ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ
ВАЗИРЛИГИ ТЕРМИЗ ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ФАНЛАР
АКАДЕМИЯСИ В.И.РОМАНОВСКИЙ НОМИДАГИ
МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ

АЛГЕБРА ВА АНАЛИЗНИНГ ДОЛЗАРБ МАСАЛАЛАРИ МАВЗУСИДАГИ РЕСПУБЛИКА ИЛМИЙ-АМАЛИЙ АНЖУМАНИ МАТЕРИАЛЛАРИ ТЎПЛАМИ

1-ҚИСМ
2022 йил 18-19 ноябрь

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
ТЕРМЕЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИМЕНИ
В.И.РОМАНОВСКОГО

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ АЛГЕБРЫ И АНАЛИЗА СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ РЕСПУБЛИКАНСКОЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

ЧАСТЬ 1
18-19 ноября 2022 года

ТЕРМЕЗ–2022

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ТЕРМИЗ ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ФАНЛАР АКАДЕМИЯСИ

В.И.РОМАНОВСКИЙ НОМИДАГИ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ

АЛГЕБРА ВА АНАЛИЗНИНГ ДОЛЗАРБ МАСАЛАЛАРИ

МАВЗУСИДАГИ РЕСПУБЛИКА ИЛМИЙ-АМАЛИЙ АНЖУМАНИ

МАТЕРИАЛЛАРИ ТЎПЛАМИ
1-ҚИСМ

2022 йил 18-19 ноябрь

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

ТЕРМЕЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИМЕНИ В.И.РОМАНОВСКОГО

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ АЛГЕБРЫ И АНАЛИЗА

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ РЕСПУБЛИКАНСКОЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

ЧАСТЬ 1
18-19 ноября 2022 года

Термез – 2022

Мустафаева Р., Уснатдинова Г.,А. *Математическое моделирование динамики функционирования системы водоемов с использованием дифференциальных уравнений* 284
Неъматиллаева.М.Д *Аналог теорема Бляшке для* $A(z)-$ *аналитических функций* 286
Нуралиев Ф. А., Уликов Ш. Ш., Содиков С. С. *Оптимальные квадратурные формулы в смысле Сарда в пространстве* $W_2^{(m)}(0,1)$ 287
Рахмонов Ф.З. *Условная схема Монте-Карло для рассчета стабильных коэффициентов чувствительности (греков) автоколлируемых нот типа worst-of: многомерный случай* 289
Холлиев Ф.Б., Дусназарова Р.К. *Численное моделирование задач идентификации правой части параболических уравнений* 291
Хўжаёров Б.Х., Холлиев Ф.Б., Омонов Ш. *Математическая модель аномального переноса вещества в фрактальных пористых средах* 293
Холияров Э.Ч., Хайдаров О.Ш. *Идентификация коэффициента ретардации и источника в уравнении переноса вещества в пористых средах* 295
Шадиметов Х. М., Абдукаимов Б. Н., Аминов М. Ш. *Оптимальное приближение интегралов Фурье* 298
Шадиметов Х. М., Мирзакабилов Р. Н., Муминов Ш. Б. *Представление оптимальных коэффициентов разностных формул* 300
Шадиметов Х. М., Эсанов Ш. Э. *Оптимизация разностных формул для решения дифференциальных уравнений в пространстве гильберта* 301
Шадиметов Х. М., Тошбоев О. Н., Аллаберганов О. Б. *Оптимальные квадратурные формулы для приближенного вычисления интеграла дробного порядка* 304
Шукуров А. М., Каримов М. М., Мусурмонов Х. О. *Распространение кососимметричных волн от сферической полости вблизи жесткого шара в упругом пространстве* 306
Эшдавлатов З.,Тураев Ф., Холиков Ж. *Аномальный перенос растворенных веществ в элементе трещиновато - пористой среды* 307
Эсонтурдиев М. Н., Хайдарова Р. Д. *Цифровой алгоритм расчета времени прихода водных масс между разрезами канала* 311

где $Du = \frac{\partial u}{\partial t} + Au, \quad D^* u = -\frac{\partial u}{\partial t} + Au,$

$$Au = -\frac{\partial u}{\partial x}\left(k(x)\frac{\partial u}{\partial x}\right).$$

Уравнение (6) относится к эллиптическому типу, для решения которого необходимо задать граничные условия специального вида [2, 4] и применить соответствующие численные методы.

Литература

1. **Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.** *Методы решения некорректных задач.* М.: Наука, 1986.

2. **Самарский А.А., Вабищевич П.Н.** *Численные методы решения обратных задач математической физики.* М.: ЛКУ, 3-е издание, 2009. 480 с.

3. **Кабанихин С.И.** *Обратные и некорректные задачи.* Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009. 457 с.

4. **Samarskii A.A.** *The theory of difference schemes.* Marcel Dekker, Inc. 2001.

УДК 532.546

Математическая модель аномального переноса вещества в фрактальных пористых средах

Хўжаёров Б.Х.[1], Холлиев Ф.Б.[2],Омонов Ш.[3]
[1,2,3]Самаркандский государственный университет
b.khuzhayorov@mail.ru; surxon88@bk.ru.

Математическое моделирование процессов переноса веществ в пористой среде в основном проводится в предположении, что основными физическими явлениями, составляющими основу переноса, является диффузия и конвекция (адвекция) вещества. В процессе переноса веществ могут протекать такие явления как адсорбция, кольматация и суффозия пор, внутренный массоперенос и др. [1].

Если пористая среда неоднородна, перенос вещества может быть аномальным, т. е. он не подчиняется закону Фика. В таких условиях математическая модель будет иметь сложный вид. Одной из таких является модель, построенная на основе дифференциального уравнения с дробными производными. На основе этой модели до сих пор решались наиболее простые задачи. Задачи, особенно в многомерных средах, до сих пор недостаточно изучены. Решение дифференциального уравнения с дробными производными сопровождено с некоторыми трудностями. Численные методы решения задач с дробными производными зависят от выбранного вида производной, поэтому необходимо анализировать и сравнивать результаты, полученные с использованием разных определений производной и численных методов. Один из вариантов модифицированного закона Фика использован для вывода уравнения диффузии с дробной производной [2].

В данной работе процесс аномального переноса веществ в пористых средах с фрактальной структурой моделируется дифференциальными уравнениями с дробной производной. Поставлена и численно решена задача переноса вещества в двухзонной среде с подвижной и неподвижной жидкостью (*рис.*1). Определены профили изменения концентрации вещества в этих двух зонах. В указанных двух зонах среды из-за различия их характеристик процесс

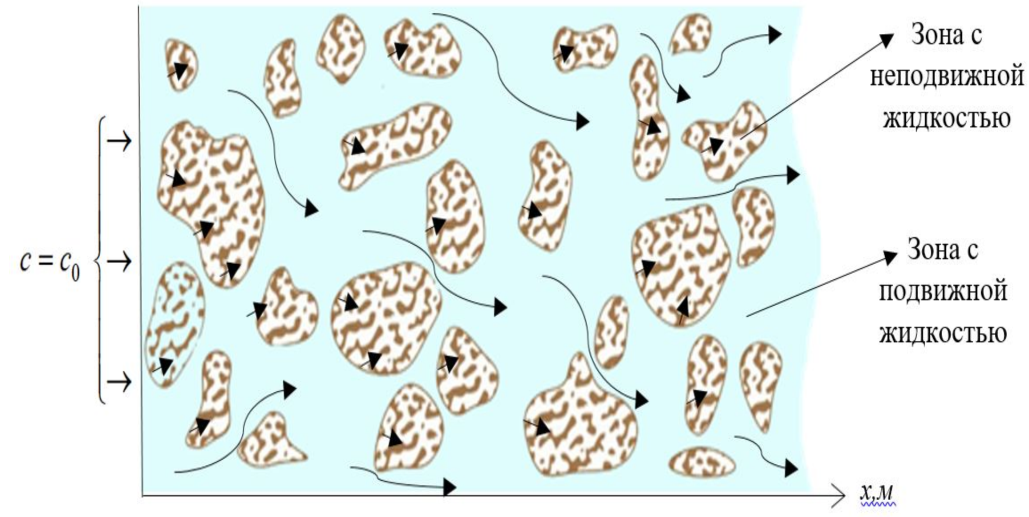

Рис.1 Схема переноса вещества в двухзонной среде.

переноса вещества имеет различные особенности. Соответственно, уравнения, описывающие процесс переноса, в каждой зоне записываются с учетом этих особенностей.

Таким образом, рассмотрим среду, состоящую из двух зон: мобильной, т.е. зоны с подвижной жидкостью, и неподвижной, где жидкость неподвижна, но происходит диффузионный перенос вещества.

Для описания процесса переноса вещества обычно используется два подхода: диффузионный и кинетический. В диффузионном подходе в обеих зонах записываются уравнения переноса и учитывается диффузионный перенос на границе зон. В кинетическом подходе рассматривается уравнение переноса в одной зоне, а массообмен со второй зоной описывается кинетическим уравнением. Здесь мы используем кинетический подход. Причем, считаем, что кинетическое уравнение имеет аномальный характер, что учитывается через использования дробной производной. В зоне с подвижной жидкостью также учитывается аномальность диффузии.

Таким образом, уравнения переноса вещества имеют вид

$$\theta_m \frac{\partial c_m}{\partial t} + \gamma \theta_{im} \frac{\partial^\alpha c_{im}}{\partial t^\alpha} = \theta_m D_m \frac{\partial^\beta c_m}{\partial x^\beta} - v_m \theta_m \frac{\partial c_m}{\partial x}, \tag{1}$$

$$\gamma \theta_{im} \frac{\partial^\alpha c_{im}}{\partial t^\alpha} = \omega (c_m - c_{im}). \tag{2}$$

где θ_m, θ_{im}– пористости, c_m, c_{im}– объемные концентрации вещества, $v_<$–осредненная скорость движения раствора, γ–коэффициент переноса массы, $[\gamma] = T^{\alpha-1}$, $[\omega] = T^{-1}$, индекс m относится мобильной, а im–неподвижной зоне с жидкостью, дробные производные понимаются по определению Капуто [3].

Начальные и граничные условия имеют вид:

$$c_m(0,\ x) = 0, \qquad c_{im}(0,\ x) = 0, \tag{3}$$

$$c_m(t,\ 0) = A_0, \qquad c_m(t,\ \infty) = 0. \tag{4}$$

Порядки дробных производных α и β изменяются в следующем диапозоне: $0 < \alpha \leq 1, \quad 1 < \beta \leq 2$.

Для численного решения задачи (1)-(4) применяем метод конечных разностей [4].

В области $\Omega = \{0 \leq x \leq \infty,\ \ 0 \leq t \leq T\}$ введем равномерную сетку $\omega_{h\tau} = \left\{(x_i, t_j),\ x_i = ih,\ i = \overline{0, N},\ h = L/N,\ t_j = j\tau,\ j = \overline{0, M},\ \tau = T/M\right\}$, где h– шаг сетки по координату x, τ – шаг сетки по времени t, L – характерная длина пористой среды.

Дробные производные аппроксимируем следующим образом [5].

$$\frac{\partial^\alpha c_{im}}{\partial t^\alpha} = \frac{\tau^{1-\alpha}}{(2-\alpha)}\left[\sum_{l=0}^{j-1}\frac{(c_{im})_i^{l+1}-(c_{im})_i^{l}}{\tau}\cdot\left((j-l+1)^{1-\alpha}-(j-l)^{1-\alpha}\right)+\frac{(c_{im})_i^{j+1}-(c_{im})_i^{j}}{\tau}\right],$$

$$\frac{\partial^\beta c_m}{\partial x^\beta} = \frac{1}{(3-\beta)*h^\beta}*\left(\sum_{l=0}^{i-1}\left((c_m)_{i-(l+1)}^{j}-2(c_m)_{i-l}^{j}+(c_m)_{i-(l-1)}^{j}\right)\right)*\left((l+1)^{2-\beta}-(l)^{2-\beta}\right),$$

$$\frac{\partial c_m}{\partial t} = \frac{(c_m)_i^{j+1}-(c_m)_i^{j}}{\tau},$$

$$\frac{\partial c_m}{\partial x} = \frac{(c_m)_{i+1}^{j}-(c_m)_{i-1}^{j}}{2h}.$$

Переведенный численный анализ показывает, что аномальность процесса значительно влияет на характеристики переноса вещества в обеих зонах среды, т.е. как в микро-, так и в макропоре. Аномальность переноса характеризуется порядком производной в диффузионном члене уравнения переноса и уравнения кинетики массообмена.

Литература

1. **Хужаеров Б.Х., Махмудов Ж.М.** *Математические модели фильтрации неоднородных жидкочтей в пористых средах.* Ташкент: Фан, 2014. -280 с. Монография

2. **Корчагина А.Н., Мержиевский Л.А.** *Численное моделирование диффузионных процессов в фрактальных средах.* Учёные записки ЗабГУ, 3(50), 2013, с.53-59.

3. **Caputo M.** *Models of flux in porous media with memory* . Water Resour. Res., 36(3), 2000. Pp. 693–705.

4. **А.А.Самарский.** *Теория разностных схем.* Москва: Наука, 1989. -616 с.

5. **F.Liu, P.Zhuang, V.Anh, I.Turner, K.Burrage.** *Stability and convergence of the difference methods for the space-time fractional advection-diffusion equation.* Applied Mathematics and Computation, 191 (2007) 12-20.

УДК 532.546

ИДЕНТИФИКАЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТА РЕТАРДАЦИИ И ИСТОЧНИКА В УРАВНЕНИИ ПЕРЕНОСА ВЕЩЕСТВА В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

Э.Ч.ХОЛИЯРОВ[1], *О.Ш.ХАЙДАРОВ* [2]
[1]Термезский государственный университет;
[2]Самаркандский государственный университет;
khaydarovodiljon1981@gmail.com ; e.kholiyarov@mail.ru

В этой работе рассмотрена задача определения коэффициента ретардации и источника в модели переноса веществ в пористых средах. Для того чтобы подготовить дополнительную информацию для решения обратной задачи рассматривалась соответствующая прямая задача с известными значениями коэффициента ретардации. Таким образом подготовлены «исходные данные» для решения обратной задачи. Проводились также расчеты с возмущенными исходными данными, которые подготовлены путем зашумления данных случайными погрешностями.

Рассмотрим следующие уравнение переноса вещества в пористой среде [1,2]

$$R\frac{\partial c}{\partial t} - D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{v}{m}\frac{\partial c}{\partial x} + \lambda R c - \frac{q c^*}{m} = 0, \tag{1}$$