



پاییز ۱۴۰۴

# استنباط آماری

تمرین دوم

مرتضی ملکی نژاد شوشتری - ۸۱۰۱۰۴۲۵۶

## سوال ۱

### بخش A

#### بخش a

داریم:

$$p(\bar{x}_n - z_{\frac{\alpha}{2}} \sigma_{\bar{x}_n} < \mu < \bar{x}_n + z_{\frac{\alpha}{2}} \sigma_{\bar{x}_n}) \approx 1 - \alpha$$

$$\sigma_{\bar{x}_n} = \frac{s(n)}{\sqrt{n}} = 2.5 \Rightarrow p(75358 - 2.5z_{2.5} < \mu < 75358 + 2.5z_{2.5}) \xrightarrow{z_{2.5}=1.96} p(75353.1 < \mu < 75362.9) \Rightarrow$$

95% confidence interval: [75353.1, 75362.9]

کار بهتر این است که بجای توزیع Z از توزیع T استفاده شود، ولی باتوجه به اینکه n از ۳۰ بزرگتر است و توزیع T تفاوت کمی با Z دارد و در درس نیز از توزیع Z استفاده شده، از توزیع Z استفاده شد.

#### بخش b

گزینه ۴. چیزی که بازه اطمینان می گوید این است که احتمال این که این بازه شامل میانگین باشد چقدر است. به بیان ملموس تر، در توزیع هایی که می توانند همچنین نمونه برداری ای داشته باشند، میانگین ۹۵ درصد آن ها در این بازه است.

#### بخش d

عملاً باید حاصل  $\frac{z_{2.5} * s(n)}{\sqrt{n}}$  از یک کوچکتر شود. پس داریم:

$$\sqrt{n} \geq 25 * 1.96 \Rightarrow \sqrt{n} \geq 49.0 \Rightarrow n \geq 2401$$

پس برای اینکه حدود بازه اطمینان از میانگین ۱ واحد اختلاف داشته باشند با فرض این که در تلاش های مجدد نیز واریانس نمونه ۲۵ باشد، باید سائز نمونه حداقل ۲۴۰۱ باشد.

## B بخش

#### بخش a

طبق قضیه CLT و باتوجه به اینکه n از ۳۰ بزرگتر است، توزیع Sample mean یک توزیع نرمال می باشد. برای میانگین توزیع، دو گزینه در اختیار است؛ ۱۰۰ و ۱۰۲.۲۵ مقدار ۱۰۲.۲۵ از یک نمونه برداری بدست آمده و نمی تواند مقدار میانگین را بدرستی تخمین بزند. در اینجا با فرض

درست بودن ادعا توزیع بدست می آید و سپس در قسمت بعد با بازه اطمینان میزان درستی این فرض چک می شود. برای واریانس ولی چون واریانس جامعه موجود است، می توان واریانس Sample mean را براحتی بدست آورد:

$$\sigma = 5 \Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{5}{6}$$

پس در نهایت می توان گفت توزیع Sample mean یک توزیع از نوع  $Normal(100, \frac{5}{6})$  می باشد.

## بخش b

باید مقدار  $\sigma_{\bar{x}}$  را حساب کرد. مقدار واریانس در قسمت قبل محاسبه شد.

## منابع خارج از درس