



استنباط آماری

پاییز ۱۴۰۴

تمرین دوم

مرتضی ملکی‌نژاد شوستری - ۸۱۰۱۰۴۲۵۶

سوال ۱

A بخش

a بخش

داریم:

$$p(\bar{x}_n - z_{\frac{\alpha}{2}} \sigma_{\bar{x}_n} < \mu < \bar{x}_n + z_{\frac{\alpha}{2}} \sigma_{\bar{x}_n}) \approx 1 - \alpha$$

$$\sigma_{\bar{x}_n} = \frac{s(n)}{\sqrt{n}} = 2.5 \Rightarrow p(75358 - 2.5z_{2.5} < \mu < 75358 + 2.5z_{2.5}) \xrightarrow{z_{2.5}=1.96} p(75353.1 < \mu < 75362.9) \Rightarrow \\ 95\% \text{ confidence interval: } [75353.1, 75362.9]$$

کار بهتر این است که بجای توزیع Z از توزیع T استفاده شود، ولی با توجه به اینکه n از ۳۰ بزرگ‌تر است و توزیع T تفاوت کمی با Z دارد و در درس نیز از توزیع Z استفاده شده، از توزیع Z استفاده شد.

b بخش

گزینه ۴. چیزی که بازه اطمینان می‌گوید این است که احتمال این‌که این بازه شامل میانگین باشد چقدر است. به بیان ملموس‌تر، در توزیع‌هایی که می‌توانند همچنین نمونه برداری ای داشته باشند، میانگین ۹۵ درصد آن‌ها در این بازه است.

d بخش

عملاید حاصل $\frac{z_{2.5} * s(n)}{\sqrt{n}}$ از یک کوچک‌تر شود. پس داریم:

$$\sqrt{n} \geq 25 * 1.96 \Rightarrow \sqrt{n} \geq 49.0 \Rightarrow n \geq 2401$$

پس برای اینکه حدود بازه اطمینان از میانگین ۱ واحد اختلاف داشته باشند با فرض این که در تلاش‌های مجدد نیز واریانس نمونه ۲۵ باشد، باید سایز نمونه حداقل ۲۴۰۱ باشد.

B بخش

a بخش

طبق قضیه CLT و با توجه به اینکه n از ۳۰ بزرگ‌تر است، توزیع Sample mean یک توزیع نرمال می‌باشد. برای میانگین توزیع، دو گزینه در اختیار است؛ ۱۰۰ و ۱۰۲.۲۵ مقدار ۱۰۲.۲۵ از یک نمونه‌برداری بدست آمده و نمی‌تواند مقدار میانگین را بدستی تخمین بزند. در اینجا با فرض

درست بودن ادعا توزیع بدست می‌آید و سپس در قسمت بعد با بازه اطمینان میزان درستی این فرض چک می‌شود. برای واریانس ولی چون واریانس جامعه موجود است، می‌توان واریانس Sample mean را براحتی بدست آورد:

$$\sigma = 5 \Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{5}{6}$$

پس درنهایت می‌توان گفت توزیع $\text{Normal}\left(100, \frac{5}{6}\right)$ یک توزیع از نوع Sample mean می‌باشد.

b بخش

باید مقدار $\sigma_{\bar{x}}$ را حساب کرد. مقدار واریانس درقسمت قبل محاسبه شد.

منابع خارج از درس