

3.1-§. Perspektivada pozitsion (vaziyatli) masalalar yechish.

Fazoda geometrik elementlarning o'zaro yoki narsalarga nisbattan egallagan vaziyatlari va joylashishini aniqlashga, so'ngra, ularning perspektivasini yasashga doir amallarni bajarish perspektivada *pozitsion* masala deyiladi.

Pozitsion masalalarga: to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyatlarini aniqlash, ikki tekislikning o'zaro vaziyatlari va kesishish chizig'ini yasash, to'g'ri chiziqning tekislik bilan kesishish nuqtasini aniqlash, tekislikka parallel to'g'ri chiziq o'tkazish, tekislik izlarini yasash va h.k kabi masalalarni o'z ichiga oladi.

Kartinada berilgan tasviri bo'yicha ikki to'g'ri chiziqning o'zaro vaziyatlari quyidagi tartibda aniqlanadi.

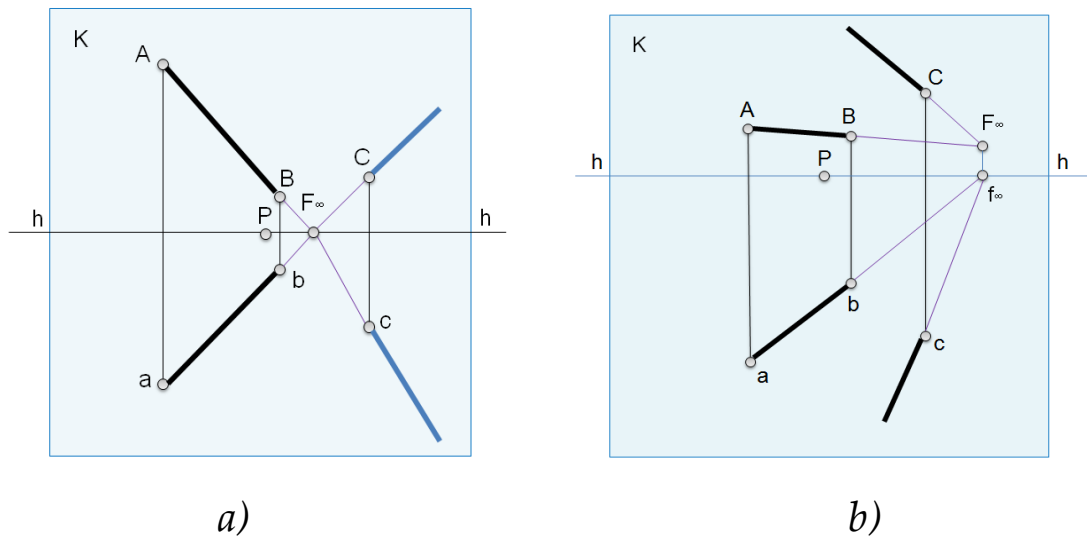
1-masala: AB kesma va unda yotmagan C nuqta berilgan. C nuqtadan AB kesmaga parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin (3.1-rasm, a, b).

Yechish: Perspektivada parallel to'g'ri chiziqlar cheksiz uzoqlikda umumiy bir nuqtada tutashadi. Shuning uchun AB kesmani cheksizlikdagi xosmas nuqtasini aniqlash kerak bo'ladi.

AB kesmaning narsalar tekisligidagi o'rni a, b gorizon chizig'iga kesishadigan tomoni davom ettirilib F_{∞} nuqta aniqlanadi. AB kesma ham davom ettirilsa shu nuqtada tutashadi. F_{∞} bilan Cc nuqtalar orqali o'tkazilgan chiziq perspektivada Aa, Bb kesmaga parallel bo'ladi (3.1-rasm, a).

3.1-rasm, b da AB kesmaning narsalar tekisligidagi o'rni a, b davom ettirilib gorizon chizig'iga f_{∞} aniqlanadi. AB kesma ham davom ettirilsa shu nuqtada vertikal yuqoriga chiqarilgan chiziq bilan tutashib F_{∞} aniqlanadi. c nuqta f_{∞} orqali, C nuqta F_{∞} orqali

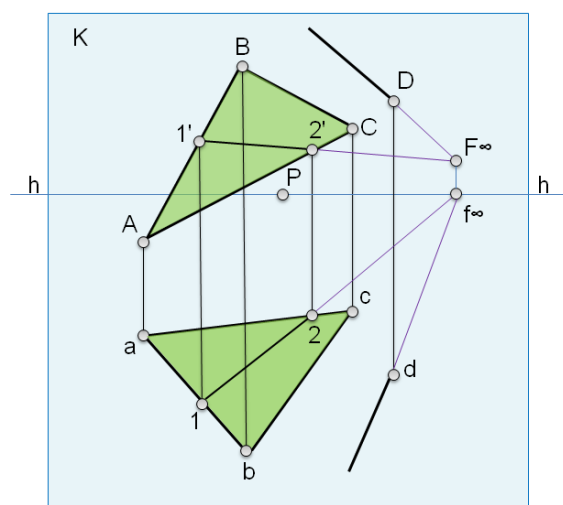
o'tkazilgan chiziqli perspektivada Aa, Bb kesmaga parallel bo'ladi (3.1-rasm, *b*).



3.1-rasm

2-masala: Kartina epyurida Aa, Bb, Cc bir to'g'ri chiziqlida yotmagan uchta nuqtasi bilan berilgan tekislik va Dd nuqta berilgan. Aa, Bb, Cc tekislikka Dd nuqtadan parallel to'g'ri chiziqli o'tkazilsin (3.2-rasm).

Yechish: Aa, Bb, Cc tekislik ustida ixtiyoriy $1, 1', 2, 2'$ nuqtalar tanlanadi. $1, 1', 2, 2'$ nuqtalar tutashtirilib kesmaning cheksizlikdagi xosmas nuqtasi F_∞, f_∞ aniqlanadi.



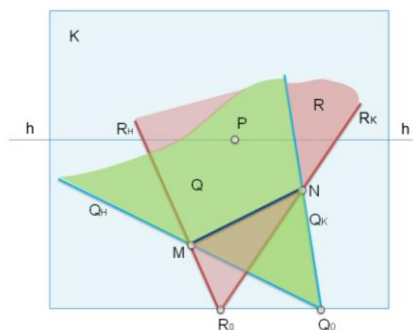
3.2-rasm

3-masala: Kartina epyurida tekislik Aa, Bb to'g'ri chiziq va unda yotmagan Cc nuqtasi bilan berilgan. Tekislik izlari aniqlansin (3.3-rasm).

3.3-rasm.

4-masala: Kartina epyurida umumiy vaziyatdagi ikki tekislik $Q(Q_K Q_H)$, $R(R_K R_H)$ berilgan. Ikki tekislik kesishish chizig'i aniqlansin (3.4-rasm).

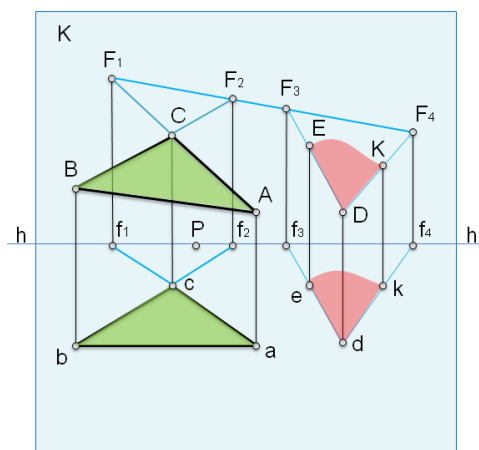
Yechish: $Q(Q_K Q_H)$, $R(R_K R_H)$ tekisliklarning bir nomli izlari kesishish nuqtalari aniqlanadi va tutashtiriladi. QR tekislikning kartina izi $Q_K R_K$, N nuqtada kesishadi. QR tekislikning narsalar telisligidagi izi perspektivasi $Q_H R_H$, M nuqtada kesishadi. MN nuqtalar tutashtirilib ikki tekislikning kesishish chizig'i aniqlanadi (3.4-rasm).



3.4-rasm

5-masala: Kartina epyurida bir to'g'ri chiziqli yotmagan Aa, Bb, Cc uch nuqtasi bilan berilgan tekislik va unda yotmagan Dd nuqta berilgan. Aa, Bb, Cc tekislikka Dd nuqtadan parallel tekislik o'tkazilsin (3.5-rasm).

Yechish: Perspektivada ikki tekislik parallel bo'lishi uchun tekisliklarning tomonlari mos ravishda parallel bo'lishi kerak, yoki ularning cheksizlikdagi tutashuv chizig'i bir to'g'ri chiziqli bo'lishi kerak.



3.5-rasm

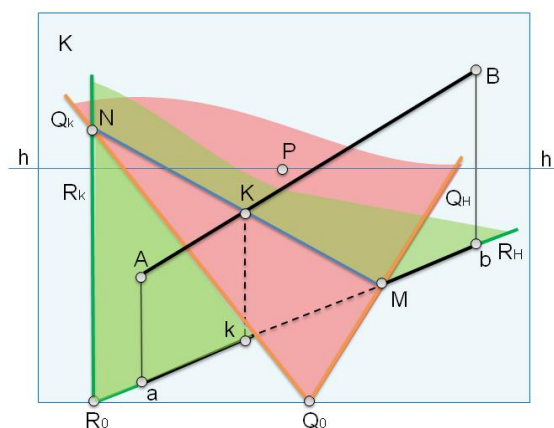
Aa, Bb, Cc tekislikni tomonlarini davom ettirib ularning cheksizlikdagi tutashuv nuqtalari $F_1 F_2$ aniqlanib tutashtiriladi.

D nuqtada o'zaro kesishuvchi ikki ixtiyoriy chiqarilgan chiziqlarni cheksizlikdagi $F_3 F_4$ mos ravishda $F_1 F_2$ chiziqda tutashuvchi qilib tanlanadi (3.5-rasm).

6-masala: Kartina epyurida izlari bilan berilgan $Q(Q_K Q_H)$ tekislik va ma'lum bir balandlikda joylashgan Aa, Bb to'g'ri chiziq berilgan. Tekislik bilan to'g'ri chiziq kesishish nuqtasi aniqlansin? 2.6-rasm.

Yechish: Tekislik bilan to'g'ri chiziq kesishish nuqtasini aniqlash uchun har doim to'g'ri chiziq orqali qo'shimcha tekislik o'tkaziladi va ikki tekislik kesishish chizig'i bilan to'g'ri chiziq kesishish nuqtasi aniqlanadi.

Aa, Bb kesma orqali $R(R_K R_H)$ tekislik o'tkaziladi. R va Q tekisliklarning bir nomli izlari MN nuqtalarda kesishadi. MN chiziq bilan AB kesma kesishib Kk nuqtalar aniqlanadi (3.6-rasm).



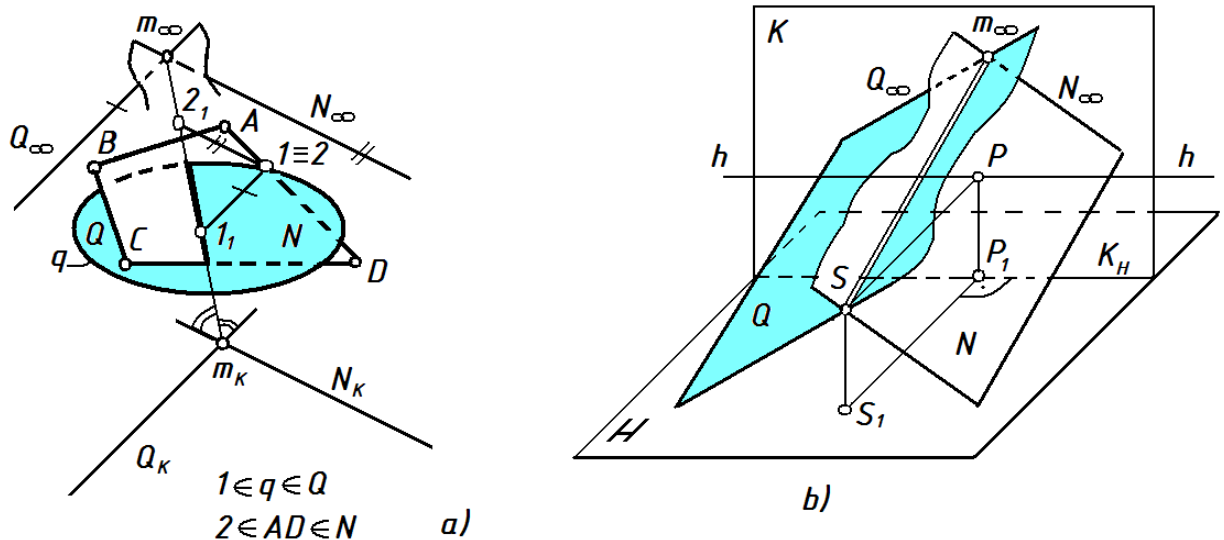
3.6-rasm

Tekisliklarning o'zaro kesishishi. 3.7-rasm, *a* da o'zaro kesishuvchi Q va N tekisliklar ularda mos ravishda yotgan q yopiq egri chiziq ($q \in Q$) va $ABCD$ ko'rurchak ($ABCD \in N$) orqali berilgan. Bu tekisliklarning kesishish chizig'i va ularda yotgan tekis shakllarning ko'rinar-ko'rinmas qismlarini aniqlash talab etilsin.

Tekisliklarning kesishish chizig'i ularning tushish chiziqlari va kartina izlari kesishgan nuqtalarini birlashtirish orqali aniqlanadi, ya'ni $Q \cap N \rightarrow m$, $Q_K \cap N_K \rightarrow m_K$. Demak, Q va N tekisliklar m chiziq bo'yicha kesishyapti. Bu tekisliklarning va ularda mos ravishda yotgan tekis shakllarning ko'rinar-ko'rinmas qismlarini aniqlash uchun quyidagi usullarni tatbiq qilish mumkin.

1. Ikki tekislikning kartina izlari ikki juft vertikal burchaklar hosil qiladi. Ana shulardan uchrashish chiziqlari tomon qaratilgan vertikal burchak tomonlaridan o'tuvchi tekisliklar orasidagi qismi ko'rinadigan bo'ladi (3.7-rasm, *a*)¹. Shu qoidaga asosan Q tekislikning o'ng, N tekislikning chap tomoni kuzatuvchiga nisbatan ko'rinarli bo'ladi.

¹ Sh. Murodov va boshqalar, Chizma geometriya kursi, T., «O'qituvchi», 1988 y., 295-bet.



3.7-rasm

2. Keyingi usulda perspektivaning geometrik apparatini fazoviy holati tiklanadi. Ko'rish nuqtasi S orqali berilgan tekisliklarga parallel qilib o'tkazilgan parallelizm tekisliklarining kuzatuvchiga nisbatan ko'rinar-ko'rinmas qismlari yaqqol ajralib qoladi (3.7-rasm, b). Bu yerda kuzatuvchiga nisbatan Q tekislikning o'ng, N tekislikning chap tomoni ko'rinarlidir.

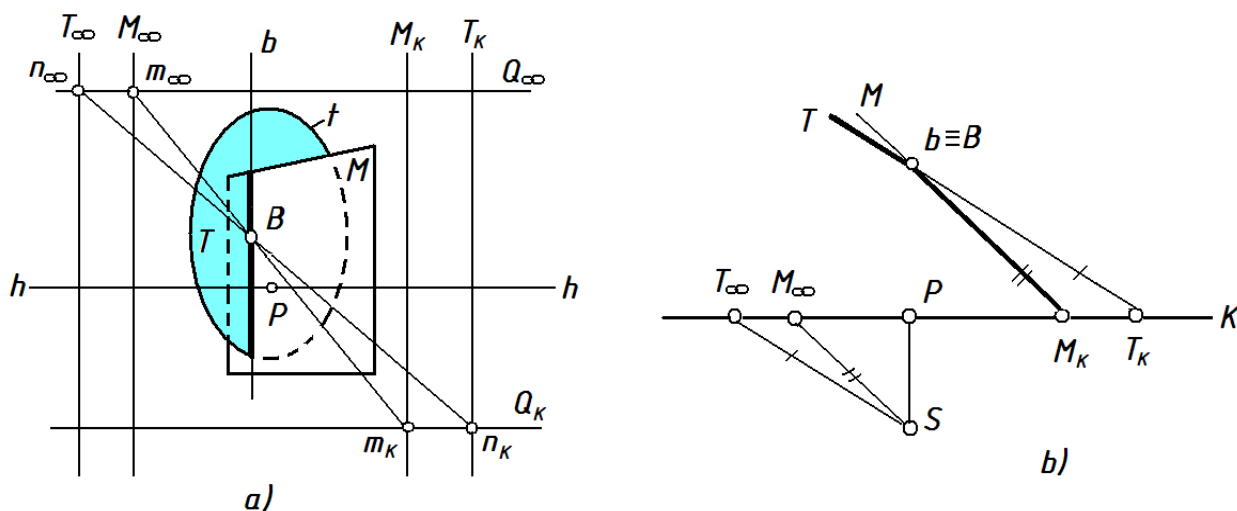
3. Uchinchi usulda tekis shakllarga tegishli va tasvirda raqobatlashuvchi bo'lgan nuqtalar belgilanadi. Masalan, $1(1 \in q \in Q)$ va $2(2 \in AD \in N)$ nuqtalar belgilansin (3.7-rasm, a). Bu nuqtalar orqali tekisliklarga mos ravishda tegishli va uchrashish chiziqlariga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi. Bu chiziqlar o'z navbatida K kartina tekisligiga paralleldir. O'tkazilgan to'g'ri chiziqlar m chiziq bilan kesishib, 1_1 va 2_1 nuqtalarni beradi. 1_1 va 2_1 nuqtalarning m_K ga nisbatan eng yaqin joylashgani ko'rinarli hisoblanadi. Bu yerda 1_1 nuqta m_K ga yaqin va Q tekislikka tegishli bo'lgani uchun q yopiq egri chiziqning kuzatuvchiga nisbatan o'ng tomoni ko'rinarlidir.

Bayon etilgan uchala usulda ham masala javobi bir xil. Birinchi va uchinchi usullarda masala javobiga tez erishiladi. Ikkinchi usul

qo'llanilganda talabaning fazoviy tasavvuri o'sadi, ya'ni masalani «mexanik» tarzda yechmaydi.

Endi kesishuvchi tekisliklarning tushish chiziqlari va kartina izlari o'zaro parallel bo'lganda ularning kesishish chiziqlari, ko'rinar-ko'rinmas qismlarining qanday aniqlanishini ko'rib chiqamiz.

O'zaro kesishuvchi T va M tekisliklar, ularga mos ravishda tegishli bo'lgan t yopiq egri chiziq va ko'pburchaklar bilan berilgan bo'lsin (3.8-rasm, *a*). Tekisliklarning kesishish chizig'ini aniqlash uchun uchinchi yordamchi Q tekislik o'tkaziladi. Q tekislikning T va M tekisliklar bilan kesishgan n va m chiziqlari aniqlanadi. n va m to'g'ri chiziqlar o'zaro kesishib, uchala tekislik uchun umumiy bo'lgan B nuqtani beradi. B nuqta T va M tekisliklarning kesishish chizig'iga tegishli. Shuning uchun B nuqta orqali tekisliklarning b kesishish chizig'i T_∞ va M_∞ larga parallel qilib o'tkaziladi.



3.8-rasm

Tekisliklar va ularda yotgan tekis shakllarning ko'rinar-ko'rinmas qismini aniqlashda yuqorida bayon etilgan uchta usuldan foydalanish mushkul. To'g'ri yechimga ega bo'lish uchun kartina tekisligiga ustidan qarasak, berilgan tekisliklar va

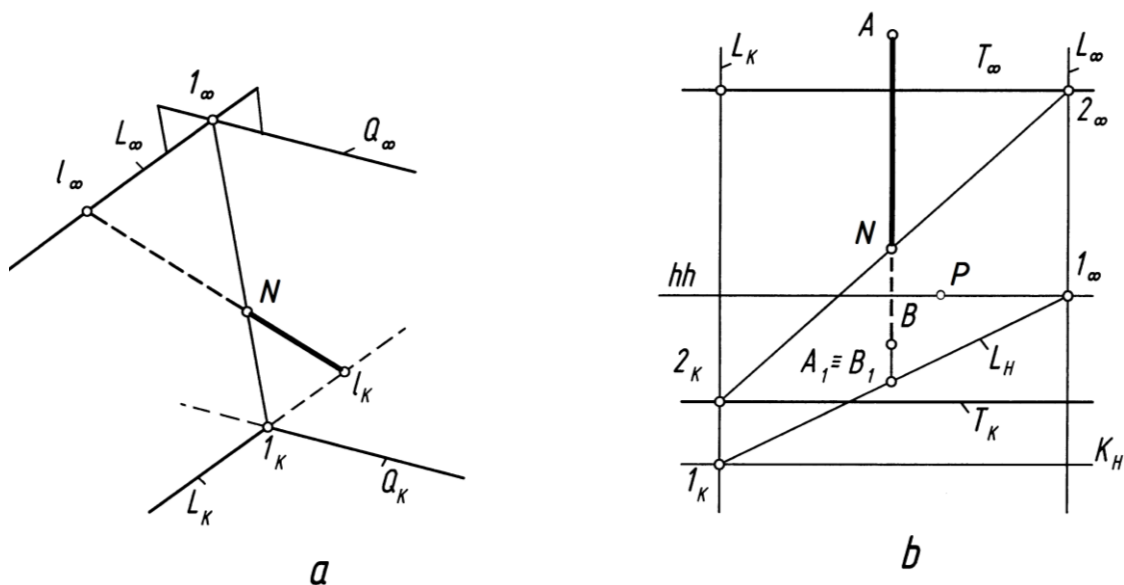
parallelizm tekisliklari to'g'ri chiziq holatida ko'rinadi (3.8-rasm, b). Chunki T va M tekisliklar H narsalar tekisligiga perpendikulardir. S kuzatish nuqtasi T_∞ va M_∞ bilan birlashtirilib, parallelizm tekisliklari o'tkaziladi. Tekisliklarning kartina izlari T_K va M_K (nuqta ko'rinishida)lardan parallelizm tekisliklariga parallel qilib berilgan tekisliklar tiklanadi. Ular o'zaro B nuqtada kesishadi (aslida b to'g'ri chiziq bo'yicha kesishyapti). Kuzatuvchiga nisbatan M tekislikning o'ng, T tekislikning chap tomoni ko'rinarli bo'lishi chizmadan tushunarlidir.

To'g'ri chiziqning tekislik bilan kesishishi. To'g'ri chiziqning tekislik bilan kesishish nuqtasini aniqlash uchun to'g'ri chiziq orqali berilgan tekislikni kesib o'tadigan ixtiyoriy tekislik o'tkaziladi. Berilgan tekislik bilan o'tkazilgan tekislikning o'zaro kesishish chizig'i aniqlanadi. Ikkala tekislikning o'zaro kesishish chizig'i bilan to'g'ri chiziqning kesishayotgan nuqtasi izlanayotgan nuqta hisoblanadi.

3.9-rasm, a da l (l_K, l_∞) to'g'ri chiziq va Q (Q_K, Q_∞) tekislik berilgan. l orqali Q ni kesuvchi ixtiyoriy L tekislik o'tkaziladi. Buning uchun l_∞ orqali tekislikning L_∞ uchrashish chizig'i, l_K orqali L_∞ ga parallel qilib L_K kartina izi o'tkaziladi. So'ngra Q bilan L ning kesishuv chizig'i 1 ($1_K, 1_\infty$) aniqlanadi. Aniqlangan 1 chiziq bilan l chiziq o'zaro K nuqtada kesishib, izlangan nuqtani hosil qiladi. Bu yerda l to'g'ri chiziqning Kl_K qismi ko'rinarli bo'ladi.

3.9-rasm, b da vertikal AB to'g'ri chiziq o'zining H dagi asosi $A_1 \equiv B_1$ bilan va tekislik esa kartina izi T_K hamda uchrashish chizig'i T_∞ bilan berilgan. AB chiziq bilan T tekislikning kesishuv nuqtasini topish talab qilinsin. Buning uchun AB orqali vertikal L tekislik o'tkaziladi. L tekislikning L_∞ uchrashish chizig'i ixtiyoriy o'tkaziladi.

Bu tekislik H bilan $l_{\infty} A_1 \equiv B_1$ chizig'i bo'yicha kesishadi. 1 (1_K , 1_{∞}) chiziq K_H kartina asosini 1_K da kesib, uning kartina izini hosil qiladi. L ning L_K kartina izi 1_K orqali vertikal yo'nalishda o'tadi va T_K ni 2_K nuqtada kesadi. 2_K bilan 2_{∞} (T_{∞} , L_{∞}) ni tutashtirib, L bilan T ning kesishuv chizig'iga ega bo'linadi. AB to'g'ri chiziq 2 to'g'ri chiziq bilan kesishib, AB kesmaning T tekislik bilan N kesishuv nuqtasini aniqlaydi.



3.9- rasm