

Môn thi: Tin học

Thời gian làm bài: **180 phút**, không kể thời gian giao đề

Ngày thi: 16/10/ 2021

**Tổng quan bài thi**

Tên bài	File nguồn	File Input	File Output	Thời gian	Giới hạn bộ nhớ
Dãy số đặc biệt	SpecSeq.Cpp	SpecSeq.Inp	SpecSeq.Out	1 giây	1024MB
Bản thiết kế đầu tiên	Design.Cpp	Design.Inp	Design.Out	1 giây	1024MB
Xóa số trên đường tròn	EraseNum.Cpp	EraseNum.Inp	EraseNum.Out	1 giây	1024MB

**Hãy lập trình giải các bài toán sau:**

**Câu 1. (7 điểm) Dây số đặc biệt**

Cho dãy số  $A$  gồm  $N$  số nguyên  $A_1, A_2, \dots, A_N$  và số nguyên  $K$  ( $1 \leq K \leq N$ ). Ta gọi dãy  $A$  là dãy đặc biệt nếu với mọi dãy con gồm  $K$  số hạng ở vị trí liên tiếp đều có tổng chẵn, tức là  $A_i + A_{i+1} + \dots + A_{i+K-1}$  luôn là một số chẵn với mọi  $i = 1, 2, 3, \dots, N - K + 1$ .

**Yêu cầu:** Tính xem cần thay đổi giá trị ít nhất bao nhiêu số hạng trong dãy  $A$  để nhận được dãy đặc biệt.

**Dữ liệu** vào từ file SpecSeq.Inp gồm:

- Dòng 1 ghi số nguyên dương  $T$  ( $1 \leq T \leq 10$ ) là số bộ dữ liệu cần kiểm tra.
- $T$  nhóm dòng tiếp theo, mỗi nhóm gồm 2 dòng mô tả một bộ dữ liệu:
  - Dòng thứ nhất ghi hai số nguyên dương  $N$  và  $K$  ( $1 \leq K \leq N$ ).
  - Dòng thứ hai ghi  $N$  số nguyên  $A_1, A_2, \dots, A_N$  ( $|A_i| \leq 10^9$ ).

**Kết quả** ghi ra file SpecSeq.Out gồm  $T$  dòng, mỗi dòng ghi một số nguyên  $x$  là số các số hạng ít nhất trong dãy (của bộ dữ liệu tương ứng) cần thay đổi giá trị để nhận được dãy đặc biệt.

Ví dụ:

SpecSeq.Inp	SpecSeq.Out	Giải thích
3 8 3 1 2 3 4 5 6 7 8 5 2 -1 -1 -3 -5 -7 5 3 2 4 6 2 4	3 0 0	Bộ dữ liệu 1: Cần thay 3 số hạng: $A[4] = 1, A[5] = 2, A[6] = 3$ , ta có dãy: 1, 2, 3, 1, 2, 3, 7, 8; ba số hạng liên tiếp có tổng là số chẵn. Bộ dữ liệu 2 và 3 không cần thay đổi giá trị số hạng nào.

**Giới hạn:**

- Có 25% số test ứng với  $K \leq N \leq 20$ ;
- Có 25% số test ứng với  $K \leq 20, N \leq 10^5$ ;
- Có 50% số test ứng với  $1 \leq K \leq N \leq 10^5$ .

## Câu 2. (7 điểm) Bản thiết kế đầu tiên

Thành phố XYZ được chính phủ cho xây dựng lại hệ thống quan sát an ninh của thành phố. Công việc đầu tiên mà lãnh đạo thành phố cần làm là thuê nhà thiết kế. Nhà thiết kế đã khảo sát địa hình thành phố và cho ra một bản thiết kế đầu tiên.

Bản thiết kế bao gồm  $N$  điểm quan sát và  $M$  kênh nối trực tiếp giữa các điểm quan sát. Các điểm quan sát được đánh chỉ số từ 1 đến  $N$ . Mỗi kênh nối trực tiếp giữa hai điểm quan sát, cho phép truyền tin hai chiều. Giữa hai điểm quan sát có thể có nhiều kênh nối trực tiếp; Có thể có kênh nối một điểm quan sát với chính nó. Do tính chất của công việc kiểm tra và đánh giá chất lượng sau khi mỗi kênh được lắp đặt, nên mỗi ngày chỉ có một kênh được lắp đặt. Như vậy sẽ cần đúng  $M$  ngày để lắp xong  $M$  kênh truyền tin. Danh sách  $M$  kênh và thứ tự thực hiện lắp đặt cũng được chỉ rõ trong bản thiết kế. Kênh thứ  $i$  nối hai điểm quan sát  $u_i$  và  $v_i$ , ngày lắp đặt là ngày thứ  $i$ , với  $i = 1, 2, 3, \dots, M$ . Kênh chỉ có thể truyền tin nếu kênh đó đã được lắp đặt xong.

Ban lãnh đạo thành phố cũng muốn chọn 2 điểm quan sát để làm điểm quan sát trung tâm. Danh sách trong bản thiết kế gồm  $Q$  cặp điểm quan sát nhưng không cho biết thêm thông tin gì. Thông tin mà lãnh đạo thành phố muốn biết là: Với mỗi cặp điểm  $a, b$  trong danh sách, thì thời điểm sớm nhất để có thể truyền tin giữa cặp điểm  $a, b$  là sau bao nhiêu ngày (tính từ ngày lắp đặt kênh đầu tiên). Bạn hãy lập trình để tìm các thông tin này nhé.

Ta nói, hai điểm quan sát  $a$  và  $b$  có thể truyền tin được cho nhau nếu có kênh truyền tin giữa chúng đã được lắp đặt hoặc qua các kênh truyền tin trung gian đã được lắp đặt.

**Dữ liệu** cho trong file Design.Inp gồm:

- Dòng đầu tiên ghi ba số nguyên dương  $N, M$  và  $Q$ .
- Dòng thứ  $i$  trong  $M$  dòng tiếp theo ghi cặp số nguyên  $u_i$  và  $v_i$  mô tả có kênh truyền tin nối trực tiếp giữa hai điểm quan sát  $u_i, v_i$ ; ngày thực hiện lắp đặt là ngày thứ  $i$  ( $1 \leq u_i, v_i \leq N$ ).
- $Q$  dòng cuối mô tả  $Q$  cặp điểm quan sát  $(a, b)$ ,  $1 \leq a, b \leq N$ ,  $Q \leq N * (N - 1)/2$ , có trong bản thiết kế.

**Kết quả** ghi ra file Design.Out gồm  $Q$  dòng, mỗi dòng đưa ra thông tin cần tìm của một cặp điểm quan sát  $(a, b)$  theo thứ tự trong danh sách của bản thiết kế. Nếu không thể truyền tin được giữa hai điểm  $a, b$  thì ghi ra  $-1$ . Chú ý là, do bản thiết kế đầu tiên nên chưa hoàn chỉnh, có thể có cặp  $a, b$  trong đó  $a = b$ , khi đó thời điểm sớm nhất để trao đổi thông tin của cặp điểm này được xem là 0.

Ví dụ:

Design.Inp	Design.Out	Hình minh họa
6 5 3	3	
1 2	2	
1 3	-1	
2 4		
1 4		
5 6		
3 4		
2 3		
4 5		

**Giới hạn:**

- Có 40% số test ứng với 40% số điểm ứng với  $2 \leq N, Q \leq 5000$ ;  $1 \leq M \leq 3 \times 10^5$ ;
- Có 60% số test ứng với 60% số điểm ứng với  $5000 < N, Q \leq 2 \times 10^5$ ;  $1 \leq M \leq 3 \times 10^5$ .

**Câu 3. (6 điểm) Xóa số trên đường tròn**

Cho một đường tròn được chia thành  $N$  vạch cách đều nhau. Các vạch được đánh chỉ số thứ tự  $1, 2, 3, \dots, N$  theo chiều kim đồng hồ. Tại vạch thứ  $i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, N$ ) có ghi một số nguyên  $A_i$ . Một con robot ban đầu đứng tại vạch  $S$ , robot cần di chuyển trên đường tròn, đến tại các vạch để xóa  $N$  số được ghi tại  $N$  vạch. Giả sử các số được robot lần lượt xóa là  $B_1, B_2, \dots, B_N$ . Thời gian di chuyển giữa hai vạch liên tiếp là 1 giây, thời gian xóa số không đáng kể và được xem bằng 0. Chú ý là, mỗi số chỉ được xóa một lần.

**Yêu cầu:** Hãy điều khiển robot di chuyển để xóa hết  $N$  số sao cho:

- $B_1 \leq B_2 \leq \dots \leq B_N$ .
- Tổng thời gian di chuyển là nhỏ nhất.

**Dữ liệu** cho trong file EraseNum.Inp gồm:

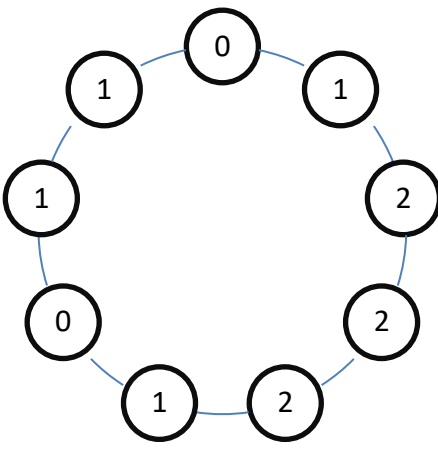
- Dòng thứ nhất ghi hai số nguyên dương  $N$  và  $S$  ( $1 \leq S \leq N$ ) tương ứng là số vạch và vạch ban đầu robot đang đứng.
- Dòng thứ hai ghi  $N$  số nguyên  $A_1, A_2, \dots, A_N$ , ( $|A_i| \leq 10^9$ ) là các số lần lượt được ghi tại vạch  $1, 2, 3, \dots, N$ .

**Kết quả** ghi ra file EraseNum.Out gồm:

- Dòng đầu tiên ghi số nguyên  $u$  là tổng thời gian ít nhất để robot có thể di chuyển và xóa hết  $N$  số trên vòng tròn.
- $N$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  ghi dạng:  
 $+x$  nếu từ vị trí hiện tại, robot cần di chuyển  $x$  vạch theo chiều kim đồng hồ để xóa số  $B_i$ ;  
 $-x$  nếu từ vị trí hiện tại, robot cần di chuyển  $x$  vạch theo chiều ngược kim đồng hồ để xóa số  $B_i$ .

Chú ý rằng, tổng tất cả các giá trị của  $x$  trên  $N$  dòng luôn bằng  $u$  là tổng thời gian di chuyển của robot. Nếu có nhiều cách di chuyển thì đưa ra một cách di chuyển bất kì.

Ví dụ:

EraseNum.Inp	EraseNum.Out	Hình minh họa
9 1 0 1 2 2 2 1 0 1 1	12 +0 -3 -1 +2 +1 +2 +1 +1 +1	

**Giới hạn:**

- 40% số test ứng với  $N \leq 20$ ;
- 60% số test ứng với  $N \leq 5000$ .

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh ..... Số báo danh:.....