



**FIZIKA, MATEMATIKA VA
MEXANIKANING DOLZARB
MUAMMOLARI
XALQARO ILMIY-AMALIY
ANJUMANI
MATERIALLARI**



Buxoro - 2023

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIIY TA’LIM, FAN VA
INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI
BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI**

**FIZIKA, MATEMATIKA VA MEKANIKA DOLZARB
MUAMMOLARI**

xalqaro ilmiy-amaliy anjumani

MATERIALLARI

(II qism)

Buxoro, O‘zbekiston, 24-25-may, 2023-yil

**МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И
ИННОВАЦИЙ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
БУХАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

(Часть II)

международной научно-практической конференции

**АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ФИЗИКИ, МАТЕМАТИКИ И
МЕХАНИКИ**

Бухара, Узбекистан, 24-25 мая, 2023 год

**MINISTRY OF HIGHER EDUCATION, SCIENCE AND INNOVATIONS
OF THE REPUBLIC OF UZBEKISTAN
BUKHARA STATE UNIVERSITY**

ABSTRACTS

(Part II)

of the international scientific and practical conference

**ACTUAL PROBLEMS OF PHYSICS, MATHEMATICS AND
MECHANICS**

Bukhara, Uzbekistan, May 24-25, 2023

Advanced Research in Science, Engineering and Technology, 2018, Vol. 5, Issue 12, 7589-7597 pp.

4. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977, 656 с.

5. Caputo M. Models of flux in porous media with memory //Water Resour. Res. 36(3). 2000. Pp. 693–705.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ АНОМАЛЬНОГО ПЕРЕНОСА ВЕЩЕСТВА С МНОГО-ЧЛЕННЫМИ ДРОБНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ ПО ВРЕМЕНИ

¹Хужаёров Б.Х., ²Холлиев Ф.Б., ³Хасанов С.Ч.

^{1,2}Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан.

³Термезский государственный университет, Термез, Узбекистан.

b.khuzhayorov@mail.ru; surxon88@bk.ru

В работе рассматривается численное решение уравнения диффузии с много-членными дробными производными по времени в конечной области. Определены профили изменения концентрации вещества. Оценено влияние порядка производной по координате и времени, т.е. фрактальной размерности среды, на характеристики переноса вещества. Результаты проанализированы для случая, когда уравнение диффузии содержит сумму членов с разными порядками производной по времени.

Сложная траектория частиц жидкости и вещества в межагрегатной среде, трещинах и пористых блоках обуславливает аномальность переноса, так что обычные уравнения конвективного переноса не могут адекватно описать перенос вещества. Уравнения переноса веществ должны учитывать эту аномальность. Такие среды могут быть рассмотрены как фракталы.

В [1] рассмотрено уравнение волновой диффузии с много-членными дробными производными по времени. Много-членные дробные производные по времени определяются в смысле Капуто, порядки которых принадлежат в интервал $[0,1]$, $[1,2)$, $[0,2)$, $[0,3)$, $[2,3)$ и $[2,4)$ соответственно. Предлагаются с вычислительной точки зрения эффективные численные методы

моделирования много-членных уравнений волновой диффузии с дробным производными по времени. Эти методы и приемы могут быть распространены также на другие виды много-членных дробных пространственно-временных моделей.

В [2] рассмотрены начально-краевые задачи для обобщенного много-членного уравнения диффузии с дробным производными по времени в открытой ограниченной области $G \times (0, T)$, $G \in R^n$. На основе соответствующего принципа максимума, который также формулируется и доказывается, устанавливаются некоторые априорные оценки решения, а затем и его единственность. Чтобы показать существование решения, сначала строится формальное решение с использованием метода разделения переменных Фурье.

В данной работе поставлена и численно решена задача переноса вещества в пористой среде на основе уравнения диффузии с много-членными дробными производными по времени. Показано влияние порядков дробных производных по времени на характеристики переноса, в частности, на распределение концентрации вещества в различные моменты времени.

Много-членное уравнение дробной диффузии по времени может быть решено аналитически с помощью преобразования Лапласа и метода разделения переменных с использованием многомерной функции Миттаг-Леффлера. Однако выражение решения сложное и неудобное для использования. Предложенная в статье неявная конечно-разностная схема эффективна для численного решения многочленного уравнения дробной диффузии по времени.

Уравнение диффузии с много-членными производными по времени записывается как [3]

$$\frac{\partial^\alpha c}{\partial t^\alpha} + \sum_{s=1}^n r_s \frac{\partial^{\beta_s} c}{\partial t^{\beta_s}} = D \frac{\partial^\gamma c}{\partial x^\gamma} + f(t, x), \quad (1)$$

где $\alpha, \beta_s, s = \overline{1, n}, \gamma$ – порядки производных. $0 < \beta_s < \beta_{s-1} < \dots < \beta_1 < \alpha < 1$. Порядки дробных производных α и γ изменяются в следующем диапазоне:

$0 < \alpha \leq 1, 1 \leq \gamma \leq 2$. Если c – безразмерная величина, то $\left[\frac{\partial^\alpha c}{\partial t^\alpha} \right] = T^{-\alpha}, [r_s] = T^{\beta_s - \alpha},$

$[D] = L^\gamma / T^\alpha, [f(t, x)] = T^{-\alpha}, L$ – размерность длины, T – размерность времени.

Возьмем в качестве примера уравнение диффузии с трехчленными дробными производными по времени и рассмотрим следующую начально-краевую задачу. Модель можно преобразовать в следующую более простую форму при $n=2$ и $f=0$

$$\frac{\partial^\alpha c}{\partial t^\alpha} + r_1 \frac{\partial^{\beta_1} c}{\partial t^{\beta_1}} + r_2 \frac{\partial^{\beta_2} c}{\partial t^{\beta_2}} = D \frac{\partial^\gamma c}{\partial x^\gamma}. \quad (2)$$

Начальные и граничные условия имеют вид:

$$c_m(0, x) = 0, \quad c_m(t, 0) = c_0, \quad c_m(t, \infty) = 0. \quad (3)$$

Численные расчеты показывают, что учет много-членности диффузионного уравнения по сравнению с одно-членным уравнением приводит к замедленному распространению концентрации вещества в среде. Показано, что увеличение значения постоянных коэффициентов (r_1 и r_2) при локальных дробных производных по времени способствует усилению процесса замедления распространения профилей концентрации.

ЛИТЕРАТУРА

1. F.Liu, M.M. Meerschaert, R. McGough, P.Zhuang, Q.Liu. Numerical methods for solving the multi-term time-fractional wave-diffusion equation // An International Journal for Theory and Applications, Vol 16, №1, 2013
2. Yury Luchko. Initial-boundary-value problems for the generalized multi-term time-fractional diffusion equation // J. Math. Anal. Appl. 374 (2011) 538–548
3. Gongsheng Li, Chunlong Sun, Xianzheng Jia, Dianhu Du. Numerical Solution to the Multi-Term Time Fractional Diffusion Equation in a Finite Domain // Numer. math. Theor. Meth. Appl. Vol. 9, No. 3, pp.337-357, 2016.

моделирование и численного исследования трехмерных турбулентных реагирующих струй.....	68
Хаятов Х.У., Барноева З.Е. Нахождение оптимальных коэффициентов интерполяционной формулы в пространстве соболева $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$	71
Хужаёров Б. Эшдавлатов З.З., Акрамов Ш.Б. Перенос вещества в элементе трещиновато-пористой среды с учетом аномальности в трещине и пористом блоке.....	75
Хужаёров Б.Х., Холлиев Ф.Б., Хасанов С.Ч. Численное решение уравнения аномального переноса вещества с много-членными дробными производными по времени.....	78
Мирзоев А.А., Ахмедов Н. Иброхимов А.Р. инертность текучих многофазных сред к деформационным процессам	81