

第4章 模糊控制

4.1 模糊控制的基本原理

4.1.1、模糊控制原理

模糊控制是以模糊集理论、模糊语言变量和模糊逻辑推理为基础的一种智能控制方法，它是从行为上模仿人的模糊推理和决策过程的一种智能控制方法。该方法首先将操作人员或专家经验编成模糊规则，然后将来自传感器的实时信号模糊化，将模糊化后的信号作为模糊规则的输入，完成模糊推理，将推理后得到的输出量加到执行器上。

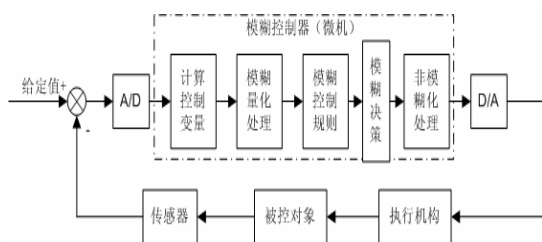


图 模糊控制原理框图

模糊控制器（Fuzzy Controller—FC）也称为模糊逻辑控制器（Fuzzy Logic Controller—FLC），由于所采用的模糊控制规则是由模糊理论中模糊条件语句来描述的，因此模糊控制器是一种语言型控制器，故也称为模糊语言控制器（Fuzzy Language Controller—FLC）。

4.1.2 模糊控制器的构成

模糊控制器的组成框图如图所示。

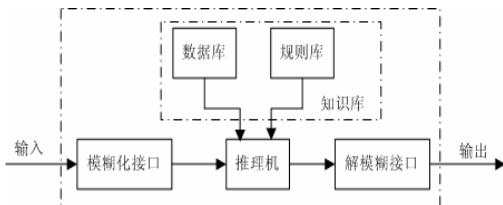


图 模糊控制器的组成框图

- 1. 模糊化接口（Fuzzy interface）
- 模糊控制器的输入必须通过模糊化才能用于控制输出的求解，因此它实际上是模糊控制器的输入接口。它的主要作用是将真实的确定量输入转换为一个模糊矢量。对于一个模糊输入变量 e ，其模糊子集通常可以作如下方式划分：
 - (1) $=\{\text{负大, 负小, 零, 正小, 正大}\} = \{\text{NB, NS, ZO, PS, PB}\}$
 - (2) $=\{\text{负大, 负中, 负小, 零, 正小, 正中, 正大}\} = \{\text{NB, NM, NS, ZO, PS, PM, PB}\}$
 - (3) $=\{\text{大, 负中, 负小, 零负, 零正, 正小, 正中, 正大}\} = \{\text{NB, NM, NS, NZ, PZ, PS, PM, PB}\}$

用三角型隶属度函数表示如图所示。

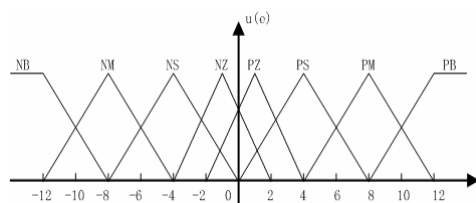


图 模糊子集和模糊化等级

- 2. 知识库 (Knowledge Base—KB)
- 知识库由数据库和规则库两部分构成。
- (1) 数据库 (Data Base—DB) 数据库所存放的是所有输入、输出变量的全部模糊子集的隶属度矢量值 (即经过论域等级离散化以后对应值的集合)，若论域为连续域则为隶属度函数。在规则推理的模糊关系方程求解过程中，向推理机提供数据。

- (2) 规则库 (Rule Base—RB) 模糊控制器的规则司基于专家知识或手动操作人员长期积累的经验，它是按人的直觉推理的一种语言表示形式。模糊规则通常有一系列的关系词连接而成，如if-then、else、also、end、or等，关系词必须经过“翻译”才能将模糊规则数值化。最常用的关系词为if-then、also，对于多变量模糊控制系统，还有and等。例如，某模糊控制系统输入变量为 (误差) 和 (误差变化)，它们对应的语言变量为E和EC，可给出一组模糊规则：

- R_1 : IF E is NB and EC is NB then U is PB
- R_2 : IF E is NB and EC is NS then U is PM

- 通常把if...部分称为“前提部”，而then...部分称为“结论部”，其基本结构可归纳为If A and B then C,其中A为论域U上的一个模糊子集，B是论域V上的一个模糊子集。根据人工控制经验，可离线组织其控制决策表R，R是笛卡儿乘积集上的一个模糊子集，则某一时刻其控制量由下式给出：

$$C = (A \times B) \circ R$$

- 式中 \times 模糊直积运算；
- \circ 模糊合成运算。
- 规则库是用来存放全部模糊控制规则的，在推理时为“推理机”提供控制规则。规则条数和模糊变量的模糊子集划分有关，划分越细，规则条数越多，但并不代表规则库的准确度越高，规则库的“准确性”还与专家知识的准确度有关。

- 3. 推理与解模糊接口 (Inference and Defuzzy-interface)
- 推理是模糊控制器中，根据输入模糊量，由模糊控制规则完成模糊推理来求解模糊关系方程，并获得模糊控制量的功能部分。在模糊控制中，考虑到推理时间，通常采用运算较简单的推理方法。最基本的有Zadeh近似推理，它包含有正向推理和逆向推理两类。正向推理常被用于模糊控制中，而逆向推理一般用于知识工程学领域的专家系统中。

- 推理结果的获得，表示模糊控制的规则推理功能已经完成。但是，至此所获得的结果仍是一个模糊矢量，不能直接用来作为控制量，还必须作一次转换，求得清晰的控制量输出，即为解模糊。通常把输出端具有转换功能作用的部分称为解模糊接口。
- 综上所述，模糊控制器实际上就是依靠微机（或单片机）来构成的。它的绝大部分功能都是由计算机程序来完成的。随着专用模糊芯片的研究和开发，也可以由硬件逐步取代各组成单元的软件功能。

4.1.3、模糊控制系统的工作原理

以水位的模糊控制为例，如图4-4所示。设有一个水箱，通过调节阀可向内注水和向外抽水。设计一个模糊控制器，通过调节阀将水位稳定在固定点附近。按照日常的操作经验，可以得到基本的控制规则：

“若水位高于O点，则向外排水，差值越大，排水越快”；

“若水位低于O点，则向内注水，差值越大，注水越快”。

根据上述经验，按下列步骤设计模糊控制器：

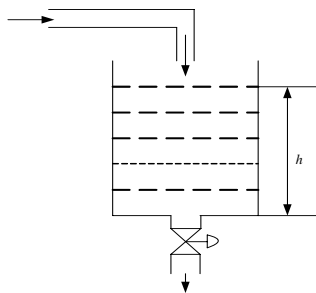


图 4-4 水箱液位控制

1 确定观测量和控制量

定义理想液位O点的水位为 h_0 ，实际测得的水位高度为 h ，选择液位差

$$e = \Delta h = h_0 - h$$

将当前水位对于O点的偏差 e 作为观测量，

2 输入量和输出量的模糊化

将偏差 e 分为五级：负大（NB），负小（NS），零（O），正小（PS），正大（PB）。

根据偏差 e 的变化范围分为七个等级：-3，-2，-1，0，+1，+2，+3。得到水位变化模糊表4-1。

(注意：等级量化多采用非线性量化：对数)

表4-1 水位变化划分表

隶属度		变化等级						
		-3	-2	-1	0	1	2	3
模糊集	PB	0	0	0	0	0	0.5	1
	PS	0	0	0	0	1	0.5	0
	O	0	0	0.5	1	0.5	0	0
	NS	0	0.5	1	0	0	0	0
	NB	1	0.5	0	0	0	0	0

控制量 u 为调节阀门开度的变化。将其分为五级：负大（NB），负小（NS），零（O），正小（PS），正大（PB）。并根据 u 的变化范围分为九个等级：-4，-3，-2，-1，0，+1，+2，+3，+4。得到控制量模糊划分表4-2。

表4-2 控制量变化划分表

隶属度		变化等级								
		-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
模糊集	PB	0	0	0	0	0	0	0	0.5	1
	PS	0	0	0	0	0	0.5	1	0.5	0
	O	0	0	0	0.5	1	0.5	0	0	0
	NS	0	0.5	1	0.5	0	0	0	0	0
	NB	1	0.5	0	0	0	0	0	0	0

3 模糊规则的描述

根据日常的经验，设计以下模糊规则：

- (1) “若e负大，则u正大”
- (2) “若e负小，则u正小”
- (3) “若e为0，则u为0”
- (4) “若e正小，则u负小”
- (5) “若e正大，则u负大”

上述规则采用“IF A THEN B”形式来描述：

- (1) if e=NB then u=NB
- (2) if e=NS then u=NS
- (3) if e=0 then u=0
- (4) if e=PS then u=PS
- (5) if e=PB then u=PB

根据上述经验规则，可得模糊控制表4-3。

表4-3 模糊控制规则表

若 (IF)	NBe	Nse	Oe	PSe	PBe
则 (THEN)	NBu	Nsu	Ou	PSu	PBu

4 求模糊关系

模糊控制规则是一个多条语句，它可以表示为 $U \times V$ 上的模糊子集，即模糊关系 R ：

$$R = (NBe \times NBu) \cup (Nse \times NSu) \cup (Oe \times Ou) \cup (PSe \times PSu) \cup (PBe \times PBu)$$

其中规则内的模糊集运算取交集，规则间的模糊集运算取并集。

$$NBe \times NBu = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$NSe \times NSu = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 1 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 1.0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Oe \times Ou = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1.0 \\ 0.5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.5 & 1 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 1.0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$PSe \times PSu = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1.0 \\ 0.5 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 1.0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 1.0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$PB_e \times PB_u = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1.0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 1.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 1.0 \end{bmatrix}$$

由以上五个模糊矩阵求并集（即隶属函数最大值），得：

$$R = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 1.0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 1.0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 1.0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 1.0 \end{bmatrix}$$

5 模糊决策

模糊控制器的输出为误差向量和模糊关系的合成：

$$u = e \circ R$$

当误差e为NB时， $e = [1.0 \ 0.5 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$
控制器输出为

$$u = e \circ R = [1 \ 0.5 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \circ \begin{bmatrix} 1.0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 1.0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 1.0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 1.0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 1.0 \end{bmatrix}$$

$$= [1 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

6 控制量的反模糊化

由模糊决策可知，当误差为负大时，实际液位远高于理想液位， $e = NB$ ，控制器的输出为一模糊向量，可表示为：

$$u = \frac{1}{-4} + \frac{0.5}{-3} + \frac{0.5}{-2} + \frac{0.5}{-1} + \frac{0}{0} + \frac{0}{+1} + \frac{0}{+2} + \frac{0}{+3} + \frac{0}{+4}$$

如果按照“隶属度最大原则”进行反模糊化，则选择控制量为 $u = -4$ ，即阀门的开度应关大一些，减少进水量。（Mandani）

（其它：加权平均法Tsukamoto；中位数法）

仿真：按上述步骤，设计水箱模糊控制的Matlab仿真程序。通过该程序，可实现模糊控制的动态仿真。模糊控制响应表见表4-4所示。取偏差 $e = -3$ ，运行该程序，得 $u = -3.1481$ 。

表4-4 模糊控制响应表

e	-3	-2	-1	0	1	2	3
u	-3	-2	-1	0	1	2	3

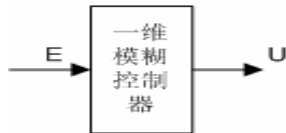
四、模糊控制器结构

在确定性控制系统中，根据输入变量和输出变量的个数，可分为单变量控制系统和多变量控制系统。在模糊控制系统中也可类似地划分为单变量模糊控制和多变量模糊控制。

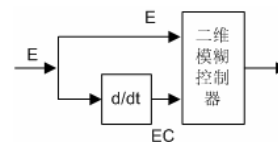
1 单变量模糊控制器

在单变量模糊控制器（Single Variable Fuzzy Controller—SVFC）中，将其输入变量的个数定义为模糊控制的维数。

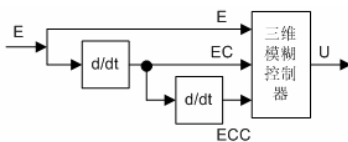
(1) 一维模糊控制器 如图所示，一维模糊控制器的输入变量往往选择为受控量和输入给定的偏差量 E 。由于仅仅采用偏差值，很难反映过程的动态特性品质，因此，所能获得的系统动态性能是不能令人满意的。这种一维模糊控制器往往被用于一阶被控对象。



(2) 二维模糊控制器 如图所示，二维模糊控制器的两个输入变量基本上都选用受控变量和输入给定的偏差 E 和偏差变化 EC ，由于它们能够较严格地反映受控过程中输出变量的动态特性，因此，在控制效果上要比一维控制器好得多，也是目前采用较广泛的一类模糊控制器。



(3) 三维模糊控制器 如图所示，三维模糊控制器的三个输入变量分别为系统偏差量 E 、偏差变化量 EC 和偏差变化的变化率 ECC 。由于这些模糊控制器结构较复杂，推理运算时间长，因此除非对动态特性的要求特别高的场合，一般较少选用三维模糊控制器。



模糊控制系统所选用的模糊控制器维数越高，系统的控制精度也就越高。但是维数选择太高，模糊控制规律就过于复杂，这是人们在设计模糊控制系统时，多数采用二维控制器的原因。

为了获得较好的上升特性和改善控制器的动态品质，也可对控制器输出进行分段控制，在大偏差 e 时，直接输出控制量，偏差 e 小时以控制器的增量控制为主。？

2 多变量模糊控制器

一个多变量模糊控制器（Multiple Variable Fuzzy Controller）系统所采用的模糊控制器，具有多变量结构，称之为多变量模糊控制器。如图4-6所示。

要直接设计一个多变量模糊控制器是相当困难的，可利用模糊控制器本身的解耦特点，通过模糊关系方程求解，在控制器结构上实现解耦，即将一个多输入-多输出（MIMO）的模糊控制器，分解成若干个多输入-单输出（MISO）的模糊控制器，这样可采用单变量模糊控制器方法设计。

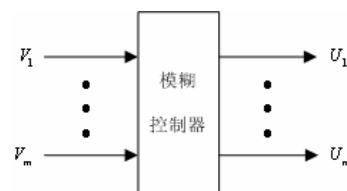


图4-6 多变量模糊控制器

第2节 模糊控制系统分类

1 按信号的时变特性分类

(1) 恒值模糊控制系统

系统的指令信号为恒定值，通过模糊控制器消除外界对系统的扰动作用，使系统的输出跟踪输入的恒定值。也称为“自镇定模糊控制系统”，如温度模糊控制系统。

(2) 随动模糊控制系统

系统的指令信号为时间函数，要求系统的输出高精度、快速地跟踪系统输入。也称为“模糊控制跟踪系统”或“模糊控制伺服系统”。

2 按模糊控制的线性特性分类

对开环模糊控制系统S，设输入变量为u，输出变量为v。对任意输入偏差 Δu 和输出偏差 Δv ，满足 $\frac{\Delta v}{\Delta u} = \xi, u \in U, v \in V$

定义线性度 δ ，用于衡量模糊控制系统的线性化程度：

$$\delta = \frac{\Delta v_{\max}}{2\xi\Delta u_{\max}m}$$

其中 $\Delta v_{\max} = v_{\max} - v_{\min}$ ， $\Delta u_{\max} = u_{\max} - u_{\min}$ ， ξ 为线性化因子，m为模糊子集V的个数。

设 k_0 为一经验值，则定义模糊系统的线性特性为：（1）当 $|k - k_0| \leq \delta$ 时，S为线性模糊系统；（2）当 $|k - k_0| > \delta$ 时，S为非线性模糊系统。

3 按静态误差是否存分类

(1) 有差模糊控制系统

将偏差的大小及其偏差变化率作为系统的输入为有差模糊控制系统。

(2) 无差模糊控制系统

引入积分作用，使系统的静差降至最小。

4 按系统输入变量的多少分类

控制输入个数为1的系统为单变量模糊控制系统，控制输入个数>1的系统为多变量模糊控制系统。

第3节 模糊控制器的设计

3.1、模糊控制器的设计步骤

模糊控制器最简单的实现方法是將一系列模糊控制规则离线转化为一个查询表（又称为控制表）。这种模糊控制其结构简单，使用方便，是最基本的一种形式。本节以单变量二维模糊控制器为例，介绍这种形式模糊控制器的设计步骤，其设计思想是设计其他模糊控制器的基础。

1 模糊控制器的结构

单变量二维模糊控制器是最常见的结构形式。

2 定义输入输出模糊集

对误差E、误差变化EC及控制量u的模糊集及其论域定义如下：

E、EC和u的模糊集均为： $\{NB, NM, NS, Z, PS, PM, PB\}$

E、EC的论域均为： $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

u的论域为： $\{-4.5, -3, -1.5, 0, 1.5, 3, 4.5\}$

3 定义输入输出隶属函数

模糊变量误差E、误差变化EC及控制量u的模糊集和论域确定后，需对模糊语言变量确定隶属函数，确定论域内元素对模糊语言变量的隶属度。

4 建立模糊控制规则

根据人的经验，根据系统输出的误差及误差的变化趋势来设计模糊控制规则。模糊控制规则语句构成了描述众多被控过程的模糊模型。

5 建立模糊控制表

模糊控制规则可采用模糊规则表4-5来描述，共49条模糊规则，各个模糊语句之间是或的关系，由第一条语句所确定的控制规则可以计算出 u_1 。同理，可以由其余各条语句分别求出控制量 u_2, \dots, u_{49} ，则控制量为模糊集合U可表示为

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_{49}$$

表4-5 模糊规则表1

u		e						
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
Ec	NB	PB	PB	PM	PM	PS	ZO	ZO
	NM	PB	PB	PM	PS	PS	ZO	NS
	NS	PM	PM	PM	PS	ZO	NS	NS
	ZO	PM	PM	PS	ZO	NS	NM	NM
	PS	PS	PS	ZO	NS	NS	NM	NM
	PM	PS	ZO	NS	NM	NM	NM	NB
	PB	ZO	ZO	NM	NM	NM	NB	NB

表4-5 模糊规则表2

u		Ec						
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
E	NB	PB	PB	PB	PB	PM	ZO	ZO
	NM	PB	PB	PB	PB	PM	ZO	ZO
	NS	PM	PM	PM	PM	ZO	NS	NS
	ZO	PM	PM	PS	ZO	NS	NM	NM
	PS	PS	PS	ZO	NM	NM	NB	NB
	PM	ZO	ZO	NM	NB	NB	NB	NB
	PB	ZO	ZO	NM	NB	NB	NB	NB

表4-5 模糊规则表3

u		Ec						
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
E	NB	PB	PB	PB	PM	PM	ZO	ZO
	NM	PB	PB	PB	PM	PM	ZO	ZO
	NS	PM	PM	PM	PM	ZO	NS	NS
	ZO	PM	PM	PS	ZO	NS	NS	NS
	PS	PS	PS	ZO	NM	NM	NM	NM
	PM	ZO	ZO	ZO	NM	NM	NB	NB
	PB	ZO	ZO	ZO	NM	NM	NB	NB

6 模糊推理

模糊推理是模糊控制的核心，它利用某种模糊推理算法和模糊规则进行推理，得出最终的控制量。

7 反模糊化

通过模糊推理得到的结果是一个模糊集合。但在实际模糊控制中，必须要有一个确定值才能控制或驱动执行机构。将模糊推理结果转化为精确值的过程称为反模糊化。常用的反模糊化有三种：

(1)最大隶属度法

选取推理结果模糊集合中隶属度最大的元素作为输出值，即 $v_0 = \max_{v \in V} \mu_v(v)$

如果在输出论域V中，其最大隶属度对应的输出值多于一个，则取所有具有最大隶属度输出的平均值，即：

$$v_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i \quad v_i = \max_{v \in V} \mu_v(v)$$

N为具有相同最大隶属度输出的总数。

最大隶属度法不考虑输出隶属度函数的形状，只考虑最大隶属度处的输出值。因此，难免会丢失许多信息。它的突出优点是计算简单。在一些控制要求不高的场合，可采用最大隶属度法。

(2)重心法

为了获得准确的控制量，就要求模糊方法能够很好的表达输出隶属度函数的计算结果。重心法是取隶属度函数曲线与横坐标围成面积的重心为模糊推理的最终输出值，即

$$v_0 = \frac{\int_V v \mu_v(v) dv}{\int_V \mu_v(v) dv}$$

对于具有m个输出量化级数的离散域情况

$$v_0 = \frac{\sum_{k=1}^m v_k \mu_v(v_k)}{\sum_{k=1}^m \mu_v(v_k)}$$

与最大隶属度法相比较，重心法具有更平滑的输出推理控制。即使对应于输入信号的微小变化，输出也会发生变化。

(3)加权平均法

工业控制中广泛使用的反模糊方法为加权平均法，输出值由下式决定

$$v_0 = \frac{\sum_{i=1}^m v_i k_i}{\sum_{i=1}^m k_i}$$

其中系数 k_i 的选择根据实际情况而定。不同的系数决定系统具有不同的响应特性。当系数取隶属度 $\mu_v(v_i)$ 时，就转化为重心法。

反模糊化方法的选择与隶属度函数形状的选择、推理方法的选择相关

Matlab 提供五种解模糊化方法：（1）centroid：面积重心法；（2）bisector：面积等分法；（3）mom：最大隶属度平均法；（4）som最大隶属度取小法；（5）lom：大隶属度取大法；

在Matlab中，可通过setfis()设置解模糊化方法，通过defuzz()执行反模糊化运算。

例子：

已知输出量Z的模糊集合为

$$C = \frac{0.3}{2} + \frac{0.3}{3} + \frac{0.5}{4} + \frac{0.8}{5} + \frac{0.8}{6} + \frac{0.3}{7}$$

求相应的清晰量z。

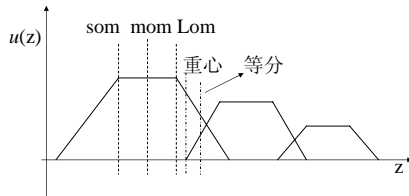
根据最大隶属度法， $z=(5+6)/2=5.5$

中位数法：左右等分点在 $z=5$

加权平均法（重心）：

$$z = \frac{0.3 \times 2 + 0.3 \times 3 + 0.5 \times 4 + 0.8 \times 5 + 0.8 \times 6 + 0.3 \times 7}{0.3 + 0.3 + 0.5 + 0.8 + 0.8 + 0.3} = \frac{14.4}{3} = 4.8$$

- 离散域 加权平均；中位数法；最大
- 连续域 重心法（包络线）；面积等分法（计算有无重叠时有区别）



例如，重心法通过下例程序来实现：

```
x=-10:1:10;
mf=trapmf(x,[-10,-8,-4,7]);
xx=defuzz(x,mf,'centroid');
```

在模糊控制中，重心法可通过下例语句来设定：

```
a1=setfis(a,'DefuzzMethod','centroid')
```

其中a为模糊规则库。

- 3.2 模糊控制器的Matlab仿真
- 根据上述步骤，建立二输入单输出模糊控制系统，该系统包括两个部分，即模糊控制器的设计和位置跟踪。
- 1. 模糊控制器的设计
- 模糊规则表如表4-5所示，控制规则为49条。误差、误差变化率和控制输入的范围均为。通过运行 `showrule(a)`，可得到用于描述模糊系统的49条模糊规则。控制器的响应表如表4-6所示。

表4-5 模糊规则表1

u		e						
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
Ec	NB	PB	PB	PM	PM	PS	ZO	ZO
	NM	PB	PB	PM	PS	PS	ZO	NS
	NS	PM	PM	PM	PS	ZO	NS	NS
	ZO	PM	PM	PS	ZO	NS	NM	NM
	PS	PS	PS	ZO	NS	NS	NM	NM
	PM	PS	ZO	NS	NM	NM	NM	NB
	PB	ZO	ZO	NM	NM	NM	NB	NB

表4-5 模糊规则表2

u		Ec						
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
E	NB	PB	PB	PB	PM	ZO	ZO	
	NM	PB	PB	PB	PM	ZO	ZO	
	NS	PM	PM	PM	ZO	NS	NS	
	ZO	PM	PM	PS	ZO	NS	NM	NM
	PS	PS	PS	ZO	NM	NM	NM	NM
	PM	ZO	ZO	NM	NB	NB	NB	NB
	PB	ZO	ZO	NM	NB	NB	NB	NB

表4-5 模糊规则表3

u		Ec						
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
E	NB	PB	PB	PB	PM	ZO	NS	
	NM	PB	PB	PM	PM	ZO	NM	
	NS	PB	PB	PM	PS	ZO	NS	NM
	ZO	PB	PM	PS	ZO	NS	NM	NB
	PS	PM	PS	ZO	NS	NM	NB	NB
	PM	PM	ZO	ZO	NM	NB	NB	NB
	PB	PS	ZO	ZO	NB	NB	NB	NB

其它基于相平面分析的规则库参见：

李人厚《智能控制理论和方法》

表4-6 模糊响应表

$ec \backslash e$	-3	-2	-1	0	1	2	3
-3	-4.5	-4.5	-2.97	-2.97	-1.53	-1.53	0
-2	-4.5	-2.97	-2.97	-1.53	-1.53	0	1.53
-1	-2.97	-2.97	-1.53	1.53	0	1.53	1.53
0	-2.97	-1.53	1.53	0	1.53	1.53	2.97
1	-1.53	-1.53	0	1.53	1.53	2.97	2.97
2	-1.53	0	1.53	1.53	2.97	2.97	4.5
3	0	1.53	1.53	2.97	2.97	4.5	4.5

- 模糊控制器的设计仿真程序见chap4_2.m。在仿真时，模糊推理系统可由命令plotfis(a2)得到。系统的输入输出隶属度函数如图4-7至4-9所示。

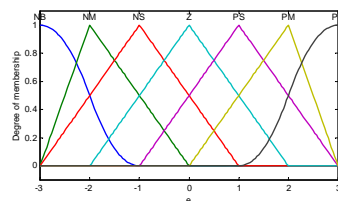


图4-7 偏差隶属度函数

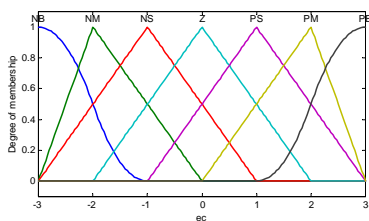


图4-8 偏差变化率隶属度函数

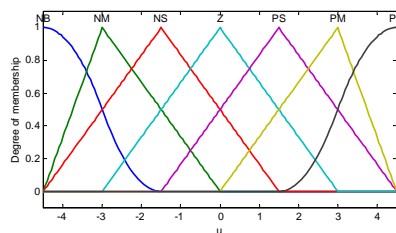


图4-9 控制器输出隶属度函数

2. 模糊控制位置跟踪

- 被控对象为

$$G(s) = \frac{400}{s^2 + 50s}$$

- 首先运行模糊控制器程序chap4_2.m，并将模糊控制系统保存在a2之中。然后运行模糊控制的Simulink仿真程序，位置指令取正弦信号，仿真结果如图4-10所示。
- 模糊控制位置跟踪的Simulink仿真程序见chap4_3.mdl。

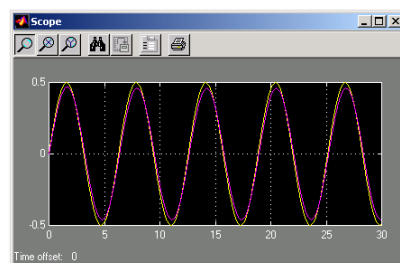


图4-10 正弦位置跟踪

第4节 模糊控制器设计实例-洗衣机模糊控制

以模糊洗衣机的设计为例，其控制是一个开环的决策过程，模糊控制按以下步骤进行。

(1) 模糊控制器的结构

选用单变量二维模糊控制器。控制器的输入为衣物的污泥和油脂，输出为洗涤时间。

(2) 定义输入输出模糊集

将污泥分为三个模糊集：SD（污泥少），MD（污泥中），LD（污泥多），取值范围为[0, 100]。

(3) 定义隶属函数

选用如下隶属函数：

$$\mu_{\text{污泥}} = \begin{cases} \mu_{SD}(x) = (50 - x) / 50 & 0 \leq x \leq 50 \\ \mu_{MD}(x) = \begin{cases} x / 50 & 0 \leq x \leq 50 \\ (100 - x) / 50 & 50 < x \leq 100 \end{cases} \\ \mu_{LD}(x) = (x - 50) / 50 & 50 < x \leq 100 \end{cases}$$

采用三角形隶属函数实现污泥的模糊化，如图4-11所示。

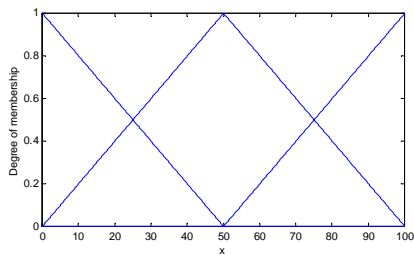


图4-11 污泥隶属函数

采用Matlab仿真，可实现污泥隶属函数的设计，仿真程序为chap4_4.m

将油脂分为三个模糊集：NG（无油脂），MG（油脂中），LG（油脂多），取值范围为[0, 100]。选用如下隶属函数：

$$\mu_{\text{油脂}} = \begin{cases} \mu_{NG}(y) = (50 - y) / 50 & 0 \leq y \leq 50 \\ \mu_{MG}(y) = \begin{cases} y / 50 & 0 \leq y \leq 50 \\ (100 - y) / 50 & 50 < y \leq 100 \end{cases} \\ \mu_{LG}(y) = (y - 50) / 50 & 50 \leq y \leq 100 \end{cases}$$

采用三角形隶属函数实现油脂的模糊化，如下图4-12所示。仿真程序同污泥隶属函数。

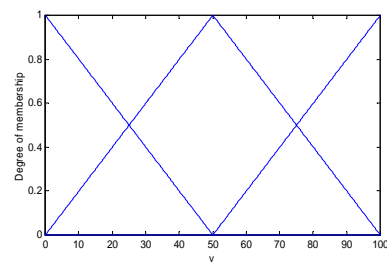


图4-12 油脂隶属函数

将洗涤时间分为三个模糊集：VS（很短），S（短），M（中等），L（长），VL（很长），取值范围为[0，60]。选用如下隶属函数：

$$\mu_{\text{洗涤时间}} = \begin{cases} \mu_{VS}(z) = (10 - z) / 10 & 0 \leq z \leq 10 \\ \mu_S(z) = \begin{cases} z / 10 & 0 \leq z \leq 10 \\ (25 - z) / 15 & 10 < z \leq 25 \end{cases} \\ \mu_M(z) = \begin{cases} (z - 10) / 15 & 10 \leq z \leq 25 \\ (40 - z) / 15 & 25 < z \leq 40 \end{cases} \\ \mu_L(z) = \begin{cases} (z - 25) / 15 & 25 \leq z \leq 40 \\ (60 - z) / 20 & 40 < z \leq 60 \end{cases} \\ \mu_{VL}(z) = (z - 40) / 20 & 40 \leq z \leq 60 \end{cases}$$

采用三角形隶属函数实现洗涤时间的模糊化，如图4-13所示。

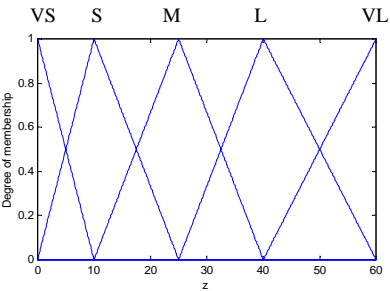


图4-13 洗涤时间隶属函数

采用Matlab仿真，可实现洗涤时间隶属函数的设计，仿真程序为chap4_5。

（4）建立模糊控制规则

根据人的操作经验设计模糊规则，模糊规则设计的标准为：“污泥越多，油脂越多，洗涤时间越长”；“污泥适中，油脂适中，洗涤时间适中”；“污泥越少，油脂越少，洗涤时间越短”。

（5）建立模糊控制表

根据模糊规则的设计标准，建立模糊规则表4-7。

表4-7 模糊洗衣机的洗涤规则

洗 涤 时 间 z		污 泥 x		
		NG	MG	LG
油 脂 y	SD	VS	M	L
	MD	S	M	L
	LD	M	L	VL

第*条规则为：“IF 衣物污泥少 且 没有油脂 THEN 洗涤时间很短”。

（6）模糊推理

分以下几步进行：

① 规则匹配。假定当前传感器测得的信息为： $x_0(\text{污泥}) = 60$ ， $y_0(\text{油脂}) = 70$ ，分别带入所属的隶属函数中求隶属度：

$$\mu_{MD}(60) = \frac{4}{5} \qquad \mu_{LD}(60) = \frac{1}{5}$$

$$\mu_{MG}(70) = \frac{3}{5} \quad \mu_{LG}(70) = \frac{2}{5}$$

通过上述四种隶属度，可得到四条相匹配的模糊规则，如表4-8所示：

表4-8 模糊推理结果

洗涤时间 z		污 泥 x		
		NG	MG (3/5)	LG (2/5)
油脂 y	SD	0	0	0
	MD (4/5)	0	$\mu_M(z)$	$\mu_L(z)$
	LD (1/5)	0	$\mu_L(z)$	$\mu_{VL}(z)$

② 规则触发。由上表可知，被触发的规则有4条：

Rule 1: IF y is MD and x is MG THEN z is M

Rule 2: IF y is MD and x is LG THEN z is L

Rule 3: IF y is LD and x is MG THEN z is L

Rule 4: IF y is LD and x is LG THEN z is VL

③ 规则前提推理。在同一条规则内，前提之间通过“与”的关系得到规则结论，前提之间通过取小运算，得到每一条规则总前提的可信度：

规则1前提的可信度为： $\min(4/5, 3/5) = 3/5$

规则2前提的可信度为： $\min(4/5, 2/5) = 2/5$

规则3前提的可信度为： $\min(1/5, 3/5) = 1/5$

规则4前提的可信度为： $\min(1/5, 2/5) = 1/5$

由此得到洗衣机规则前提可信度表，即规则强度表4-9。

表4-9 规则前提可信度

洗涤时间 z		污 泥 x		
		NG	MG (3/5)	LG (2/5)
油脂 y	SD	0	0	0
	MD (4/5)	0	3/5	2/5
	LD (1/5)	0	1/5	1/5

④ 将上述两个表进行“与”运算，得到每条规则总的输出，如表4-10所示

表4-10 规则总的可信度

洗涤时间 z		污 泥 x		
		NG	MG (3/5)	LG (2/5)
油脂 y	SD	0	0	0
	MD (4/5)	0	$\min(\frac{3}{5}, \mu_M(z))$	$\min(\frac{2}{5}, \mu_L(z))$
	LD (1/5)	0	$\min(\frac{1}{5}, \mu_L(z))$	$\min(\frac{1}{5}, \mu_{VL}(z))$

⑤ 模糊系统总的输出

模糊系统总的输出为各条规则推理结果的并，即

$$\begin{aligned} \mu_{agg}(z) &= \max \left\{ \min(\frac{3}{5}, \mu_M(z)), \min(\frac{2}{5}, \mu_L(z)), \min(\frac{1}{5}, \mu_L(z)), \min(\frac{1}{5}, \mu_{VL}(z)) \right\} \\ &= \max \left\{ \min(\frac{3}{5}, \mu_M(z)), \min(\frac{2}{5}, \mu_L(z)), \min(\frac{1}{5}, \mu_{VL}(z)) \right\} \end{aligned}$$

⑥ 反模糊化

模糊系统总的输出实际上是三个规则推理结果的并集，需要进行反模糊化，才能得到精确的推理结果。下面以最大平均法为例，进行反模糊化。

将 $\mu = \frac{3}{5}$ 带入洗涤时间隶属函数中的 $\mu_M(z)$ ，得到规则前提隶属度 $\mu = \frac{3}{5}$ 与规则结论隶属度 $\mu_M(z)$ 的交点：

$$\mu_M(z) = \frac{z-10}{15} = \frac{3}{5}, \quad \mu_M(z) = \frac{40-z}{15} = \frac{3}{5}$$

得： $z_1 = 19$ ， $z_2 = 31$ 。

采用最大平均法，可得精确输出

$$z^* = \frac{z_1 + z_2}{2} = \frac{19 + 31}{2} = 25$$

仿真实例：采用MATLAB中模糊控制工具箱中的模糊命令设计洗衣机模糊控制系统，采用本节的隶属函数，按上述步骤设计模糊系统。取 $x=60$ ， $y=70$ ，反模糊化采用重心法，模糊推理结果为33.6853。利用模糊命令ruleview可实现模糊控制的动态仿真。动态仿真模糊系统如图4-16所示。

仿真程序：chap4_6.m

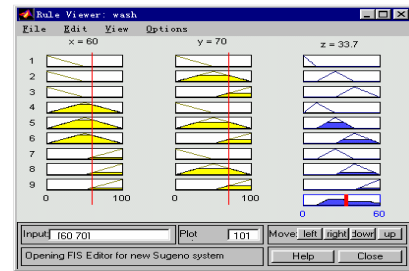
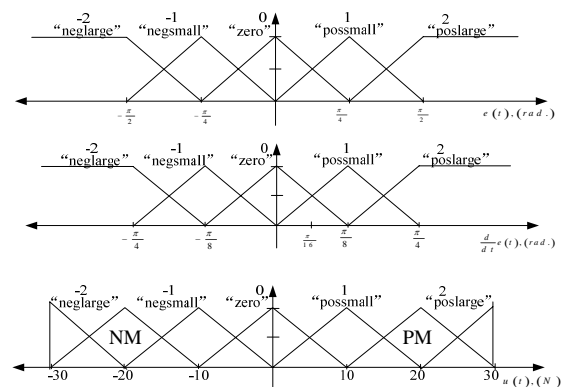


图4-16 动态仿真模糊系统

例题：

2. 一个方向随动系统的模糊控制器输入和输出 $u(t)$ 的隶属函数如下图所示。已知如下控制规则
 - (a) 规则1: If error is possmall and chang-in-error is poslarge Then force is neglarge.
 - (b) 规则2: If error is zero and chang-in-error is possmall Then force is negsmall.
- 1) 试参考上述规则和经验，给出模糊规则表。（10分）
- 2) 计算 $e=3\pi/16$ ， $de/dt=3\pi/16$ 时，输出 $u(t)$ 的值。（使用Mandani法）（10分）



$E_c \setminus E$	NB	NS	ZO	PS	PB
NB	PB	PB	Pm	PS	ZO
NS	PB	Pm	PS	ZO	NS
ZO	Pm	PS	ZO	NS	Nm
PS	PS	ZO	$NS, \min(0.25, 0.5)$	$Nm, \min(0.75, 0.5)$	NB
PB	ZO	NS	$Nm, \min(0.25, 0.5)$	$NB, \min(0.75, 0.5)$	NB

- 触发的规则4条： $e\{PS: 0.75; ZO: 0.25\}$ ， $E_c\{PS: 0.5; PB: 0.5\}$
- 输出是各规则的并（最大）：
- $u=\{Nm/0.5; NB/0.5\}$ ，采用最大隶属度法：有两个最大分别是NB、NM，输出是两者的平均， $Unm=-20$ ； $Unb=(-30+-25)/2=-27.5$
- $u(t)=(Unm+Unb)/2=-24$

第5节 模糊自适应整定PID控制

5.1 模糊自适应整定PID控制原理

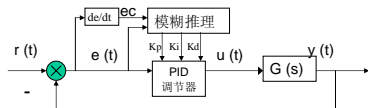
工业中许多被控对象受负荷变化或干扰影响，其对象特性参数或结构发生改变，自适应控制运用在线辨识对象特征参数，实时改变其控制策略，但控制效果好坏取决于辨识模型的精确度，这对复杂系统是非常困难的。

因此工业生产中大量采用的仍然PID控制，PID参数的整定就是一个重要问题，传统的PID参数整定必须精确的依据对象模型和特性响应表现。

依据专家经验知识对PID参数进行调整，但受到控制工程各信号量及评价不易定量表示而受到局限。

运用模糊集和模糊推理来自动实现对PID参数的最佳调整就是模糊自适应PID控制。

自适应模糊PID控制器以误差 e 和误差变化 ec 作为输入，利用模糊控制规则在线对PID参数进行调整控制。



PID参数模糊自整定是找出 K_p, K_i, K_d 与 e 和 ec 之间的模糊关系，在运行中不断通过检测 e 和 ec ，根据模糊控制原理对3个参数修改，从而使被控对象有良好的动、静态特性。

从系统稳定性响应速度超调量和稳态精度来考虑 $K_i K_p K_d$ 的作用如下：

1. K_p 越大，系统响应速度越快；太大超调、不稳定；太小响应速度慢，系统性能变坏。
2. K_i 积分作用用来消除系统的稳态误差。 K_i 越大系统静态误差消除越快， K_i 过大，在响应初期会产生积分饱和，引起系统较大的超调，导致不稳定。 K_i 过小使系统静态误差难以消除，从而影响调节精度。
3. K_d 微分作用是改善系统的动态特性，其作用是在响应过程抑制偏差向任何方向的变化，对偏差变化进行提前预控。 K_d 过大会使响应过程提前制动，从而延长调节时间，而且会降低系统的抗干扰性能。

PID参数整定必须考虑不同时刻3个参数的作用及相互之间的互联关系。

模糊控制设计的核心是总结工程设计人员的技术知识和实际操作经验，建立合适的模糊规则表，得到针对 $K_d K_i K_p$ 3个参数的分别整定的模糊控制表。

K_p 的模糊规则表

$e \backslash ec$	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	PB	PB	PM	PM	PS	ZO	ZO
NM	PB	PB	PM	PS	PS	ZO	NS
NS	PM	PM	PM	PS	ZO	NS	NS
ZO	PM	PM	PS	ZO	NS	NM	NM
PS	PS	PS	ZO	NS	NM	NM	NM
PM	PS	ZO	NS	NM	NM	NM	NB
PB	ZO	ZO	NM	NM	NM	NB	NB

K_i 的模糊规则表

$e \backslash ec$	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NM	NM	NS	ZO	ZO
NM	NB	NB	NM	NS	NS	ZO	ZO
NS	NB	NM	NS	NS	ZO	NS	PS
ZO	NM	NM	NS	ZO	PS	PM	PM
PS	NM	NS	ZO	PS	PS	PM	PB
PM	ZO	ZO	PS	PS	PM	PB	PB
PB	ZO	ZO	PS	PM	PM	PB	PB

K_d 的模糊规则表

$e \backslash ec$	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	PS	NS	NB	NB	NB	NM	PS
NM	PS	NS	NB	NM	NM	NS	ZO
NS	ZO	NS	NM	NM	NS	NS	ZO
ZO	ZO	NS	PS	ZO	NS	NS	ZO
PS	ZO	ZO	ZO	ZO	ZO	ZO	ZO
PM	PB	NS	PS	PS	PS	PS	PB
PB	PB	PM	PM	PM	PS	PS	PB

将系统误差 e 和 ec 变化范围定义为模糊集上的论域，即：

$e, ec = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

其模糊子集为 $e, ec = \{NB, NM, NS, ZO, PS, PM, PB\}$

设 e, ec 和 K_p, K_i, K_d 均服从正态分布，可以得到各模糊子集的隶属度，根据各模糊子集的隶属度赋值表和各参数的模糊控制模型，应用模糊合成推理设计PID参数的模糊矩阵表，查出修正参数代入下式计算：

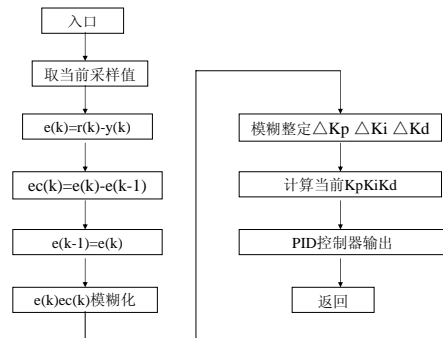
$$kp = kp' + \{e, ec\}_p$$

$$ki = ki' + \{e, ec\}_i$$

$$kd = kd' + \{e, ec\}_d$$

完成对PID参数的在线自校正。

模糊PID流程图



仿真例子

控制对象： $Gp(s) = \frac{523500}{s^3 + 87.35s^2 + 10470s}$

位置指令： $r(k) = \text{sgn}(\sin(2\pi t))$

仿真时先运行chap4_7a.m，实现模糊推理系统fuzzypid.fis的设计，然后将此模糊推理系统调入内存中，后再运行模糊控制程序chap4_7b.m。

程序chap4_7a.m先对 e, ec, K_i, K_p, K_d 进行隶属函数的设计，运行plotmf命令可得隶属函数图；showrule显示控制规则；ruleview可实现模糊系统的动态仿真。

chap4_7b.m利用所设计的模糊系统fuzzypid.fis对PID控制参数进行整定。

图4-19,20 误差 e, ec 的隶属函数

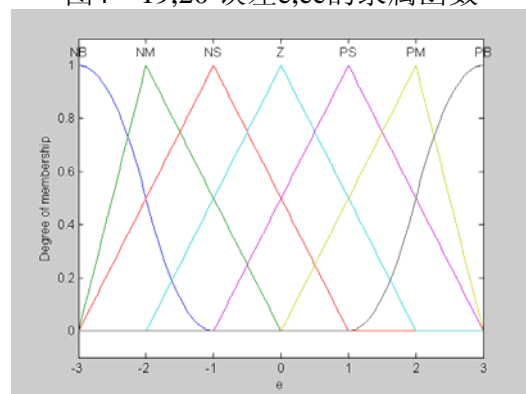


图4-21 K_p 的隶属函数

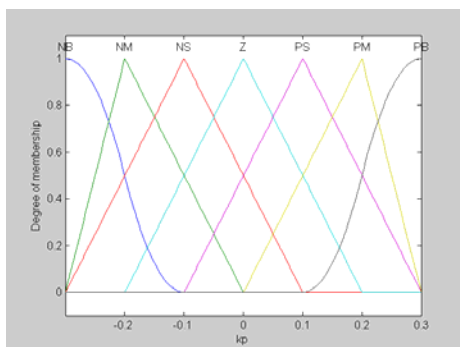


图4-22 K_i 的隶属函数

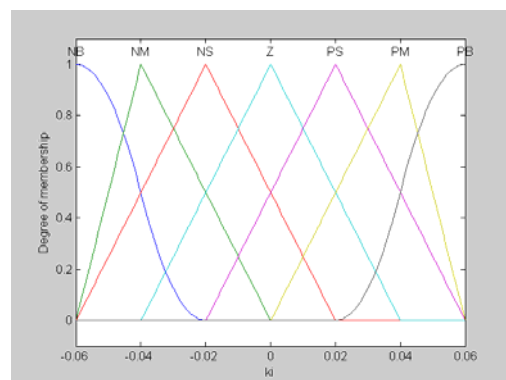


图4-23 Kd的隶属函数

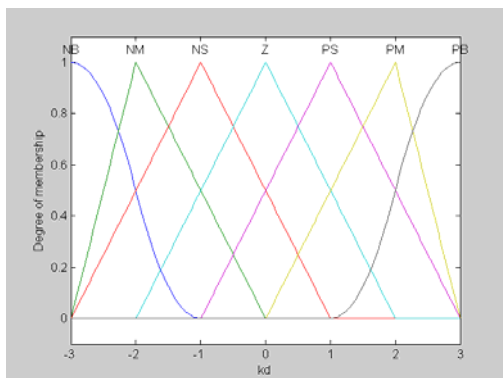


图4-24 模糊系统fuzzzpид.fis的结构

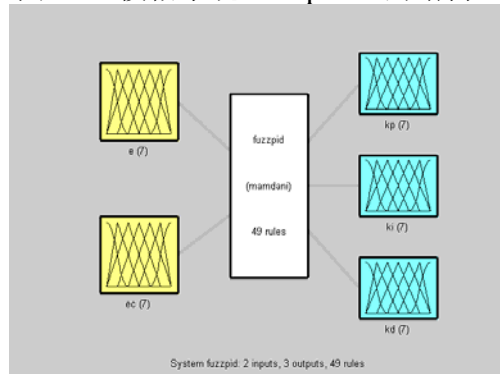


图4-26 模糊PID的阶跃响应

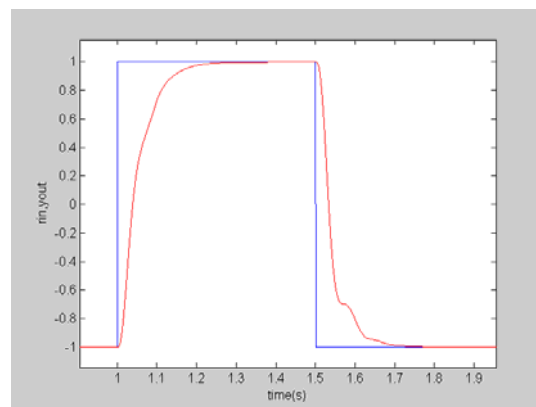
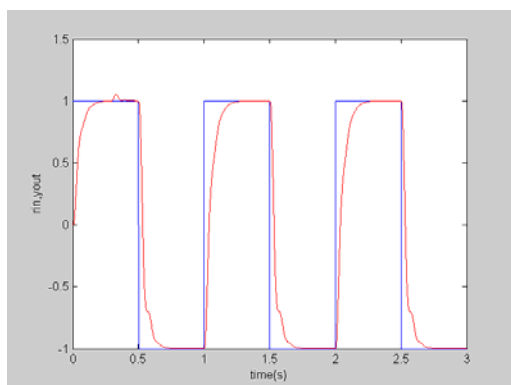


图4-28 控制器的输出u

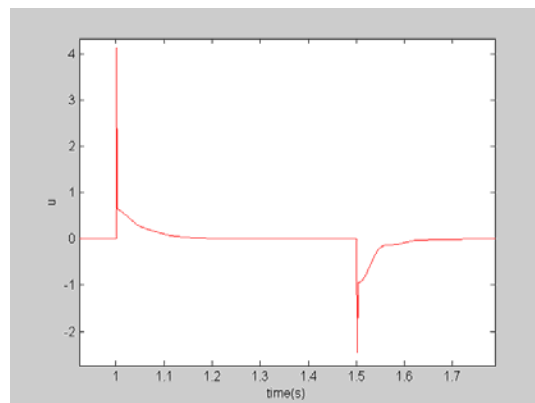
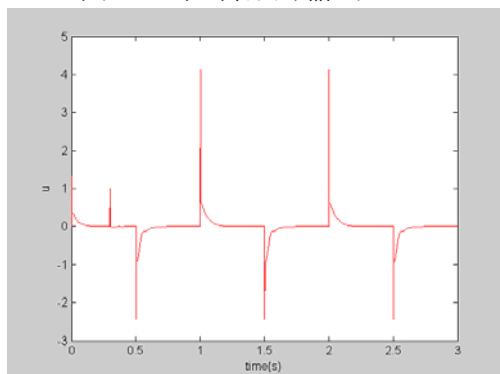


图4-29 Kp的自适应调整

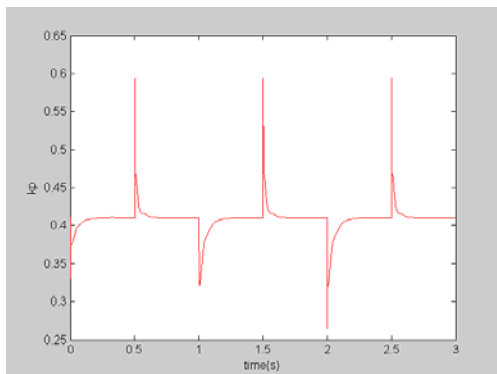


图4-30 Ki的自适应调整

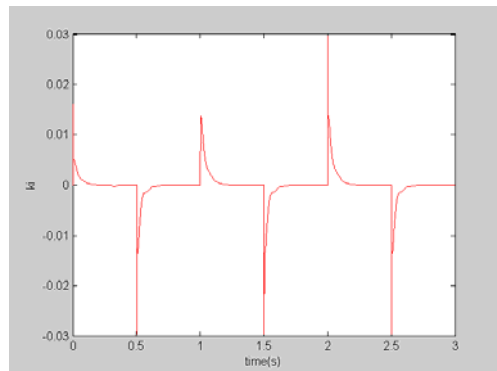
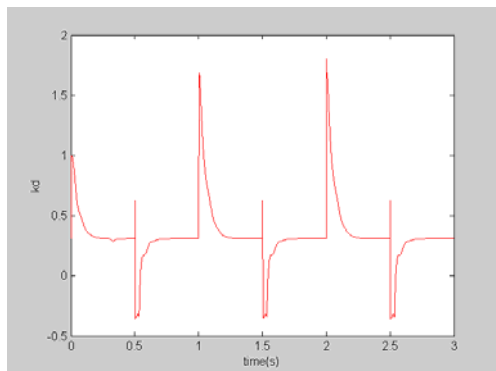


图4-31 Kd的自适应调整



设PID表达式为：

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt}$$

$$= K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad \text{设 } T_i = a T_d$$

$$K_i = K_p^2 / (a K_d)$$

按照常规PID调节规则积分时间常数 T_i 一般取微分时间常数 T_d 的 $a=4$ 倍， a 取值越小(如 $a=2$)，积分作用越强。

设 $K_u T_u$ 分别是比例控制下的增益和振荡周期，对于不同的 K_p 和 K_d 范围大致如下：

$$K_p = (0.32 \sim 0.6) K_u$$

$$K_d = (0.08 \sim 0.15) K_u T_u$$

第6节 Sugeno模糊模型

6.1 Sugeno模糊模型 (Takagi-Sugeno)

传统的模糊系统为Mamdani模糊模型，输出为模糊量。

Sugeno模糊模型输出隶属函数为constant或linear，其函数形式为：

$$y = a$$

$$y = ax + b$$

它与Mamdani模型的区别在于：

- (1) 输出变量为常量或线性函数；
- (2) 输出为精确量。

非常适合分段线性系统。

6.2 Sugeno模糊模型的设计

设输入 $X \in [0, 5]$, $Y \in [0, 10]$ ，将它们模糊化为两个模糊量：小，大。输出为输入的线性函数，模糊规则为：

If X为small and Y为small then $Z = -x + y - 3$

If X为small and Y为big then $Z = x + y + 1$

If X为big and Y为small then $Z = -2y + 2$

If X为big and Y为big then $Z = 2x + y - 6$

模糊合成输出：

$$z = \frac{\sum_{i=1}^l \omega_i z_i}{\sum_{i=1}^l \omega_i} \quad \omega_i \text{ 是第 } i \text{ 条模糊语言规则的适用度}$$

一般多采用加权平均法，或者是最大隶属度法。加权平均法具有较好的平滑性。

T-S模糊模型既可表示控制对象的模型，也可表示控制器的模型。

对于线性状态空间模型来说，

观测器的模糊设计可表示成：

$$u(t) = -Lx(t) \quad L = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i L_i}{\sum_{i=1}^n \omega_i}$$

反馈器的模糊设计可表示成：

$$u(t) = -Kx(t) \quad L = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i K_i}{\sum_{i=1}^n \omega_i}$$

仿真设计：

根据上述规则设计一个二输入、单输出的 Sugeno 模型，可观察到输入输出隶属函数曲线。仿真结果如图所示。

仿真程序：chap4_8.m 仿真

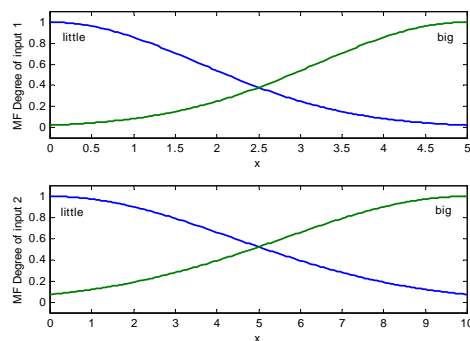


图 Sugeno模糊推理系统的输入隶属函数曲线

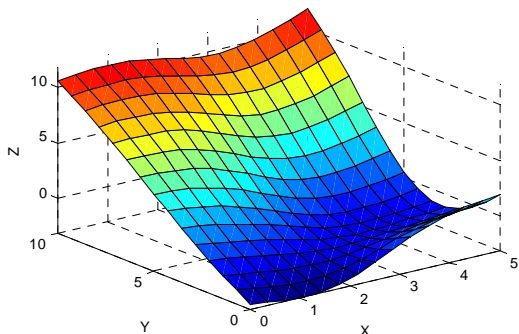


图 Sugeno模糊推理系统的输入/输出曲线

• 第7节 基于Sugeno模糊模型的倒立摆模糊控制

• 7.1 倒立摆模型的局部线性化

- 当倒立摆的摆角和摆速很小时，其模型可进行线性化，从而可实现基于Sugeno模糊模型的倒立摆模糊控制。
- 倒立摆的动力学方程为：

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{g \sin(x_1) - a m l x_2^2 \sin(2x_1) / 2 - a \cos(x_1) u}{4 / 3 l - a m l \cos^2 x_1} \end{aligned}$$

- 其中 x_1 表示摆与垂直线的夹角, $x_1 = \theta$, x_2 表示摆的摆动角速度, $x_2 = \omega = \dot{\theta}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 为重力加速度, m
- 为倒立摆的质量, $2l$ 为摆长, $a = l/(m+M)$, M 为小车质量, u 作用在摆车上的力。
- 当摆角 θ 和摆速 $\dot{\theta}$ 很小时, $\sin(x_1) \rightarrow x_1$, $\cos(x_1) \rightarrow 1$
- $amlx_2^2 \rightarrow 0$ 。在平面上对倒立摆模型进行局部线性化, 倒立摆的动力学方程可近似写为:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{g}{4/3l - aml}x_1 - \frac{a}{4/3l - aml}u\end{aligned}$$

7.2 仿真实例

取倒立摆参数 $m = 2 \text{ kg}$, $M = 8 \text{ kg}$, $l = 0.5 \text{ m}$ 。令 $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$, 则倒立摆的动力学方程可表示为如下状态方程:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u$$

其中 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 15.8919 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.0811 \end{bmatrix}$ 。

则可得到Sugeno型模糊模型规则:

$$\text{If } x_1 \text{ 为 ZR and } x_2 \text{ 为 ZR then } \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u$$

选择期望的闭环极点 $(-10-10i, -10+10i)$, 采用 $u = -\mathbf{F}\mathbf{x}$ 的反馈控制, 利用极点配置函数 `place(A,B,P)`, 可以得到系统的反馈增益矩阵 \mathbf{F} : $\mathbf{F} = [-2662.7 \quad -246.7]$ 。

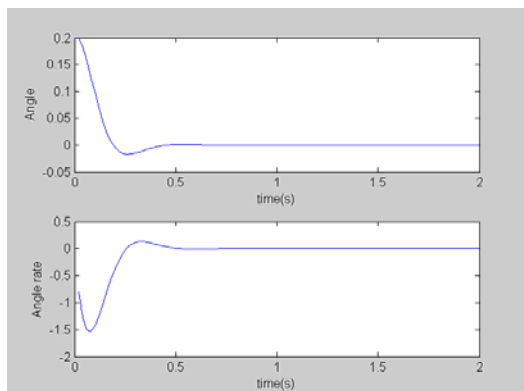
根据倒立摆的模糊建模过程, 可以设计Sugeno型模糊控制器, 其Sugeno型模糊控制规则为:

$$\text{If } x_1 \text{ 为 ZR and } x_2 \text{ 为 ZR then } u = -\mathbf{F}\mathbf{x}$$

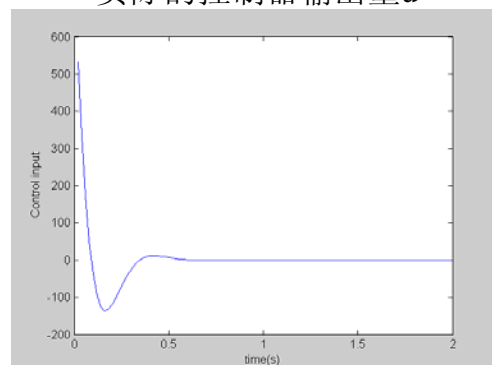
利用上述模糊规则, 可设计基于Sugeno模糊模型的倒立摆模糊控制系统。

- 设倒立摆的摆角范围为 $[-15, 15]$ 度, 摆角角速度范围为 $[-200, 200]$ 度/秒, 摆角角加速度范围为 $[-200, 200]$ 度/秒²。
- 采用三角形隶属函数对摆角和摆角角速度进行模糊化。摆角初始状态为 $[0.2, 0]$, 运行仿真程序 `chap4_9f.m` 和 `chap4_9.m`, 倒立摆的摆角、角速度、控制输出信号及模糊输入隶属函数曲线的仿真结果如图所示。

对于更大角度范围的摆平衡, 可以分别对较大角度的 x_1 (60度) 和角速度 x_2 (4度/秒) 状态下的非线性模型进行局部线性化, 分别对不同模型进行相同的极点配置, 并增大平衡点的权重值, 摆角范围为 $[-80, 80]$ 度。(参见有关文献)



实际的控制器输出量 u



第8节 模糊控制的应用

- 模糊控制在家电中的应用
(1)模糊电视机（根据距离和室内亮度调节对比度）
(2) 模糊空调；(3) 模糊微波炉；(4) 模糊洗衣机
(5) 模糊电动剃刀
- 模糊控制在过程控制中的应用
(1)工业炉；(2)石化；(3)煤矿；(4)食品加工行业
- 模糊控制在机电行业中的应用
(1) 吊车的模糊控制；(2) 伺服定位的模糊控制
(3) 电梯群控的模糊控制 (4) 机器人臂的模糊控制

第9节 模糊控制发展概况

9.1 模糊控制发展的几个转折点

9.2 模糊控制的发展方向

- 1 Fuzzy-PID复合控制
- 2 自适应模糊控制
- 3 专家模糊控制
- 4 神经模糊控制
- 5 多变量模糊控制

9.3 模糊控制面临的主要任务

机理及稳定性分析、改善；
模糊集成控制系统的设计方法研究；
模糊建模、模糊规则建立和模糊推理算法
自学习模糊控制策略研究，模糊硬件开发应用

作业

1, 求四阶传递函数的阶跃响应

$$G_p(s) = \frac{27}{(s+1)(s+3)^3}$$

取采样时间为1ms，参照模糊控制仿真程序chap4-2.m， chap4-3.mdl，依据上次作业中的e，ec,u的调节范围设计模糊隶属函数和控制规则，进行MATLAB仿真，调节相应规则和隶属论域，得到一个较理想的结果（输入为方波）。

2, 题同上，参照chap4-7a.m， chap4-7b.m研究模糊PID的控制。（PID参数范围参考上次作业的最佳值的2~3倍）

3, 研究基于Sugeno型的模糊倒立摆的跟踪控制（p64）（提高题）。