《基础物理实验》实验报告

1 实验目的

- 1. 研究 RLC 电路的谐振现象;
- 2. 了解 RLC 电路的相频特性和幅频特性;
- 3. 用数字存储示波器观察 RLC 串联电路的暂态过程,理解阻尼振动规律。

2 实验仪器

标准电感,标准电容, 100Ω 标准电阻,电阻箱,电感箱,电容箱,函数发生器,示波器,数字多用表,导线等。

3 实验原理

3.1 串联电路谐振

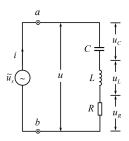


图 1: 串联电路图

在图 1中,可以计算出电路的总电流 I 和相位差 φ 为:

$$I = \frac{u}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}\tag{1}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{\omega L - 1/\omega C}{R} \tag{2}$$

代入 $\omega = 2\pi f$, 并对式 1求导, 得

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}f} = \frac{2\pi u \left(\frac{1}{C^2} - 16\pi^4 f^4 L^2\right)}{f^3 \left(\frac{(1 - 4\pi^2 C f^2 L)^2}{C^2 f^2} + 4\pi^2 R^2\right)^{3/2}}$$
(3)

$$\varphi = -\tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{2\pi Cf} - 2\pi fL}{R}\right) \tag{4}$$

注意到,当 $f=f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{CL}}$ 时: $\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}f}=0$,I 取极大值;电路相位 $\varphi=0$,即电路呈现电阻性。将这种特殊的电路状态称为串联电路谐振,此时的 $f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{CL}}$ 称为谐振频率。

另外,可以计算出此时的 u_L 和 u_C 与总电压 u 的比值:

$$\frac{u_L}{u} = \frac{u_C}{u} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \tag{5}$$

定义这一比值为品质因数 Q,即 $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$,联系电磁学课程可知,Q 值代表着:

- 1. 储能效率: Q 值越大, 储能效率越高;
- 2. 电压分配:谐振时, $u_L = u_C = Qu$,即电感和电容上的电压均为总电压的Q倍;
- 3. 频率选择性: Q 值越大, I-f 图中最大值的峰就越尖锐, 因此频率选择性就越好。

3.2 并联电路谐振

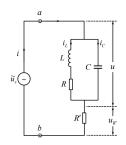


图 2: 并联电路图

在图 2中,可以计算出电路的总阻抗 $|Z_p|$ 和相位差 φ 为:

$$|Z_p| = \sqrt{\frac{R^2 + (\omega L)^2}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega CR)^2}}$$
 (6)

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{-\omega C(R^2 + (\omega L)^2) + \omega L}{R} \tag{7}$$

与串联情况相同,当 $\varphi=0$ 时电路发生谐振,此时的谐振角频率 ω_p 为:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{L^2}} \tag{8}$$

代入串联时的谐振角频率 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 和品质因数 $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$:

$$\omega_p = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{Q^2}} \tag{9}$$

谐振时总阻抗 $|Z_p|$ 为:

$$|Z_p| = \frac{L}{CR} \tag{10}$$

与串联情况类似,定义品质因数 Q_p ;

$$Q_p = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C} - R^2} \tag{11}$$

类比串联时, Q_p 的意义相同,不同的是,此时 $I_C = IQ$,而不是电压。

注意: 并联谐振条件为: 并联部分电压 u 与总电流 I_{MAX} 的相位差为 $\mathbf{0}$,而不是总阻抗 $|Z_p|$ 取最小值,这两者略有差别.

3.3 暂态过程

考虑仅有 RLC 三种元件的串联电路,则其电路方程为

$$L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} + RI + u_C = 0 \tag{12}$$

由 $u_C = \frac{Q}{C}$ 得 $I = C \frac{du_C}{dt}$, 代入得:

$$CL\frac{\mathrm{d}^2 u_C}{\mathrm{d}t^2} + RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = 0 \tag{13}$$

结合初始条件 $t=0, u_C=E, \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}=0$,利用数理方程相关知识,可得出方程的解为:

$$u_C = \begin{cases} E \left[1 - \sqrt{\frac{4L}{4L - R^2C}} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cos(\omega t + \varphi) \right] & R^2 < \frac{4L}{C} \\ E \left[1 - \sqrt{\frac{4L}{R^2C - 4L}} \exp\left(-\alpha t\right) \sinh(\beta t + \varphi) \right] & R^2 > \frac{4L}{C} \\ E \left[1 - \left(1 + \frac{t}{\tau}\right) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] & R^2 = \frac{4L}{C} \end{cases}$$

其中:

$$\alpha = \frac{R}{2L} \quad \beta = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{R^2C}{4L} - 1} \quad \tau = \frac{2L}{R}$$

三支解分别代表了 $R^2 < \frac{4L}{C}$ 时的欠阻尼, $R^2 > \frac{4L}{C}$ 时的过阻尼和 $R^2 = \frac{4L}{C}$ 时的临界阻尼

4 实验内容与注意事项

- 1. 若设置不当,可能会出现超过人体安全电压 36V 的高电压,因此务必需要做到使函数发生器输出总电压 的峰峰值不超过 3V.
- 2. 由于示波器和信号发生器的负端均连接插头中的地线,故需要仔细选取测量点,使得负端共地.

4.1 测 RLC 串联电路的相频特性和幅频特性曲线

- 1. 取 L=0.1H, $C=0.05\,\mu\mathrm{F}$, $R=100\,\Omega$,接图 1中的方式连接电路,用示波器 CH1,CH2 通道分别观测 RLC 串联电路的路端电压 u 和电阻两端电压 u_R .
- 2. 调谐振: 改变函数发生器的输出频率, 找到谐振频率 f_0 . 在谐振时, 用数字多用表测量 u, u_L, u_C , 计算 Q 值
- 3. 调节信号发生器的输出频率至期望值,再调节输出电压幅值使得路端电压 u 恒定为 2.0V.
- 4. 按动示波器左侧的"MENU" 按钮,选取"相位 1→2"来测量 CH1 和 CH2 之间的相位差.
- 5. 按动示波器左侧的"MENU" 按钮,选取" U_a " 来测量 CH1 和 CH2 的电压幅值.
- 6. 调节频率至期望值后,确保 u=2.0V,记录下 CH1 和 CH2 之间的相位差 φ 和 CH2 的信号幅值 u_R ,并通过 u_R 算出电流 I_{MAX} .

注意:

- 1. 并不是调节信号发生器的输出电压为 2.00V,而是调节信号发生器使得路端电压 u 恒定为 2.00V(可以有 ± 0.01 V 的偏差).
- 2. 在每次重新调节频率后,都需要关闭并重新打开显示屏右侧的"统计功能"按钮,以此去除之前数据的影响.

4.2 测 RLC 并联电路的相频特性和幅频特性曲线

- 1. 取 L = 0.1H, $C = 0.05 \mu F$, $R' = 5 k \Omega$, 按图 2中的方式连接电路.
- 2. 用示波器 CH1 测量总电压,CH2 测量 R' 两端电压 $u_{R'}$,并通过示波器中的"MATH" 功能计算 CH1 和 CH2 的电压值相减,得到并联部分的电压 u.
- 3. 调节信号发生器的输出频率至期望值,再调节输出电压幅值使得 CH1 信号幅值 $u + u_{R'}$ 恒定为 2.0V.
- 4. 按动示波器左侧的"MENU" 按钮,选取" U_a " 来测量 CH1 和 CH2 的电压幅值.
- 5. 利用光标"CURSOR" 功能读出"MATH" 计算后的 $u = u_{R'}$ 两个峰值间的时差 δt ,随后利用公式

$$\varphi = \frac{\Delta t}{T} \times 360^{\circ} = f\Delta t \times 360^{\circ}$$

计算出相位差.

6. 记录下对应频率的 u 及 $u_{R'}$,利用这些数据得出相位差 φ 和总电流 I_{MAX} .

注意:

- 1. 尽管图 2中画出了 R,但实际上只需要利用电感自带的内阻即可,并不需要额外连入新电阻.
- 2. 应当保持 CH1 输出信号幅值 $u + u_{R'}$ 恒定为 **2.00V**, 而不是 u = 2.00V(可以有 ± 0.01 V 的偏差),这是由于 在绘制幅频曲线时需要保持总电压不变.
- 3. 在每次重新调节频率后,都需要关闭并重新打开显示屏右侧的"统计功能"按钮,以此去除之前数据的影响.

4.3 观测 RLC 串联电路的暂态过程

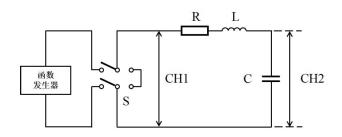


图 3: RLC 暂态电路原理图

图 3为研究 RLC 串联电路的暂态过程的原理图,实际操作中,利用方波输出来取代开关的开启和关闭.

- 1. 取 L = 0.1H, $C = 0.2 \mu F$, 依照图 3的方式连接电路.
- 2. 使信号发生器输出方波,设定电压峰峰值为 2.0V,偏移量为 1.0V. 这样设置使得峰值电压为 2V,谷值电压为 0V,输出等效于开关的开启和关闭.
- 3. 设置 $R = 0\Omega$, 测量 u_C 波形.
- 4. 调节 R 测得临界电阻 R_C .
- 5. 记录 $R = 2 \text{ k}\Omega$, $20 \text{ k}\Omega$ 的 u_C 波形. 函数发生器频率可分别选为 250 Hz ($R = 2 \text{ k}\Omega$) 和 20 Hz ($R = 20 \text{ k}\Omega$).

5 实验结果与数据处理

5.1 RLC 串联电路

5.1.1 实验数据

1. 调谐振:

找到的谐振频率为 $f_0=2.244\,\mathrm{kHz}$. 测量得到 $u=2.01\,\mathrm{V}, u_C=7.87\,\mathrm{V}, u_L=7.85\,\mathrm{V}$.

2. 测相频特性曲线和幅频特性曲线:

计算电流:

$$I_{MAX} = \frac{U_R}{R} = \frac{U_R}{100\,\Omega}$$

由于测量的 U_R 单位为 V, 计算的 I_{MAX} 单位为 mA, 故 I_{MAX} 数值上是 U_R 的 10 倍. 实验数据如表 1.

f/kHz	$U(V_{pp}/V)$	$\Delta t/\mu \mathrm{s}$	$U_R(\mathrm{Vamp})/\mathrm{V}$	I_{MAX}/mA
1.88	2.00	-79.7	0.377	3.77
2.00	2.00	-72.9	0.699	6.99
2.08	2.00	-61.2	0.908	9.08
2.15	2.00	-45.6	1.14	11.4
2.19	2.00	-29.3	1.32	13.2
2.22	2.00	-17.7	1.44	14.4
2.24	2.00	-2.5	1.47	14.7
2.25	2.00	3.5	1.47	14.7
2.26	2.00	8.6	1.45	14.5
2.275	2.00	16.1	1.39	13.9
2.30	2.00	27.0	1.26	12.6
2.36	2.00	44.8	1.00	10.0
2.43	2.00	55.0	0.744	7.44
2.62	2.00	71.6	0.451	4.51
3.18	2.00	77.2	0.187	1.87

表 1: RLC 串联电路原始数据记录表

5.1.2 数据处理

1. 调谐振:

理论谐振频率:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \approx 2250.8\,\mathrm{Hz}$$

测得谐振频率:

$$f = 2.244 \,\mathrm{kHz}$$

相对误差:

$$\frac{|2244 - 2250.8|}{2250.8} = 0.30\%$$

误差较小.

Q 理论值:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = 14.14$$

估算 Q 值:

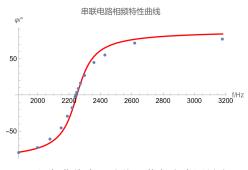
$$Q'_1 = \frac{u_C}{u} = \frac{7.87}{2.01} = 3.92$$

 $Q'_2 = \frac{u_L}{u} = \frac{7.85}{2.01} = 3.91$

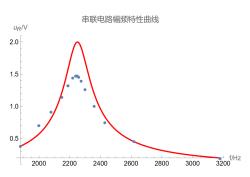
误差显而易见的大的离谱

2. 测相频特性曲线和幅频特性曲线:

根据公式,绘制两曲线的理论与测量图像,如图 4:



(a) 红色曲线为理论值,蓝色点为测量点



(b) 红色曲线为理论值,蓝色点为测量点

图 4: RLC 串联电路

利用幅频特性曲线再次估计 Q 值:

$$Q'' = \frac{f_0}{\Delta f} \approx \frac{2244}{2360 - 2080} = 8.01$$

这与理论值 Q,利用 u,u_C,u_L 计算出的 Q' 均不同,推测实验中测量 u_C,u_L 时可能出现了错误. 绘制曲线所用的 mathematica 代码置于附录中.

5.2 RLC 并联电路

5.2.1 实验数据

1. 调谐振:

找到的谐振频率为 $f_p = 2.243 \, \text{kHz}$.

2. 测相频特性曲线和幅频特性曲线:

计算相位差的公式:

$$\varphi = f\Delta t \times 360^{\circ}$$

计算电流:

$$I_{MAX} = \frac{U_{R'}}{R'} = \frac{U_{R'}}{5000\,\Omega}$$

由于测量的 $U_{R'}$ 单位为 mV, 计算的 I_{MAX} 单位为 mA, 故 I_{MAX} 数值上是 U_R 的 5000 分之一. 实验数据 如表.

f/kHz	$U(V_{pp})/\operatorname{V}$	$\Delta t/\mu\mathrm{s}$	φ/°	u(Vamp)/V(CH1 - CH2)	$U_{R'}(\operatorname{Vamp})/\operatorname{V}$	I_{MAX}/mA
2.050	2.00	106.0	78.23	1.81	1080	0.216
2.150	2.00	100.0	77.40	2.07	521	0.1042
2.200	2.00	80.0	63.36	2.07	283	0.0566
2.231	2.00	30.0	24.09	2.08	173	0.0346
2.240	2.00	4.0	3.23	2.05	148	0.0296
2.247	2.00	-8.0	-6.47	2.05	149	0.0298
2.250	2.00	-18.0	-14.58	2.05	150	0.03
2.253	2.00	-24.0	-19.47	2.07	156	0.0312
2.256	2.00	-34.0	-27.61	2.07	157	0.0314
2.265	2.00	-52.0	-42.40	2.08	207	0.0414
2.275	2.00	-62.0	-50.78	2.07	271	0.0542
2.320	2.00	-88.0	-73.50	2.03	509	0.1018
2.400	2.00	-96.0	-82.94	1.91	960	0.192
2.600	2.00	-90.0	-84.24	1.49	1560	0.312

表 2: RLC 并联电路原始数据记录表

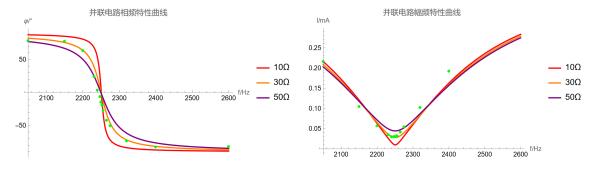


图 5: RLC 并联电路: 曲线为电感 L 取不同电阻时的理论值, 绿色点为测量点

5.2.2 数据处理

根据公式, 绘制两曲线的理论与测量图像, 如图 5: 从图中可见, 电感 L 的电阻大约在 30Ω 附近

5.3 RLC 串联电路的暂态过程

1. $R = 0\Omega$, 测量 u_C 波形,见图 6



图 6: R=0 时的暂态过程

2. 调节 R 测得临界电阻 R_C , 并与理论值比较,临界电阻的计算图像见图 7 理论计算得出的临界电阻 R_C :

$$R_C = \sqrt{\frac{4L}{C}} = 1.414 \,\mathrm{k}\Omega$$

实验测得的临界电阻 R'_C :

$$R_C' = 1.2 \,\mathrm{k}\Omega$$



(a) 波形边缘振动明显



(b) 波形边缘振动较小



(c) 波形边缘振动几乎不可见

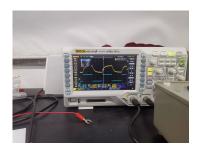
图 7: 当不断调节电阻值接近临界电阻时,波形边缘的振动幅度不断减小

理论值大于实际值,结合之前测得的 Q 理论值 $Q=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ 也大于实际值,推测在仪器实际的 $\frac{L}{C}$ 值小于标定值

3. 记录 $R=2\,\mathrm{k}\Omega$, $20\,\mathrm{k}\Omega$ 的 u_C 波形. 函数发生器频率可分别选为 $250\,\mathrm{Hz}\,(R=2\,\mathrm{k}\Omega)$ 和 $20\,\mathrm{Hz}\,(R=20\,\mathrm{k}\Omega)$. 见图 8

6 实验感想

在本次实验中,我确定的 RLC 串联及并联电路的谐振频率,绘制了相频/幅频曲线,计算了电路的品质因数; 本次实验还观测了暂态过程.



(a) $20 \, \text{Hz} \, (R = 20 \, \text{k}\Omega)$



(b) $250 \,\mathrm{Hz}$ ($R=2\,\mathrm{k}\Omega$

图 8: 测量图片

本次实验的主要难点在于仪器的使用,由于本次实验的示波器和信号发生器与之前教授使用的示波器和信号发生器型号不同,因此需要花一些时间来熟悉示波器的操作. 例如,我和不少同学误以为信号发生器的"SYNC"接口是同步输出 CH1 的正弦波,但实际上它输出了一个频率相同的方波;另外,我在研究如何在示波器上调出"相位 $1\rightarrow 2$ "也花了不少时间.

在这次实验中,我意识到实验讲求真实性,所有的试验记录都需要保留,因此即使有错误,也应当划去重写,使用电脑记录固然美观,但是丧失了真实性.

因为这次实验后还有期中考试,因此实验报告延迟了一周交,十分抱歉.

总体上,本次实验不算太难,是一次比较有收获的实验.

附录

A mathematica 绘图代码

串联电路相频特性曲线

串联电路幅频特性曲线

```
ClearAll["Global`*"]

L = 0.1;

c = 0.05*10^(-6);

R = 100;

i[f_] := 200/Sqrt[R^2 + (-2 Pi*f*L + 1/(2 Pi*f*c))^2];

data = {{1.88*10^(3), 0.377}, {2.00*10^(3), 0.699}, {2.08*10^(3), 0.908}, {2.15*10^(3), 1.14}, {2.19*10^(3), 1.32}, {2.22*10^(3), 1.44}, {2.24*10^(3), 1.47}, {2.244*10^(3), 1.47}, {2.25*10^(3), 1.47}, {2.26*10^(3), 1.45}, {2.275*10^(3), 1.39}, {2.30*10^(3), 1.26}, {2.36*10^(3), 1.00}, {2.43*10^(3), 0.744}, {2.62*10^(3), 0.451}, {3.18*10^(3), 0.187};

Show[Plot[i[x], {x, 1.88*10^(3), 3.18*10^(3)},

AxesLabel -> {"f/kHz", "\!\(\*SubscriptBox[\(u\), \(R\)]\)/V"},

PlotStyle -> Red, PlotLabel -> "串联电路幅频特性曲线"], ListPlot[data]]
```

并联电路相频特性曲线

```
ClearAll["Global`*"]

L = 0.1;

c = 0.05*10^(-6);

\[CurlyPhi][f_, R_] :=

ArcTan[(-2 c f \[Pi]*(R^2 + (2 f L \[Pi])^2) +

2 f L \[Pi])/R];

data = {{2050, 78.23}, {2150, 77.40}, {2200, 63.36}, {2231,

24.09}, {2240,

3.23}, {2247, -6.47}, {2250, -14.58}, {2253, -19.57}, {2256, \}
```

```
-27.61}, {2265, -42.40}, {2275, -50.78}, {2320, -73.50}, {2400, \
-82.94}, {2600, -82.24}};

Show[Plot[{\[CurlyPhi][x, 10]*180/Pi, \[CurlyPhi][x, 30]*180/
Pi, \[CurlyPhi][x, 50]*180/Pi}, {x, 2.050*10^(3), 2.600*10^(3)},

AxesLabel -> {"f/Hz", "\[CurlyPhi]/°"},

PlotLegends -> {"10\[CapitalOmega]", "30\[CapitalOmega]",
    "50\[CapitalOmega]"}, PlotStyle -> {Red, Orange, Purple},

PlotLabel -> "并联电路相频特性曲线"], ListPlot[data, PlotStyle -> Green]]
```

并联电路幅频特性曲线

B 原始实验记录表

基础物理实验原始数据记录

实验日期 2024 年 11 月 4 日

1. RLC 串联电路的相频特性和幅频特性曲线 串联电路谐振频率 f= ス , 2 4 /

表 1: 串联电路测试数据

f/KHz	U(Vpp)/V	$(CH1 - CH2)\phi/^{\circ}$	u _R (Vamp)/V	I _{MAX} /mA(计算)
1.88	2.00	-79,7	v.377	
2. 00	2.00	-72.9	0. 699	
2. 08	2. 00	-61.2	0.908	
2. 15	2.00	-45.6	1.14	
2. 19	2.00	-29.3	1.32	
2. 22	2.00	-17,1	1.44	
2. 24	2. 00	-2.5	1.47	
2. 25	2.00	3.5	1.47	
2. 26	2.00	8.6	1. 4J	
2. 275	2.00	16.1	1.39	
2. 30	2.00	27.0	1.26	
2. 36	2. 00	44.8	1.00	
2. 43	2. 00	55.0	0.744	
2. 62	2. 00	11.6	0.451	
3. 18	2. 00	77.2	0.187	

学生:

助教:

2. RLC 并联电路的相频特性和幅频特性曲线 のも为 CH 2- MATH 并联电路谐振频率 f= 1.243 H-12

表 2. 并联由路测试数据

f/KHz	U(Vpp)/V 保持不变	∆t/us	φ/°	u(Vamp)/ V(CH1-CH2)	u _R ·(Vamp) /mV	I _{MAX} /mA
2. 050	2. 00	106.0	Ŧ	1.81	W80.	
2. 150	2. 00	100.0		2.07	521	
2. 200	2. 00	80,0		2.07	283	
2. 231	2. 00	30.0		2.08	173	
2. 240	2. 00	4.0		2.05	148	

2. 247	2. 00	-8.0	2.05	149	
2. 250	2. 00	-18.0	2.05	150	
2. 253	2. 00	-24.0	2.07	156	
2. 256	2. 00	-34,0	2.07	157	
2. 265	2. 00	-J2D	2.08	207	
2. 275	2. 00	-62.0	2.07	271	
2. 320	2. 00	-88,0	2.03	509	
2. 400	2. 00	-96,0	1.91	960	
2. 600	2. 00	-go,s	1.49	1560	

学生:

助教: