 400)$ .

m dòng tiếp theo mỗi dòng chứa ba hai số nguyên dương i, j, c  $(i, j \le n, c \le 10^6)$  biểu thị chi phí đi trực tiếp từ thành phố i đến thành phố j là c.

Lưu ý: nếu từ thành phố i đến thành phố j nào không mô tả chi phí đi lại thì có nghĩa là không có đường đi trực tiếp từ i đến j.

## Kết quả

- Dòng đầu chứa một số nguyên là tổng chi phí hành trình nhỏ nhất tìm được;
- ullet Dòng thứ hai chứa n số tương ứng với n đỉnh trên chu trình tìm được.

test	answer
2 2	5
1 2 3	1 2
2 1 2	

### Bài 14. TOWERtrace

File dữ liệu vào: stdin File kết quả: stdout Hạn chế thời gian: 1 giây

Có lẽ bạn đã nghe nói về truyền thuyết về Tháp Babylon. Ngày nay nhiều chi tiết của câu chuyện này đã bị lãng quên. Vì vậy, bây giờ, phù hợp với tính chất giáo dục của cuộc thi này, chúng tôi sẽ kể cho bạn toàn bộ câu chuyện:

Người babylon có n loại khối, và nguồn cung cấp không giới hạn của từng loại. Mỗi loại i là một khối hình chữ nhật có kích thước tuyến tính  $(x_i, y_i, z_i)$ . Một khối có thể được định hướng (xoạy) lại để bất kỳ hai trong ba chiều của nó xác định kích thước của cơ sở và kích thước khác là chiều cao. Họ muốn xây dựng tòa tháp cao nhất có thể bằng cách xếp chồng các khối. Vấn đề là, trong việc xây dựng một tòa tháp, một khối chỉ có thể được đặt trên đỉnh của một khối khác, miễn là hai kích thước cơ sở của khối trên đều nhỏ hơn so với kích thước cơ sở tương ứng của khối dưới. Điều này có nghĩa các khối có kích thước bằng nhau ở một trong hai cạnh sẽ không thể được xếp chồng lên nhau.

Công việc của bạn là viết một chương trình xác định chiều cao của tòa tháp cao nhất mà người babylon có thể xây dựng với một tập hợp các khối nhất định.

#### Dữ liệu vào

- Dòng đầu chứa:  $n \ (1 \le n \le 1000)$
- n dòng tiếp theo chứa:  $x_i y_i z_i (1 \le x_i, y_i, z_i \le 10^9)$

Có 50% test với  $n \leq 7$ 

## Kết quả

- ullet Dòng đầu chứa hai số nguyên: M k là chiều cao lớn nhất tìm được và số khối đá của tháp.
- k dòng tiếp theo mỗi dòng chứa một khối đá: Chiều dài, chiều rộng, chiều cao (đã được xoay). Các khối đá cần được liệt kê theo thứ tự từ chân tháp đến đỉnh tháp.

Nếu có nhiều phương án đều tốt nhất, in ra phương án bất kỳ trong số đó.

stdin	stdout
7	28 7
1 1 1	7 7 7
2 2 2	6 6 6
3 3 3	5 5 5
4 4 4	4 4 4
5 5 5	3 3 3
6 6 6	2 2 2
7 7 7	1 1 1

### Bài 15. TELMOV

Cô kỹ sư Alice đang sống ở trong thiên hà VNOI2020. Trong thiên hà này có N hành tinh khác nhau và M kênh vận chuyển hai chiều dạng (x, y, t) cho phép bạn di chuyển từ hành tinh x đến hành tinh y (hoặc ngược lại) trong t giây.

Nhưng Alice nhận thấy phương pháp vận chuyển này rất kém hiệu quả nên đã phát triển một thiết bị cho phép bạn dịch chuyển từ hành tinh x đến bất kỳ hành tinh y nào khác trong P giây với điều kiện bạn có thể đến hành tinh y đó từ hành tinh x chỉ sử dụng tối đa L kênh vận chuyển.

Thiết bị này hiện mới là bản thử nghiệm nên không thể được sử dụng quá K lần. Alice đang ở hành tinh 1 và muốn biết thời gian tối thiểu để đến hành tinh N.

**Yêu cầu:** Viết chương trình tính thời gian tối thiểu cần thiết để đến được hành tinh N bắt đầu từ hành tinh 1.

#### Dữ liệu vào

Dòng đầu tiên chứa 5 giá trị N, M, P, L, K cách nhau một dấu cách.

Mỗi dòng trong số M dòng sau chứa 3 giá trị  $X_i, Y_i, T_i$  mô tả một kênh vận chuyển. Dữ liệu đảm bảo có nhiều nhất một kênh giữa hai hành tinh.

### Kết quả

Kết quả ghi ra một giá trị duy nhất là thời gian tối thiểu cần thiết để đến hành tinh N bắt đầu từ hành tinh 1. Dữ liệu đảm bảo luôn có đáp án.

#### Ví du

test	answer	Giải thích
6 7 3 2 1	14	Thiết bị có thể được sử dụng một
1 2 2		lần.
1 3 5		Để đến hành tinh 6 trong thời gian
2 3 4		tối thiểu, chúng ta sẽ đi qua kênh
2 4 23		1 -> 2 sau đó sẽ dịch chuyển đến
3 4 6		hành tinh 5 từ đó sẽ đi qua kênh 5
5 4 7		-> 6.
5 6 9		Chi phí cuối cùng là 2 + 3 (dịch
		chuyển bởi thiết bị) + 9 = 14.
6 7 3 2 0	27	Thiết bị hoàn toàn không thể sử
1 2 2		dụng được. Để đến hành tinh 6 từ
1 3 5		hành tinh 1 trong thời gian tối
2 3 4		thiểu, cần đi qua các kênh theo
2 4 23		thứ tự 1 -> 3 -> 4 -> 5 -> 6 và
3 4 6		với thời gian 5 + 6 + 7 + 9 = 27
5 4 7		giây.
5 6 9		

- $1 < N, \le 10000, 1 < M \le 20000;$
- $0 \le L, K \le 10;$
- $1 < Ti, P \le 100000;$

- $1 < Xi, Yi \le N;$
- 24% số điểm ứng với các test c<br/>óK=0 và tất cả các kênh vận chuyển đều c<br/>ó $T_i=1;$
- 16% số điểm ứng với các test khác có K=0;
- 16% số điểm ứng với các test khác đảm bảo  $N \leq 300;$

### Bài 16. LCStrace

File dữ liệu vào: stdin File kết quả: stdout Hạn chế thời gian: 1 giây

Dãy con của một dãy là dãy thu được khi xóa đi một vài phần tử của dãy ban đầu và giữ nguyên thứ tự của các phần tử còn lại (có thể không xóa phần tử nào). Cho hai dãy a và b. Tìm dãy c vừa là dãy con của a, vừa là dãy con của b và có độ dài lớn nhất có thể.

### Dữ liệu vào

- Dòng đầu chứa số phần tử của dãy a:  $n \ (1 \le n \le 1000)$ .
- Dòng tiếp theo chứa dãy  $a: a_1 \ a_2 \dots a_n \ (1 \le a_i \le 10^9)$ .
- Dòng tiếp theo chứa số phần tử của dãy b:  $m~(1 \le m \le 1000)$
- Dòng tiếp theo chứa dãy b:  $b_1$   $b_2$  ...  $b_m$   $(1 \le b_i \le 10^9)$ .

Có 50% test với  $n \leq 20$ 

## Kết quả

- $\bullet\,$  Dòng đầu chứa một số nguyên là độ dài dãy c
- Dòng thứ hai chứa giá trị các phần tử trong dãy c theo thứ tự trên dãy.

#### Ví dụ

stdin	stdout
7	5
3 7 2 5 1 4 9	3 2 1 4 9
10	
4 3 2 3 6 1 5 4 9 7	

- $n \le 10^5$ .  $1 \le a_i \le 10^5$
- 30% test với  $n \le 20$
- 30% test với  $20 < n \leq 1000$

## Bài 17. GOLDtrace

File dữ liệu vào: stdin File kết quả: stdout Hạn chế thời gian: 1 giây

Vương quốc ALPHA có n kho vàng nằm trên một đường thẳng và được đánh số  $1, 2, \ldots, n$ . Kho thứ i có số vàng là  $a_i$  ( $a_i$  là số nguyên không âm) và được đặt tại tọa độ i ( $\forall i = 1, \ldots, n$ ). Vua của ALPHA muốn tìm một tập hợp các kho vàng có tổng số vàng lớn nhất với điều kiện khoảng cách giữa hai kho được chọn phải lớn hơn hoặc bằng  $L_1$  và nhỏ hơn hoặc bằng  $L_2$ .

### Dữ liệu vào

- Dòng đầu chứa:  $n, L_1$ , and  $L_2$   $(1 \le n \le 100000, 1 \le L_1 \le L_2 \le n)$ .
- Dòng 2 chứa:  $a_1, a_2, \ldots, a_n$ .

## Kết quả

- ullet Dòng đầu chứa hai số nguyên: M k là tổng số vàng lớn nhất tìm được và số kho vàng trong cách chọn.
- $\bullet\,$  Dòng thứ 2 chứa k số nguyên là chỉ số của các kho hàng được chọn.

Nếu có nhiều cách chọn đều tốt nhất, in ra cách chọn bất kỳ trong số đó.

stdin	stdout
6 2 3	19 3
3 5 9 6 7 4	1 3 5

### Bài 18. MARBLEtrace

File dữ liệu vào: stdin File kết quả: stdout Hạn chế thời gian: 1 giây

Phong là một nhà điều khắc, ông có một tấm đá cẩm thạch hình chữ nhật kích thước  $W \times H$ . Ông ta muốn cắt tấm đá thành các miếng hình chữ nhật kích thước  $W_1 \times H_1, W_2 \times H_2, \ldots, W_N \times H_N$ . Ông ta muốn cắt đến tối đa các mẫu kích thước có thể. Tấm đá có những vân đá cho nên không thể xoay khi sử dụng, có nghĩa là không thể cắt ra miếng  $B \times A$  thay cho miếng  $A \times B$  trừ khi A = B. Các miếng phải được cắt tại các điểm nguyên trên hàng cột và mỗi nhát cắt phải cắt đến hết hàng hoặc hết cột. Sau khi cắt sẽ còn lại những mẩu đá còn thừa bỏ đi, nghĩa là những mẩu đá không thể cắt thành miếng kích thước cho trước nào.

Yêu cầu: Hãy tìm cách cắt sao cho còn ít nhất diện tích đá thừa bỏ đi.

Hình dưới minh họa cách cắt các phiến đá trong ví dụ với diện tích thừa ít nhất tìm được là 10.

10×4			1	0 <b>×</b> 4
6 <b>×</b> 2		6 <b>×</b> 2		6 <b>×</b> 2
7 <b>×</b> 5	7	<b>×</b> 5		7 <b>×</b> 5

#### Dữ liệu vào

Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên: W và H.

Dòng thứ hai chứa một số nguyên N. N dòng tiếp theo mỗi dòng chứa hai số nguyên  $W_i$  và  $H_i$ .

### Kết quả

Dòng đầu chứa hai số nguyên là diện tích thừa và số lần cắt

Các dòng tiếp theo mỗi dòng mô tả một lát cắt: x y t k có nghĩa là cắt hình chữ nhật  $x \times y$ , t = 0 nghĩa là cắt cạnh bằng x thành k và x - k, t = 1 nghĩa là cắt cạnh y thành k và y - k

Chỉ cần đưa ra một phương án cắt tốt nhất tùy ý.

- $1 < W < 600, 1 < H < 600, 0 < N < 200, 1 < W_i < W$ , and  $1 < H_i < H$ .
- Có 50% số test ứng với  $W \leq 20, H \leq 20$  và  $N \leq 5$ .

stdin	stdout
21 11	10 17
4	21 11 1 2
10 4	21 9 1 4
6 2	21 5 0 7
7 5	14 5 0 7
15 10	21 4 0 1
	20 4 0 10
	1 4 1 1
	1 3 1 1
	1 2 1 1
	21 2 0 1
	20 2 0 1
	19 2 0 1
	18 2 0 6
	12 2 0 6
	1 2 1 1
	1 2 1 1
	1 2 1 1

# Bài 19. Xếp hàng — LQUEUE

An là nhân viên bảo vệ ngân hàng. Hôm nay công việc khá nhàn rỗi nên An bắt đầu quan sát hàng những người đang đứng đợi trước quầy phục vụ. Ban đầu trong hàng chỉ có n người. An đánh số những người trong hàng theo thứ tự bắt đầu từ 0. Như vậy số thứ tự của mỗi người chính bằng số người đứng trước họ trong hàng đợi.

An có khả năng đánh giá tâm trạng người khác rất tốt. Tâm trạng của người thứ i được An mô tả bởi số nguyên không âm  $a_i$ . An cho rằng tâm trạng của người này tốt nếu  $a_i \geq x$ . Ngược lại, nếu  $a_i < x$  thì tâm trạng của người này không tốt.

Hàng đợi thường có người mới tới xếp hàng và có người rời khỏi hàng sau khi được phục vụ xong. Nếu có người mới tới, An sẽ ngay lập tức đánh giá tâm trạng của người đó và tâm trạng của người này không thay đổi theo thời gian.

An đặt ra câu hỏi thú vị: tại thời điểm nào đó, An chọn một người trong hàng đợi và muốn đếm xem có bao nhiêu người có tâm trạng tốt hiện đang đứng trước anh ta trong hàng đợi.

Hãy giúp An!

#### Dữ liêu vào

Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên  $n,\,x$  (1  $\leq n \leq 100\,000, 0 \leq x \leq 10^9).$ 

Dòng tiếp theo chứa n số nguyên  $a_i$  mô tả tâm trạng của n người trong hàng đợi  $(0 \le a_i \le 10^9)$ .

Dòng thứ ba chứa số nguyên m  $(1 \le m \le 100\,000)$  là số sự kiện xảy ra đối với hàng đợi.

Trong m dòng tiếp theo mô tả các sự kiện xảy ra đối với hàng đợi. Mỗi sự kiện được mô tả bởi 1 trong 3 trường hợp sau:

- 1 a  $(0 \le a \le 10^9)$  có người vừa tới xếp cuối hàng với tâm trạng là a.
- 2 người đầu hàng (có số thứ tự là 0) rời khỏi hàng. Khi đó An sẽ giảm số thứ tự của tất cả những người trong hàng xuống 1 đơn vị.
- 3 i An muốn biết, tại thời điểm này có bao nhiều người có trạng thái tốt đứng trước người thứ i

Đảm bảo rằng các mô tả sự kiện đều chính xác: nếu hàng đợi rỗng thì sự kiện dạng 2 không được thực hiện; số người trong hàng đợi luốn lớn hơn i trong các sự kiện dạng 3.

## Kết quả

Đối với mỗi sự kiện dạng 3, hãy ghi ra một dòng chứa số lượng người có tâm trạng tốt hiện đang đứng trước người được chỉ định số thứ tự trong sự kiện.

test	answer
1 2	0
3	1
5	2
1 2	
1 1	
3 0	
3 1	
3 2	
2 2	0
1 2	0
7	0
3 0	0
3 1	1
2	
3 0	
1 3	
3 0	
3 1	

## Bài 20. Giao hàng — SHIPCOUNT

Tại kho hàng (điểm 0), điều phối viên phải lập lộ trình vận chuyển hàng hoá cho K xe khác nhau đến N khách hàng (điểm  $1,\ldots,N$ ). Lộ trình của mỗi xe sẽ xuất phát từ kho và đi đến 1 số khách hàng nào đó (mỗi khách hàng đúng 1 lần) và quay về kho. Mỗi khách hàng chỉ thuộc về đúng 1 lộ trình của 1 xe nào đó. Thứ tự các khách hàng trên mỗi lộ trình là quan trọng, ví dụ lộ trình  $0 \to 1 \to 3 \to 0$  và lộ trình  $0 \to 1 \to 0$  là hai lộ trình khác nhau. Có thể có xe không được sử dụng (không được lập lộ trình). Để tìm ra phương án tối ưu, điều phối viên quyết định dùng phương pháp liệt kê hết tất cả các phương án. Tuy nhiên, sau một hồi ngẫm nghĩ và thử, điều phối viên cảm thấy số lượng phương án có vẻ là rất lớn.

Yêu cầu: Hãy giúp điều phối viên tính số lượng phương án có thể có.

#### Dữ liêu vào

Dữ liệu đầu vào bao gồm 1 dòng chứa 2 số nguyên dương K và N

### Kết quả

Ghi ra một số nguyên là số dư trong phép chia số lượng phương án cho  $10^9 + 7$ .

### Ví dụ

test	answer
2 2	6

#### Giải thích

Có tất cả 6 phương án lộ trình được liệt kê trong Bảng 1

Phương án 1	$xe 1: 0 \to 1 \to 2 \to 0$	xe 2: 0
Phương án 2	$xe 1: 0 \to 2 \to 1 \to 0$	xe 2: 0
Phương án 3	$xe 1: 0 \to 1 \to 0$	$xe 2: 0 \to 2 \to 0$
Phương án 4	$xe 1: 0 \to 2 \to 0$	$xe 2: 0 \to 1 \to 0$
Phương án 5	xe 1: 0	$xe 2: 0 \to 1 \to 2 \to 0$
Phương án 6	xe 1: 0	$xe 2: 0 \to 2 \to 1 \to 0$

Bảng 1: Các phương án lộ trình với 2 xe và 2 khách hàng

## Hạn chế

• Subtask 1:  $K, N \leq 10$ 

• Subtask 2:  $K, N \leq 200$ 

• Subtask 3:  $K, N \le 2000$ 

## Bài 21. Điểm bán lẻ — RETOUT

Một công ty phân phối phân phối hàng hóa đến M điểm bán lẻ 1, 2, ..., M. Có N chi nhánh 1, 2, ..., N, chi nhánh i có  $a_i$  nhân viên bán hàng. Công ty phải giao M điểm bán lẻ cho N chi nhánh sao cho mỗi chi nhánh chịu trách nhiệm phân phối hàng hoá cho một số điểm bán lẻ, mỗi điểm bán lẻ do đúng một chi nhánh phân phối. Để cân bằng giữa các nhân viên bán hàng, số điểm bán lẻ được giao cho mỗi chi nhánh i phải là số dương và chia hết cho  $a_i$ .

**Yêu cầu**: Hãy tính tổng số Q các cách gán như vậy.

Ví dụ, N = 2, M = 20,  $a_1 = 3$ ,  $a_2 = 2$ . Có 3 cách:

- Chi nhánh 1 được chỉ định cho 6 điểm bán lẻ, chi nhánh 2 được chỉ định cho 14 điểm
- Chi nhánh 1 được chỉ định cho 12 điểm bán lẻ, chi nhánh 2 được chỉ định cho 8 điểm
- Chi nhánh 1 được chỉ định cho 18 điểm bán lẻ, chi nhánh 2 được chỉ định cho 2 điểm

### Dữ liệu vào

- $\bullet\,$  Dòng 1: N và M
- Dòng 2: N số nguyên dương  $a_1, \ldots, a_N$

## Kết quả

Ghi ra duy nhất một số nguyên Q là phần dư của số cách tìm được trong phép chia cho  $(10^9 + 7)$ 

### Ví dụ

test	answer
2 20	3
3 2	

- Subtask 1:  $N \le 100, M \le 500$
- Subtask 2:  $N \le 10^6, M \le 10^{18}, a_i = 1, \forall i$
- Subtask 3:  $N \le 1000, M \le 5000$ .