

3.2-§. Perspektivada metrik (o'lchashli) masalalar yechish.

Perspektivada metrik masalalar perspektiv masshtablardan foydalanib bajariladi.

Perspektivada uch xil masshtab, kenglik, balandlik va chuqurlik masshtablari mavjud. Kartining haqiqiy kattalik masshtabi - kartinadagi o'lchov birligining asli (natura) dagi o'lchov birligiga nisbatan hisoblanadi.

Biz bilamizki perspektivada kartina tekisligidagi tegib turgan elementlar o'z kattaligida bo'ladi. Lekin kartina tekisligidan ma'lum bir uzoqlikda narsalar fazosidagi geometrik elementlarning perspektivasi albatta aslidan kichik bo'lib tasvirlanadi. Bu markaziy proyeksiyalash xossasidan ham ma'lumdir.

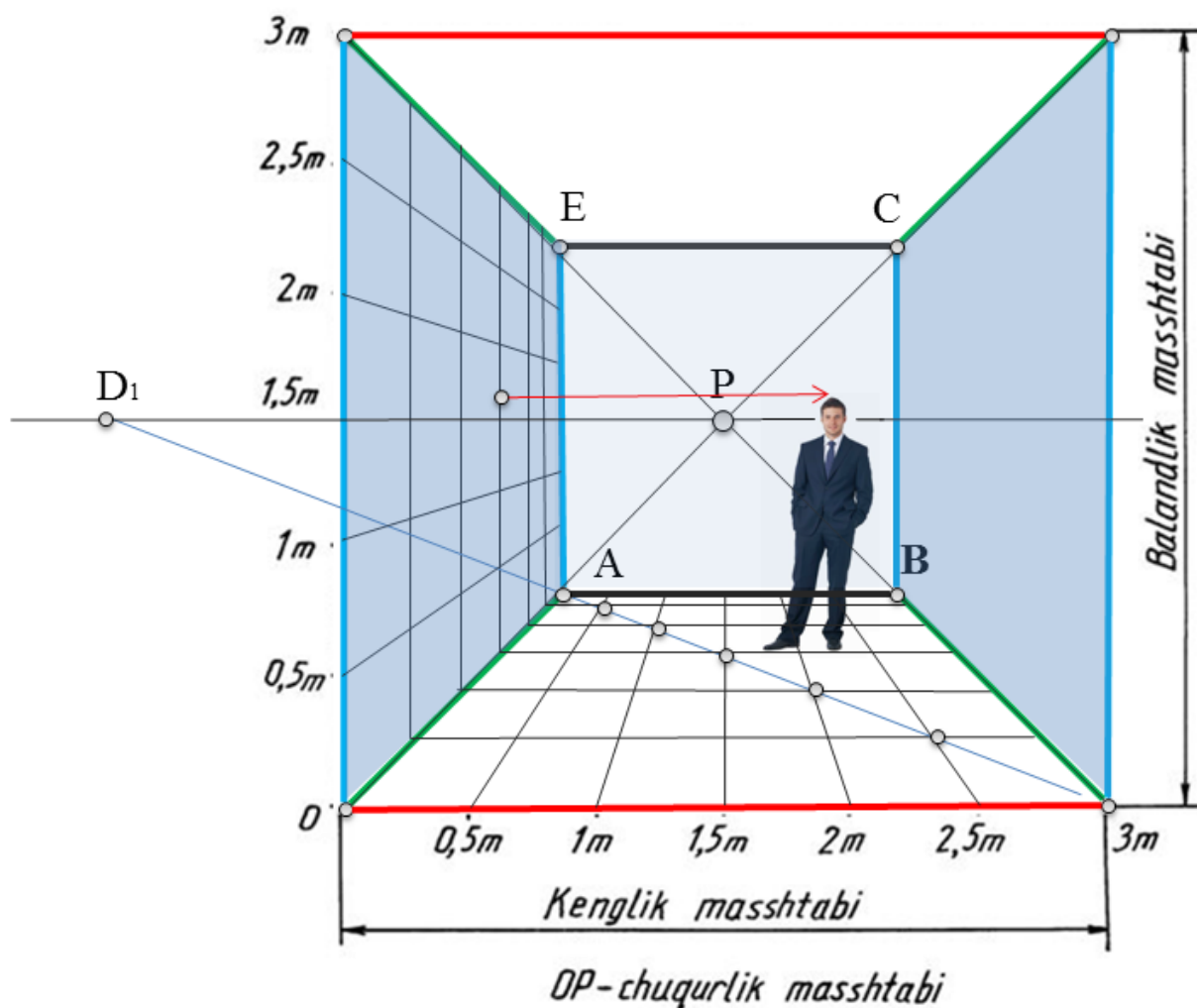
U yoki bu geometrik obrazlar nisbati o'zaro munosabatlarini aniqlash kerak bo'lsa, bunda tasvirlarning o'z kattaligi talab qilinadi. Shunday ekan bunda perspektiv masshtablardan foydalaniladi.

Kartinada ufq chizig'ini tik turgan odamning ko'zlari balandligi orqali o'tadigan sathdan o'tkazish qabul qilingan. Uning balandligi $SS_1=1500$ mm atrofida olinadi.

Kartining asosi (eni) kenglik masshtabi, vertikal tomoni balandlik masshtabi, kartining burchagi (O nuqta) dan P bosh nuqtaga tomon chizilgan OP masofa chuqurlik (yoki ichkarilik) masshtabi deyiladi (3.7-rasm). Kartinani kenglik va balandlik masshtablari tomoniga o'lchangan kattaliklar o'z kattaligida, chuqurlik masshtabidagi o'lchamlarni aniqlash uchun har doim kenglik va balandlik masshtablaridan foydalaniladi.

Kartinada perspektiv masshtabni koordinatalar bilan bog'lab o'rganish yaxshi samara beradi. Kenglik masshtabini X , balandlik

masshtabini Z va chuqurlik masshtabini Y deb belgilab, xonaning perspektivasi chizib ko'riladi (3.10-rasm). Demak, perspektivada koordinatalar bilan bog'liq bo'lgan yasashlarni osonlashtirish va tezlashtirish maqsadida perspektiv masshtablar deb ataluvchi to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasining perspektiv modelidan foydalaniladi.



3.10-rasm

Xonaning eni 3 m, balandligi 3 m, ichkarisi ham 3 m deb olinsa, ufq chizig'ini 1,5 m balandlikda o'tgan deb qaraladi. Kartina asosi va balandligiga 0,5 m li kesmalar o'lchab qo'yib, perspektiv shkalalar hosil qilinadi.

Har bir nuqta P bilan tutashtiriladi va OP , $0,5m P$, $1mP$ larning $3m D_1$ chiziq bilan kesishgan nuqtalaridan kartina asosiga parallel

to'g'ri chiziqlar chizilib, perspektivada kvadrat to'rlar pol tekisligida hosil qilinadi. To'rlarning yon devor asosidagi OP chiziq bilan kesishgan nuqtalaridan vertikal chiziqlar chizilib, yon devorda ham kvadrat to'rlar yasaladi. Bu to'rni to'rtransparant ham deyiladi.

A nuqtadan xonaning ichki devori $ABCE$ yasaladi. Xona ichida turgan odam o'rni tahlil qilinsa, u 1,5 m ichkarida, xonaning chap devoridan 2-2,25 m uzoqlikda balandligi 1,5-1,6 m ga teng oraliqda ekan. Shu tartibda xona ichidagi barcha jihozlar to'rlar yordamida aniqlanadi. Kvadrat to'rlardan foydalanib, uy jihozlarining perspektiv tasvirlarini ham yasash mumkin.

Perspektivada narsalarning tasvirini yasashdan oldin kartina uchun o'lchov birligi, ya'ni masshtab tanlanadi, agar berilgan bo'lsa u aniqlanadi. Ma'lumki, har qanday hajmli narsa uch o'lchovli bo'lib: kenglik, balandlik va chuqurlik (ichkarilik) masshtablari orqali aniqlanadi va ularning perspektiv tasvirlari yasaladi.

Kenglik masshtabi.

Agar kesma gorizontal vaziyatda bo'lsa uning haqiqiy kattaligi kartina asosida belgilanadi. Bu esa kenglik masshtabi hisoblanadi.

Perspektiva apparati narsalar tekisligida joylashgan kartina tekisligiga parallel A_1B_1 kesma berilgan bo'lsin (3.11-rasm, a, b).

S_1A_1 orqali narsalar tekisligiga perpendikulyar $R(R_H R_K)$ tekisligini, S_1B_1 orqali $Q(Q_H Q_K)$ tekisligi o'tkaziladi.

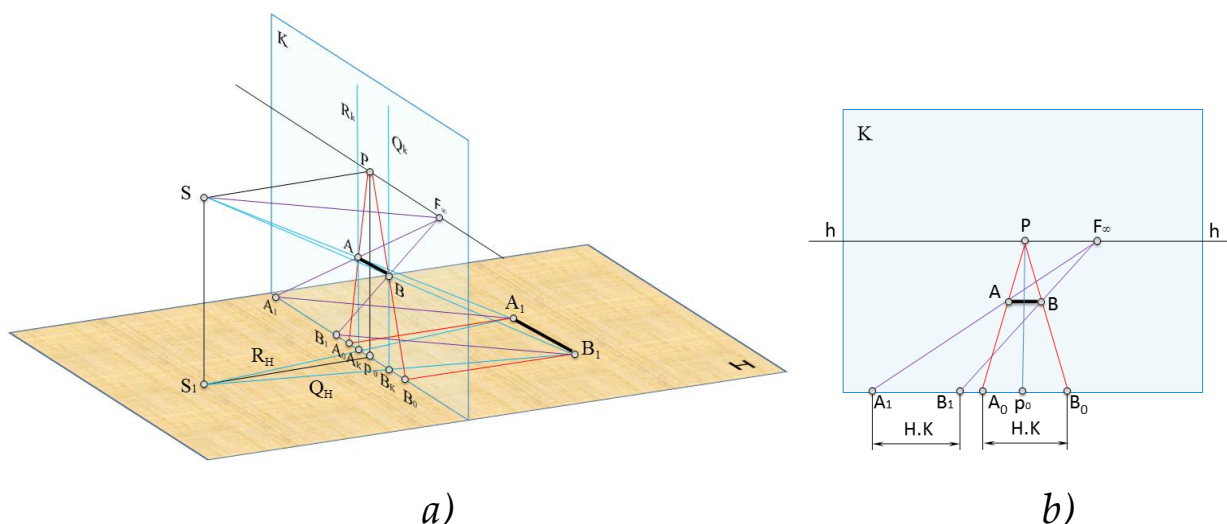
Agar S ko'rish nuqta A_1B_1 bilan tutashtirilsa, $R_K Q_K$ larda kesishib A_1B_1 ni perspektivasi AB aniqlanadi.

A_1B_1 ni perpendikulyar kartina asosigacha davom ettirib, A_0B_0 ni P bosh nuqta bilan tutashtirilsa, natija o'zgarmaydi, u albatta AB nuqtalardan o'tadi.

S dan og'ma holatdagi chiziqlarni uchrashish nuqtasi F_∞ ixtiyoriy o'tkaziladi. $S F_\infty$ ko'rish nuriga A_1 da parallel o'tkazilsa va A_1 ni shartli ravishda kartina tekisligigacha olib o'tkaziladi va uchrashish nuqtasi F_∞ ga tutashtiriladi. Ko'rinib turibdiki natija bir xilda chiqadi (3.11-rasm a).

Ammo masshtablardan foydalanishda teskari proporsional yo'l tutiladi.

AB kesmani perspektivasi berilgan bo'lsa, kesmaning haqiqiy kattaligini aniqlash kerak bo'lsin. P bosh nuqtadan AB kesma orqali kartina asosigacha davom ettirib, A_K, B_K nuqtalar aniqlanadi. Yoki ufq chizig'i ustida ixtiyoriy tanlangan F_∞ nuqta AB nuqtalar orqali kartina asosigacha davom ettiriladi. Topilgan A_1B_1 kesma AB kesmaning haqiqiy kattaligiga teng (3.11-rasm, b).



3.11-rasm

Balandlik masshtabi

Kartining vertikal yon tomoniga parallel (H ga perpendikular K ga parallel) to'g'ri chiziqlarning ufq tomon qisqarib borishini aniqlash balandlik masshtabida aniqlanadi.

Perspektiva apparati narsalar tekisligiga perpendikulyar joylashgan kartina tekisligiga parallel A_1B_1 kesma berilgan bo'lsin (3.12-rasm, a , b).

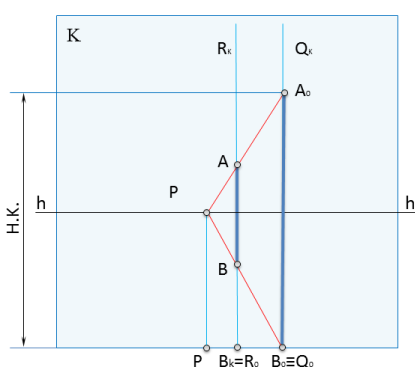
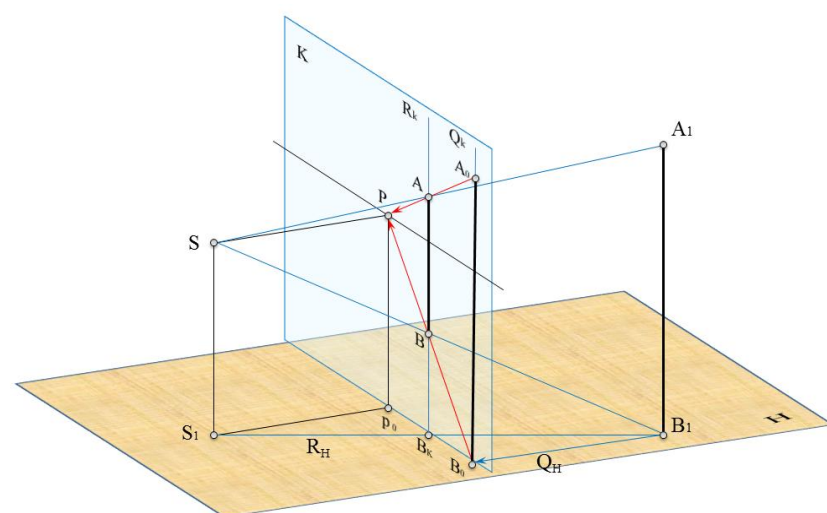
$S_1A_1B_1$ orqali narsalar tekisligiga perpendikulyar $R(R_H R_K)$ tekisligini o'tkaziladi.

Agar S ko'rish nuqta A_1B_1 bilan tutashtirilsa, R_K da kesishib A_1B_1 ni perspektivasi AB aniqlanadi.

A_1B_1 ni perpendikulyar $Q (Q_H Q_K)$ tekislik kartina asosigacha davom ettirib, A_0B_0 ni P bosh nuqta bilan tutashtiriladi. Natija o'zgarmaydi, u albatta AB nuqtalardan o'tadi (3.12-rasm, a).

Kartina epyurida masshtablardan foydalanishda teskari proporsional yo'l tutiladi.

AB kesmani perspektivasi berilgan bo'lsa, kesmaning haqiqiy kattaligi aniqlansin (3.12-rasm, b). P bosh nuqtadan B kesma orqali kartina asosigacha davom ettirib, B_0 nuqta aniqlanadi. B_0 nuqtadan vertikal chiziq yuqoriga chiqarilib PA chiziq bilan tutashtiriladi. Topilgan A_1B_1 kesma AB kesmaning haqiqiy kattaligi balandlik masshtabi yordamida aniqlandi (3.12-rasm, b).



a)

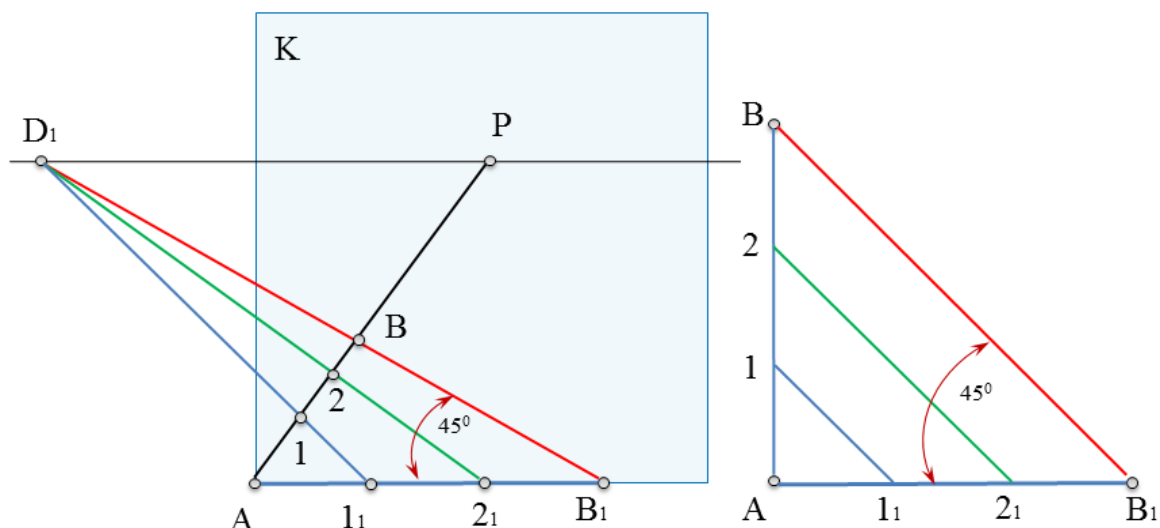
b)

3.12-rasm

Chuqurlik masshtabi

Perspektivada barcha yasashlar chuqurlik masshtabi yordamida amalga oshiriladi. Masalan, ortogonal proyeksiyalash 2.10-rasm, *b* da 45° nurlar o'tkazib AB kesma teng bo'laklarga bo'lingan. Perspektivada kartinaga 45° da joylashgan har qanday to'g'ri chiziqlar distansion nuqtalarning birida tutashadi.

Kartinaga perpendikular AB kesmani teng uch qismga bo'lish uchun D_1 yoki D_2 nuqtadan foydalaniladi (3.13-rasm, *a*).



3.13-rasm

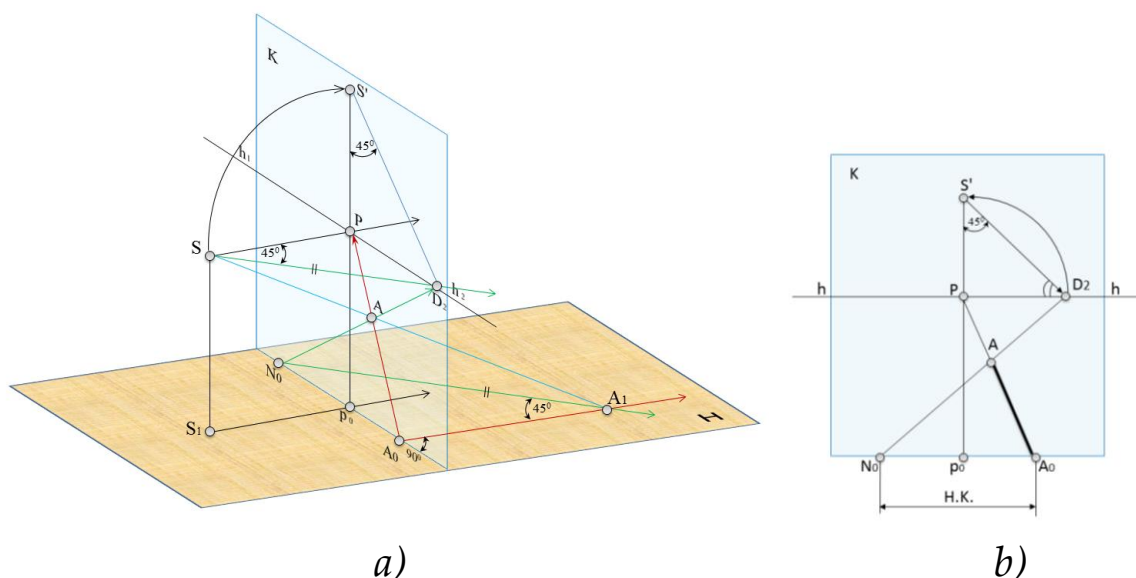
Narsalar tekisligida yotgan A_1 nuqta berilgan bo'lsin (3.14-rasm, a , b). A_1 nuqta kartina tekisligidan qancha chuqurlik masofada turganligini aniqlash kerak bo'lsin?

A_1 nuqtadan kartina tekisligiga perpendikulyar o'tkazilib, A_0 aniqlanadi. Nur kartinaga perpendikulyar bo'lganligi uchun A_0 nuqta P bosh nuqtaga tutashadi.

Agar S ko'rish nuqta A_1 bilan tutashtirilsa A_0P chiziqda kesishib A_1 ni perspektivasi A aniqlanadi.

S ko'rish nuqtasidan kartinaga 45° nur chiqarib D_2 topiladi. S D_2 chiziqqa parallel A_1 dan o'tkazilib N_0 nuqta aniqlanadi. N_0 D_2 tutashtirilsa perspektivasi A nuqtadan o'tadi.

N_0 A_0 masofa A_1 nu qanchalik chuqurlikda turganligini kenglik masshtabidan foydalanib topilgan haqiqiy kattaligidir (3.14-rasm, a , b).

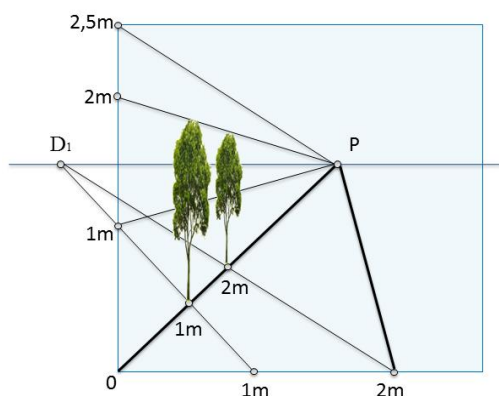


3.14-rasm

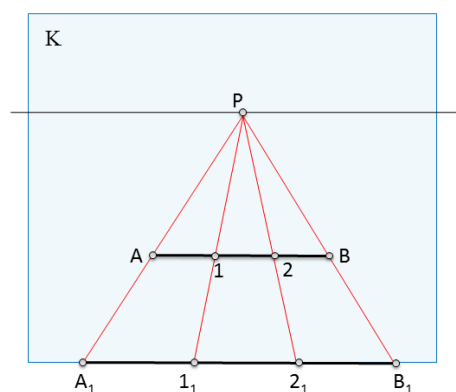
3.15-rasmda daraxtlar chuqurlik masshtabida qancha masofada joylashganligi kenglik masshtabidan foydalanib aniqlash ko'rsatilgan. Ularning bo'yi balandlik masshtabida aniqlangan.

1-masala: Kartina asosiga parallel AB kesma o'zaro teng uch qismga bo'linsin (3.16-rasm).

Yechish: Buning uchun A va B nuqtalar P bilan tutashtirilib, kartina asosida uning haqiqiy uzunligi A_1B_1 aniqlanadi. A_1B_1 teng uchga bo'linadi va undagi $1_1, 2_1$ nuqtalar P bilan tutashtiriladi. Shunda perspektivadagi AB kesma teng uch qismga bo'linadi (3.16-rasm).



3.15-rasm



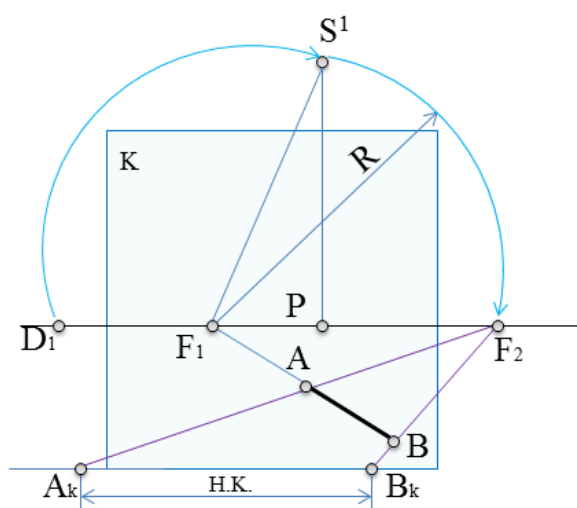
3.16-rasm

2-masala: Kartina tekisligiga og'ma holatdagi AB to'g'ri chiziq kesmasining haqiqiy uzunligi aniqlansin (3.17-rasm).

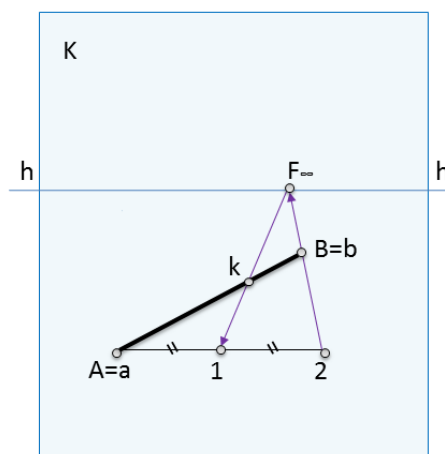
Yechish: H da yotgan kartinaga qiya va uchrashish nuqtasi F_1 da bo'lgan AB kesmaning haqiqiy uzunligi (qisqartirilganda H.U.)ni aniqlash uchun 3.17-rasmda ko'rsatilganidek, oldin F_2 nuqta aniqlab olinadi, so'ngra A va B nuqtalar F_2 bilan tutashtirilib kartina asosida A_K va B_K nuqtalar aniqlanadi, ya'ni AB kesmaning haqiqiy uzunligi A_1B_1 topiladi. Bu yerda F_2 burish vatarlarining uchrashish nuqtasi hisoblanadi.

3-masala: Narsalar tekisligidagi kartina tekisligiga og'ma AB kesma o'zaro teng ikki qismga bo'linsin (3.18-rasm).

Yechish: Buning uchun avval A nuqtasidan teng ikki qisimlik $(1,2)$ kesma kartina asosiga parallel qilib chiziladi. Belgilangan 2 nuqta B uchi orqali tutashtirilib ufq chizig'ida F_∞ tanlanadi. F_∞ 1 nuqtalar tutashtirilib A va B kesmada k nuqta aniqlanadi. Shunda perspektivadagi AB kesma teng ikki qismga bo'linadi (3.18-rasm).



3.17-rasm



3.18-rasm

4-masala: Narsalar tekisligidagi kartina tekisligiga og'ma AB kesma o'zaro teng ikki qismga bo'linsin (3.19-rasm).

Yechish: Bunda AB kvadratning diagonali sifatida olinadi.

Kvadratning ikkinchi diagonali sifatida tutashtirilgan CE chiziq k nuqtada AB kesmani teng ikkiga bo'лади (3.19-rasm).

Yechish: Avval AB to'g'ri chiziqni asosi ab gorizont chizig'ini kesguncha davom ettirilib F_1 aniqlanadi. F_1, S_K masofa gorizon chizig'iga aylantirib F_2 burish vatarlarining uchrashish nuqtasi topiladi.

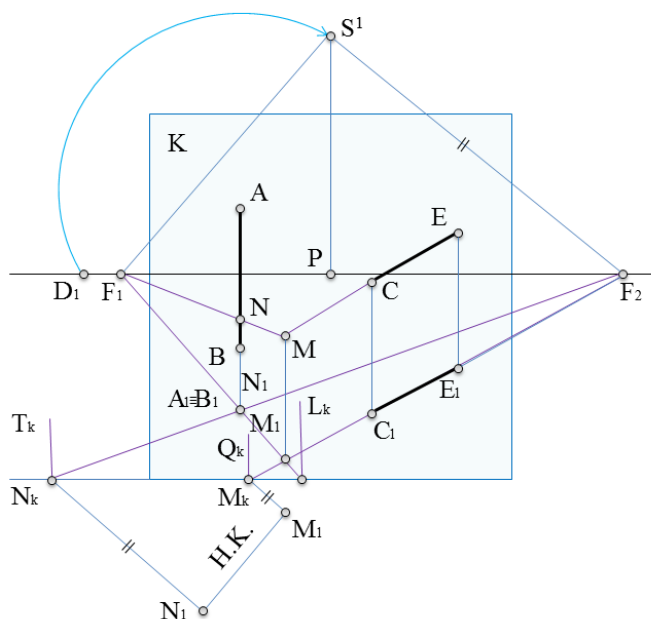
Diagram illustrating a triangle with vertices P , $B=b$, and $C=c$. A point k is located on the base BC . A line segment connects P to k , and another line segment connects B to k . The line segment Bk is highlighted in black. The triangle is labeled with K at the top and h at the bottom.

6-masala: O'zaro ayqash to'g'ri chiziqlar orasidagi eng qisqa masofa aniqlansin (3.21-rasm).

Yechish: Ayqash ikki to'g'ri chiziq orasidagi eng qisqa masofa ular orqali bir-biriga parallel qilib o'tkazilgan tekisliklarga uchinchi tekislikni perpendikular qilib o'tkazish orqali aniqlanadi.

AB va CE to'g'ri chiziq kesmalari orqali o'tkazilgan Q va T tekisliklar o'zaro parallel. Ularga perpendikular L tekislik o'tkazish uchun oldin, qoida bo'yicha, ufq chizig'ida F_1 nuqta aniqlab olinadi ($F_1 \perp F_2$). F_1 dan L tekislikni H dagi L_H izi A_1B_1 orqali o'tkaziladi.

Shunda C_1E_1 da M_1 nuqta aniqlanadi. M_1 belgilanib u F_1 bilan tutashtirilsa, N_1 nuqta topiladi. MN (M_1N_1) - izlanayotgan eng qisqa masofa. M_K va N_K lardan F_2S' ga parallel chiziq chizilib, ularga perpendikular o'tkazilsa, eng qisqa masofaning haqiqiy uzunligi M_1N_1 aniqlanadi (3.21-rasm).



3.21-rasm

Mavzuga oid nazariy savollar.

1. Perspektiv masshtab nima va undan qanday maqsadda foydalaniladi?
2. Pozitsion masala deganda nimani tushunasiz?

3. Qaysi masalalarni pozitsion masalalar qatoriga kiritish mumkin?

4. Metrik masala deganda nimani tushunasiz?

5. Qaysi masalalarni metrik masalalar qatoriga kiritish mumkin?