



VÒNG LOẠI LQDOJ CUP 2022 ROUND 5

Thời gian làm bài: 180 phút

Ngày thi: 21-11-2022

TỔNG QUAN ĐỀ THI

Tên bài	Dữ liệu đầu vào	Kết quả đầu ra	Giới hạn thời gian	Giới hạn bộ nhớ
BITSTR	BITSTR.inp	BITSTR.out	1 second	512 megabytes
NETWORK	NETWORK.inp	NETWORK.out	1 second	512 megabytes
LOCALMAX	LOCALMAX.inp	LOCALMAX.out	3 second	512 megabytes

Bài 1. BITSTR

Hạn chế thời gian: 1 second
Hạn chế bộ nhớ: 512 megabytes

Ban đầu, An có một dãy nhị phân S độ dài n gồm toàn các số 0. An được thực hiện hai thao tác:

1. Gán giá trị 0 cho một đoạn liên tiếp có độ dài đúng bằng u . Cụ thể hơn, bạn được chọn một giá trị i sao cho $1 \leq i \leq n - u + 1$ và gán $S_k = 0$ với $i \leq k \leq i + u - 1$.
2. Gán giá trị 1 cho một đoạn liên tiếp có độ dài đúng bằng v . Cụ thể hơn, bạn được chọn một giá trị i sao cho $1 \leq i \leq n - v + 1$ và gán $S_k = 1$ với $i \leq k \leq i + v - 1$.

Nếu được thực hiện hai thao tác trên số lần tùy ý, An sẽ tạo ra được tổng cộng bao nhiêu dãy nhị phân khác nhau?

Dữ liệu

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên T ($1 \leq T \leq 20$) là số lượng test.
- Trong T dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa ba số nguyên n, u và v ($1 \leq n \leq 2000, 1 \leq u, v \leq n$).

Kết quả

- Gồm T dòng, dòng thứ i in ra phần dư trong phép chia đáp án của test thứ i cho $10^9 + 7$.

Hạn chế

- Subtask 1 (20% số điểm): $n \leq 20$.
- Subtask 2 (20% số điểm): $u = n$.
- Subtask 3 (20% số điểm): $n \leq 40$.
- Subtask 4 (20% số điểm): $n \leq 200$.
- Subtask 5 (20% số điểm): Không có ràng buộc gì thêm.

Ví dụ

BITSTR.inp	BITSTR.out
5	2
1 1 1	4
2 1 2	4
2 2 1	2
2 2 2	117
9 6 4	

Giải thích

- Trong test thứ nhất, An có thể tạo ra được các dãy nhị phân 0 và 1.
- Trong test thứ hai và ba, An có thể tạo ra được các dãy nhị phân 00, 01, 10 và 11.
- Trong test thứ tư, An có thể tạo ra được các dãy nhị phân 00 và 11.

Bài 2. NETWORK

Hạn chế thời gian: 1 second
Hạn chế bộ nhớ: 512 megabytes

Trong buổi phỏng vấn xin việc vào vị trí kiến trúc sư mạng, bộ phận tuyển dụng đưa cho bạn câu hỏi như sau:

Hệ thống máy tính của công ty gồm n máy tính, máy thứ i ($1 \leq i \leq n$) có c_i cổng kết nối. Các máy tính được chia thành k trạm, trạm thứ j ($1 \leq j \leq k$) có x_j máy tính, mỗi máy tính thuộc đúng một trạm.

Có m yêu cầu dạng (u, v) : Mỗi máy trong trạm u muốn liên lạc với từng máy trong trạm v . Ta cần thiết kế đường truyền tin giữa các trạm máy tính khác nhau, bằng cách thiết lập kết nối hai chiều giữa các cặp hai máy bất kì sao cho thỏa mãn m yêu cầu trên và số kết nối của mỗi máy không được vượt quá số cổng kết nối của máy đó. Biết rằng để máy này truyền được tin tới máy khác, có thể truyền trực tiếp hoặc gián tiếp qua một số máy trung gian nào đó.

Để đánh giá mức độ hiệu quả của mạng, người ta định nghĩa hàm f :

- Giả sử tổng số kết nối là E .
- Định nghĩa độ trễ mạng như sau: xét cặp máy (x, y) ($x \neq y$) bất kì, mà x cần truyền tin cho y . Đặt $d(x, y)$ là đường truyền ngắn nhất (đi qua ít kết nối nhất) giữa hai máy này. Độ trễ của hệ thống sẽ là $\max(d(x, y))$ với mọi cặp x, y tùy ý. Gọi độ trễ này là L .
- Khi đó: $f = E \cdot n + L$.

Hãy thiết kế một hệ thống mạng có f nhỏ nhất.

Dữ liệu

- Dòng đầu tiên chứa ba số nguyên n, k và m ($1 \leq k \leq n \leq 10^5, 1 \leq m \leq \min(k^2, 10^5)$) lần lượt là số máy, số trạm và số yêu cầu.
- Dòng tiếp theo chứa n số nguyên c_1, c_2, \dots, c_n ($1 \leq c_i \leq n$) là số lượng cổng kết nối của mỗi máy.
- Tiếp theo là k nhóm dòng mô tả các trạm máy tính $1, 2, 3, \dots, k$:
 - Dòng đầu tiên chứa số nguyên x_j là số lượng máy của trạm thứ j .
 - Dòng tiếp theo chứa x_j số nguyên là số hiệu của các máy.
 - Dữ liệu vào đảm bảo $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ và số hiệu của mỗi máy khác nhau đôi một và tạo thành một hoán vị của $\{1, 2, 3, \dots, n\}$.
- Trong m dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên u và v ($1 \leq u, v \leq k$) cho biết yêu cầu giữa hai trạm u và v .

Kết quả

- Dòng đầu tiên in ra số nguyên f .
- Nếu $E \leq 10^5$, in ra các cặp kết nối theo định dạng $u \ v$ trong E dòng tiếp theo.

Hạn chế

- Subtask 1 (30% số điểm): $n \leq 6$.

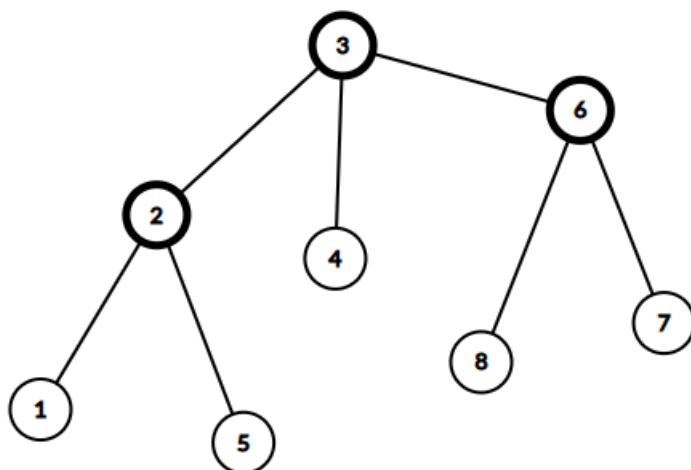
- Subtask 2 (30% số điểm): $c_i = n \ \forall 1 \leq i \leq n$.
- Subtask 3 (40% số điểm): Không có ràng buộc gì thêm.

Ví dụ

NETWORK.inp	NETWORK.out
3 3 2 3 3 3 1 2 1 3 1 1 2 1 2 3	8 3 2 2 1
8 3 2 1 3 3 1 1 3 1 1 3 1 2 5 2 3 4 3 6 7 8 1 2 2 3	60 1 2 2 5 2 3 3 4 3 6 6 8 6 7

Giải thích

- Trong ví dụ thứ nhất: Trạm 2 có thể truyền tin cho trạm 3 thông qua đường truyền sau: trạm 2 \rightarrow trạm 1 \rightarrow trạm 3 (tương ứng với các máy 3, 2, 1).
- Trong ví dụ thứ hai: Đây là bản vẽ thiết kế hệ thống mạng máy tính theo đầu ra trên:



Bài 3. LOCALMAX

Hạn chế thời gian: 3 second
Hạn chế bộ nhớ: 512 megabytes

Cho một bảng n hàng, m cột. Người ta xét tất cả khả năng điền các số từ 1 đến k vào bảng. Một ô trong bảng được gọi là cực đại địa phương nếu như nó thỏa mãn số được điền lớn hơn tất cả các ô cùng hàng hoặc cùng cột. Hãy đưa ra giá trị $\sum_{g=0}^{n \cdot m} (g+1) \cdot A(g)$ trong đó $A(g)$ là số cách điền bảng sao cho có chính xác g ô cực đại địa phương.

Dữ liệu

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên T ($1 \leq T \leq 5$) là số lượng test.
- Trong T dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa ba số nguyên n, m và k ($1 \leq n, m \leq 10^{10^6}$, $1 \leq k \leq 10^6$) lần lượt là số hàng, số cột của bảng và giá trị tối đa được điền.

Kết quả

- Gồm T dòng, dòng thứ i in ra phần dư của đáp án của test thứ i khi chia cho $10^9 + 7$.

Hạn chế

- Subtask 1 (10% số điểm): $n \cdot m \leq 10$, $k \leq 5$.
- Subtask 2 (20% số điểm): $n, m \leq 2000$, $k = 2$.
- Subtask 3 (30% số điểm): $n, m, k \leq 200$.
- Subtask 4 (30% số điểm): $n, m \leq 10^6$.
- Subtask 5 (10% số điểm): Không có ràng buộc gì thêm.

Ví dụ

LOCALMAX.inp	LOCALMAX.out
5 7 1 3 4 2 3 8 1 2 10 1 5 3 3 4	2642 10233 264 12589025 487936
5 5 1 4 7 1 2 2 4 5 2 4 5 5 2 2	1514 135 744625 744625 1184

Giải thích

- Trong test thứ nhất của ví dụ thứ nhất: $A(0) = 1732$, $A(1) = 455$, $A(2) = 0$, $A(3) = 0$, $A(4) = 0$, $A(5) = 0$, $A(6) = 0$ và $A(7) = 0$ nên $\sum_{g=0}^7 (g+1) \cdot A(g) = 2642$.
- Trong test thứ hai của ví dụ thứ nhất: $A(0) = 3765$, $A(1) = 1920$, $A(2) = 876$, $A(3) = 0$, $A(4) = 0$, $A(5) = 0$, $A(6) = 0$, $A(7) = 0$ và $A(8) = 0$ nên $\sum_{g=0}^8 (g+1) \cdot A(g) = 10233$.