

口頭試問対策数学基礎用語

以下の数学用語を、言葉を一切使わずに「数学記号だけで」と、逆に数式を一切使わずに「言葉だけで」の2通りで説明しなさい。

1 集合

- 1.1 自然数、整数、有理数、実数、複素数
- 1.2 部分集合、和集合、共通集合
- 1.3 写像
- 1.4 像と原像
- 1.5 単射 (一対一写像)
- 1.6 全射 (上への写像)
- 1.7 同値関係
- 1.8 同値類、代表元、商空間
- 1.9 濃度、基数
- 1.10 可算
- 1.11 連続無限
- 1.12 順序、全順序
- 1.13 最大元・最小元、極大元・極小元
- 1.14 整列集合
- 1.15 選択写像
- 1.16 帰納的順序集合

2 微分積分

- 2.1 数列 (点列) の収束・発散
- 2.2 コーシー列
- 2.3 上極限・下極限
- 2.4 無限級数の和
- 2.5 連続関数と一様連続
- 2.6 微分
- 2.7 凸関数
- 2.8 定積分と広義積分
- 2.9 級数の絶対収束と条件収束
- 2.10 関数列の収束と一様収束
- 2.11 偏微分、全微分、方向微分
- 2.12 重積分と累次積分
- 2.13 線積分

3 線形代数

- 3.1 ベクトルとスカラー
- 3.2 線形空間 (ベクトル空間)
- 3.3 一次独立と一次従属 (線形独立と線形従属)
- 3.4 基底
- 3.5 線形写像
- 3.6 正則行列、逆行列
- 3.7 直交行列、交代行列
- 3.8 行列式
- 3.9 計量ベクトル空間
- 3.10 正規直交基底
- 3.11 直交補空間
- 3.12 固有値、固有ベクトル、固有空間、固有多項式
- 3.13 正值、非負定値
- 3.14 二次形式
- 3.15 ジョルダンの標準形

4 位相

- 4.1 開集合族
- 4.2 位相空間
- 4.3 近傍系
- 4.4 位相基
- 4.5 第一可算公理
- 4.6 閉集合、閉包
- 4.7 相対位相
- 4.8 稠密集合、可分
- 4.9 連続写像
- 4.10 同相写像
- 4.11 直積位相、商位相
- 4.12 ハウスドルフ空間
- 4.13 コンパクト
- 4.14 局所コンパクト
- 4.15 連結、連結成分
- 4.16 距離空間
- 4.17 内点、外点、境界点
- 4.18 点列コンパクト
- 4.19 完備
- 4.20 ノルム空間
- 4.21 バナッハ空間
- 4.22 ヒルベルト空間
- 4.23 有界線形汎関数

口頭試問対策数学基礎定理

次の定理を述べ、複数の定理や補題を経て証明される流れを詳しく述べよ。(ヒント付き)

5 実数全体 \mathbb{R} の非可算性

- 5.1 整数全体 \mathbb{Z} , 有理数全体 \mathbb{Q} の可算性

6 有理数の稠密性

- 6.1 アルキメデスの原理

7 連続関数の最大値・最小値原理

- 7.1 ボルツァーノ・ワイエルストラスの定理

8 テイラーの定理

- 8.1 ロルの定理
- 8.2 平均値の定理

9 ロピタルの定理

- 9.1 平均値の定理
- 9.2 コーシーの平均値の定理

10 実対称行列の対角化可能定理

- 11 \mathbb{R}^n では「コンパクト = 有界閉集合」