ABSTRACTS
OF THE **II** REPUBLICAN SCIENTIFIC AND PRACTICAL CONFERENCE OF YOUNG SCIENTISTS

MATHEMATICS, MECHANICS AND INTELLECTUAL TECHNOLOGIES
TASHKENT-2023

Tashkent, Uzbekistan
March 28-29, 2023

MINISTRY OF HIGHER EDUCATION, SCIENCE
AND INNOVATIONS OF THE REPUBLIC OF UZBEKISTAN

NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN
NAMED AFTER MIRZO ULUGBEK

MATHEMATICAL SOCIETY OF UZBEKISTAN

INSTITUTE OF MATHEMATICS NAMED AFTER V.I.ROMANOVSKY
OF THE ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF
UZBEKISTAN

ABSTRACTS

II Republican Scientific and Practical Conference of Young Scientists

MATHEMATICS, MECHANICS AND INTELLECTUAL TECHNOLOGIES

TASHKENT-2023

28-29 March 2023, Tashkent, Uzbekistan

***Математика, механика и интеллектуальные технологий., Ташкент-2023*:** Материалы II Республиканской научно-практической конференции молодых ученых (Ташкент, 28-29 марта 2023 г).

Материалы II Республиканской научно-практической конференции молодых ученых **"Математика, механика и интеллектуальные технологий., Ташкент-2023"** содержат научные доклады по следующим направлениям: алгебра и функциональный анализ, геометрия и топология, дифференциальные уравнения и математическая физика, математический анализ и динамические системы, механика и математическое моделирование, теория вероятностей и математическая статистика, прикладная математика и компьютерный анализ, алгоритмы и технологии программирования, информационная безопасность и интеллектуальная технология, вычислительная математика и информационные системы.

Научная конференция организована на основании приказа №01-10/385 Министерство высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан от 13 февраля 2023 года.

Abstracts of the II Republican Scientific and Practical Conference of Young Scientists

MATHEMATICS, MECHANICS AND INTELLECTUAL TECHNOLOGIES., TASHKENT-2023

ORGANIZING COMMITTEE:

Madjidov I.U. - chairman, rector of NUU named after Mirzo Ulugbek,

Ayupov Sh.A. - co-chairman, director Institute of Mathematics named after V.I.Romanovsky

Ergashev Y.S. - co-chairman, vice rector of NUU named after Mirzo Ulugbek,

Zikirov O.S. - vice chairman, dean of faculty of Mathematics of NUU named after Mirzo Ulugbek,

Rakhmonov Z.R. - vice chairman, dean of faculty of Applied Mathematics and Intellectual Technologies of NUU named after Mirzo Ulugbek.

PROGRAM COMMITTEE: Azamov A.A., Aripov M.M., Sadullaev A.S., Ashurov R.R., Narmanov A.Ya., Mamadaliev N.A., Shoimkulov B.A., Kholjigitov A.A., Ignatev N.A., Aloev R.J., Begmatov A.B. Ganikhodjaev R.N., Khudoyberganov G., Khamdamov I.M., Abdurakhimov B.F., Polatov A.M., Kabulov A.B. Adambaev U., Akhmedov A.B., Beshimov R.B., Khalmukhamedov A.R., Khudoyberganov M.U., Madrakhimov Sh.F., Matyakubov A.S., Omirov B.A., Sharipov O.Sh., Zhuraev G.U.

СОДЕРЖАНИЕ

Fuzzy C-means algorithm for mammographic image processing

Abdieva Kh.S.[1]

[1]Department of Software Engineering, Samarkand State University, Samarkand;
orif.habiba1994@gmail.com

Breast cancer is identified using the mammography image (mammogram). Mammograms show the breasts' intricate anatomy. Mammography is typically performed in a variety of planes and angles; each mammography is referred to as an incident [1]. A popular unsupervised data labeling technique for segmentation tasks in image processing is the FCM. This approach is suitable for grouping overlapping data. Let's use x_j to represent the ROI's j^{th} pixel's gray level intensity. One membership function is specified with regard to x_j for each picture region within the ROI. The value of the membership function $\mu_{i,j}$ represents the likelihood that a pixel, given its grey level intensity x_j, belongs to the i^{th} region. Membership roles are provided by:

$$\mu_{i,j} = \left(\sum_{k=1}^{c} \left(\frac{d\left(x_j, \quad v_i\right)}{d\left(x_j, \quad v_k\right)} \right)^{\frac{2}{m-1}} \right)^{-1} \tag{1}$$

with $m > 1$ a parameter of fuzzification control and where v_j is the mode of the i^{th} image region:

$$v_i = \frac{\sum\limits_{j=1}^{n} \mu_{i,j}^{m} x_j}{\sum\limits_{j=1}^{n} \mu_{i,j}^{m}}. \tag{2}$$

The fundamental idea behind the FCM algorithm is to minimize the inter-class distance using an objective function J_m defined as:

$$J_m(\mu, v) = \sum_{i=1}^{c} \sum_{j=1}^{n} \mu_{i,j}^{m} d^2\left(x_j, v_i\right) \tag{3}$$

where c is the number of picture areas to be segmented and n is the ROI's pixel count. d is the Euclidean distance between a pixel intensity of x_j and a region mode of v_j : $d(x_j, v_j) \ = ||(x_j - v_i)||$. In addition, we have the following restriction: $\forall j, \ \sum\limits_{i=1}^{c} \mu_{i,j} = 1$. The FCM algorithm is an iterative process that starts by randomly initializing the modes and evaluating the membership function, as can be seen from equations (1) and (2), as one needs the region modes to compute membership functions and vice versa. The membership function and the clusters center are adjusted after each iteration.

References

1. A.Oliver, X.Llado, A. Torrent, J. Marti'. One-shot segmentation of breast, pectoral muscle, and background in digitized mammograms. ICIP 2014.

Deep learning model for breast cancer classification using mammographic images

Abdieva Kh.S.[1]

[1]Department of Software Engineering, Samarkand State University, Samarkand; orif.habiba1994@gmail.com

According to latest World Health Organization (WHO) statistics, breast cancer accounts for 23 % of all cancer cases and 14 % of all cancer deaths among women worldwide [1]. Breast screening mammography is currently the most effective method for reducing the morbidity and death associated with breast cancer in asymptomatic women [2]. The deep learning model investigated in this work consists of the convolutional neural network (CNN), which is represented by $f : X \to Y$ (X denotes the image or binary segmentation map spaces while Y represents the space of classification vectors):

$$f\left(x,\theta\right) = f_{out} \circ\ f_{fc} \circ\ h_L \circ\ g_L \circ\ f_L \circ\ \ldots \circ\ h_1 \circ\ g_1\ \circ\ f_1\left(x\right), \tag{1}$$

where $\circ$ represents the composition operator, $\left\{f_i\left(\cdot\right)\right\}_{i=1}^{L}$ denotes the convolutional layers, θ represents the model parameters formed by the input weight matrices $W_l \in R^{k_l \times k_l \times n_l \times n_{(l-1)}}$ and bias vectors $b_l \in\ R^{n_l}$ for each layer $l\ \in \{1, \ldots, L\}$ with $k_l \times k_l$ representing the filter size of the n_l filters in layer l that has n_{l-1} input channels, $g_i\left(\cdot\right)$ is a non-linear activation layer, $h_i\left(\cdot\right)$ is a sub-sampling layer, f_{fc} denotes the set of fully-connected layers, $\left\{W_{f_{c,k}}\right\}_{k=1}^{K}$ (with $W_{f_{c,k}}\ \in\ R^{n_{f_{c,k-1}} \times n_{f_{c,k}}}$ representing the connections from fully connected layer $k-1$ to k and biases $\left\{b_{f_{c,k}}\right\}_{k=1}^{K}$ (with $b \in R^{n_{f_{c,k}}}$) that are also part of the model parameters θ and f_{out} is a multi-nomial logistic regression layer that contains weight $W_{out} \in R^{n_{f_{c,K}} \times C}$ and bias $b_{out} \in R^C$, which also belong to θ. The convolutional layer is defined by

$$F_l = f_l\left(x_{l-1}\right) = W_l \star X_{l-1} \tag{2}$$

here the bias term b_l is excluded to simplify the equation and we are abusing the notation by representing the convolution of n_{l-1} channels of output $X_{l-1} = \left[x_{l-1,1,\ldots\ldots}x_{l-1,n_{l-1}}\right]$ with the n_l filters of matrix W_l, with $\star$ denoting the convolutional operator.

References

1.Gustavo Carneiro, Jacinto Nascimento, Andrew P. Bradley, Unregistered multiview mammogram analysis with pre-trained deep learning models, in: Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention MICCAI 2015, Springer, 2015, pp. 652-660.

2. Arnau Oliver, Jordi Freixenet, Joan Marti, Elsa Perez, Josep Pont, Erika R.E. Denton, Reyer Zwiggelaar, A review of automatic mass detection and segmentation in mammographic images, Med. Image Anal. 14 (2) (2010) 87-110.

One dimensional extension of 4-dimensional solvable Lie algebra

Dilaferuz Abdikarimova[1]

[1]National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, Uzbekistan;
khayrullaevadilaferuz@gmail.com

The method of central extension is considered as one of the most widely-used methods in the classification of finite-dimensional algebras. This method was first used by Skjelbred and Sund for the classification of nilpotent Lie algebras. Then Sund in his work generalized central extension method for the solvable Lie algebras. In this work, we consider the extension of a four-dimensional solvable Lie algebra.

Definition 1. An algebra $(L, [-,-])$ over a field F is called Lie algebra if for any $x, y, z \in L$ the following identities:

$$[x,[y,z]] + [y,[z,x]] + [z,[x,y]] = 0,$$

$$[x,x] = 0$$

hold.

For an arbitrary Lie algebra L we define the derived and central series as follows:

$$L^{[1]} = L,\ L^{[s+1]} = [L^{[s]}, L^{[s]}],\ s \geq 1,$$

$$L^1 = L,\ L^{k+1} = [L^k, L],\ k \geq 1.$$

Definition 2. An n-dimensional Lie algebra L is called solvable (nilpotent) if there exist $s \in N$ $(k \in N)$ such that $L^{[s]} = 0$ $(L^k = 0)$. Such minimal numbers are called index of solvability and nilpotency, respectively.

Let L be Lie algebra and A be an abelian algebra. Let $\theta : L \to EndA$ a representation, $\psi : L \times L \to A$ an anti-symmetric bilinear map satisfying the condition

$$\psi(x,[y,z]) + \psi(z,[x,y]) + \psi(y,[z,x]) + \theta(x)\psi(y,z) + \theta(z)\psi(x,y) + \theta(y)\psi(z,x) = 0,$$

where $x, y, z \in L$. The bilinear map satisfying previous condition is called a 2-cocycle on L with respect to θ. The set of all such 2-cocycles is denoted by $Z^2(L,\theta,A)$. The 2-coboundaries on L with respect to θ are defined as

$$df(x,y) = f([x,y]) + \theta \circ \phi(y)(f(x)) - \theta \circ \phi(x)(f(y))$$

for some linear map $f : L \to A$ and $\phi \in Aut(L)$.

The set of all such 2-coboundaries is denoted by $B^2(L,\theta,A)$ and it is a subset of $Z^2(L,\theta,A)$. We define second cohomology space as the quotient space

$$H^2(L,\theta,A) = Z^2(L,\theta,A)/B^2(L,\theta,A)$$

Given 4-dimensional solvable Lie algebra with the following multiplications:

$$S_{4,4} : \begin{cases} [e_1,e_4] = e_1 \\ [e_2,e_4] = e_1 + e_2 \\ [e_3,e_4] = ae_3, \quad a \neq 0 \end{cases}$$

First of all, we define $Z^2(S_{4,4},\theta,\mathbb{V})$ set for this algebra by obtaining $\theta(e_4)(e_5)=\alpha e_5$.
1)$\alpha=-2, a=1$; 2)$\alpha=-2, a\neq 1$;
3)$\alpha=-a-1, a\neq 1$; 4)$\alpha\neq -a-1$

1) $\begin{pmatrix} 0 & b_{12} & 0 & b_{14} \\ -b_{12} & 0 & b_{23} & b_{24} \\ 0 & -b_{23} & 0 & b_{34} \\ -b_{14} & -b_{24} & -b_{34} & 0 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & b_{12} & 0 & b_{14} \\ -b_{12} & 0 & 0 & b_{24} \\ 0 & 0 & 0 & b_{34} \\ -b_{14} & -b_{24} & -b_{34} & 0 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & b_{14} \\ 0 & 0 & b_{23} & b_{24} \\ 0 & -b_{23} & 0 & b_{34} \\ -b_{14} & -b_{24} & -b_{34} & 0 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & b_{14} \\ 0 & 0 & 0 & b_{24} \\ 0 & 0 & 0 & b_{34} \\ -b_{14} & -b_{24} & -b_{34} & 0 \end{pmatrix}$

We can continue finding extensions if only if the following equality holds:
$Z(N)\cap Z^2(x,N)=0$
1)$Z(N)\cap Z^2(x,N)=0$ 2)$Z(N)\cap Z^2(x,N)=e_3$
3)$Z(N)\cap Z^2(x,N)=e_1$ 4)$Z(N)\cap Z^2(x,N)=N$

Theorem 1. Let L be a one-dimensional extension of the solvable Lie algebra $S_{4,4}$, then L is isomorphic to one of the following non-isomorphic algebras:

$$L_1:\begin{cases}[e_1,e_4]=e_1,\\ [e_2,e_4]=e_1+e_2,\\ [e_3,e_4]=e_3,\\ [e_2,e_3]=e_5,\\ [e_4,e_5]=-2e_5,\end{cases}\qquad L_2:\begin{cases}[e_1,e_4]=e_1,\\ [e_2,e_4]=e_1+e_2,\\ [e_3,e_4]=e_3,\\ [e_1,e_2]=e_5,\\ [e_2,e_3]=e_5,\\ [e_4,e_5]=-2e_5,\end{cases}\qquad L_3:\begin{cases}[e_1,e_4]=e_1,\\ [e_2,e_4]=e_1+e_2,\\ [e_3,e_4]=e_3,\\ [e_1,e_2]=e_5,\\ [e_4,e_5]=-2e_5\end{cases}$$

References

1. Skjelbred T., Sund T. *Sur la classification des algebres de Lie nilpotentes.* C R Acad Sci Paris Ser A-B. 1978; 286(5): A241–A242.
2. Sund T. *On the structure of solvable Lie algebras.* Mathematica Scandinavica Journal, 44 (2)(1979), 235–242.

п»ї

Algebra of approximately differentiable functions

Abdireymov Arislanbay
Karakalpak state university named after Berdakh, Nukus, Uzbekistan;
aabdireymov1001@gmail.com

Let $E\subset\mathbb{R}$ be a Lebesgue measurable set, $f:E\to\mathbb{C}$ be a measurable function. Let $t_0\in\mathbb{R}$ be a point in which E has density 1. Recall that a number ℓ is called the approximate limit of f at t_0 if the set $\{t\in E:|f(t)-\ell|<\varepsilon\}$ has density one at t_0 for each $\varepsilon>0$, and ℓ is denoted by $ap-\lim_{t\to t_0}f(t)$. If the approximate limit

$$f'_{ap}(t_0):=ap-\lim_{t\to t_0}\frac{f(t)-f(t_0)}{t-t_0}$$

exists and it is finite, then it is called approximate derivative of the function f at t_0 and the function f is called approximately differentiable at t_0 [1]. Further, for the sake of convenience the approximate derivative f'_{ap} we denote as $\dot{f}$.

Let $AD(0,1)$ be the set of all classes of complex-valued measurable functions which consists of an almost everywhere approximately differentiable functions on [0,1]. Note that by [2] the algebra $AD(0,1)$ is regular, integrally closed and ρ-closed proper subalgebra in $S(0,1)$. Moreover,

$$\nabla(S(0,1)) = \nabla(AD(0,1).$$

Further, the algebra $AD(0,1)$ is homogeneous, and the algebras $S(0,1)$ and $AD(0,1)$ are isomorphic.

Proposition .

$$tr\deg S(0,1) = tr\deg AD(0,1) = c,$$

where c is the continuum.

Let $AD^{(n)}(0,1)$ be the set of all classes of complex-valued measurable functions which consists of an almost everywhere n-times approximately differentiable functions on [0; 1] and let

$$AD^{\infty}(0,1) = \bigcap_{n1} AD^{(n)}(0,1).$$

The algebra $AD^{(n)}(0,1)$ is a regular, integrally closed, ρ-closed and c-homogeneous subalgebra in $S(0,1)$ for all $n \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$.

References

1. Federer H. Geometric Measure Theory. Heidelberg, New York, 1996.
2. Ber A. F., Kudaybergenov K. K., Sukochev F. A. Notes on derivations of MurrayвЂ"von Neumann algebras // J. Funct. Anal.-2020.-V.279., ? 5, P. 108589. https://doi.org/10.1016/j.jfa.2020.108589.

The existence of weakly periodic p-adic generalized Gibbs measures for the p-adic Ising model on the Cayley tree of order two

Abdukahorova Z. T.[1], To'xtabayev A. M.[2]
[1,2]Namangan State University, Namangan, Uzbekistan;
[1]zulxumorabdukaxorova@gmail.com
[2]akbarxoja.toxtaboyev@mail.ru

In the present paper, we study the $p-$adic Ising model on the Cayley tree of order two. The existence of H_A-weakly periodic (non-periodic) $p-$adic generalized Gibbs measures for this model is proved.

Let $\mathbb{Q}$ be the field of rational numbers. For a fixed prime p, every rational number $x \neq 0$ can be represented in the form $x = p^r \frac{n}{m}$, where $r, n \in \mathbb{Z}$, m is a positive integer, and m and n are relatively prime with p, r is called the order of x and written $r = ord_p x$. The $p-$adic norm of x is given by

$$|x|_p = \begin{cases} p^{-r}, & \text{if } x \neq 0, \\ 0, & \text{if } x = 0. \end{cases}$$

This norm is non-Archimedean and satisfies the so called strong triangle inequality $|x+y|_p \leq \max\{|x|_p, |y|_p\}$ for all $x, y \in \mathbb{Q}$.

The completion of $\mathbb{Q}$ with respect to the p-adic norm defines the p-adic field $\mathbb{Q}_p$ (see [1]).

The completion of the field of rational numbers $\mathbb{Q}$ is either the field of real numbers $\mathbb{R}$ or one of the fields of p-adic numbers $\mathbb{Q}_p$ (Ostrowski's theorem).

Any p-adic number $x \neq 0$ can be uniquely represented in the canonical form

$$x = p^{\gamma(x)}(x_0 + x_1 p + x_2 p^2 + ...) \tag{1}$$

where $\gamma(x) \in \mathbb{Z}$ and the integers x_j satisfy: $x_0 \neq 0,\ x_j \in \{0, 1, ..., p-1\}$, $j \in \mathbb{N}$ (see [1]). In this case $|x|_p = p^{-\gamma(x)}$.

Let we consider the following set on the Cayley tree $\Gamma^k(V, L)$ (see [2]). Let $x_o \in V$ be fixed, $W_n = \{x \in V : |x| = n\}$, $\quad V_n = \{x \in V : |x| \leq n\}$, $\quad L_n = \{l = \langle x, y\rangle \in L : x, y \in V_n\}$, $\quad S(x) = \{y \in V : x \to y\}$, $\quad S_1(x) = \{y \in V : d(x, y) = 1\}$. And for $x \in W_n$, denote $S(x) = \{y \in W_{n+1} : d(x, y) = 1\}$. The set is called direct successors of x. The set $S(x)$ is called the set of direct successors of the vertex x.

We consider p-adic Ising model on the Cayley tree Γ^k. Let $\mathbb{Q}_p$ be a field of p-adic numbers and $\Phi = \{-1, 1\}$. A configuration σ on V is defined by the function $x \in V \to \sigma(x) \in \Phi$. Similarly, one can define the configuration σ_n and $\sigma^{(n)}$ on V_n and W_n, respectively. The set of all configurations on V (resp. V_n, W_n) is denoted by $\Omega = \Phi^V$ (resp. $\Omega_{V_n} = \Phi^{V_n}$, $\Omega_{W_n} = \Phi^{W_n}$).

For given configurations $\sigma_{n-1} \in \Omega_{V_{n-1}}$ and $\varphi^{(n)} \in \Omega_{W_n}$ we define a configuration in Ω_{V_n} as follows

$$(\sigma_{n-1} \vee \varphi^{(n)})(x) = \begin{cases} \sigma_{n-1}(x), & \text{if } x \in V_{n-1}, \\ \varphi^{(n)}(x), & \text{if } x \in W_n. \end{cases}$$

A formal p-adic Hamiltonian $H : \Omega \to \mathbb{Q}_p$ of the p-adic Ising model is defined by

$$H(\sigma) = J \sum_{<x,y>\in L} \sigma(x)\sigma(y), \tag{2}$$

where $0 < |J|_p < p^{-1/(p-1)}$ for any $\langle x, y\rangle \in L$.

We define a function $h : x \to h_x, \forall x \in V \setminus \{x_0\}$, $h_x \in \mathbb{Q}_p$ and consider p-adic probability distribution $\mu_h^{(n)}$ on Ω_{V_n} defined by

$$\mu_h^{(n)}(\sigma_n) = \frac{1}{Z_n^{(h)}} \exp_p\{H_n(\sigma_n)\} \prod_{x\in W_n} h_{\sigma(x),x} \quad n = 1, 2, \ldots, \tag{3}$$

where $Z_n^{(h)}$ is the normalizing constant

$$Z_n^{(h)} = \sum_{\varphi\in\Omega_{V_n}} \exp_p\{H_n(\varphi)\} \prod_{x\in W_n} h_{\sigma(x),x}. \tag{4}$$

A p-adic probability distribution $\mu_h^{(n)}$ is said to be consistent if for all $n \geq 1$ and $\sigma_{n-1} \in \Omega_{V_{n-1}}$, we have

$$\sum_{\varphi\in\Omega_{W_n}} \mu_h^{(n)}(\sigma_{n-1} \vee \varphi) = \mu_h^{(n-1)}(\sigma_{n-1}). \tag{5}$$

In this case, by the p-adic analogue of the Kolmogorov theorem there exists a unique measure μ_h on the set Ω such that $\mu_h\left(\{\sigma|_{V_n} \equiv \sigma_n\}\right) = \mu_h^{(n)}\left(\sigma_n\right)$ for all n and $\sigma_n \in \Omega_{V_n}$.(see [3])

Theorem. *If* $p \equiv 1 (\mathrm{mod}\, 4)$ *then there exists at least one weakly periodic (non-periodic) p-adic generalized Gibbs measure for the Ising model on the Cayley tree of order two.*

References

1. V. S. Vladimirov, I. V. Volovich and E. V. Zelenov, *p -Adic Analysis and Mathematical Physics* (World Sci. Publ., Singapore,1994).
2. U. A. Rozikov, *Gibbs Measures on Cayley Trees* (World Sci. Publ., Singapore, 2013).
3. Khakimov O. N. *On a Generalized p-adic Gibbs Measure for Ising Model on Trees.* p-Adic Numbers, Ultrametric Anal. Appl., 6(3), 2014, pp.207-217.

A Variant of the Banach-Steinhaus Theorem for Weakly Additive, Order-Oreserving Operators

Aktamov Feruz Sanaqulovich
Chirchik State Pedagogical University, Chirchik city, Uzbekistan;
feruzaktamov28@gmail.com

Abstract. The Banach-Steinhaus theorem is one of the basic principles of Functional Analysis. We prove a weakly additive, order-preserving version of the Banach-Steinhaus theorem on spaces with order unit.

Let $(E, \leq)$, $(F, \leq)$ be partially ordered sets.

Definition 1. A map $T\colon\ E \to F$ is called order-preserving, if for elements $x,\ y \in E$ the inequality $x \leq y$ on E implies the inequality $T(x) \leq T(y)$ on F.

Let E and F be a space with order unit, 1_E is the order unit of the space E.

Definition 2. An operator $T\colon\ E \to F$ we call weakly additive, if $T(x + \lambda 1_E) = T(x) + \lambda T(1_E)$ holds for every $x \in E$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

It is well known [1], [2], [3] that the Banach-Steinhaus theorem is one of the basic principles of functional analysis. In this work we prove an option of the Banach-Steinhaus theorem for weakly additive, order-preserving operators on spaces with order unit.

Theorem 1. If E and F are spaces with order unit, then every weakly additive, order-preserving operator $T\colon E \to F$ is continuous.

Lemma 1. If weakly additive, order-preserving operator $T\colon E \to F$ is continuous at zero 0_E, then it is continuous everywhere on E.

Remark 1. Obviously, that every linear non-negative operator on spaces with order unit is a weakly additive, order-preserving operator. The converse statement, generally speaking, incorrectly. But, nevertheless, such operators are linear on a one-dimensional subspace $\{\lambda 1_E : \lambda \in \mathbb{R}\} \subset E$. In this case, the image of the subspace $\{\lambda 1_E : \lambda \in \mathbb{R}\}$ on map T is as easy to see, one-dimensional subspace $\{\lambda T(1_E) : \lambda \in \mathbb{R}\} \subset F$. If 1_E is an order unit on E, then $T(1_E)$ is an order unit on $T(E) \subset F$ (but on F has not to be). Therefore, without loss of generality, can be considered, that $T(E) = F$ and $T(1_E) = 1_F$.

Theorem 2. Any weakly additive, order-preserving operator $T\colon\ E \to F$ the spaces E and F with order unit bounded, i. e. for every $K > 0$ we have $\sup\{\|T(x)\| : x \in E, \|x\| \leq K\} < \infty$. If $T(1_E) = 1_F$ performed, then $\sup\{\|T(x)\| : x \in E, \|x\| \leq 1\} = 1$.

The following theorem is a variant of theorem Banach-Steinhaus, for weakly additive, order-preserving operators.

Theorem 3. Let E and F be spaces with order unit, $\mathcal{H}$ is some family of weakly additive, order-preserving operators $T\colon E \to F$, and A is the set all such points $x \in E$ the orbits $\mathcal{H}(x) = \{T(x) : T \in \mathcal{H}\}$ of which are bounded in F. If A is a set of second category, then $A = E$ and the family $\mathcal{H}$ is uniformly continuous.

References

1. S. Albeverio, Sh.A. Ayupov, A.A. Zaitov, On certain properties of the spaces of order-preserving functionals, Topology and its Applications 155:16, (2008), 1792–1799.
2. A. A. Zaitov, Order-preserving variants of the basic principles of functional analysis, Fundamental Journal of Mathematics and Applications, 2, 10–17 (2019).
3. A. A. Zaitov, The functor of order-preserving functionals of finite degree, Journal of Mathematical Sciences, 133, 1602–1603 (2006).

The potential of graph-based parsing techniques for Uzbek language processing

Aripov Mersaid[1], Rajabov Jaloliddin[2], Settiyev Shamsuddin [3]
[1,2] National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek ,Tashkent, Uzbekistan;
[3]National Research University вЪњMPEIвЪќ Federal State Budgetary Institution of Higher Education in Tashkent
m.aripov@nuu.uz
j.rajabov@nuu.uz
shamsis@rambler.ru

Uzbek language is a Turkic language that is spoken primarily in Uzbekistan and other Central Asian countries. Graph-based parsing is an effective linguistic analysis method that can be used to analyze Uzbek text. This thesis aims to explore the potential of graph-based parsing techniques for Uzbek language processing.

First, the thesis will describe the linguistic characteristics of Uzbek language, including its syntax, morphology, and phonetics, and will provide an overview of the existing parsing techniques used for language processing. Then, the thesis will discuss the challenges associated with graph-based parsing, such as the complexity of the Uzbek language and the difficulty of finding reliable, up-to-date language data [1].

The next part of the thesis will focus on graph-based parsing techniques for Uzbek language processing. It will discuss the potential of graph-based approaches, such as the dependency parsing and neural network-based parsing, for analyzing Uzbek text [2]. The thesis will also analyze the existing available resources for graph-based parsing in Uzbek language and discuss the challenges of developing an automated graph-based parser for Uzbek text.

Finally, the thesis will discuss the implications of graph-based parsing for Uzbek language processing. It will analyze the potential advantages of graph-based parsing, such as its effectiveness in capturing UzbekвЂ™s intricate structure and its ability to generate detailed syntactic analysis of the text. The thesis will also consider the limitations and challenges of graph-based parses and their potential impact on Uzbek language processing.

Overall, this thesis will try to explore the potential of graph-based parsing techniques for Uzbek language processing and discuss their implications on Uzbek language processing. The thesis will also provide an overview of the existing approaches and resources available for graph-based parsing in Uzbek language and analyze the challenges and limitations of this technology.

References

1. Cost, C. E., Joyner, C. (2014). A graph-based parsing algorithm for natural language. In Procedia Computer Science, 32, 186вЂ“193.

2. Matlatipov, Sanatbek and Rahimboeva, Hulkar and Rajabov, Jalol and Kuriyozov, Elmurod,Uzbek Sentiment Analysis based on local Restaurant Reviews, The International Conference on Agglutinative Language Technologies as a challenge of Natural Language Processing (ALTNLP) 2022, Koper, Slovenia.

DESCRIPTION OF FINITE DIMENSIONAL INNER RICKART AND BAER ALGEBRAS

F. N. Arzikulov[1,2], U. I. Khakimov[2]

[1]V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences, Tashkent, Uzbekistan;
arzikulovfn@rambler.ru

[2]Andizhan State University, Andizhan, Uzbekistan;
khakimov_u@inbox.ru

In the present paper, we introduce and study inner Rickart algebras and inner Baer algebras. We define an inner Rickart algebra as an associative algebra which is an inner RJ-algebra with respect to the Jordan multiplication $a \cdot b = \frac{1}{2}(ab + ba)$. Similarly, an inner Baer algebra is an associative algebra which is an inner BJ-algebra with respect to the Jordan multiplication. Inner RJ-algebras and inner BJ-algebras are introduced and studied in the papers [1],[2],[3].

The chosen notions were built around a (inner) quadratic annihilator. For each nonempty subset $\mathcal{S}$ of an associative algebra $\mathcal{A}$, the (inner) quadratic annihilator of $\mathcal{S}$ is defined by

$$^{\perp_q}\mathcal{S} := \{a \in \mathcal{A} : sas = 0 \text{ for all } s \in \mathcal{S}\}.$$

Thus, following by [4], an associative algebra $\mathcal{A}$ is called an inner Rickart algebra if, for each element $x \in \mathcal{A}$, there exists an idempotent $e \in \mathcal{A}$ such that $^{\perp_q}\{x\} \cap \mathcal{A}^2 = e\mathcal{A}e \cap \mathcal{A}^2$, where $\mathcal{A}^2 := \{a^2 : a \in \mathcal{A}\}$. An associative algebra $\mathcal{A}$ is called an inner Baer algebra if, for each subset $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{A}$, there exists an idempotent $e \in \mathcal{A}$ such that $^{\perp_q}\mathcal{S} \cap \mathcal{A}^2 = e\mathcal{A}e \cap \mathcal{A}^2$. Note that, an associative algebra $\mathcal{A}$ is an inner Baer algebra if, and only if, it is an inner Rickart algebra and the set of all idempotents of $\mathcal{A}$ is a complete lattice.

Theorem 1. A nilpotent associative algebra which has no nilpotent elements with a nonzero square root is an inner Rickart algebra.

Theorem 2. Let $\mathcal{A}$ be a nilpotent associative algebra. Then $\mathcal{A}$ is an inner Rickart algebra if and only if, for any element a in $\mathcal{A}$, $a^2 = 0$.

Theorem 3. The following conditions are equivalent:
•$\mathcal{A}$ is an inner Baer algebra;
•$\mathcal{A}$ is an inner Rickart algebra and the set of all idempotents of $\mathcal{A}$ is a complete lattice.

References

1. Ayupov Sh.A., Arzikulov F.N. Jordan counterparts of Rickart and Baer $*$-algebras. Uzbek. Mat. Zh. No. 1(2016), 13–3.
2. Ayupov Sh.A, Arzikulov F.N. Jordan counterparts of Rickart and Baer $*$-algebras, II. S̃ao Paulo J. Math. Sci. Vol. 13(2019), 27—38. DOI: https://doi.org/10.1007/ s40863-017-0083-7
3. Arzikulov F.N., Khakimov U.I. Description of finite-dimensional inner Rickart and Baer Jordan algebras. Communications in Algebra (2023), 10 pp. https://doi.org/10.1080/00927872.2022.2164586
4. Garces J., Li L., Peralta A., Tahlawi H. A projection-less approach to Rickart Jordan structures. Journal of Algebra Vol. 609 (2022), 567–605. https://doi.org/10.1016/j.jalgebra.2022.06.007

SOLVABLE 3-LIE ALGEBRA CONSTRUCTED BY NILPOTENT ALGEBRA AND ITS MAXIMAL TORUS

Berdikulova A.N.[1], R.K.Gaybullayev[2]
[1,2]National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, Uzbekistan;
berdiqulovaaziza@gmail.com
r_gaybullaev@mail.ru

In this paper we introduce the notion of a 6-dimensional 3-Lie algebra – a natural generalization.

Definition 1.[1] A 3-Lie algebra is a vector space L over a field F endowed with a 3-ary multi-linear skew-symmetric operation $[x_1, x_2, x_3]$ satisfying the 3-Jacobi identity

$$[[x_1, x_2, x_3], y_2, y_3] = \sum_{i=1}^{3} [x_1, ..., [x_i, y_2, y_3], ..., x_3], \quad \forall x_1, x_2, x_3, y_2, y_3 \in L$$

Proposition 1. [2] Any Lie algebra is also a n-Lie algebra under the following n-bracket:

$$[x_1, x_2, \dots, x_n] := [x_1, [x_2, \dots, [x_{n-1}, x_n] \dots]].$$

Let $\mathbf{R}_{T_{max}}$ be a 6-dimensional solvable Lie algebra with nilradical filiform Lie algebra and $[e_1, e_2, \dots, e_6]$ basis of $\mathbf{R}_{T_{max}}$.

$$\mathbf{R}_{T_{max}} : \begin{cases} [e_i, e_1] = e_{i+1}, & 2 \le i \le 5 \\ [e_1, x_1] = e_1, & \\ [e_i, x_1] = (i-2)e_i, & 2 \le i \le 6 \\ [e_i, x_2] = e_i & 2 \le i \le 6. \end{cases}$$

Theorem 1. Let $\mathbf{R}_{T_{max}}$ be a 6-dimensional solvable Lie algebra with nilradical filiform Lie algebra. Then solvable 3-Lie algebra $\mathfrak{R}$ with respect to the bracket in Proposition 1 is the following:

$$\mathfrak{R}: \begin{cases} [e_1,e_1,e_i]=e_{i+2}, \quad 2\le i\le 4,\\ [x_1,e_1,e_i]=(i-1)e_{i+1}, \quad 2\le i\le 5,\\ [e_1,x_1,e_i]=(i-2)e_{i+1}, \quad 2\le i\le 5,\\ [e_1,e_i,x_1]=e_{i+1}, \quad 2\le i\le 5,\\ [x_2,e_1,e_i]=(i-1)e_{i+1}, \quad 2\le i\le 5,\\ [e_1,x_2,e_i]=e_{i+1}, \quad 2\le i\le 5,\\ [x_1,x_1,e_1]=e_1,\\ [x_1,x_1,e_i]=(i-2)^2e_i, \quad 2\le i\le 6,\\ [x_2,x_2,e_i]=e_i, \quad 2\le i\le 6,\\ [x_1,x_2,e_i]=(i-2)e_i, \quad 2\le i\le 6. \end{cases}$$

References

1. V.T.Filippov, n-Lie algebras, Sibirskii Matematicheskii Zhurnal, 1985, Volume 26, 6, P. 126-140.

2. J.M.Casas, J.L.Loday and T.Pirashvili, Leibniz n-algebras, Article in the Forum Mathematicum, 2002.

MAXIMAL EXTENSION OF SOME SOVABLE 3-LIE ALGEBRAS

Sh.X.Beshimova[1], R.K.Gaybullayev[2]

[1,2]National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, Uzbekistan;
shaxnozabeshimova@mail.ru
r_gaybullaev@mail.ru

In this paper we describe the derivations of the algebra and classify the solvable 3-Lie algebras with a given nilradical.

3-Lie algebra L is a vector over a field F endowed with a 3-ary multi-linear skew-symmetric operation $[x_1,x_2,x_3]$ satisfying the 3-Jacobi identity[1]

$$[[x_1,x_2,x_3],y_2,y_3]=\sum_{i=1}^{3}[x_1,\dots,[x_i,y_2,y_3],\dots,x_3], \qquad \forall x_1,x_2,x_3\in L$$

A derivation of an 3-Lie algebra L is a linear map $D: L\to L$, such that for any elements

$$D([x_1,x_2,x_3])=[D(x_1),x_2,x_3]+[x_1,D(x_2),x_3]+[x_1,x_2,D(x_3)]$$

Let consider a 7-dimensional 3-Lie algebra with the following multiplication table:

$$\mathcal{N}: \begin{cases} [e_1,e_2,e_3]=e_5,\\ [e_1,e_2,e_4]=e_6,\\ [e_1,e_2,e_5]=e_7. \end{cases}$$

Proposition 1. Any derivation of the algebra has the following matrix form

$$Der(\mathcal{N}):\begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & a_{1,4} & a_{1,5} & a_{1,6} & a_{1,7} \\ 0 & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,4} & a_{2,5} & a_{2,6} & a_{2,7} \\ 0 & 0 & a_{3,3} & a_{3,4} & a_{3,5} & a_{3,6} & a_{3,7} \\ 0 & 0 & 0 & a_{4,4} & a_{4,5} & a_{4,6} & a_{4,7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1,1}+a_{2,2}+a_{3,3} & a_{3,4} & a_{3,5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1,1}+a_{2,2}+a_{4,4} & a_{4,5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(a_{1,1}+a_{2,2})+a_{3,3} \end{pmatrix}.$$

Theorem 1. Let R be a 10-dimensional sovable 3-Lie algebra with a maximal hyponilpotent ideal $\mathcal{N}$. Then there is a basis $\{x, y, z, e_1, e_2, \dots, e_7\}$ of $\mathcal{R}$ such that $\mathcal{R}$ has the products

$$\mathcal{R}:\begin{cases} [e_1,e_2,e_3]=e_5, & [x,e_1,e_7]=2e_7, \\ [e_1,e_2,e_4]=e_6, & [y,e_1,e_3]=e_3, \\ [e_1,e_2,e_5]=e_7, & [y,e_1,e_5]=e_5, \\ [x,e_1,e_2]=e_2, & [y,e_1,e_7]=e_7, \\ [x,e_1,e_5]=e_5, & [z,e_1,e_4]=e_4, \\ [x,e_1,e_6]=e_6, & [z,e_1,e_6]=e_6. \end{cases}$$

and the remaining products of the basis elements are zero.

References

1. V.T.Filippov, n-Lie algebras, Sibirskii Matematicheskii Zhurnal, 1985, Volume 26, 6, P. 126-140.

MARKAZIY LIMIT TEOREMANING LOKAL VARIANTLARI HAQIDA

Bozorova Ergashoy

O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston

ergashoybozorova@gmail.com

Faraz qilaylik $X_1, X_2, X_3, ..., X_n, ..$ bog'liqsiz bir xil taqsimlangan tasadofiy miqdorlar (t.m.) ketma-ketligi bo'lib, chekli $\sigma^2 > 0$ dispersiyaga ega bo'lsin. Shuningdek, X_1 tasodifiy miqdor 1 ehtimollik bilan $\alpha + Nh(N = 0, \pm1, \pm2, \pm3, ...)$ ko'rinishidagi qiymatlarni qabul qilsin, bu yerda $h > 0$. U holda bunday t.m.larni panjarasimon taqsimlangan deyiladi. Panjarasimon taqsimlangan t.m.lar yig'indisi taqsimotinining asimptotik qiymatlarini o'rganishga juda ko'p ilmiy tadqiqotlar bag'ishlangan. Ularning barchasi u yoki bu tarzda bir xil taqsimlangan bo'g'liqsiz t.m. ketma-ketligi yig'indisi uchun isbotlangan V.Rixter teoremasining [1] umumlashtirishlari haqida bo'lgan. Quyidagi biz keltirmoqchi bo'lgan natija ham [1] va [2] ilmiy ishlarning davomidir.
Faraz qilaylik

$$S_n = \sum_{j=1}^{n} X_j, \quad P_n(N) = P(S_n = n\alpha + Nh), \quad m = EX_1$$

bo'lsin. U holda quyidagi teorema o'rinli.

Teorema. Panjarasimon bir xil taqsimlangan $DX_1 = \sigma^2$ t.m.lar yig'indisi taqsimoti haqidagi

$$\sup_N = \left| \frac{\sigma\sqrt{n}}{h} P_(N) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\Big\{ -\frac{1}{2}\left(\frac{n\alpha + Nh - nm}{\sigma\sqrt{n}}\right)^2 \Big\} \right| \to 0$$

munosabat o'rinli bo'lishligi uchun h qadamning maksimal bo'lishi zarur va yetarlidir. Bu teorema Muavr-Laplas teoremasining umumlashmasi hisoblanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO′YXATI

1. В. Рихтер, Локальные предельные теоремы для больших уклонений, Теория вер оят. и ее примен., II, 2 (1957), 214-229.

2. Д. А. Москвин, Локальная предельная теорема для больших уклонений в случае разнораспределенных решетчатых слагаемых, Теория вероятн. и ее примен., 1972, том 17, выпуск 4, 716-722.

3. IВ.В. Петров. Суммы независимых случайных величин. Изд-во “Наука”. Москва 1972. стр.404

HIGH-TEMPERATURE DISTORTION OF ATOMIC ARRANGEMENT IN RUTHENIUM DIOXIDE POWDERS WITH MATHEMATICA 11

A. Dexqonov[1], G. Abdurakhmanov[1], M. Tursunov[1], G. Vokhidova[2]

[1]Physical Faculty of the National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan;
e-mail1@address1

[2]Non-state Educational Institution Alfakom, Tashkent, Uzbekistan;
vgulbahor@mail.ru

A program to calculate pair distribution function (PDF) of atoms in nanopowders from X-ray diffraction data at different temperatures has developed in system Mathematica v. 11 Wolfram Research and was used to investigate the PDF in ruthenium dioxide $\mathrm{RuO_2}$ powders, which is a functional material for the production of thick film resistors [1]. Interest in the properties of $\mathrm{RuO_2}$ powder is caused by the anomalous temperature dependence of the electrical conductivity of thick film resistors, corresponding to neither metals nor semiconductors [2]. Previously, from the results of X-ray diffraction measurements in $\mathrm{RuO_2}$ powders at temperatures of 300 K, 773 K, 973 K, and 1123 K, it was found that the unit cell in the direction of the a axis expands nonmonotonically, while in the direction of the c axis it contracts [3].

The difference in the structure of nanoparticles (sizes less than 100 nm) and larger particles in the X-ray diffraction patterns manifests itself in two ways - as an expansion and shift of the maxima and as the formation of an amorphous component. The latter can only be seen on PDF [4].

The results of calculation of the PDF of RuO_2 powders show that even in the temperature range 300 to 773 K, where the electrical conductivity changes insignificantly, the

PDF changes noticeably within the second and third coordination spheres (their radii r are 3.3 and 5.8 ρA, respectively).

In the fourth coordination sphere with radius about 7 ρA, the number of atoms is significantly higher at elevated temperatures compared to room temperature.

Conclusion. The calculation of the PDF of the RuO_2 powder at different temperatures showed that there is a general expansion of the unit cell, while the lattice constants calculated from the shift of the main maxima in the X-ray diffraction patterns turned out to be nonmonotonic and did not make it possible to judge the effect of surface atoms in nanosized particles.

References

1. M. Prudenziati, J. Hormadali (Eds.) Printed films: Materials science and applications in sensors, electronics and photonics. Woodhead Publishing, Cambridge, 2012.

2. G. Abdurakhmanov, On the Conduction Mechanism of Silicate Glass Doped by Oxide Compounds of Ruthenium (Thick Film Resistors). 3. The minimum of temperature dependence of resistivity. World J. Cond. Matter Phys. **4** (3) (2014), 166-178. DOI: 10.4236/wjcmp.2014.43021

3. G. Abdurakhmanov, Anomalous Thermal Expansion of Relict Crystals of RuO_2 in Doped Lead-Silicate Glasses (Thick Film Resistors): Effect of Glass Composition. J. Modern Physics **2** (7) (2011), 289-291. DOI: 10.4236/jmp.2011.27076

4. A. F. Skryshevskiy, Structural Analyses of Liquids and Amorphous Solids. Moscow, Visshaya shkola, 1980 (In Russian: А. Ф. Скрышевский, Структурный анализ жидкостей и аморфных тел. Москва, Высшая шко

Asymptotic solution of the double nonlinear parabolic equation with damping in Secondary critical case

O.R.Djabbarov [1], U.U.Sodiqova [2]

[1,2]Department of Applied Mathematics, Karshi State University, 17 Kuchabog street, Karshi, Uzbekistan;
oybekjabborov1987@mail.ru

This paper discusses the asymptotic solution and global solvability solution of the Cauchy problem to the double nonlinear parabolic equation with damping for diffusion equation with a damping term as follows

$$|x|^{-n}u_t = div\left(u^{m-1}\left|\nabla u^k\right|^{p-2}\nabla u\right) - |\nabla u^m|^{p_1}u^{q_1}, \tag{1}$$

$$u\left(0,x\right) = u_0\left(x\right),\ x \in R^N, \tag{2}$$

where $m,\ k1{,}p2{,}n,\ p_1,\ q_1 0$ the given numerical parameters, characterizing nonlinear media $\nabla\left(\cdot\right) = grad_x\left(\cdot\right).$

Problem (1), (2) intensively studied by many authors (see for instance [1-4] and literature therein). Lot of works of different authors devoted to studying qualitative properties solution of the problem (1), (2).

In this work we study the qualitative properties he following radial symmetric solution of the equation (1)

$$u\left(t,x\right)=\left(T+t\right)^{-\alpha}f\left(\xi\right),\ \xi=\frac{|x|}{\left(T+t\right)^{\beta}},\ T0,\ \alpha,\ \beta>0$$

By a directly calculation, for $f\left(\xi\right)$ we have

$$\xi^{1-N}\frac{d}{d\xi}\left(\xi^{N-1}f^{m-1}\left|\frac{df^{k}}{d\xi}\right|^{p-2}\frac{df}{d\xi}\right)+\beta\xi\frac{df}{d\xi}+\alpha f-|f^{m}|^{p_1}f^{q_1}=0, \tag{3}$$

$$\alpha=\frac{p-p_1}{\left(p-n\right)\left[mp_1+q_1-\left(k\left(p-2\right)+m\right)\right]+\left(k\left(p-2\right)+m-1\right)\left(p-p_1\right)},$$

$$\beta=\frac{k\left(p-2\right)+m-\left(mp_1+q_1\right)}{\left(p-n\right)\left[mp_1+q_1-\left(k\left(p-2\right)+m\right)\right]+\left(k\left(p-2\right)+m-1\right)\left(p-p_1\right)}.$$

In particular, the following condition $\alpha+N\beta<0$, *i.e.* $mp_1+q_1\left(k\left(p-2\right)+m\right)+\left(p-p_1\right)/N$ of global solvability of Cauchy problem (1), (2), the phenomenon of finite speed of perturbation, asymptotic self-similar solution of the equation (3) in the slowly and fast diffusion cases established. Results of numerical analysis of solution discussed.

References

1. Lihua Deng and Xianguang Shang, Journal of Function Spaces 2020, Volume 2020, Article ID 1864087, 11 pages,
2. Zhang Q, P. Shi, Nonlinear Anal. T.M.A., 72, 2010, pp. 2744-2752.
3. Aripov M., Sadullaeva S, J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys., 6(2013), no. 2, 157-167.
4. Aripov M. O.Djabbarov, Sh. Sadullaeva, AIP Conference Proceedings, 2021, 2365, 060008.

Solute transport in a two-zone medium with kinetics

Dzhiyanov T.O.[1], Xolikov J.R.[2], Abduraxmonov M.S.[3]
[1,2,3]Samarkand State University, Samarkand, Uzbekistan;
t.djiyanov@mail.ru

In this work, in contrast to [1,2], a new model is proposed, where the presence of the second zone of an inhomogeneous medium is taken into account in the form of a sink (source) term in the transport equation written for the first zone. The stock term is presented as a fractional time derivative of the concentration of the substance in the first zone with a certain coefficient. This model is implemented numerically. The solution is compared with the solution $[1,2]$ in the first zone. It is shown that by appropriate choice of model parameters the solution can be approximated to the solution $[1,2]$.

The equations of solute transport in the one-dimensional case are written in the form

$$\rho\frac{\partial S_{a1}}{\partial t}+\rho\frac{\partial S_{s1}}{\partial t}+\theta_1\frac{\partial c_1}{\partial t}+a_2\frac{\partial^\gamma c_1}{\partial t^\gamma}=\theta_1 D_1\frac{\partial^2 c_1}{\partial x^2}-\theta_1 v_1\frac{\partial c_1}{\partial x} \tag{1}$$

where a_2 - is the coefficient due to the solute transport into the second medium, $\mathrm{s}^{\beta-1}, \gamma$ - is the order of the derivative.

The sedimentation of matter in each of the sections of the zones occurs reversibly in accordance with the kinetic equations

$$\rho\frac{\partial S_{a1}}{\partial t}=\theta_1 k_{a1}c_1-\rho k_{ad1}S_{a1}, \tag{2}$$

$$\rho\frac{\partial S_{s1}}{\partial t}=\theta_1 k_{s1}c_1-\rho k_{sd1}S_{s1} \tag{3}$$

where k_{a1}, k_{s1} - coefficients of deposition of matter from the fluid phase to the solid phase, s^{-1}; $k_{ad1}, k_{\mathrm{sd}\ 1}$ - the coefficients of separation of the substance from the solid phase and the transition to the fluid, s^{-1}.

Let a fluid with a constant concentration of a substance be pumped into a medium initially saturated with a pure (without substance) fluid from the initial moment of time c_0. Let us consider such periods of time where the concentration field does not reach the right boundary of the medium $x=\infty$. Under these assumptions, the initial and boundary conditions for the problem have the form

Problem (1) - (3) is solved by the finite difference method with initial and boundary conditions [3].

The transport model is analyzed numerically. It is shown that with a decrease in the index from unity with the remaining parameters unchanged, the precipitation of matter intensifies. As a result, a lag occurs in the development of the distribution of the concentration of a substance in a mobile fluid.

References

1. Leij F.L., Bradford S.A. Colloid transport in dual-permeability media, Journal of Contaminant Hydrology. 150.- 2013.-P. 65-76.
2. Leij F.J., Bradford S.A. Combined physical and chemical non equilibrium transport model: analytical solution, moments, and application to colloids, Journal of Contaminant Hydrology. 110.- 2009.- P. 87-99.
3. Samarskiy A.A. The theory of difference scheme. M. The science. 1977. P. 656.

IDEMPOTENT PROBABILITY MEASURES ON COMPACT HAUSDORFF SPACES

Eshimbetov Muzaffar Reyimbayevich
Institute of Mathematics named after V. I. Romanovsky, 9, Universitet Str., 100174, Tashkent, Uzbekistan,
mr.eshimbetov@gmail.com

Abstract. For a Hausdorff space X, we consider the space $I(X)$ of idempotent probability measures on X. In the set of idempotent probability measures, the base of

the product topology is introduced and it is shown that for a compact Hausdorff space X the topological space $I(X)$ is also a compact Hausdorff space.

Let X be a compact Hausdorff space and $\mathfrak{B}(X)$ the family of Borel subsets of X. We denote $\overline{\mathbb{R}}_+ = [0, +\infty) \cup \{+\infty\} = [0, +\infty]$. The symbol $\mathfrak{A}$ denotes the directed set. Following [2], we enter the following notion.

Definition 1. A set function $\mu\colon \mathfrak{B}(X) \to \overline{\mathbb{R}}_+$ is said to be an idempotent measure on X if the following conditions hold: 1) $\mu(\varnothing) = 0$; 2) $\mu(A \cup B) = \max\{\mu(A), \mu(B)\}$ for any $A, B \in \mathfrak{B}(X)$; 3) $\mu\left(\bigcup\limits_{\alpha\in\mathfrak{A}} A_\alpha\right) = \sup\limits_{\alpha\in\mathfrak{A}}\{\mu(A_\alpha)\}$ for every increasing net $\{A_\alpha, \alpha \in \mathfrak{A}\} \subset \mathfrak{B}(X)$ such that $\bigcup\limits_{\alpha\in\mathfrak{A}} A_\alpha \in \mathfrak{B}(X)$.

The set of all idempotent measure on X we denote by $IM(X)$. If $\mu(X) = 1$, the idempotent measure μ is called an idempotent probability measure on X. We denote $I(X) = \{\mu \in IM(X)\colon \mu(X) = 1\}$.

Let $\mathcal{B}$ be a base in X, $U_i \in \mathcal{B}$, $i = 1, \ldots, n$, and $\varepsilon > 0$. For an idempotent probability measure $\mu \in I(X)$ we define a set

$$\langle \mu;\, U_1, \ldots, U_n;\, \varepsilon\rangle = \{\nu \in I(X)\colon\ |\nu(U_i) - \mu(U_i)| < \varepsilon,\ i = 1, \ldots, n\}.$$

Gathering all of such sets construct a family

$$\mathcal{B}(\mu) = \{\langle \mu;\, U_1, \ldots, U_n;\, \varepsilon\rangle\colon\ U_i \in \mathcal{B},\ i = 1, \ldots, n; \varepsilon > 0\}, \quad \mu \in I(X),$$

and put $\mathcal{B}_{I(X)} = \bigcup\limits_{\mu\in I(X)} \mathcal{B}(\mu)$.

Proposition 1. The built family $\mathcal{B}_{I(X)}$ forms a base (or, a neighbourhoods system) for some topology in $I(X)$.

Theorem 1. For a compact Hausdorff space X the topological space $I(X)$ is also a compact Hausdorff space.

For a map $f\colon X \to Y$ of compact Hausdorff spaces X and Y we define a map $I(f)\colon I(X) \to I(Y)$ by the rule $I(f)(\mu)(B) = \mu(f^{-1}(B))$, $B \in \mathfrak{B}(Y)$.

Proposition 2. For every pair of compact Hausdorff spaces X and Y and any continuous map $f\colon X \to Y$ the map $I(f)\colon I(X) \to I(Y)$ is continuous.

References

1. R. Engelking, General Topology, Heldermannn, Berlin, 1989.
2. A. Puhalskii, Large deviations and idempotent probability. Chapman & Hall/CRC, 2001, Vol. 500.
3. T. O. Banakh, Topology of probability measures spaces, I: The functors P_τ and $\hat{P}$. Matematychni Studii, 1995, Iss. 5, P. 65–87.

A MODEL OF TWO-COMPONENT SUSPENSION FILTRATION IN DUAL-ZONE POROUS MEDIUM

Fayzieva Maftuna[1], **Shadmanov Ilkhom**[2], **Fayziev Bekzodjon**[1]
[1]Samarkand State University, Samarkand, Uzbekistan;
maftuna.fayziyeva.89@bk.ru
[2]Samarkand institute of econimics and service, Samarkand, Uzbekistan;
shadmanovilkhom@mail.ru

Let us consider a semi-infinite homogeneous porous media with initial porosity m_0, filled with a homogeneous fluid. At the point $x = 0$ starting from $t = 0$ a two-component suspension with concentration $c_0 = c_0^{(1)} + c_0^{(2)}$ ($c_0^{(1)}$, $c_0^{(2)}$ are concentrations of first and second type of particles in inlet suspension, respectively) is injected into the porous media with the velocity $v(t) = v = \text{const}$.

The mathematical model of filtration of two-component suspensions dual-zone porous media is a generalization of the corresponding one-component model [1],[2].

The balance equation with a given flow velocity regime, including the diffusion term is

$$m\frac{\partial c^{(i)}}{\partial t} + v\frac{\partial c^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \rho_a^{(i)}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_p^{(i)}}{\partial t} = D^{(i)}\frac{\partial^2 c^{(i)}}{\partial x^2}, \tag{6}$$

where m is current porosity of media, $c^{(i)}$ is the concentration of the i^{th} component of the suspension (m^3/m^3), $\rho_a^{(i)}$, $\rho_p^{(i)}$are respectively the concentration of deposition in the active and passive zones of the i^{th} component of the suspension (m^3/m^3), $D^{(i)}$ is diffusion coefficient for each component (m^2/s), $i = 1, 2$ corresponds to the numbers of the components. For the changes of porosity and permeability of porous media, we use Darcy's law and Carman-Cozeny equation

$$v = K(m)\left|\nabla p\right|, \tag{7}$$

$$K(m) = k_0 m^3 \big/ (1 - m)^2, \tag{8}$$

where $K(m)$ is filtration coefficient, $|\nabla p|$ is the modulus of pressure gradient, $k_0 = \text{const}$.

To solve the problem, a numerical algorithm has been developed. Numerical experiments carried out using a computer code developed by authors in Python. It has been shown that polydisversity of suspension and multistage deposition kinetics can lead to various effects that are not characteristic of the transfer of one-component suspensions with one-stage particle deposition kinetics.

References

1. Venitsianov, E.V., Rubinstein, R.N. *Dynamics of Sorption from Liquid Media*; Nauka: Moscow, Russia, 1983
2. Ma, E., et.al. Modeling of retention and re-entrainment of mono- and poly-disperse particles: Effects of hydrodynamics, particle size and interplay of different-sized particles retention. *Science of the Total Environment*, 2017, 596-597, 222вЂ“229.

The density-type properties of the Lie groups and discrete topological groups

Fayzullaeva D.[1,*], **Mukhamadiev F.**[1,2,**]
[1]National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan;
*fayzullayevadilnavoz@mail.ru
[2]Kimyo International University in Tashkent, Tashkent, Uzbekistan;
**farhodgm@nuu.uz

A real Lie group is a group that is also a finite-dimensional real smooth manifold, in which the group operations of multiplication and inversion are smooth maps. Smoothness of the group multiplication:

$$\mu : G \times G \to G,\ \mu(x, y) = xy$$

means that μ is a smooth mapping of the product manifold $G \times G$ into G. The two requirements can be combined to the single requirement that the mapping:

$$(x, y) \mapsto x^{-1}y$$

be a smooth mapping of the product manifold into G [1].

Theorem 1. *Let G is Lie groups, which are locally Euclidean. Then the following relations hold:*
1) $d(G) = wd(G)$;
2) $ld(G) = lwd(G)$.

A topological group G is called a discrete group if there is no limit point in it (i.e., for each element in G, there is a neighborhood which only contains that element). Equivalently, the group G is discrete if and only if its identity is isolated [2].

Theorem 2. *Let G is a discrete group. Then the following relations hold:*
1) $d(G) = wd(G)$;
2) $ld(G) = lwd(G)$.

A discrete isometry group is an isometry group such that for every point of the metric space the set of images of the point under the isometries is a discrete set. A discrete symmetry group is a symmetry group that is a discrete isometry group [2].

Corollary. *Let G is a discrete isometry group. Then the following relations hold:*
1) $d(G) = wd(G)$;
2) $ld(G) = lwd(G)$.

References

1. A. Arhangel'skii, M. Tkachenko, Topological Groups and Related Structures. *Atlantis Series in Mathematics, Vol. I, Atlantis Press and World Scientific, Paris - Amsterdam,* (2008). p.795.
2. Edwin Hewitt, Kenneth A. Ross. Abstract Harmonic Analysis: Structure and Analysis for Compact Groups Analysis on Locally Compact Abelian Groups. *Springer-Verlag Berlin Heidelberg,* 2013, IX, p.774.

2-ADIC ISING-POTTS MAPPING AND ITS DYNAMICS

Goziyeva S[1], Khakimov O.N.[2]
[1]Namangan State University, Namangan, Uzbekistan;
[2]V.I.Romanovski Institute of Mathematics, Tashkent, Uzbekistan;
o.khakimov@mathinst.uz

Let $\mathbb{Q}_2$ be a field of 2-adic numbers. By $B_r(a)$ we denote the ball of radius $r > 0$ centered at a point $a \in \mathbb{Q}_2$. It is easy to see that every ball in ultremetric spaces is a closed and open set. For more details about topology on $\mathbb{Q}_2$ we refer to see [2].

We recall that $\mathbb{Z}_2 = \{x \in \mathbb{Q}_2 : |x|_2 \leq 1\}$ and $\mathbb{Z}_2^* = \{x \in \mathbb{Q}_2 : |x|_2 = 1\}$ are the set of all 2-*adic integers* and 2-*adic units*, respectively.

We consider the following mapping

$$f_{a,b,k}(x) = \left(\frac{ax+1}{x+b}\right)^k, \qquad a, b \in \mathbb{Q}_2.$$

We notice that a mapping $f_{a,a,k}$ is called Ising-Potts mapping. The dynamics of 2-adic Ising-Potts mapping was studied in [1] when $a \in B_{\frac{1}{2}}(1)$.

We denote

$$\mathcal{P}(f_{a,b,k}) = \bigcup_{n\geq 1} f_{a,b,k}^{-n}(-b),$$

which is called "a set of all bad points of" $f_{a,b,k}$.

Proposition 1. Let $a, b \in B_{\frac{1}{2}}(1)$. Then for the Ising-Potts mapping $f_{a,b,k}$ the following assertions hold:

(i) $f_{a,b,k}(x) \in B_{\frac{1}{2}}(1)$ for any $x \notin \mathbb{Z}_2^* \setminus B_{\frac{1}{2}}(1)$;

(ii) if k is even then $f_{a,b,k}^2(x) \in B_{\frac{1}{2}}(1)$ for any $x \neq -b$;

(iii) if k is odd then $f_{a,b,k}^2(y) \in B_{\frac{1}{2}}(1)$ for any $y \notin \mathcal{K} \cup \{-b\}$, where $\mathcal{K} = 3 + 4\mathbb{Z}_2^*$.

As a corollary of the Proposition 1 we can formulate the following:

$$\mathcal{P}(f_{a,b,k}) \subset \begin{cases} \varnothing, & \text{if } k \text{ is even;} \\ \mathcal{K}, & \text{if } k \text{ is odd.} \end{cases}$$

Theorem 1. Let $a, b \in B_{\frac{1}{2}}(1)$. hen for the Ising-Potts mapping $f_{a,b,k}$ the following assertions hold:

(i) if k is even then $\lim\limits_{n\to\infty} f_{a,b,k}^n(x) = 1$ for any $x \neq -b$.

(ii) if k is odd then $\lim\limits_{n\to\infty} f_{a,b,k}^n(x) = 1$ for any $x \notin \mathcal{K} \cup \{-b\}$.

References

1. Khakimov O.N., Abdullaeva G.Sh., On dynamics of 2-Adic Ising-Potts mapping and its applications. // Bull. Inst. Math., 2021, Vol.4(5), p. 9–17
2. Schikhof W. H., Ultrametric calculus. An introduction to p-adic analysis. // Cambridge: Cambridge University Press; 1984.

DYNAMICAL SYSTEM OF THE p-ADIC (3,3)-RATIONAL FUNCTION WITH A UNIQUE PARAMETER

Haydarova Begoyim Hayitali qizi[1], **Mansuraliyeva Rayhona Farhodali qizi**[2]

[1]Namangan state of University, Namangan, Uzbekistan;
begoyimhaydarova46@gmail.com
[2]Namangan state of University, Namangan, Uzbekistan;
rayhonamansuraliyeva@gmail.com

Let $\mathbb{Q}_p$ be the fields of p-adic numbers. The algebraic completion of $\mathbb{Q}_p$ is denoted by $\mathbb{C}_p$ and it is called *complex p-adic numbers*. Note that $\mathbb{C}_p$ is algebraically closed, an infinite dimensional vector space over $\mathbb{Q}_p$, and separable (see [1], [3]).

For any $a \in C_p$ and $r > 0$ denote

$$U_r(a) = \{x \in C_p : |x - a|_p < r\}, \quad V_r(a) = \{x \in C_p : |x - a|_p \leq r\},$$

$$S_r(a) = \{x \in C_p : |x - a|_p = r\}.$$

If $f(x_0) = x_0$ then x_0 is called a *fixed point*. The set of all fixed points of f is denoted by $\mathrm{Fix}(f)$. Let $f : U \to U$ and $g : V \to V$ be two maps. f and g are said to be *topologically conjugate* if there exists a homeomorphism $h : U \to V$ such that, $h \circ f = g \circ h$. The homeomorphism h is called a *topological conjugacy*. In this paper we consider the dynamical system associated with the $(3,3)$-rational function $f_a : \mathbb{C}_p \to \mathbb{C}_p$ defined by

$$f_a(x) = \left(\frac{ax+1}{x+a}\right)^3, \quad a \neq 0, \quad a \neq \pm 1, \quad a \in \mathbb{C}_p.$$

It is easy to see that for $f_a(x)$ function, the equation $f_a(x) = x$ for the fixed points is equalent to the equation:

$$x^4 + x^3(3a - a^3) + x(a^3 - 3a) - 1 = 0$$

Proposition 1. The function $f_a(x)$ has two distinct fixed points, one of them has multiplicity three, if and only if $a = \pm 2$, otherwise has four distinct fixed points.

Proposition 2. For any $\forall a \in \mathbb{C}_p$, the function $f_a(x)$ is topological conjugate to the function $f_{-a}(x)$.

References

1. U. A. Rozikov, I. A. Sattarov. Dynamical systems of the -adic (2,2)-rational functions with two fixed points. Results in Mathematics, 75:100, (2020) pp.1-37.
2. Gouvea F. Q. p-Adic Numbers, An Introduction. // Springer-Verlag, BerlinHeidelberg, New York, second edition, 1997.
3. I. A. Sattarov. Group structure of the p-adic ball and dynamical system of isometry on a sphere.
4. U. A. Rozikov, I. A. Sattarov, S. Yam p-adic dynamical systems of the function // 2018

On periodic trajectories of a cubic operator

Jamilov U.U.[1], **Baratov B.S.**[2]

[1] Institute of Mathematics, 9, University str., 100174, Tashkent, Uzbekistan; jamilovu@yandex.ru

[2]Karshi State University, Uzbekistan. 17, Ko'chabog' str., 180100, Karshi, Uzbekistan.; baratov.bahodir@bk.ru

Let $E = \{1, 2, \dots, m\}$ be a finite set and the set of all probability distributions on E

$$S^{m-1} = \{\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in \mathbb{R}^m : \ x_i \geq 0, \text{ for any } i \text{ and } \sum_{i=1}^{m} x_i = 1\},$$

be the $(m-1)$-dimensional simplex. Cubic stochastic operator (CSO) is a mapping $W\colon S^{m-1} \to S^{m-1}$ of the form

$$W : x'_l = \sum_{i,j,k \in E} P_{ijk,l} x_i x_j x_k, \quad l \in E, \tag{1}$$

where $P_{ijk,l}$ are the coefficients of heredity such that

$$P_{ijk,l} = P_{ikj,l} = P_{jik,l} = P_{jki,l} = P_{kij,l} = P_{kji,l} \geq 0, \qquad \sum_{l \in E} P_{ijk,l} = 1, \qquad \forall i, j, k, l \in E \tag{2}$$

The trajectory $\{\mathbf{x}^{(n)}\}_{n=0}^{\infty}$ of an operator W for any point $\mathbf{x}^{(0)} \in S^{m-1}$ is defined by $\mathbf{x}^{(n+1)} = W(\mathbf{x}^{(n)}), \ n = 0, 1, 2, \dots$ Let $\omega_W(\mathbf{x}^{(0)})$ be the set of limit points of the $\{\mathbf{x}^{(n)}\}_{n=0}^{\infty}$.

Consider the following CSO defined on a simplex S^{m-1} which has the form

$$W_{(\pi,a,b,c)} : \begin{cases} x'_k = x_{\pi(k)} \left(\sum\limits_{i=1}^{m-1} x_i + c x_m \right)^2, \quad 1 \leq k \leq m-1, \\ x'_m = x_m \left(a \sum\limits_{i=1}^{m-1} x_i + x_m \right) \left(b \sum\limits_{i=1}^{m-1} x_i + x_m \right), \end{cases} \tag{3}$$

where $a + b + c^2 = 3, \ ab + 2c = 3, \ a, b \in [0, 1], \ c \in [1, 1.5]$ and π is a permutation of the set $E \setminus \{m\}$. Let $\pi = \tau_1 \tau_2 \cdots \tau_q$ be a permutation of the set $\{1, \dots, m-1\}$, where $\tau_1, \dots, \tau_q$ are disjoint cycles and we denote by $ord(\tau_i)$ the order of a cycle τ_i and $s = lcm\big(ord(\tau_1), \dots, ord(\tau_q)\big)$.

Theorem 1. For the cubic operator W the following statements are true:

i) if $a = 1$, $\pi \neq Id$, then $\omega_W\big(\mathbf{x}^{(0)}\big) = \{\mathbf{x}^{(0)}, \dots, W^{s-1}(\mathbf{x}^{(0)})\}$, $\forall\, \mathbf{x}^{(0)} \in S^{m-1} \setminus \{\mathbf{e}_m\}$;

ii) if $a \neq 1$ and $\pi \neq Id$, then $\omega_W\big(\mathbf{x}^{(0)}\big) = \{\mathbf{x}_\xi, \mathbf{x}_\xi^1, \dots, \mathbf{x}_\xi^{s-1}\}$ for any $\mathbf{x}^{(0)} \in S^{m-1} \setminus \{\mathbf{e}_m\}$;

iii) if $a \neq 1$ and $\pi = Id$, then for any $\mathbf{x}^{(0)} \in S^{m-1} \setminus \{\mathbf{e}_m\}$ we have

$$\omega_W\big(\mathbf{x}^{(0)}\big) = \begin{cases} \left\{(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_{m-1}^{(0)}, 0)\right\} & \text{if } \ x_m^{(0)} = 0, \\ \left\{(x_1^{*}, x_2^{*}, \dots, x_{m-1}^{*}, 0)\right\} & \text{if } \ x_m^{(0)} > 0. \end{cases}$$

References

1. U. A. Rozikov, S. Nazir, Separable quadratic stochastic operators. Lobachevskii J. Math. No.31, (2010) 215–221.
2. Yu. Kh. Eshkabilov, B. S. Baratov, On the dynamics of one separable cubic stochastic operator on the 2D-simplex. Bull. Inst. Math, Vol. 5, No.2, (2022), pp.97–104.

ON DYNAMICS OF A NON-VOLTERRA STOCHASTIC OPERATOR

Jamilov U.U., Khudoyberdiev Kh.O.
V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics, Tashkent, Uzbekistan;
e-mail jamilovu@yandex.ru, xudoyberdiyev.x@mail.ru

Let $S^{m-1}=\{\mathbf{x}=(x_1,x_2,\dots,x_m)\in\mathbb{R}^m:\ \text{for any } i,\ x_i\geq 0,\ \text{and } \sum_{i=1}^m x_i=1\}$ be the $(m-1)$-dimensional simplex. A map V of S^{m-1} into itself is called a *quadratic stochastic operator* (QSO) if

$$(V\mathbf{x})_k=\sum_{i,j=1}^m p_{ij,k}x_ix_j,$$

for any $\mathbf{x}\in S^{m-1}$ and for all $k=1,\dots,m$, where

$$p_{ij,k}\geq 0,\quad p_{ij,k}=p_{ji,k}\ \text{ for all } i,j,k;\quad \sum_{k=1}^m p_{ij,k}=1.$$

For a given initial point $\mathbf{x}^{(0)}\in S^{m-1}$ the trajectory $\left\{\mathbf{x}^{(n)}\right\}_{n\geq 0}$ is a set of points defined by $\mathbf{x}^{(n+1)}=V(\mathbf{x}^{(n)})$ for all $n=0,1,2,\dots$

A quadratic stochastic operator is called a Volterra operator if $p_{ij,k}=0,$ for any $k\notin\{i,j\},\ \ i,j,k=1,\dots,m.$

A point $\mathbf{x}\in S^{m-1}$ is called a *periodic* point of V if there exists an n so that $V^n(\mathbf{x})=\mathbf{x}$. The smallest positive integer n satisfying the above is called the prime period or least period of the point $\mathbf{x}$. A period-one point is called a *fixed* point of V.

Denote the set of all fixed points by $\mathrm{Fix}(V)$ and the set of all periodic points of (not necessarily prime) period n by $\mathrm{Per}_n(V)$. Let us consider a non-Volterra QSO defined on the simplex S^2 which has the form

$$V:\begin{cases} x_1'=\alpha x_2^2+\alpha x_1x_2+(1+\alpha)x_2x_3,\\ x_2'=\alpha x_1^2+\alpha x_1x_2+(1+\alpha)x_1x_3,\\ x_3'=x_3^2+(1-\alpha)\big(x_1+x_2\big)^2+(1-\alpha)x_3\big(x_1+x_2\big),\ \alpha\in[0,1].\end{cases}\tag{9}$$

Theorem 1. *For the operator V the following statements are true:*
i) $Fix(V)=\{\mathbf{e}_3,\ \mathbf{x}_\alpha\}$ where $\mathbf{e}_3=(0,0,1)$ and $\mathbf{x}_\alpha=\big(\alpha/2,\alpha/2,1-\alpha\big)$;
ii) $Per_2(V)=\big\{\mathbf{x}\in S^2:\ x_1+x_2=\alpha,\ x_3=1-\alpha\big\}$;
iii) $Per_n(V)=\emptyset$ for $n\geq 3$.

Denote $\widehat{\mathbf{x}}_0=\big(\alpha,0,1-\alpha\big)$, $\widetilde{\mathbf{x}}_0=\big(0,\alpha,1-\alpha\big)$ and $\tau(\mathbf{x}^{(0)})=x_1^{(0)}+x_2^{(0)}$, $\widetilde{\mathbf{x}}=\big(\alpha x_2^{(0)}/\tau(\mathbf{x}^{(0)}),\alpha x_1^{(0)}/\tau(\mathbf{x}^{(0)}),1-\alpha\big)$, $\widehat{\mathbf{x}}=\big(\alpha x_1^{(0)}/\tau(\mathbf{x}^{(0)}),\alpha x_2^{(0)}/\tau(\mathbf{x}^{(0)}),1-\alpha\big)$.

Theorem 2. *For the operator V the following statements are true:*
i) if $\alpha=0$, then $\omega_V\big(\mathbf{x}^{(0)}\big)=\{\mathbf{e}_3\}$ for any $\mathbf{x}^{(0)}\in S^2$;
ii) if $\alpha\in(0,1]$ then $\omega_V\big(\mathbf{x}^{(0)}\big)=\big\{\widetilde{\mathbf{x}}_0,\ \widehat{\mathbf{x}}_0\big\}$ for any $\mathbf{x}^{(0)}\in\Gamma_{1,3}\cup\Gamma_{2,3}\setminus Fix(V)$;

iii) if $\alpha \in (0,1]$ *then* $\omega_V\big(\mathbf{x}^{(0)}\big) = \big\{\widetilde{\mathbf{x}},\ \widehat{\mathbf{x}}\big\}$ *for any* $\mathbf{x}^{(0)} \in S^2 \setminus \big(\Gamma_{1,3} \cup \Gamma_{2,3} \cup \{\mathbf{e}_3\}\big)$.

References

1. U. U. Zhamilov, U. A. Rozikov, On the dynamics of strictly non-Volterra quadratic stochastic operators on a two-dimensional simplex, Sb. Mat. 200(9), 1339–1351, (2009).
2. U. U. Jamilov, Kh. O. Khudoyberdiev and M. Ladra, Quadratic operators corresponding to permutations, Stoch. Anal. Appl., 38(5), 929–938, (2020).

ON THE CAUCHY PROBLEM FOR ELLIPTIC SYSTEMS IN AN UNBOUNDED DOMAIN $\mathbb{R}^3$

D.A. Juraev[1,2], P. Agarwal[2]
[1]University of Economy and Pedagogy, Karshi, Uzbekistan;
juraevdavron12@gmail.com
[2]Anand International College of Engineering, Jaipur, India;
goyal.praveen2011@gmail.com

In this work, we are talking about the formulation of the Cauchy problem for matrix factoizations of the Helmholtz equation in a three-dimensional unbounded domain. Based on the Carleman matrix, we build a regularized solution in the exact form. In many well-posed problems for matrix factorizations of the Helmholtz equation, it is not possible to calculate the values of the vector function on the entire boundary. Therefore, the problem of reconstructing the solution of systems of equations of first order elliptic type with constant coefficients, factorizing the Helmholtz operator (see, for instance [1-4]), is one of the topical problems in the theory of differential equations.

Let us consider the following first order systems of linear partial differential equations with constant coefficients

$$P\left(\partial_\zeta\right) W(\zeta) = 0, \tag{10}$$

in the domain Ω, where $P\left(\partial_\zeta\right)$ is the matrix differential operator of the first-order.

Also consider the set

$$S\left(\Omega\right) = \left\{W : \overline{\Omega} \longrightarrow \mathbb{R}^n\right\},$$

here W is continuous on $\overline{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega$ and W satisfies the system (29).

The Cauchy problem for system (29) is formulated as follows:

Proposition. Let $f : \Sigma \longrightarrow \mathbb{R}^n$ be a continuous given function on Σ.

Suppose $W(\eta) \in S(\Omega)$ and

$$W(\eta)|_\Sigma = f(\eta), \quad \eta \in \Sigma. \tag{11}$$

Our purpose is to determine the function $W(\eta)$ in the domain Ω when its values are known on Σ.

Functionals $W_{\sigma(\delta)}(\zeta)$ and $\dfrac{\partial W_{\sigma(\delta)}(\zeta)}{\partial \zeta_j}$ determine the regularization of the solution of problems (29) and (30).

References

1. D.A. Juraev, Solution of the ill-posed Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation on the plane, Global and Stochastic Analysis, 8 (3) (2021) 1–17.
2. D.A. Juraev, On the regularization Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation in a multidimensional bounded domain, Azerbaijan Journal of Mathematics, 12 (1) (2022) 142–161.
3. D.A. Juraev, The construction of the fundamental solution of the Helmholtz equation, Reports of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, 4 (2014) 14–17.
4. D.A. Juraev, On the solution of the Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation in a multidimensional spatial domain, Global and Stochastic Analysis, 9 (2) (2022) 1–17.

ON APPROXIMATE SOLUTIONS OF THE CAUCHY PROBLEM FOR SYSTEMS OF LINEAR EQUATIONS OF THE FIRST ORDER

D.A. Juraev[1], V.R. Ibrahimov[2], M.J. Jalalov[3]
[1]University of Economy and Pedagogy, Karshi, Uzbekistan;
juraevdavron12@gmail.com
[2]Institute of Control Systems, Baku, Azerbaijan;
ibvag47@mail.ru
[3]Azerbaijan Academy of Labor and Social Relations, Baku, Azerbaijan;
mahircalalov@mail.ru

The Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation, like many Cauchy problems for finding regular solutions of elliptic equations, in the general case is unstable with respect to uniformly small changes in the initial data. Thus, these tasks are incorrectly posed [1]. A.N. Tikhonov in his work [2], expounded in detail the practical importance of unstable problems and showed that if the class of possible solutions is narrowed down to a compact set, then the stability of the solution follows from the existence and uniqueness, i.e. the task becomes sustainable. The Cauchy problem for elliptic equations was considered in papers [3-4]. In papers [5-9] the questions of exact and approximate solutions of the ill-posed Cauchy problem for various factorizations of the Helmholtz equations are studied. Such problems arise in mathematical physics and in various fields of natural science (for example, in electro-geological exploration, in cardiology, in electrodynamics, etc.).

References

1. J. Hadamard, The Cauchy problem for linear partial differential equations of hyperbolic type, Nauka, Moscow, 1978.
2. A.N. Tikhonov, On the solution of ill-posed problems and the method of regularization. Reports of the USSR Academy of Sciences, 153 (3) (1963) 501–504.
3. Sh. Yarmukhamedov, On the extension of the solution of the Helmholtz equation, Reports of the Russian Academy of Sciences, 357 (3) (1997) 320–323.
4. N.N. Tarkhanov, The Cauchy problem for solutions of elliptic equations, V. 7, Akad. Verl., Berlin, 1995.
5. D.A. Juraev, Solution of the ill-posed Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation on the plane, Global and Stochastic Analysis, 8 (3) (2021) 1–17.

6. D.A. Juraev, On the regularization Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation in a multidimensional bounded domain, Azerbaijan Journal of Mathematics, 12 (1) (2022) 142–161.
7. D.A. Juraev, The construction of the fundamental solution of the Helmholtz equation, Reports of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, 4 (2014) 14–17.
8. D.A. Juraev, On the solution of the Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation in a multidimensional spatial domain, Global and Stochastic Analysis, 9 (2) (2022) 1–17.
9. D.A. Juraev, M.M. Cavalcanti, Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation in the space $\mathbb{R}^m$, Boletim da Sociedade Paranaense de Matematica, 41 (3s) (2023) 1–12.

ON SOME PROPERTIES OF GENERALIZED DYNAMICAL PARTITION OF CIRCLE WITH IRRATIONAL ROTATION NUMBER

Karimov J.J.[1], Ibodullaeva H.F.[2]

[1]Turin Polytechnic University in Tashkent, Tashkent, Uzbekistan;
jkarimov0702@gmail.com
[2]National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan;
husniya9194@umail.uz

Consider the circle homeomorphism $f \in C^{2+\varepsilon}(S^1 \backslash \{b\}),\ \ \varepsilon > 0$, with one break point b and irrational rotation number $\rho = \rho_f = [2, 2, ..., 2, ...] = \sqrt{2} - 1$. We let $\frac{p_n}{q_n}$ denote n th appropriate fraction of ρ, $p_n/q_n = [2, 2, ..., 2]$. The numbers q_n, $n \geq 1$ are called first return times Poincare for the map T. Via the orbit $\mathcal{O}_T = \{x_n = T^n(0),\ \ n \geq 0\}$ break point $x_0 = 0$ we define the sequence of dynamical partitions of a circle. We denote by $I_0^{(n)}(x_0)$ the joining the points x_0 and $x_{q_n} = T^{q_n}(x_0)$.

Suppose $I_i^{(n)} := T^i I_0^{(n)}(x_0)$. It is well known, that the system of intervals

$$\xi_n(x_0) = \{I_0^{(n-1)}(x_0), I_1^{(n-1)}(x_0), \ldots, I_{q_n-1}^{(n-1)}(x_0)\}$$

$$\cup\{I_0^{(n)}(x_0), I_1^{(n)}(x_0), \ldots, I_{q_{n-1}-1}^{(n)}(x_0)\}$$

is partition of the circle. Any two segments $\xi_n(x_0)$ of partition can intersect only at end points. Partition $\xi_n(x_0)$ called $n-$th dynamical partition. We note, that $\xi_1(x_0) < \xi_2(x_0) < \ldots < \xi_{n-1}(x_0) < \xi_n(x_0), \ldots$. Fix $c \in (0, 1)$. For every $n \geq 1$ uniquely define the points c_n by relation and we construct generalized dynamical partition [1]: $|[x_0, c_n]| = c \cdot |[x_0, x_{q_n}]|$. Denote by $I_{n,c}$ the interval $[x_0, c_n)$.

Define the first return time function $R_{n,c} : I_{n,c} \to \mathbb{N}$: $R_{n,c}(x) = \min\{j1 : T^j x \in I_{n,c}\}$. From properties of dynamical partitions [2] we have

$$R_{n,c}(x) = \begin{cases} q_{n+1}\ ,\ x \in [x_{-q_{n+1}}, c_n] \\ q_{n+2}\ ,\ x \in [x_0, f^{-q_{n+2}} c_n] \\ q_{n+3}\ ,\ x \in [f^{-q_{n+2}} c_n, x_{-q_{n+1}}] \end{cases}$$

We introduce the following notation:

$$A_0^{(n)} = [x_0, f^{-q_{n+2}}c_n],\ \ B_0^{(n)} = [x_{-q_{n+1}}, c_n],\ \ C_0^{(n)} = [f^{-q_{n+2}}c_n, x_{-q_{n+1}}].$$

Theorem 1. *Consider the following segments* $A_i^{(n)}$, $0 \le i < q_{n+2}$, $B_j^{(n)}$, $0 \le j < q_{n+1}$, $C_k^{(n)}$, $0 \le k < q_{n+3}$, *where* $A_i^{(n)} := f^i(A_0^{(n)})$, $B_j^{(n)} := f^j(B_0^{(n)})$ *and* $C_k^{(n)} := f^k(C_0^{(n)})$. *The following statements are hold:*

1. $A_i^{(n)}$, $B_j^{(n)}$ *and* $C_k^{(n)}$ *pairwise does not intersect (except for the end points);*

2. $\left(\bigcup\limits_{i=0}^{q_{n+2}-1} A_i^{(n)}\right) \bigcup \left(\bigcup\limits_{j=0}^{q_{n+1}-1} B_j^{(n)}\right) \bigcup \left(\bigcup\limits_{k=0}^{q_{n+3}-1} C_k^{(n)}\right) = S^1;$

3. $\Delta_l^{(n)} = A_l^{(n)} \bigcup C_l^{(n)} \bigcup B_l^{(n)} \bigcup C_{l+q_{n+2}}^{(n)},\ \ 0 \le l < q_{n+1};$

4. $\Delta_s^{(n+1)} = A_{s+q_{n+1}}^{(n)} \bigcup C_{s+q_{n+1}}^{(n)},\ \ 0 \le s < q_n.$

References

1. Dzhalilov A.A., Karimov J.J. The entrance times for circle homeomorphisms with a break. Bulletin of NUUz, 2020. Vol. 3. Iss. 3. P. 209-221.

2. D.H.Kim, B.K.Seo. The waiting time for or rational rotations, Nonlinearity 16. 2003, p. 1861-1868.

A family of non-constrained Volterra cubic operators

Khamrayev A.Yu.[1], Ataullayev Sh.[2]

[1]Karshi State University, Uzbekistan. 17, Ko'chabog' str., 180100, Karshi, Uzbekistan.; khamrayev-ay@yandex.ru

[2]Karshi State University, Uzbekistan. 17, Ko'chabog' str., 180100, Karshi, Uzbekistan.; Ataullayev.sh@bk.ru

Let $E = \{1, 2, \ldots, m\}$. By the $(m-1)$-simplex we mean the set

$$S^{m-1} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^m :\ x_i \ge 0,\ \ \sum_{i=1}^{m} x_i = 1 \right\}$$

Each element $\mathbf{x} \in S^{m-1}$ is a probability measure on E, and so it may be looked upon as the state of a biological (physical and so on) system of m elements.

A *cubic stochastic operator* is a mapping $V\colon S^{m-1} \to S^{m-1}$ of the form

$$V : x'_l = \sum_{i,j,k=1}^{m} p_{ijk,l} x_i x_j, \qquad l = 1, \ldots, m, \tag{12}$$

where $p_{ijk,l}$ are coefficients of heredity such that

$$p_{ijk,l} \ge 0, \quad \sum_{l=1}^{m} p_{ijk,l} = 1, \quad i, j, k, l = 1, \ldots, m, \tag{13}$$

and the coefficients $p_{ijk,l}$ do not change for any permutation of i, j and k if the types are not related with sex.

Consider a CSO $W : S^2 \to S^2$ which has the form:

$$W : \begin{cases} x_1' = x_1^3 + 3x_1^2x_2 + 3x_1^2x_3 + 6ax_1x_2x_3, \\ x_2' = x_2^3 + 3x_2^2x_1 + 3x_2^2x_3 + 6bx_1x_2x_3, \\ x_3' = x_3^3 + 3x_3^2x_1 + 3x_3^2x_2 + 6bx_1x_2x_3, \end{cases} \tag{14}$$

here $0 \le a \le 1, \quad 0 \le b \le 1/2$ and $a + 2b = 1$.

It is easy to see that the CSO W is a non-constrained Volterra CSO.

Lemma 1. For the Volterra CSO W the following assertions true:

i) The faces $\Gamma_{\{1,2\}}, \quad \Gamma_{\{1,3\}}, \quad \Gamma_{\{2,3\}}$ and the sets $M_1 = \{\mathbf{x} \in S^2 : x_2 = x_3\}$, $M_2 = \{\mathbf{x} \in S^2 : x_2 > x_3\}$, $M_3 = \{\mathbf{x} \in S^2 : x_2 < x_3\}$ are invariant sets;

ii) $Fix\,(W) = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \mathbf{c}_3, \mathbf{x}(a)\}\}$, where $\mathbf{c}_1 = (1/2, 1/2, 0)$, $\mathbf{c}_2 = (1/2, 0, 1/2)$, $\mathbf{c}_3 = (0, 1/2, 1/2)$ and

$$\mathbf{x}(a) = \left(\frac{2 - 3a}{4 - 3a}, \frac{1}{4 - 3a}, \frac{1}{4 - 3a} \right).$$

References

1. Rozikov U. A. and Khamraev A. Yu. On cubic operators defined on finite-dimensional simplices.Ukrainian Math. J.2004,vol. 56,no.10,pp.1699–1711.DOI: 10.1007/s11253-005-0145-3.

2. Khamraev A. Yu. A condition for the uniqueness of a fixed point for cubic operators. *Uzbek. Math. Zh.*, 2005, no. 1, pp. 79–87.

The canonical view of the volterra cubic stochastic operator

Khamrayev A.Yu.[1], **Djurayev Kh.**[2]

[1]Karshi State University, Uzbekistan. 17, Ko'chabog' str., 180100, Karshi, Uzbekistan.; khamrayev-ay@yandex.ru

[2]Karshi State University, Uzbekistan. 17, Ko'chabog' str., 180100, Karshi, Uzbekistan.; Djurayev.Kh@bk.ru

Let $E = \{1, 2, \ldots, m\}$ be a finite set and the set of all probability distributions on the set E

$$S^{m-1} = \left\{ x = (x_1, x_2, ..., x_m) \in R^m : x_i \ge 0, \sum_{i=1}^m x_i = 1 \right\}$$

We call it $(m - 1)$ dimensional simplex. The results obtained from the low-pass operators are quite substantial. As one of such operators, we have the following operator:

$$W : x_l' = \sum_{i,j,k=1}^m P_{ijk,l} x_i x_j x_k, l \in \overline{1, m} \tag{1}$$

where the a matrix $P \equiv P(W) = \{P_{ijk,l}\}_{ijk,l=1}^{m}$ satisfying the following properties

$$P_{ijk,l} = P_{jik,l} = P_{jki,l} = P_{kij,l} = P_{ikj,l} \geq 0, \sum_{l=1}^{m} P_{ijk,l} = 1 \tag{2}$$

for each $i, j, k \in \overline{1, m}$

Definition 1. If condition (3) is valid for operator (1), then the operator is called a Voltara-type cubic stochastic

$$P_{ijk,l} = 0, \forall l \notin \{i, j, k\} \tag{3}$$

(1), (2) The operator is called the cubic stochastic operator (CSO).

Theorem: The canonical form of the Cubic stochastic operator of the Volterra type

$$x_l' = x_l \left(1 + \sum_{i=1, i\neq l}^{m} a_{il} x_i + \sum_{i=1, i\neq l}^{m} b_{il} x_i^2 + \sum_{i,j=1, i\neq j, j\neq l, i\neq l}^{m} c_{ijl} x_i x_j \right), l \in \overline{1, m}$$

here

$$a_{il} = \begin{cases} 3P_{ill,l} + 3P_{iil,l}, i \neq l \\ 0, i = l \end{cases}, -2 \leq a_{il} \leq 1$$

$$b_{il} = \begin{cases} 1 - 3P_{ill,l} + 3P_{iil,l}, i \neq l \\ 0, i = l \end{cases}, -1 \leq a_{il} + b_{il} \leq 2$$

$$c_{ijl} = \begin{cases} 6P_{ijl,l} - 3P_{ill,l} - 3P_{jll,l} + 2, i \neq l \\ 0, i = l \end{cases}, -2 \leq c_{ijl} + a_{il} + a_{jl} \leq 4$$

References

1. Khamraev,A.Yu:On dynamics of a quazi-strongly non Volterra quadratic stohchastic operator.Ukr.Math.J(2018)
2. A.J.M.Hardin,U.A.Rozikov A Quasi-strictly Non-voterra Quadratic Stochastic Operator. Qualitative Theory of Dynamical Systems(2019)18:1013-1029

THE LIMIT BEHAVIOUR OF HITTING TIMES FOR A QUADRATIC IRRATIONAL ROTATIONS

Khomidov M.K.[1]

[1]National university of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan;
mkhomidov0306@mail.ru

Let T be an orientation preserving a homeomorphism of the circle $S^1 = \mathbb{R}/\mathbb{Z} \simeq [0, 1)$ with $\rho = [k_1, k_2, ...]$. For $n \geq 1$, we write $p_n/q_n := [k_1, k_2, ..., k_n]$ the convergents of ρ, their denominators q_n satisfy the recursive relation $q_{n+1} = k_{n+1}q_n + q_{n-1}$ with initial conditions $q_0 = 1$, $q_1 = k_1$. The forward orbit of x_0 is $O^+(x_0) = \{x_n = T_\rho^n x_0 : n = 0, 1, 2, ...\}$. Indeed, denote by $\Delta_0^{(n)} := \Delta_0^{(n)}(x_0)$ semi-closed interval of S^1 with the endpoints x_0 and $x_{q_n} = T_\rho^{q_n} x_0$. If $\Delta_j^{(n)} = T_\rho^j \Delta_0^{(n)}$, $j > 0$, denote the iterates of the interval $\Delta_0^{(n)}$ under T_ρ. It is well known, that the partition $\mathrm{P}_n := \mathrm{P}_n(x_0)$ of the circle S^1 appeared with

mutually disjoint intervals, defined as, $P_n = \{\Delta_i^{(n)},\ 0 \le i < q_{n+1}\} \cup \{\Delta_j^{(n+1)},\ 0 \le j < q_n\}$. The partition P_n is called the $n-$th **dynamical partition** of circle S^1. Let T_ρ irrational rotation with quadratic irrational number $\rho = [k_1, k_2, ..., k_s,\ k_1, k_2, ..., k_s, ...]$. Take a point $x_0 = 0$ and arbitrary number $\theta \in (0, 1)$. For every $n \ge 1$ we define $c_n := c_n(\theta) \in (\Delta_{n-1}, \Delta_n)$ as $\mu([0, c_n)) = \theta \cdot \Delta_n$. Consider the first return time function: $R_{c_n}(x) = \inf\{j \ge 1 :\ T_\rho^j x \in [0, c_n)\}$. Introduce the following notations. In the case n is even, we set $L_0^{(n)} := [0, c_n + (K+1)\Delta_{n+1} - \Delta_n)$; $M_0^{(n)} := [c_n + (K+1)\Delta_{n+1} - \Delta_n, \Delta_{n+1})$; $R_0^{(n)} := [\Delta_{n+1}, c_n)$. If n is odd:
$L_0^{(n)} := [\Delta_n - (K+1)\Delta_{n+1}, c_n)$; $M_0^{(n)} := [c_n - \Delta_{n+1}, \Delta_n - (K+1)\Delta_{n+1})$; $R_0^{(n)} := [0, c_n - \Delta_{n+1})$. For every $n \ge 1$, the collection of semiintervals

$$\tau_n = \left\{L_0^{(n)},\ L_1^{(n)}, \dots, L_{q_n+(K+1)q_{n+1}-1}^{(n)}\right\} \bigcup \left\{M_0^{(n)},\ M_1^{(n)}, \dots, L_{q_n+(K+2)q_{n+1}-1}^{(n)}\right\}$$

$$\bigcup \left\{R_0^{(n)},\ R_1^{(n)}, \dots, R_{q_{n+1}-1}^{(n)}\right\}$$

constitutes the partition of the circle. Consider the **generalized dynamical partition** τ_n of the circle. Define the hitting function $H_n(\tau_n : x, y) : [0,1) \times [0,1) \to \mathbb{N}$ by the formula

$$H_n(\tau_n; x, y) := \inf\{j \ge 1;\ T_\rho^j y \in I_n(x)\},$$

where $I_n(x)$ is an interval of τ_n containing x. Now define the normalized hitting time as

$$\tilde{H}_n(\tau_n; x, y) = \frac{H_n(\tau_n; x, y)}{q_{n+m^*} + (K^* + 2)q_{n+m^*+1}}.$$

We define the distribution functions of $\tilde{H}_n(\tau_n; x, y)$:

$$\Phi_{\theta,n}(t) = \mu_2\left((x, y) \in [0,1) \times [0,1) :\ \tilde{H}_n(\tau_n; x, y) \le t\right), \quad t \in \mathbb{R}^1.$$

where $\mu_2(\cdot)$ is the Lebesgue measure. We formulate our main result.

Theorem 1. Let T_ρ be irrational rotation of the circle. Suppose that, the rotation number $\rho = [k_1, k_2, ..., k_s,\ k_1, k_2, ..., k_s, ...]$ is quadratic irrational number. Let $c_n = \theta\Delta_n$ with $\theta \in (0,1)$. The distribution functions $\Phi_{ns+i,\theta}(t)$, $1 \le i \le s$ of $\tilde{H}_{ns+i}(\tau_{ns+i}; x, y)$ converge uniformly to the continuous piecewise linear function.

References

1. Z. Coelho, E. de Faria, Limit laws of entrance times for homeomorphisms of the circle, Israel Journal of Mathematics, 1996. Vol. 93. No. 1. pp. 93-112.
2. Z. Coelho, The loss of tightness of time distributions for homeomorphisms of the circle, Transactions of the American Mathematical Society, 2004. Vol. 356. No. 11. pp. 4427-4445.
3. D.H. Kim and K.S. Byoung, The waiting time for irrational rotations, Nonlinearity 2003. pp. 1861-1868.

THE LOWER BOUNDARY OF THE ESSENTIAL SPECTRUM OF PIO

Kucharov R.R.[1], **Ko'chimov A.A.**[2]
[1]National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan;
ramz3364647@yahoo.com
[2]Karshi State University, Karshi, Uzbekistan;

Self-adjoint partial integral operators (PIO) also arise in the theory of discrete Schroodinger operators [1]-[3]. Partial integral operators also arise in the theories of cluster operators and lattice Hamiltonians.

Let $\Omega_1 = [a, b]^{\nu_1}$ and let $\Omega_2 = [c, d]^{\nu_2}$, where $\nu_1, \nu_2 \in N$. We define operators H_0, T_1 and T_2 by the formulas

$$H_0 f(x, y) = k_0(x, y) f(x, y), f \in L_2(\Omega_1 \times \Omega_2),$$

$$T_1 f(x, y) = \int_{\Omega_1} (\gamma_0 + \gamma\varphi_1(x)\varphi(s)) f(s, y) d\mu_1(s), \ \ \gamma_0 \geq 0, \ \ \gamma > 0,$$

$$T_2 f(x, y) = \int_{\Omega_2} (\mu_0 + \mu\varphi_2(y)\varphi_2(t)) f(x, t) d\mu_2(t), \ \ \mu_0 \geq 0, \ \ \mu > 0,$$

where k_0 is the Lebesgue measure on $\Omega_j, j = 1, 2$.

We consider the self-odjoint partial integral operator

$$H = H_0 - (T_1 + T_2) \tag{1}$$

on the Hilbert space $L_2(\Omega_1 \times \Omega_2)$.

For a self-adjoint operator, let $\rho(\cdot)$ denote the resolvent set and let $\sigma(\cdot)$, $\sigma_{ess}(\cdot)$ and $\sigma_{disc}(\cdot)$ denote the spectrum, the essential spectrum, and the discrete spectrum, respectively.

We call the number

$$E_{\min}(H) = \inf\{\lambda : \ \ \lambda \in \sigma_{ess}(H)\}$$

the lower boundary of the essential spectrum of H.

Let u and v be nonnegative continuous functions on Ω_1 and Ω_2, respectively. Let $0 \in Ran(u) \cap Ran(v)$. In the present article, we assume that $k_0(x, y) = u(x)v(y), \gamma_0 = \mu_0 = 1$ and $\gamma, \mu > 0$ and study the essential spectra of a partial integral operator of the form (1).

On the space $L_2(\Omega_1)$, we define a family $\{H_1(\alpha)\}_{\alpha\in\Omega_2}$ of self-adjoint operators in the Friedrichs model. We put

$$H_1(\alpha)\varphi(x) = u(x)v(\alpha)\varphi(x) - \int_{\Omega_1} (1 + \gamma\varphi_1(x)\varphi_1(s))\varphi(s) ds.$$

The definition of a family $\{H_2(\beta)\}_{\beta\in\Omega_1}$ of operators on $L_2(\Omega_2)$ is similar, i.e., we put

$$H_2(\beta)\psi(y) = u(\beta)v(y)\psi(y) - \int_{\Omega_2} (1 + \mu\varphi_2(y)\varphi_2(t))\psi(t) dt.$$

Lemma 1.[3] Let $\pi_j(\xi) = \inf\limits_{\|g\|=1} (H_j(\xi)g, g)$, $\xi \in \Omega_j$. Then $\pi_j(\xi)$ is a nonpositive continuous function on Ω_j, $j = 1, 2$.

Consider the self-adjoint operators

$$W_1 = H_0 - T_1,\ \ W_2 = H_0 - T_2$$

on $L_2(\Omega_1 \times \Omega_2)$.

We denote

$$u_{\max} = \max_{x\in\Omega_1} u(x),\ \ v_{\max} = \max_{y\in\Omega_2} v(y),\ \ {\pi_1}^{\max} = \max_{t\in\Omega_2} \pi_1(t),\ {\pi_2}^{\max} = \max_{s\in\Omega_1} \pi_2(s).$$

Theorem 1. The following conditions hold for the operators W_1 and W_2:
i) $[-\max\{1,\gamma\}, {\pi_1}^{\max}] \subset \sigma_{ess}(W_1)$,
ii) $[-\max\{1,\mu\}, {\pi_2}^{\max}] \subset \sigma_{ess}(W_2)$.

Theorem 2. The following equality is valid :

$$E_{\min}(H) = -\max\{1,\gamma,\mu\}.$$

References

1. Yu.Kh. Eshkabilov, A discrete three-particle Schrooodinger operator in the Hubbard model, Theoret.Math.Phys. 149, 1497 (2006).
2. Yu.Kh. Eshkabilov, R.R. Kucharov, Essential and discrete spectra of the three-particle Schrodinger operator on a lattice, Theoret.Math.Phys. 170, 341 (2012).
3. R.R. Kucharov, Yu.Kh. Eshkabilov, On the Number of Negative Eigenvalues of a Partial Integral Operator, Siberian Advances in Mathematics, 2015, Vol. 25, No. 3, pp.179-190.

A ONE-DIMENSIONAL FRACTIONAL DIFFUSION EQUATION WITH DISCONTINUOUS DIFFUSION COEFFICIENT

E.I.Kuchkorov[1], Sh.F.Jumaeva [2]
[1]National University , Tashkent, Uzbekistan;
e_kuchkorov@mail.com
[2]National University , Tashkent, Uzbekistan;
shahnozafarhodovna79@gmail.com

We consider the following inverse problem for a one-dimensional fractional diffusion equation:

$$\partial_t^\alpha u(x,t) = p(x) u_{xx}(x,t), \quad (x,t) \in (0,l) \times (0,T), \tag{1}$$

$$u(x,0) = \delta(x), \quad x \in (0,l), \tag{2}$$

$$u_x(0,t) = u(l,t) = 0, \quad t \in (0,T), \tag{3}$$

here, $T > 0,\ l > 0$ are fixed and $\delta(x)$ is the Dirac delta function. ∂_t^α denotes the Caputo derivative in time of order α:

$$\partial_t^\alpha u(x,t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t \frac{1}{(t-s)^\alpha} \cdot \frac{\partial u(x,s)}{\partial s} ds.$$

We assume that $0 < \alpha < 1$ and the diffusion coefficient is discontinuous at point x_0 of interval $(0, l)$:

$$p(x) = \begin{cases} a^2, & 0 < x < x_0, \\ b^2, & x_0 < x < l, \end{cases} \qquad p(x) \in W_2^1(0, l).$$

Theorem. Let $a \neq b$,$c \neq d$ and assume

$$p(x) = \begin{cases} a^2, & 0 < x < x_0, \\ b^2, & x_0 < x < l, \end{cases} \quad \text{and} \quad q(x) = \begin{cases} c^2, & 0 < x < x_0, \\ d^2, & x_0 < x < l, \end{cases} \quad \text{on } [0, l],$$

$\alpha, \beta \in (0, 1)$. Let u be the weak solution to (1)-(3), and let v be the weak solution to (4) with the same initial and boundary conditions (2), (3):

$$\partial_t^\beta v(x, t) = q(x) v_{xx}(x, t), \quad 0 < x < l,\ 0 < t < T \tag{4}$$

Then $u(0, t) = v(0, t)$, $0 < t \leq T$, implies $\alpha = \beta$ and $p(x) = q(x)$, $0 \leq x \leq l$.

Determining an order of the time-fractional derivative for the parabolic type operator with smooth coefficients is considered in works [1], [2], [3].

References

1. Sh. Alimov, R. Ashurov, Inverse problem of determining an order of the Caputo time-fractional derivative for a subdiffusion equation, J. Inverse Ill-Posed Probl. 2020; 28(5): 651 – 658.
2.J. Cheng, J. Nakagawa, M. Yamamoto, T. Yamazaki, Uniqueness in an inverse problem for a one-dimensional fractional diffusion equation. Inverse Prob. 4 (2009), 1 –25.
3. R. Ashurov, S. Umarov, Determination of the order of fractional derivative for subdiffusion equations, Fractional Calculus and Applied Analusis, 23, No. 6 (2020), 1647 - 1662.

ABOUT ONE GENERALIZATION OF THE PLURISUBHARMONIC MEASURE

Kuldashev K.K.[1], Alieva F.M.[2], Aytjanova G.T.[3]
[1]National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan;
qobil2407@mail.ru
[2]National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan;
alievaferuza900@gmail.com
[3]National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan;
gulaim2003qar@gmail.com

Pluripotential theory is based on pluriharmonic and plurisubharmonic functions. The main objects of pluripotential theory are plusubharmonic measure, transfinite diameter, Green's function and condenser capacity. Nowadays, in connection with integral estimates of polynomials in approximation questions, a plurisubharmonic measure and a Green's function with a certain weight function have been considered and applied. The aim of this thesis is to introduce a plurisubharmonic measure with a plurisubharmonic weight function ψ.

A plusubharmonic measure is defined as an extremal function in the class of plurisubharmonic (psh) functions. Let $E \subset D$ be a set in the regular domain $D \subset \mathbb{C}^n$. Regularity of D means, that there exists a $\rho(z) \in psh(D) : \rho|_D < 0, \lim\limits_{z \to \partial D} \rho(z) = 0$. We denote by $\mathcal{U}(E, D)$ the class of all functions $u(z) \in psh(D)$, such that $u|_E < -1, \ u|_D < 0$ and let $\omega(z, E, D) = \sup\{u(z) : u(z) \in \mathcal{U}(E, D)\}$. The regularization $\omega^*(z, E, D) = \overline{\lim\limits_{\xi \to z}} \omega(\xi, E, D) = \lim\limits_{\varepsilon \to 0} \sup\limits_{z \in B(0,\varepsilon)} \omega(z, E, D)$ is called the harmonic measure of E with respect to D [1].

Let $\psi(z) \in psh(D)$ negative function in D. We denote by $\mathcal{U}(E, D, \psi)$ the class of all functions $u(z) \in psh(D)$, such that $u|_E \leq \psi(z)|_E, \ u|_D < 0$ and let

$$\omega(z, E, D, \psi) = \sup\{u(z) : u(z) \in \mathcal{U}(E, D, \psi)\}.$$

Definition 1. The function $\omega^*(z, E, D, \psi) = \overline{\lim\limits_{\xi \to z}} \omega(\xi, E, D, \psi)$ is called the ψ-harmonic measure of E with respect to D.

Note that $\omega^*(z, E, D, -1)$ coincides with the plurisubharmonic measure of the pluripotential theory, i.e. $\omega^*(z, E, D, -1) = \omega^*(z, E, D)$. The function $\omega^*(z, E, D, \psi)$ satisfies many of the properties of $\omega^*(z, E, D)$.

Definition 2. A point $z^0 \in K$ is said to be globally ψ-regular if $\omega^*(z^0, K, D, \psi) = \psi(z^0)$. It is said to be locally ψ-regular if for any neighborhood B, $z^0 \in B \subset \mathbf{R}^n$ the intersection $K \cap \bar{B}$ is globally ψ-regular at the point z^0, i.e. $\omega^*(z^0, K \cap \bar{B}, D, \psi) = \psi(z^0)$.

Theorem. Let $\psi \in C(K)$. A fixed point $z^0 \in K \subset \mathbb{C}^n$ is locally ψ-regular if and only if it is locally pluriregular.

It should be noted here that the conditions for the continuity of the function $\psi(z)$ in the theorem are essential. In work [3] we give an example, which shows, that when the function $\psi(z)$ is discontinuous, then the theorem is false. I.e., if the function $\psi(z)$ has discontinuity points, then some point $z_0 \in K \subset \mathbb{C}$ can be a ψ-regular point, but it is not a regular point.

References

1. Sadullaev A. Plurisubharmonic measures and capacities on complex manifolds. Uspekhi Mat. Nauk 36:4. pp. 53-105 (1981).

2. Nevanlinna R. Analytic Functions. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 376 p. (1970).

3. Riesz F. Uber die Randwerte einer analytischen Funktion. Math Z 18, pp. 87-95. (1923).

4. Narzillaev N.X., Kuldashev K.K. The ψ harmonic measure and its properties. Bulletin of National University of Uzbekistan: Mathematics and Natural Sciences. Volume 3, Issues 4, 463–473 p. (2017).

Automorphisms for a matrix ball of the third type $B_{m,n}^{(3)}$

Rakhmonov U.S.[1], Kuramboev Kh.N.[2], Turaev A.X.[3],
[1]Tashkent state technical university, Tashkent, Uzbekistan;
uktam_rakhmonov@mail.ru
[2]Chirchik state pedagogical university, Chirchik, Uzbekistan;
hamdambek2020@mail.ru
[3]Karshi state university, Karshi, Uzbekistan;
turaevabdurahmon566@gmail.com

Let $Z = (Z_1, Z_2, ..., Z_n)$ be a vector composed of Z_j square matrices of order m, considered over the field of complex numbers $\mathbb{C}$. We can assume that Z is an element of the set $\mathbb{C}^n[m \times m] \cong \mathbb{C}^{nm^2}$.

We define the matrix «scalar product» as, $Z, W \in \mathbb{C}^n[m \times m]$:

$$\langle Z, W \rangle = Z_1 W_1^* + Z_2 W_2^* + ... + Z_n W_n^*.$$

Consider at the matrix balls, which are associated by classical domains. It is known that, the matrix balls $B_{m,n}^{(1)}$, $B_{m,n}^{(2)}$ and $B_{m,n}^{(3)}$ of the first, second, and third types have the next forms, respectively (see [1, 2]):

$$B_{m,n}^{(1)} = \{(Z_1, ..., Z_n) = Z \in \mathbb{C}^n [m \times m] : I - \langle Z, Z \rangle > 0\},$$

$$B_{m,n}^{(2)} = \{Z \in \mathbb{C}^n [m \times m] : I - \langle Z, Z \rangle > 0, \quad \forall Z'_\nu = Z_\nu,\ \nu = 1, ..., n\}$$

and

$$B_{m,n}^{(3)} = \left\{(Z \in \mathbb{C}^n [m \times m] : I + \langle Z, Z \rangle > 0,\ \forall\ Z_\nu^{'} = -Z_\nu, \quad \nu = 1, ..., n\right\}.$$

The skeletons (Shilov's boundaries) of the matrix balls $B_{m,n}^{(k)}$ are denoted by $X_{m,n}^{(k)}, \quad k = 1, 2, 3$, i.e.,

$$X_{m,n}^{(1)} = \{Z \in \mathbb{C}^n [m \times m] : \langle Z, Z \rangle = I\},$$

$$X_{m,n}^{(2)} = \{Z \in \mathbb{C}^n [m \times m] : \langle Z, Z \rangle = I, \quad Z'_v = Z_\nu,\ \nu = 1, 2, ..., n\},$$

$$X_{m,n}^{(3)} = \left\{Z \in \mathbb{C}^n [m \times m] : I + \langle Z, Z \rangle = 0,\ \ Z_\nu^{'} = -Z_\nu, \quad \nu = 1, 2, ..., n\right\}.$$

Now let the point $P = (P_1, ..., P_n) \in B_{m,n}^{(3)}$. Consider the mapping

$$W_k = R^{-1}(I^{(m)} + \langle Z, P \rangle)^{-1} \sum_{s=1}^{n} (Z_s - P_s) G_{sk}, k = 0, 1, ..., n \tag{1}$$

transferring the point P to 0, where R, G_{sk} are arbitrary matrices.

Theorem. *For a mapping of the form (1) to be an automorphism of the third type matrix ball, it is necessary and sufficient that the matrices R and G satisfy the relations*

$$R^*(I^{(m)} + \langle P, P \rangle) R = I^{(m)},\ \ G^*(I^{(mn)} - P^* P) G = I^{(mn)},$$

where G is a block matrix.

References

1. Sergeev A.G. On matrix and Reinhardt domains, Preprint, Inst. Mittag-Leffler, Stockholm, 7 pp. (1988).
2. Khudayberganov G., Khidirov B.B., Rakhmonov U.S. Automorphisms of matrix balls, Acta NUUz, 2010. no. 3. pp. 205-210.

DISCRETE DYNAMICS OF A DISCONTINUOUS QUADRATIC STOCHASTIC OPERATOR ON S^2

Kutlimuratova D.A.[1]**, Ubaydullayeva Sh.D.**[2]
[1]National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan;
kutlimuratovadurdona@gmail.com
[2]Namangan State University, Namangan, Uzbekistan;
ubaydullayevashohijahon@gmail.com

Let S^2 2-dimensional simplex defined by

$$S^2 = \{\mathbf{x} = (x, y, z) \in R^3 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y + z = 1\}.$$

Let V be Volterra QSO:

$$V(\mathbf{x}) = \begin{cases} V_1(\mathbf{x}), & x \leq \frac{1}{2} \\ V_2(\mathbf{x}), & x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

where

$$V_1 = \begin{cases} x' = x(1 + ay + bz) \\ y' = y(1 - ax + cz) \\ z' = z(1 - bx - cy) \end{cases} \qquad V_2 = \begin{cases} x' = x(1 - by - cz) \\ y' = y(1 + az + bx) \\ z' = z(1 - ay + cx) \end{cases}$$

$\mathbf{x} = (x, y, z) \in S^2$ and the parameters $a, b, c \in [-1, 1]$.

Theorem 1. *For the trajectories $\{V^n(\boldsymbol{x}^0)\}$ of an initial point $\boldsymbol{x}^0 = (x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)}) \in S^2$ the followings hold:*

- *if $a = b = 0$, $c > 0$ and $x^{(0)} \leq \frac{1}{2}$ then $\lim_{n\to\infty} V^n(\boldsymbol{x}^0) = (x^{(0)}, 1 - x^{(0)}, 0)$;*
- *if $a = b = 0$, $c > 0$ and $x^{(0)} > \frac{1}{2}$ then $\lim_{n\to\infty} V^n(\boldsymbol{x}^0) = (\lambda, 1 - \lambda, 0)$ where $\lambda \leq \frac{1}{2}$ depends on $x^{(0)}$;*
- *if $a = b = 0$, $c < 0$ and $x^{(0)} \leq \frac{1}{2}$ then $\lim_{n\to\infty} V^n(\boldsymbol{x}^0) = (x^{(0)}, 0, 1 - x^{(0)})$;*
- *if $a = b = 0$, $c < 0$ and $x^{(0)} > \frac{1}{2}$ then $\lim_{n\to\infty} V^n(\boldsymbol{x}^0) = (y^{(0)}, 1 - y^{(0), 0})$;*
- *if $b = c = 0$, $a > 0$ and $x^{(0)} > \frac{1}{2}$ then $\lim_{n\to\infty} V^n(\boldsymbol{x}^0) = (x^{(0)}, 1 - x^{(0)}, 0)$;*
- *if $b = c = 0$, $a > 0$ and $x^{(0)} \leq \frac{1}{2}$, $z^{(0)} \leq \frac{1}{2}$ then $\lim_{n\to\infty} V^n(\boldsymbol{x}^0) = (\lambda, 1 - \lambda, 0)$ where $\lambda \geq \frac{1}{2}$ depends on $x^{(0)}$;*
- *if $b = c = 0$, $a > 0$ and $x^{(0)} \leq \frac{1}{2}$, $z^{(0)} > \frac{1}{2}$ then $\lim_{n\to\infty} V^n(\boldsymbol{x}^0) = (x^{(0)}, 0, 1 - x^{(0),})$;*
- *if $a = c = 0$, $b > 0$ and $x^{(0)} \leq \frac{1}{2}$, $y^{(0)} \geq \frac{1}{2}$ then $\lim_{n\to\infty} V^n(\boldsymbol{x}^0) = (1 - y^{(0)}, y^{(0)}, 0)$;*

- *if* $a = c = 0$, $b > 0$ *and* $x^{(0)} \le \frac{1}{2}$, $y^{(0)} > \frac{1}{2}$ *then* $\lim_{n\to\infty} V^n(\boldsymbol{x}^0) = (\lambda, 1-\lambda, 0)$ *where* $\lambda \ge \frac{1}{2}$ *depends on* $x^{(0)}$ *and* $y^{(0)}$;
- *if* $a = c = 0$, $b < 0$ *and* $x^{(0)} \le \frac{1}{2}$ *then* $\lim_{n\to\infty} V^n(\boldsymbol{x}^0) = (0, y^{(0)}, 1 - y^{(0)})$;
- *if* $a = c = 0$, $b < 0$ *and* $x^{(0)} > \frac{1}{2}$ *then* $\lim_{n\to\infty} V^n(\boldsymbol{x}^0) = (1 - z^{(0)}, 0, z^{(0)})$.

AN APPLICATION OF THE QUARTIC NUMERICAL RANGE OF 4×4 OPERATOR MATRICES

Hakimboy Latipov

Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan;
h.m.latipov@buxdu.uz

A block operator matrix is a matrix the entries of which are linear operators [1]. Let $\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2, \mathcal{H}_3, \mathcal{H}_4$ be complex Hilbert spaces. In the Hilbert space $\mathcal{H} := \mathcal{H}_1 \oplus \mathcal{H}_2 \oplus \mathcal{H}_3 \oplus \mathcal{H}_4$ we consider an 4×4 block operator matrix

$$\mathcal{A} := \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \mathcal{A}_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & \mathcal{A}_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & \mathcal{A}_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & \mathcal{A}_{44} \end{pmatrix} \tag{15}$$

with entries $A_{ij} \in L(\mathcal{H}_j, \mathcal{H}_i)$, $i, j = 1, 2, 3, 4$. In the following we denote by

$$\mathbb{S}^4 := \mathbb{S}_{\mathcal{H}_1} \times \mathbb{S}_{\mathcal{H}_2} \times \mathbb{S}_{\mathcal{H}_3} \times \mathbb{S}_{\mathcal{H}_4} = \{f = (f_1, f_2, f_3, f_4) \in \mathcal{H},\ \|f_j\| = 1,\ j = 1, 2, 3, 4\}$$

the product of the unit spheres $\mathbb{S}_{\mathcal{H}_i}$ in $\mathcal{H}_i$.

Definition. For $f = (f_1, f_2, f_3, f_4) \in \mathbb{S}^4$ we introduce the following 4×4 matrix $\mathcal{A}_f := ((A_{ij} f_i, f_j))_{i,j=1}^4$. Then the set

$$W^4(\mathcal{A}) := \bigcup_{f \in \mathbb{S}^4} \sigma_{\mathrm{p}}(\mathcal{A}_f)$$

is called the *quartic numerical range* of $\mathcal{A}$ with respect to the block operator matrix representation (15).

Theorem 1. Let $A_{ij} = 0$ for $|i-j| \ne 1$ and $A_{ji} = A_{ij}^*$ for $|i-j| = 1$ with $i, j = 1, 2, 3, 4$. Then for the quartic numerical range $W^4(\mathcal{A})$ of $\mathcal{A}$ we have

$$W^4(\mathcal{A}) = \bigcup_{f \in \mathbb{S}^4} \bigcup_{k=1}^{4} \{E_k(f)\}, \tag{16}$$

where for $f = (f_1, f_2, f_3, f_4) \in \mathbb{S}^4$ the numbers $E_k(f)$, $k = 1, 2, 3, 4$ are defined by

$$E_1(f) := -\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{P(f) + \sqrt{(P(f))^2 - 4Q(f)}};\ E_2(f) := -\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{P(f) - \sqrt{(P(f))^2 - 4Q(f)}};$$
$$E_3(f) := \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{P(f) - \sqrt{(P(f))^2 - 4Q(f)}};\ E_4(f) := \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{P(f) + \sqrt{(P(f))^2 - 4Q(f)}};$$
$$P(f) := |(A_{12} f_2, f_1)|^2 + |(A_{23} f_3, f_2)|^2 + |(A_{34} f_4, f_3)|^2;\ Q(f) := |(A_{12} f_2, f_1)|^2 \cdot |(A_{34} f_4, f_3)|^2.$$

Application. Using the formula (16) we obtain the estimates

$$\inf_{f\in\mathbb{S}^4} E_1(f) \leq \inf \sigma(\mathcal{A}), \quad \sup \sigma(\mathcal{A}) \leq \sup_{f\in\mathbb{S}^4} E_4(f).$$

The obtained estimates are also important in determining the location of the smallest and largest eigenvalues of the operator matrix $\mathcal{A}$.

Reference

1. C. Tretter. Spectral theory of block operator matrices and applications. Imperial College Press, 2008.

ON DENSITY OF THE HYPERSPACE $C_n(X)$

Mamadaliyev N.K.[1], **Eshtemirova Sh.Kh.**[2]
[1]Institute of Mathematics named after V.I.Romanovsky, Tashkent, Uzbekistan;
nodir_88@bk.ru
[2]Tashkent State Pedagogical University named after Nizami, Tashkent, Uzbekistan;
ms.eshtemirova@mail.ru

In [1] the concept of hyperspace of nonempty closed sets consisting of finitely many of components is investigated. For a space X by $C_n(X)$ denote the set of all closed subsets consisting of no more than n components. This space is good that it contains the hyperspace $\exp_n(X)$ of closed sets consisting of no more than n elements and hyperspace of closed connected sets $\exp{}^c(X)$.

Let X be a topological T_1-space. The set of all non-empty closed subsets of a topological space X is denoted by $\exp X$. The family of all sets of the form

$$O\langle U_1, ..., U_n\rangle = \left\{ F : \ F \in \exp(X),\ F \subset \bigcup_{i=1}^{n} U_i,\ F \bigcap U_i \neq \emptyset,\ i = 1,\ 2,\ ...,\ n \right\}.$$

where $U_1, ..., U_n$ are open subsets of X, generates a base of the topology on the set $\exp(X)$. This topology is called the Vietoris topology. The set $\exp(X)$ with the Vietoris topology is called exponential space or the hyperspace of a space X [2]. Put $\exp_n(X) = \{F \in \exp(X) : |F| \leq n\}$, $\exp_\omega(X) = \bigcup\{\exp_n(X) : n = 1, 2, ...\}$, $\exp^c(X) = \{F \in \exp(X) : F$ is connected in$X\}$.

It is clear that $\exp^c(X) \subset C_n(X) \subset \exp(X)$ and $\exp_n(X) \subset C_n(X)$ for any topological space X. On $C_n(X)$ the topology induced from the hyperspace $\exp(X)$ is considered.

Note that $\exp_n(X) = C_n(X)$ for a discrete space X. Moreover, it is clear that we have $\exp^c(X) = C_1(X)$.

Remark. Let us consider the set $F = [0,\ 1] \cup [2,\ 3]$ in the real line R with the natural topology. Then $F \in C_n(R)$ for $n2$, but $F \notin \exp_n(R)$ when $n2$ as $|F| = c > n$.

A set $A \subset X$ is dense in X if $[A] = X$. The density is defined as the smallest cardinal number of the form $|A|$, where A is a dense subset of X. This cardinal number is denoted by $d(X)$. A space X is said to be separable if $d(X) \leq \aleph_0$.

We say that the weak density of the topological space is $\tau\aleph_0$, if τ is the smallest cardinal number such that there exists a π-base coinciding with τ of centered systems of open sets, i.e. there is a π-base $B = \cup\{B_\alpha : \alpha \in A\}$, where B_α is a centered system of open sets for each $\alpha \in A$, $|A| = \tau$.

Weak density of a topological space X is denoted by $wd(X)$. A topological space X is said to be weakly separable if $wd(X) = \aleph_0$.

Let $O = O\langle U_1, ..., U_n\rangle$ be an arbitrary non-empty open element of a base in the hyperspace $\exp X$. The family $K(O) = \{U_1, ..., U_n\}$ is called the skeleton of the basic element O.

Proposition. Let X be an infinite T_1-space. Then $\exp_n(X)$ is dense in $C_n(X)$.

Theorem. Let X be an infinite T_1-space. Then $d(X) = d(C_n(X))$.

Corollary. A topological T_1-space is separable if and only if the space $C_n(X)$ is separable for some natural number n.

References

1. R.B. Beshimov, N.K. Mamadaliev, Sh.Kh. Eshtemirova, Categorical and cardinal properties of hyperspaces with a finite number of components. Journal of mathematical sciences, Vol. 245, No 3, 2020, pp. 390-397.
2. V.V. Fedorchuk, V.V. Filippov, General topology. The basic constructions. Moscow, 2006.

ON π-CHARACTER OF SUPEREXTENSION OF COMPACT MAXIMAL LINKED SYSTEMS

Mamadaliyev N.K.[1], Tursunboyeva F.G.[2]

[1]Institute of Mathematics named after V.I.Romanovsky, Tashkent, Uzbekistan; nodir_88@bk.ru

[2]National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, Uzbekistan; ftursunboyeva0@gmail.com

A system $\xi = \{F_\alpha : \alpha \in A\}$ of closed subsets of a space X is called linked if every two elements of ξ have non-empty intersection. Each linked system can be filled up to a maximal linked system (MLS), but such a completion is not unique [1].

Proposition 1.[1] A linked system ξ of a space X is MLS iff it has following density property: if a closed set $A \subset X$ intersects all the elements of ξ then $A \in \xi$.

The set of all maximal linked systems of a space X we denote by λX.

For a closed set $A \subset X$ we suppose

$$A^+ = \{\xi \in \lambda X : A \in \xi\}.$$

The family of sets in the form A^+ becomes a closed subbase in the space λX.

For an open set $U \subset X$ we get

$$O(U) = \{\xi \in \lambda X : \, there\, exists\, such\, F \in \xi\, that\, F \subset U\}.$$

The family of all the sets of the form $O(U)$ covers the set $\lambda X\,(O(X) = \lambda X)$, so it becomes a subbase of a topology on X. The set λX with this topology, is called the superextension of X.

Definition 1. Let X be a topological space and λX its superextension. MLS $\xi \in \lambda X$ is called compact if it contains at least one compact element. We denote the compact MLS by CMLS.

Definition 2. The space $\lambda_c X = \{\xi \in \lambda X : \xi\, is\; CMLS\}$ is called the thin compact kernel (or the compact superextension) of X.

A family $\beta(x)$ of neighborhoods of a point x of a space X is called a π-base of X at a point x if for any neighborhood V of x there exists an element $U \in \beta(x)$ such that $U \subset V$.

The π-character [2] of a point x of a space X is the smallest cardinal number in the form $|\beta(x)|$, where $\beta(x)$ is a π-base of X at x; this cardinal number is denoted by $\pi\chi(x, X)$.

The π-character [2] of a topological space X is the supremum of all numbers $\pi\chi(x, X)$ for $x \in X$; this cardinal number is denoted by $\pi\chi(X)$.

Theorem 1. For any infinite T_1-space X we have:

$$1)\pi w(\lambda_c X) = \pi w(X);$$

$$2)\pi\chi(X) \leq \pi\chi(\lambda_c X).$$

References

1. V.V. Fedorchuk, V.V. Filippov, General topology. The basic constructions. Moscow, 2006, 332 p.
2. R. Engelking, General topology, Moscow: Mir, 1986, 752 p.

Asymptotic property of solutions of mutual cross-diffusion systems

Mamatov Abrorjon[1], Samadov Farrux[2]

[1,2]National University of Uzbekistan, University street 4, 100174, Tashkent, Uzbekistan
mmtovabrorjon1995@gmail.com
samadovfarrux0828@gmail.com

Consider in area $Q = \left\{(t, x) : \; t > 0, \; x \in R^N\right\}$ the following problem

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = div\left(v^{m_1-1}\left|\nabla u^k\right|^{p-2}\nabla u\right) - div\left(c(t)u\right) - \gamma_1(t)u \\ \frac{\partial v}{\partial t} = div\left(u^{m_2-1}\left|\nabla v^k\right|^{p-2}\nabla v\right) - div\left(c(t)v\right) - \gamma_2(t)v \end{cases} \tag{17}$$

$$u\left(0, x\right) = u_0\left(x\right)0, \; v\left(0, x\right) = v_0\left(x\right)0, \quad x \in R^N, \tag{18}$$

where $k1$, p, m_i , $i = 1, 2$ are numeric parameters, $\nabla(\cdot) = \underset{x}{grad}(\cdot)$, are $0 \leq u_0\left(x\right), \; v_0\left(x\right) \in C\left(R^N\right), \; c(t) > 0, 0 < \gamma_i(t) \in C(0, \infty), i = 1, 2$ given functions.

The system (119) describes a number of physical processes in a two-component nonlinear medium, for example, it describes the processes of mutual reaction-diffusion, heat conduction, combustion, polytropic filtration of liquid and gas [1-2]. The system (119) is also called cross diffusion [5-6].

After the necessary calculations for functions $f(\xi)$, $\psi(\xi)$, we have the following system of degenerate self-similar equations [3-4]

$$\begin{cases} \xi^{1-N}\frac{d}{d\xi}\left(\xi^{N-1}\psi^{m_1-1}\left|\frac{df^k}{d\xi}\right|^{p-2}\frac{df}{d\xi}\right) + \frac{\xi}{p}\frac{df}{d\xi} + b_1 f = 0 \\ \xi^{1-N}\frac{d}{d\xi}\left(\xi^{N-1}f^{m_2-1}\left|\frac{d\psi^k}{d\xi}\right|^{p-2}\frac{d\psi}{d\xi}\right) + \frac{\xi}{p}\frac{d\psi}{d\xi} + b_2\psi = 0 \end{cases} \tag{19}$$

where $b_1 = \alpha_1/\left[1-(m_1-1)\alpha_2 - k(p-2)\alpha_1\right]$, $b_2 = \alpha_2/\left[1-(m_2-1)\alpha_1 - k(p-2)\alpha_2\right]$.

Theorem 1. Let $q_i < 0$, $N + kqq_i < 0$, $i = 1,2$. Then the solution of the system (121) disappearing at infinity as $\eta \to \infty$ $\left(\eta = \ln\left(a + \xi^{p/(p-1)}\right)\right)$ has the asymptotic representation

$$\begin{cases} f(\xi) = A_1 \left(a + \xi^{\gamma}\right)^{q_1} (1 + o(1)) \\ \psi(\xi) = A_2 \left(a + \xi^{\gamma}\right)^{q_2} (1 + o(1)) \end{cases}$$

where the coefficients $A_i > 0$, $i = 1,2$ are the solution to the system of algebraic equations

$$\begin{cases} {A_1}^{k(p-2)}\, {A_2}^{m_1-1} = \left[-\frac{1}{\gamma^{p-1}p(N+k\gamma q_1)} + b_1\right] \left(|k\gamma q_1|\right)^{2-p} \\ {A_1}^{m_2-1}\, {A_2}^{k(p-2)} = \left[-\frac{1}{\gamma^{p-1}p(N+k\gamma q_2)} + b_2\right] \left(|k\gamma q_2|\right)^{2-p} \end{cases}$$

References

1. *Aripov M., Sadullayeva Sh.* Computer simulation of nonlinear diffusion processes, University press, Tashkent, 2020.

2. *Aripov M., Rakhmonov Z.* Mathematical modeling of thermal conductivity processes in a medium with double nonlinearity, University press, Tashkent, 2021.

THE MAXIMAL SIEGEL DISK OF THE P-ADIC $(3,3)$-RATIONAL DYNAMIC SYSTEM WITH THE UNIQUE FIXED POINT AND ABOUT THE TRANSFORMATION ON THE INVARIANT SPHERES IS ISOMETRY

Mansuraliyeva Rayhona Farhodali qizi

Namangan state of University, Namangan, Uzbekistan;
rayhonamansuraliyeva@gmail.com

Let $\mathbb{Q}_p$ be the fields of p-adic numbers. The algebraic completion of $\mathbb{Q}_p$ is denoted by $\mathbb{C}_p$ and it is called *complex p-adic numbers.* Note that $\mathbb{C}_p$ is algebraically closed, an infinite dimensional vector space over $\mathbb{Q}_p$, and separable (see [1], [3]).

For any $a \in C_p$ and $r > 0$ denote

$$U_r(a) = \{x \in C_p : |x-a|_p < r\}, \quad V_r(a) = \{x \in C_p : |x-a|_p \le r\},$$

$$S_r(a) = \{x \in C_p : |x-a|_p = r\}.$$

If $f(x_0) = x_0$ then x_0 is called a *fixed point.* The set of all fixed points of f is denoted by $\mathrm{Fix}(f)$. Let x_0 be a fixed point of a function $f(x)$. Put $\lambda = f'(x_0)$. The point x_0 is attractive if $0 < |\lambda|_p < 1$, *indifferent* if $|\lambda|_p = 1$, and repelling if $|\lambda|_p > 1$. The ball $U_r(x_0)$ (contained in V) is said to be a *Siegel disk* if each sphere $S_r(x_0)$, $r < r$ is an invariant sphere of $f(x)$, i.e. if $x \in S_r(x_0)$ then all iterated points $f^n(x) \in S_r(x_0)$ for all $n = 1, 2\ldots$. The union of all Siegel desks with the center at x_0 is said to *a maximum Siegel disk* and is denoted by $SI(x_0)$.

In this paper we consider the dynamical system associated with the $(3,3)$-rational function $f : \mathbb{C}_p \to \mathbb{C}_p$ defined by

$$f(x) = \frac{ax^3 + bx^2 + cx}{x^3 + ax^2 + bx + c}, \quad a \neq 0, \quad a, b, c \in \mathbb{C}_p. \tag{20}$$

It is easy to see that the function (1) has a unique fixed point $x_0 = 0$ and it is an indifferent fixed point for the dynamical system of the (1). Let $\rho < \alpha$ and α is the minimal value of the p-adic norms of the roots of the equatios $ax^3 + bx^2 + cx = 0$ and $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$.

Theorem 1. Any p-adic $(3, 3)$-rational dynamics with the unique fixed point has the following properties:

1. $SI(0) = U_a(0)$;
2. $f : S_\rho(0) \to\ S_\rho(0)$ is an isometry.

References

1. U. A. Rozikov, I. A. Sattarov. Dynamical systems of the -adic (2,2)-rational functions with two fixed points. Results in Mathematics, 75:100, (2020) pp.1-37.
2. Gouvea F. Q. p-Adic Numbers, An Introduction. // Springer-Verlag, BerlinHeidelberg, New York, second edition, 1997.
3. I. A. Sattarov. Group structure of the p-adic ball and dynamical system of isometry on a sphere.
4. U. A. Rozikov, I. A. Sattarov, S. Yam p-adic dynamical systems of the function // 2018

BERGMAN KERNEL FOR THE CARTESIAN PRODUCT OF THE CIRCULAR DOMAINS

Matyoqubov Z.K.[1], Fayzullayev Sh.M.[2], Xaytboyev S.X.[3]

[1]Khorezm Academy of Mamun, Khorezm, Uzbekistan;
zokirbek.1986@mail.ru
[2,3]Urgench State University, Urgench, Uzbekistan;
fayzshoxzod@gmail.com, sobirjon5152@gmail.com

The Bergman space on bounded symmetric domains is a fundamental concept in the analysis. It is equipped with a natural projection, i.e. the Bergman projection, determined by the property of the reproducing nucleus. On the other hand, weighted Bergman spaces are also important in harmonic analysis (see, for example [1]).

Definition ([2]) *Let* $\{\varphi_\nu(z), \nu = 0, 1, 2, ...\} -$ *a complete orthonormal system of functions in* $L^2(D)$*. The Bergman kernel (or kernel function)* $K_D\left(z, \bar{\zeta}\right)$ *is the sum of the series*

$$\sum_{\mu=1}^{\infty} \varphi_\nu(z)\,\overline{\varphi_\nu(\zeta)} = K_D\left(z, \bar{\zeta}\right), \tag{1}$$

which is holomorphic in z *and antiholomorphic to* ζ*.*

The Bergman kernel for any transitive circular domain is equal to the ratio of the volume density to the Euclidean volume of the domain (recall that if the domain $D \subset \mathbb{C}^n$ admits the transformation group $z = e^{i\theta}w$, then we call D a circular domain, if, in addition, with a point z and the point rz $(0 \le r \le 1)$ lies in D, then we call D a complete circular domain). In Hua Luogeng's book [1] one can find explicit expressions for the Bergman kernel, the automorphism group of the domain $\Re_I(m, k), \Re_{II}(n), \Re_{III}(n)$ and $\Re_{IV}(n)$. As the main result in this paper, an analogue of the Bremermann theorem [3] on finding the

Bergman kernel for the Cartesian product of the classical domains $\Re_{II}(m,k), \Re_{III}(n)$. For this, the groups of automorphisms of the considered domains are used, i.e., the Bergman kernels for the Cartesian product of classical domains are constructed, being guided only by this consideration and not turning to complete orthonormal systems.

References

1. Hua Luogeng. Harmonic analysis of functions of several complex variables in classical domains, Inostr. Lit., M., 1959 (In Russian)
2. Fuks B. A., Special chapters in the theory of analytic functions of several complex variables. Moscow: Nauka, Physical and mathematical literature, 1963. 428 p. (in Russian).
3. Bremermann H.J., Die Holomorphiehoullen der Tuben-und Halbtubengebiete. Math. Ann. 127, 406–423 (1954)

A note modification of Niemytzki plane

Meyliev Sh.U.[1,*], Mukhamadiev F.G.[1,2,]**
[1]National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan;
*shmeyliev@mail.ru
[2]Kimyo International University in Tashkent, Tashkent, Uzbekistan;
**farhodgm@nuu.uz

In [1] by used the technique of Hattori [2] to generate new topologies on the closed upper half plane which lie between the usual metric topology and the Niemytzki topology [3]. The modification of Niemytzki plane denoted by $(X,\mathcal{U}_A\mathcal{N})$.

It is well-known that the Niemytzki plane is hereditarily Baire.

Proposition 1. *For any $A \subset \mathbb{R}^2$, the space $(X,\mathcal{U}_A\mathcal{N})$ is hereditarily Baire.*

Proposition 2. *Let X be a subspace of $(X,\mathcal{U}_A\mathcal{N})$ and $f : X \to (X,\mathcal{U}_B\mathcal{N})$ be a continuous function. Then $f(X \cap A) \setminus B$ is countable.*

A space X is said to be totally imperfect if each compact subspace of X is countable. Recall that every Polish totally imperfect space is countable.

Proposition 3. *Let $A \subset \mathbb{R}^2$. Then $(X,\mathcal{U}_A\mathcal{N})$ is totally imperfect if and only if A is totally imperfect.*

Now we are ready to determinate for what $A \subset \mathbb{R}^2$, the space $(X,\mathcal{U}_A\mathcal{N})$ is weakly separated.

Proposition 4. *The space $(X,\mathcal{U}_A\mathcal{N})$ is weakly separated if and only if A is left scattered.*

Theorem 1. *The space* $(X, \mathcal{U}_A\mathcal{N})$ *is homeomorphic to Niemytzki plane if and only if* A *is scattered.*

Proposition 5. *Let* $A \subset \mathbb{R}^2$ *be such that* $(X, \mathcal{U}_A\mathcal{N})$ *is homeomorphic to Niemytzki plane. Then* A *is scattered.*

References

1. D. Abuzaid, M. Alqahtani, and L. Kalantan, *New topologies between the usual and Niemytzki,* Appl. Gen. Topol., vol. 21, no. 1, pp. 71–79, Apr. 2020.
2. R. Beshimov, F. Mukhamadiev, *Cardinal properties of Hattori spaces and their hyperspaces,* Questions and Answers in General Topology, vol. 33, no. 1 (2015), pp. 43–48.
3. R. Engelking, *General Topology (revised and completed edition),* Heldermann Verlag, Berlin, 1989.

SOME LOW DIMENSIONAL COMPLETE SOLVABLE LIE SUPERALGBERAS

Mirasrorova G.M.[1], Abduqahharova N.KH.[2]

[1,2]National University of Uzbekiston, Tashkent, Uzbekistan

guzal.mirasrorova97@gmail.com,

This thesis is devoted to the description of some low dimensional solvable Lie superalgebras.

Definition 1. A *Lie superalgebra* is a $\mathbb{Z}_2$-graded vector space $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\bar{0}} \oplus \mathcal{L}_{\bar{1}}$, with an even bilinear commutation operation (or "supercommutation") $[\cdot,\cdot]$, which for an arbitrary homogeneous elements x, y, z satisfies the conditions

1. $[\mathcal{L}_\alpha, \mathcal{L}_\beta] \subset \mathcal{L}_{\alpha+\beta},\ \alpha, \beta \in \mathbb{Z}_2$,
2. $[x, y] = -(-1)^{|x||y|}[y, x]$,
3. $(-1)^{|x||z|}[x, [y, z]] + (-1)^{|x||y|}[y, [z, x]] + (-1)^{|y||z|}[z, [x, y]] = 0$ *(super Jacobi identity).*

Definition 3. A Lie superalgebra $\mathcal{L}$ is called a complete if all derivations of $\mathcal{L}$ are inner and it is centerless.

Let consider the following nilpotent Lie superalgebras [1].

$$L^1_{(1,1)} : \left\{ [x_1, x_1] = x_0, \right. \qquad L^4_{(1,2)} : \left\{ \begin{array}{l} [x_1, x_1] = x_0, \\ [y_1, y_1] = x_0, \end{array} \right.$$
$$L^8_{(2,2)} : \left\{ \begin{array}{l} [x_0, x_1] = y_1, \\ [x_1, x_1] = y_0, \end{array} \right. \qquad L^{10}_{(2,2)} : \left\{ \begin{array}{l} [x_1, x_1] = x_0, \\ [y_1, y_1] = y_0. \end{array} \right.$$

Let R be a solvable Lie superalgebra with condition that its square lies in its nilradical. Now we give the maximal solvable extensions of the above Lie superalgebras:

Theorem 1. Any maximal solvable Lie superalgebra $R(L^k_{(i,j)})$ with nilradical $L^k_{(i,j)}$ ($L^k_{(i,j)}$ are above algebras) has the following multiplications table up to isomorphisms (without multiplication table of nilradical):

$$R(L^1_{1,1})\begin{cases}[x_0,z]=2x_0,\\ [x_1,z]=x_1,\end{cases}\qquad R(L^4_{1,2})\begin{cases}[x_0,z_1]=x_0, & [x_1,z_2]=x_1\\ [y_1,z_1]=y_1, & [y_1,z_2]=y_1,\end{cases}$$

$$R(L^8_{2,2})\begin{cases}[x_0,z_1]=x_0, & [y_0,z_2]=2y_0,\\ [y_1,z_1]=z_0, & [x_1,z_2]=x_1,\\ [y_1,z_2]=y_1,\end{cases}\qquad R(L^{10}_{2,2})\begin{cases}[x_0,z_1]=2x_0, & [y_0,z_2]=2y_0,\\ [x_1,z_1]=x_1, & [y_1,z_2]=y_1.\end{cases}$$

Bibliography

1. **Ahmad S. Hegazi,** *Classification of Nilpotent Lie Superalgebras of Dimension Five. II.* International Journal of Theoretical Physics, Vol. 38, No. 10, 1999.

SOME COMPLETE LIE SUPERALGEBRAS

Mirzayeva D.R[1], Parpiyeva I.A.[2],
[1]National University of Uzbekiston, Tashkent, Uzbekistan
parpiyevaiqboloy@gmail.com
[2]Namangan State University, Namangan, Uzbekistan
diyoraxonmirzayeva9@gmail.com

In this thesis, we consider some solvable Lie superalgebras with given nilradical and we give their completeness.

Definition 1. A *Lie superalgebra* is a $\mathbb{Z}_2$-graded vector space $\mathcal{L}=\mathcal{L}_{\bar 0}\oplus\mathcal{L}_{\bar 1}$, with an even bilinear commutation operation (or "supercommutation") $[\cdot,\cdot]$, which for an arbitrary homogeneous elements x, y, z satisfies the conditions

1. $[\mathcal{L}_\alpha,\mathcal{L}_\beta]\subset\mathcal{L}_{\alpha+\beta},\ \alpha,\beta\in\mathbb{Z}_2,$
2. $[x,y]=-(-1)^{|x||y|}[y,x],$
3. $(-1)^{|x||z|}[x,[y,z]]+(-1)^{|x||y|}[y,[z,x]]+(-1)^{|y||z|}[z,[x,y]]=0$ *(super Jacobi identity).*

In general, the *descending central sequence* and *derived sequence* of a Lie superalgebra $\mathcal{L}=\mathcal{L}_{\bar 0}\oplus\mathcal{L}_{\bar 1}$ are defined in the same way as for Lie algebras,consequently:

$$\mathcal{L}^1=\mathcal{L},\ \mathcal{L}^{k+1}=[\mathcal{L}^k,\mathcal{L}],\quad\text{and}\quad \mathcal{L}^{[1]}=\mathcal{L},\ \mathcal{L}^{[k+1]}=[\mathcal{L}^{[k]},\mathcal{L}^{[k]}],\ k\geq 1.$$

Definition 2. A Lie superalgebra $\mathcal{L}$ is called nilpotent (respectively, solvable) if there exists $s\in\mathbb{N}$ (respectively, $k\in\mathbb{N}$) such that $\mathcal{L}^s=0$ (respectively, $\mathcal{L}^{[k]}=0$.)

Definition 3. A Lie superalgebra $\mathcal{L}$ is called a complete if all derivations of $\mathcal{L}$ are inner and it is centerless.

Let consider the following 5 dimensional nilpotent Lie superalgebra [1]:

$$N^1:\begin{cases}[x_0,y_0]=z_0,\\ [x_0,z_0]=v_0,\\ [y_0,w_0]=v_0.\end{cases}\quad\text{and}\quad N^2\begin{cases}[x_0,y_0]=z_0,\\ [x_0,z_0]=v_0,\\ [y_0,z_0]=w_0.\end{cases}$$

Here, $\{x_0,y_0,z_0,v_0,w_0\}$ is a basis of the Lie superalgebras.

Let $R(N) = N \oplus Q$ be a solvable Lie superalgebra with nilradical N and Q be a complementary space to N. We give the following theorem with the condition $[R, R] \subseteq N$.

Theorem 1. Any maximal solvable Lie superalgebras with nilradical N^1 (respectively, N^2) with the codimension equal to 2 is isomorphic to the following algebra:

$$R(N^1): \begin{cases} [x_0, z_1] = x_0, & [y_0, z_2] = y_0, \\ [z_0, z_1] = z_0, & [z_0, z_2] = z_0, \\ [v_0, z_1] = 2v_0, & [v_0, z_2] = v_0, \\ [w_0, z_1] = 2w_0. & \end{cases} \quad \left(R(N^{5,0}): \begin{cases} [x_0, z_1] = x_0, & [z_0, z_2] = z_0, \\ [z_0, z_1] = z_0, & [v_0, z_2] = v_0, \\ [w_0, z_1] = w_0, & [w_0, z_2] = 2w_0. \end{cases} \right)$$

Theorem 2. The solvable Lie superalgebras $R(N^1)$ and $R(N^2)$ are complete Lie superalgebras.

Bibliography

1. **Ahmad S. Hegazi,** *Classification of Nilpotent Lie Superalgebras of Dimension Five. II.* International Journal of Theoretical Physics, Vol. 38, No. 10, 1999.

The Hewitt-Nachbin number of space of the compact maximal linked systems

Muhiddinova G.Sh.[1,*], **Mukhamadiev F.G.**[1,2,**]

[1]National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan;
[*]muhiddinovagulzoda@mail.ru
[2]Kimyo International University in Tashkent, Tashkent, Uzbekistan;
[**]farhodgm@nuu.uz

A system $\xi = \{F_\alpha : \alpha \in A\}$ of closed subsets of a space X is called *linked*, if any two elements of ξ intersect. Any linked system can be upgraded to a maximum linked system (MLS). But such upgrade, as a rule, is not one valued. A linked system of space is MLS, if and only if it possesses the following completeness property: "If a closed set $A \subset X$ intersects with every element of ξ, then $A \in \xi$". We denote λX as the set of all MLS of the space X. For the closed set $A \subset X$ we consider $A^+ = \{\xi \in \lambda X : \ A \in \xi\}$. For the open set $U \subset X$ we consider

$$O(U) = \{\xi \in \lambda X : \text{ there exists } F \in \xi \text{ such that } F \subset U\}.$$

The family of sets of the form $O(U)$ covers the set λX ($O(X) = \lambda X$). So, it forms an open prebase of the topology on λX. The set λX, equipped with this topology, is called as the superextension of the space X [1]. Let X be topological space and λX be its superextension. MLS $\xi \in \lambda X$ is called compact, if it contains at least one compact element, and is denoted by CMLS. The space $\lambda_c X = \{\xi \in \lambda X : \ \xi \text{ is CMLS}\}$ we call as compact super kernel (or compact superextension) of the topological space X. It is clear that $\lambda_c X \subset \lambda X$. We see that $\lambda^* X \subseteq \lambda_c X \subseteq \lambda X$ for topological T_1-space X. If the space X is compact, then we have the equality $\lambda_c X = \lambda X$. If the space X is discrete, then we have another equality $\lambda^* X = \lambda_c X$. The basement of the CMLS ξ in X is the family $\mathtt{F}(\xi) = \{F \in \xi : \ F \text{ is a compact}\}$.

Put $q(X) = min\{\tau \geq \aleph_0 : X$ is τ-placed in $\beta X\}$; is called the *Hewitt-Nachbin number* of X. We say that X is a $\mathcal{Q}_\tau$*-space* if $q(X) \leq \tau$ [2].

Theorem 1. *Let X be an infinite T_1-space. Then $q(\lambda_c X) \leq d(X)$.*

A space X is called an m_τ*-space*, where τ is given cardinal, if for each canonical closed set F in X and each point $x \in F$ there is a set P of type G_τ in X such that $x \in P \subset F$. Clearly, X is an m_τ-space for $|X| = \tau$. This allows us to give the following definition: put $m(X) = min\{\tau \geq \aleph_0 : X$ is an m_τ-space$\}$ [2].

Theorem 2. *If $q(\lambda_c X) \leq \tau$ and $m(\lambda X) \leq \tau$, then $\lambda_c X$ is τ-placed in λX.*

Corollary. *If λX is Moscow space and X is separable, then $\lambda_c X$ is ω-placed in λX.*

References

1. Fedorchuk V. V., Filippov V. V. *General Topology. Basic Constructions,* Fizmatlit, Moscow. 2006.
2. Arhangelskii A. V. *Functional tightness, Q-spaces and τ-embeddings,* Comment. Math. Univ. Carol. 24 (1) (1983) 105–119.

COUNTEREXAMPLE FOR INITIAL-BOUNDARY VALUE PROBLEM OF SUBDIFFUSION EQUATION WITH THE CAPUTO DERIVATIVE

Oqila Muhiddinova[1], Sevara Kamalova[2]

[1]Tashkent University of Information Technologies, Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Science Tashkent, Uzbekistan;
e-mail:oqila1992@mail.ru
[2]Urganch State University , Urganch, Uzbekistan;
e-mail:k.sevara@mail.ru

Let T^N be N -dimensional torus. Here, $T^N = (-\pi, \pi]^N$, $N \geq 1$. Let A be an arbitrary positive elliptik differential operator with constant coefficients

Let $\rho \in (0, 1)$ be a constant number. Consider the initial-boundary value problem

$$D_t^\rho u(x,t) + Au(x,t) = f(x,t), \quad x \in T^N, \quad 0 < t \leq T, \tag{21}$$

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad x \in T^N, \tag{22}$$

where f and φ are given 2π periodic functions.

Theorem 1. Let $a > \frac{N}{2}$ and $\varphi \in L_2^a(T^N)$. Moreover, let $f(x,t) \in L_2^a(T^N)$ for $t \in [0, T]$ and $||f(\cdot, t)||^2_{L_2^a(T^N)} \in C[0, T]$. Then, there exists a solution of initial-boundary value problem (21) - (22) and it has the form

$$u(x,t) = \sum_{n \in Z^N} \left[\varphi_n E_{\rho,1}(-A(n)^2 t^\rho) + \int_0^t f_n(t-\xi)\xi^{\rho-1} E_{\rho,\rho}(-A(n)^2 \xi^\rho) d\xi \right] e^{inx}, \tag{23}$$

which converges absolutely and uniformly on $x \in T^N$ and for each $t \in (0, T]$. Here, φ_n and $f_n(t)$ are corresponding Fourier coefficients. Moreover, the series obtained after applying term-wise the operators D_t^ρ and A also converge absolutely and uniformly on $x \in T^N$ and for each $t \in (0, T]$.

Next we will discuss the importance of the condition $a > \frac{N}{2}$ of Theorem 1. Therefore, the question naturally arises: is it possible to replace, for example, condition $\varphi \in L_2^a(T^N)$, $a > \frac{N}{2}$, of Theorem 1. by condition

$$\varphi \in L_2^{\frac{N}{2}}(T^N) \cap C(T^N)? \tag{24}$$

Using Hardy-Littlewood example [1] we construct a function which shows that this is not possible.

References

1. A. Zygmund, *Trigonometric series*, Vol. 2, Cambridge, The university Press (1959).
2. A.V. Pskhu, *Fractional Partial Differential Equations* (in Russian), M. Nauka (2005)

PERIODIC GROUND STATES FOR THE MIXED SPIN ISING MODEL ON A CAYLEY TREE

Mukhamedov F.M[1], Rahmatullayev M.M[2], Egamov D.O[3]
[1,2,3]V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics, 4-b, University str, 100174, Tashkent, Uzbekistan;
far75m@gmail.com1, mrahmatullaev@rambler.ru2,
dilshodbekegamov87@gmail.com3.

The present paper is devoted to study periodic ground states for the *mixed spin Ising model* on the Cayley tree of order two. Let $\Gamma^k = (V, L)$ is the Cayley tree of order $k \geq 2$, here V stands for the set of vertices and L stands for the set of edges (see [2]). If there exists an edge connecting two vertices x and y, then they are called *nearest neighbors* which are denoted by $\langle x, y\rangle$. By a *path* from the point x to the point y we mean a collection of pairs $\langle x, x_1\rangle, \ldots, \langle x_{d-1}, y\rangle$. The shortest path from x to y is called the distance $d(x, y)$ between them.

Let x^0 be any fixed vertex, which is called the root of the tree. Denote

$$V_n = \{x \in V : \; d(x, x^0) \leq n\},$$

$$\Gamma_+^k = \{x \in V : \; d(x^0, x) - \text{even}\}, \quad \Gamma_-^k = \{x \in V : \; d(x^0, x) - \text{odd}\}.$$

To define the model properly, let us introduce spin state spaces as $\Phi = \{-1; 0; 1\}$ and $\Psi = \{-1; 1\}$. Then corresponding configuration spaces are defined by $\Omega_+ = \Phi^{\Gamma_+^k}$ and $\Omega_- = \Psi^{\Gamma_-^k}$. Moreover, one defines $\Omega_{+,n} = \Phi^{\Gamma_+^k \cap V_n}$ and $\Omega_{-,n} = \Psi^{\Gamma_-^k \cap V_n}$. The model is defined on the configuration space $\Xi = \Omega_+ \times \Omega_-$.

In what follows, for a configuration $\xi \in \Xi$, we write (see [1])

$$\xi(x) = \begin{cases} \sigma(x) \text{ if } x \in \Gamma_+^k \\ s(x) \text{ if } x \in \Gamma_-^k, \end{cases}$$

where $\sigma \in \Phi = \{-1;0;1\}$ and $s \in \Psi = \{-1;1\}$. We write $\xi(x) := (\sigma(x), s(x))$.

The (formal) Hamiltonian of the *mixed spin Ising model* on the Cayley tree is: $H(\xi) = -J \sum\limits_{\langle x,y\rangle} \xi(x)\xi(y), \quad \xi \in \Xi.$

Namely, assume that G_k^* is a normal subgroup of G_k having an index r $(r \geq 1)$. By $G_k/G_k^* = \{H_1, \dots, H_r\}$ we denote the quotient group. A configuration ξ is called to be G_k^*-*periodic* if for every $i \in 1, \dots, r$ one has $\xi(x) = l_i$ for all $x \in H_i$.

Let $k = 2$. A configuration ξ is called a *ground state* if $U(\xi_b) = \min_{\varphi\in\Xi}\{U(\varphi_b)\}$ for any unit ball b.

Theorem. *Let $J \in \{J: \ J > 0\}$. For the mixed spins Ising model the configurations $\xi_1 \equiv (-1;1)$, $\xi_2 \equiv (1;-1)$ are $G_2^{(2)}$-periodic ground states.*

References

1. H. Akin, F. M. Mukhamedov, Phase transition for the Ising model with mixed spins on a Cayley tree, *J. Stat. Mech.* (2022), 053204.
2. U. A. Rozikov, *Gibbs measures on a Cayley tree,* World Scientific Publishing, Singapore 2013.

A properties of Blaschke product for $A(z)$- analytic functions

Ne'matillayeva M.D

National University of Uzbekistan,Tashkent,Uzbekistan
e-mail:muhayyo.rn@gmail.com

The paper is devoted to the solutions of the Beltrami equation

$$\bar{D}_A f(z) := \frac{\partial f(z)}{\partial \bar{z}} - A(z)\frac{\partial f(z)}{\partial z} = 0 \qquad (1)$$

which is directly related to the theory of quasi-conformal mappings (see[1],[2]). The function $A(z)$ in general, assumed to be measurable with condition $|A(z)| \leq C < 1$, almost everywhere in the domain $D \subset \mathbb{C}$.Solutions of equation (1) are often called as $A(z)$-analytic functions in the literature.

This article is devoted to the study of analog of the well-known Blaschke's theorems for $A(z)$ - analytic functions in convex domains, when $A(z)$ is an anti-analytic function. The requirement for the convexity of the domain is due to the fact that for non-convex domains the required kernel of the integral formula may not exist, which is involved in the proof of the main results. For analytic functions Blaschke factorizations are well studied (see[4],[5]).

Theorem (An analogue of Blaschke's theorem). Let the function $f(z) \in \mathrm{O}_A(L(a,R))$ and $a_1, a_2, a_3, \dots$ be the zeros of the function f in $L(a,R)$, $r_n = |\psi(a, a_n)|$. If

$$M = \sup_{0<r<R} \frac{1}{2\pi r} \int\limits_{|\psi(z,a)|=r} \ln|f(z)|\,|dz + A d\bar{z}| < \infty$$

then

$$\sum_n (R - |\psi(a_n, a)|) < \infty$$

and the Blaschke product

$$B(z) = \prod_n R \cdot \frac{|\psi(a,a_n)|}{\psi(a,a_n)} \frac{\psi(a,a_n) - \psi(z,a)}{R^2 - \overline{\psi}(a,a_n)\psi(z,a)}$$

is $A-$analytic in $\{|\psi(z,a)| < R\}$, $f(z) = B(z) \cdot G(z)$, where the function $G(z)$ is $A-$analytic and has no zeros at $\{|\psi(z,a)| < R\}$.

References

1. Ahlfors L. Lectures on quasiconformal mappings. Vol.133.Toronto-New York-London (1966).
2. Vekua I.N. Generalized analytic functions. M:"Nauka".Vol. 512st (1988).
3. Koosis P. Introduction to spaces. Cambirdge University, London Math Sosiety Lecture Note Series 40, 364 p (1960).
4. Jabborov N.M., Otaboyev T.U. An analogue of the Cauchy integral formula for A-analytic functions. Uzbek Mathematical Journal. 2 no. 4,p. 50-59(2016)
5. Sadullaev A., Jabborov N.M. On a class of A-analitic functions. Journal of Siberian Federal University, Mathematics and Physics. Volume 9, No.3, st.374-383 (2016).
6. Shabat B.V. Introduction to complex analysis. part 1,M. “NAUKA”. Vol.336 p(1985).
7. Privalov I.I. Boundary properties of analytic functions Moscow. Vol.336c (1959).

SOME IDENTITIES OF GENERATORS OF $\mathbb{C}[\mathcal{C}_5]$

Normatov Z.[1], **Abdumutalov J.**[2]

[1]Institute of Mathematics named after V. I. Romanovskiy, Tashkent, Uzbekistan;
z.normatov@mathinst.uz

[2]Namangan State University, Namangan, Uzbekistan;
abdumutalovjaloliddin711@gmail.com

Let $\mathcal{M}_n$ be the $\mathbb{C}$-algebra of $n \times n$ matrices over $\mathbb{C}$. The general linear group acts on the direct product $\mathcal{M}_n \times \mathcal{M}_n$ diagonally:

$$g \cdot (X_1, ..., X_d) = (gX_1g^{-1}, \ldots, gX_dg^{-1}), \quad X_i \in \{X, Y\}, \quad g \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{C}). \qquad (25)$$

Let $\mathbb{C}[\mathcal{M}_n \times \mathcal{M}_n]^{\mathrm{GL}_n}$ be the algebra of GL_n-invariant polynomials, which is known to be generated by the traces

$$\mathrm{Tr}(Z_1 \cdots Z_k), \quad Z_1, ..., Z_k \in \{X, Y\}, \ 1 \le k \le n^2,$$

(see Procesi [1], Razmyslov [2]). Furthermore, every relation among the generators is a result of the Cayley-Hamilton theorem.

Definition *The n-th Calogero-Moser space $\mathcal{C}_n$ is*

$$\{(X, Y) \in \mathcal{M}_n \times \mathcal{M}_n \mid \mathit{rank}([X, Y] + I_n) = 1\}//\mathrm{GL}_n(\mathbb{C}),$$

where $\mathrm{GL}_n(\mathbb{C})$ *acts by conjugation, i.e.* $g.(X,Y) = (gXg^{-1}, gYg^{-1})$.

Calogero-Moser spaces play an important role in geometry and representation theory. In [3] Wilson proved that $\mathcal{C}_n$ is a smooth irreducible affine algebraic variety of dimension $2n$.

Theorem. Let $(X,Y) \in \mathcal{C}_5$. Then the following identities hold

$$3a_3^2a_8 - 6a_3a_4a_7 + 5a_3a_5a_6 - 2a_4^2a_6 - 6a_3a_{17} + 12a_4a_{16} - 6a_5a_{15} - 6a_6a_{12} + 12a_7a_{11} - 6a_8a_{10} - 40a_6 = 0$$
$$5a_3a_5a_9 - 2a_4^2a_9 - 6a_4a_5a_8 + 3a_5^2a_7 - 6a_3a_{20} + 12a_4a_{19} - 6a_5a_{18} - 6a_7a_{14} + 12a_8a_{13} - 6a_9a_{12} - 40a_9 = 0$$
$$a_3^2a_9 + 3a_3a_5a_7 - 6a_4^2a_7 + 2a_4a_5a_6 - 6a_3a_{18} + 12a_4a_{17} - 6a_5a_{16} - 4a_6a_{13} + 6a_7a_{12} - 2a_9a_{10} = 0$$
$$2a_3a_4a_9 + 3a_3a_5a_8 - 6a_4^2a_8 + a_5^2a_6 - 6a_3a_{19} + 12a_4a_{18} - 6a_5a_{17} - 2a_6a_{14} + 6a_8a_{12} - 4a_9a_{11} = 0$$
$$-6a_3^2a_{13} + 18a_3a_4a_{12} - 6a_3a_5a_{11} - 18a_3a_6a_9 + 18a_3a_7a_8 - 12a_4^2a_{11} + 6a_4a_5a_{10} + 36a_4a_6a_8 - 36a_4a_7^2$$
$$+60a_3a_4 - 20a_6a_{18} + 60a_7a_{17} - 60a_8a_{16} + 20a_9a_{15} = 0$$
$$-3a_3a_4a_{14} + 3a_3a_5a_{13} + 6a_4^2a_{13} - 9a_4a_5a_{12} - 18a_4a_7a_9 + 18a_4a_8^2 + 3a_5^2a_{11} + 9a_5a_6a_9 - 9a_5a_7a_8 - 30a_4a_5$$
$$-10a_6a_{20} + 30a_7a_{19} - 30a_8a_{18} + 10a_9a_{17} = 0$$
$$-3a_3^2a_{14} + 6a_3a_4a_{13} - 18a_3a_7a_9 + 18a_3a_8^2 - 6a_4a_5a_{11} + 3a_5^2a_{10} + 18a_5a_6a_8 - 18a_5a_7^2 - 20a_6a_{19} + 60a_7a_{18}$$
$$-60a_8a_{17} + 20a_9a_{16} = 0$$

References

1. Procesi C., The invariant theory of $n \times n$ matrices, *Adv. Math.* 19, 1976, pp.306-381.

2. Razmyslov Yu.P., Trace identities of full matrix algebras over fields of zero characteristic, *Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Math.* 38, 1974, pp.723-756.

3. Wilson G. Collisions of Calogero-Moser particles and an adelic Grassmannian (with an Appendix by I. G. Macdonald) Invent. Math. 133, 1998, pp. 1-41.

ORBITS OF THE SECOND CALOGERO-MOSER SPACE OVER INTEGERS

Normatov Z.[1], **Kushokov J.**[2]

[1]Institute of Mathematics named after V. I. Romanovskiy, Tashkent, Uzbekistan;
z.normatov@mathinst.uz

[2]Namangan State University, Namangan, Uzbekistan;
jasur975902434@gmail.com

Let M_n be the algebra of $n \times n$ matrices over the ring of integers, $\mathbb{Z}$. The group $\mathrm{GL}_n(\mathbb{Z})$ acts on the direct product $M_n \times M_n$ by conjugation simultaneously:

$$g \cdot (X,Y) = (gXg^{-1},\ gYg^{-1}), \quad g \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{Z}). \tag{26}$$

For an integer $n0$, let $\hat{\mathcal{Z}}_n$ be the subset of $M_n \times M_n$ defined as

$$\{(X,Y) \in M_n \times M_n \,:\, \mathrm{rank}([X,Y] + I_n) = 1\},$$

where I_n is the $n \times n$ identity matrix. The action of (26) on $M_n \times M_n$ restricts to an action on $\hat{\mathcal{Z}}_n$ and we can then define the n**-th Calogero-Moser space** $\mathcal{Z}_n$ to be the quotient $\hat{\mathcal{Z}}_n//\mathrm{GL}_n$. The group of unimodular automorphisms of $\mathbb{C}[x,y]$ acts on $\mathcal{C}_n$, and it is proved in [1] that this action is doubly transitive. Additionally, a conjecture that this action is infinitely transitive is stated. Recently, in [2], this conjecture was proved.

We now use the following notations for the generators of $\mathbb{Z}[(M_2 \times M_2)/\mathrm{GL}_2]$:

$$b_1 = \mathrm{Tr}(X),\ b_2 = \mathrm{Tr}(Y),\ b_3 = \mathrm{Tr}(X^2),\ b_4 = \mathrm{Tr}(XY),\ b_5 = \mathrm{Tr}(Y^2).$$

Theorem. There exists a defining relation between the above generators as follows:

$$4 - (2b_4 - b_1b_2)^2 + (2b_3 - b_1^2)(2b_5 - b_2^2) = 0. \tag{27}$$

Denote by G the group generated by the following two kinds of automorphisms of $M_n \times M_n$:

(i) $\Phi_p : (X, Y) \mapsto (X, Y + p(X))$, where $p \in \mathbb{Z}[t]$,

(ii) $\Psi_q : (X, Y) \mapsto (X + q(Y), Y)$, where $q \in \mathbb{Z}[t]$.

Note that there is a one to one correspondence between a point $(X, Y) \in \mathcal{Z}_2$ and a point $(b_1, \ldots, b_5) \in \mathbb{Z}^5$ such that (27) holds, given by

$$(X, Y) \mapsto (\mathrm{Tr}(X), \mathrm{Tr}(Y), \mathrm{Tr}(X^2), \mathrm{Tr}(XY), \mathrm{Tr}(Y^2)). \tag{28}$$

Theorem. The number of orbits of $\mathcal{Z}_2$ under GL_2 is infinite.

References

1. Berest Yu., Eshmatov A., Eshmatov F., Multitransivity of Calogero-Moser spaces. *Transform. Groups* 21 (2016), 35-50.

2. K. Kuyumzhiyan,Infinite transitivity for Calogero-Moser spaces, *Proc. Amer. Math.Soc.*, posted on 2020, DOI:10.1090/proc/15030; arXiv:1807.05723.

A COMPLETE SYSTEM OF INVARIANTS OF m-TUPLES FOR THE GROUP $MSO(2, \varphi, Q)$ OF A TWO-DIMENSIONAL BILINEAR-METRIC SPACE WITH THE FORM $\varphi_{19}(x, y) = x_1y_1 + 19x_2y_2$ OVER THE FIELD Q OF RATHIONAL NUMBERS

Oktamov Sh.[1], Khadjiev D.[2]

[1]National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, Uzbekistan; shoxinuroktamov0105@gmail.com

[2]National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, Uzbekistan; khdjavvat@gmail.com

Let Q^2 be the two dimensional linear space over Q and $\varphi_p(x, y)$ is the following bilinear form on Q^2:$x_1y_1 + px_2y_2$, where p is a prime natural number. Denote by $O(2, \varphi_p, Q)$ the group of all φ_p-orthogonal transformations of Q^2. Put $SO(2, \varphi_p, Q) = \{g \in O(2, \varphi_p, Q) | detg = 1\}$ and $MSO(2, \varphi_p, Q) = \{F : Q^2 \to Q^2 \mid Fx = gx + b, g \in SO(2, \varphi_p, Q), b \in Q^2\}$.Let N be the set of all natural numbers and $m \in N, m \geq 1$. Put $N_m = \{j \in N | 1 \leq j \leq m\}$.

A mapping $u : N_m \to Q^2$ will be called an m-tuple in Q^2. Denote it in the following form $u = (u_1, u_2, \ldots u_m)$. Denote by $(Q^2)^m$ the set of all m-tuples in Q^2. Let G be a subgroup of the group $MSO(2, \varphi_p, Q)$. Two m-tuples $u = (u_1, u_2, \ldots u_m)$ and $v = (v_1, v_2, \ldots v_m)$ in Q^2 is called G-equivalent if there exists $g \in G$ such that $v_j = gu_j, \forall j \in N_m$. In this case, we write $v = g(u)$ or $u \overset{G}{\sim} v$. In the paper [1] (see the reference below), a complete system of G-invariants of m-tuples in Q^2 for the group $SO(2, \varphi_p, Q)$ has been obtained. But in the paper [1], a complete system of G-invariants of m-tuples in Q^2 for the group $MSO(2, \varphi_p, Q)$ has not been investigated. In the present our thesis, we investigate complete system of G-invariants of m-tuples in Q^2 for the group $MSO(2, \varphi_p, Q)$, where $p = 19$. Put $\theta = (0, 0)$, where $(0, 0) \in Q^2$. Denote by θ_m the m-tuple $u = (u_1, u_2, \ldots, u_m) \in (Q^2)^m$, where $u_j = \theta, \forall j \in N_m$. Define the function $D : (Q^2)^m \to N_m \cup \{0\}$ as follows: put $D(\theta_m) = 0$. Let $u = (u_1, u_2, \ldots, u_m) \in (Q^2)^m$ be such that $u \neq \theta_m$. In this case, we put $D(u) = k$, where $k \in N_m$ such that $u_j = \theta, \forall j = 1, \ldots k-1$ and $u_k \neq \theta$. Let $[x\, y]$ be the determinant of vectors $x, y \in Q^2$. Let $u = (u_1, u_2, ..., u_m)$ be an m-tuple. Denote by $u - u_m \cdot 1_m$ the following m-tuple $(u_1 - u_m, u_2 - u_m, \ldots, u_{m-1} - u_m, 0)$. Cases $m = 1, 2$ are investigated easy and they are omitted.

Theorem. Let $m > 2$ and $u = (x_1, x_2, \ldots, x_m) \in (Q^2)^m$, $y = (y_1, y_2, \ldots, y_m)$ be m-tuples in $(Q^2)^m$. Assume that $u \overset{MO(2,\varphi_{19},Q)}{\sim} v$ and put $d = D(u - u_m \cdot 1_m)$. Then:
$(i.1).d = D(u - u_m \cdot 1_m) = D(v - v_m \cdot 1_m) \leq m - 1$;
$(i.2)$. In the case $d = D(u - u_m \cdot 1_m) < m - 1$ following equalities hold:

$$\begin{cases} \varphi_{19}(u_d - u_m, u_d - u_m) = \varphi_{19}(v_d - v_m, v_d - v_m); \\ \varphi_{19}(u_d - u_m, u_j - u_m) = \varphi_{19}(v_d - v_m, v_j - v_m), \forall j \in N_m, d < j < m. \end{cases} \tag{29}$$

$(i.3)$. Convesely, assume that $d = D(u - u_m \cdot 1_m) < m - 1$ and equalities $Eq.(1)$ hold. Then $u \overset{MO(2,\varphi_{19},Q)}{\sim} v$. In this case, only two elements $F_1 \in MO(2, \varphi_{19}, Q)$ and $F_2 \in MO(2, \varphi_{19}, Q)$ exist such that $v_j = F_1 u_j, \forall j \in N_m$, and $v_j = F_2 u_j, \forall j \in N_m$. Here $F_1(u_j) = H_1(u_j) + a_1, \forall j \in N_m$, where $H_1 \in SO(2, \varphi_{19}, Q)$, $a_1 \in Q^2$, and H_1 has the following form Eq.(2).

$$H_1 = \begin{pmatrix} \frac{\varphi_{19}(u_d-u_m,v_d-v_m)}{\varphi_{19}(u_d-u_m,u_d-u_m)} & -19\frac{[(u_d-u_m)\ (v_d-v_m)]}{\varphi_{19}(u_d-u_m,u_d-u_m)} \\ \frac{[(u_d-u_m)\ (v_d-v_m)]}{\varphi_{19}(u_d-u_m,u_d-u_m)} & \frac{\varphi_{19}(u_d-u_m,v_d-v_m)}{\varphi_{19}(u_d-u_m,u_d-u_m)} \end{pmatrix}, \tag{30}$$

$det(H_1) = (\frac{\varphi_{19}(u_d-u_m,v_d-v_m)}{\varphi_{19}(u_d-u_m,u_d-u_m)})^2 + (\frac{[(u_d-u_m)\ (v_d-v_m)]}{\varphi_{19}(u_d-u_m,u_d-u_m)})^2 = 1$, $a_2 = v_d - H_1 u_d$.

Here $F_2(u_j) = H_2 W(u_j) + a_2, \forall j \in N_m$, where $H_2 \in SO(2, \varphi_{19}, Q)$, $a_1 \in Q^2$, $W = \|w_{kl}\|_{d,l=1,2}$, $w_{11} = 1$, $w_{12} = w_{21} = 0$, $w_{22} = -1$, H_2 has the form Eq.(3) and $a_3 = v_d - H_2 W u_d$.

$$H_2 = \begin{pmatrix} \frac{\langle W(u_d-u_m),v_d-v_m\rangle}{Q(W(u_d-u_m))} & -19\frac{[(W(u_d-u_m))\ (v_d-v_m)]}{Q(W(u_d-u_m))} \\ \frac{[(W(u_d-u_m))\ (v_d-v_m)]}{Q(W(u_d-u_m))} & \frac{\langle W(u_d-u_m),v\rangle}{Q(W(u_d-u_m))} \end{pmatrix}, \tag{31}$$

$det(H_2) = (\frac{\langle W(u_d-u_m),v_d-v_m\rangle}{Q(W(u_d-u_m))})^2 + (\frac{[(W(u_d-u_m))\ (v_d-v_m)]}{Q(W(u_d-u_m))})^2 = 1$, $a_3 = v_d - H_2 W u_d$.

References

[1]. Dj, Khadjiev, G.R.Beshimov,Invariants of sequences for the group SO(2,p,Q) of two-dimentional bilinear-metric space over the field of rathional numbers, ***Itogi nauki i tehn. Ser.Sovrem. math. and its appl.****, 2021, vol. 197,46-55.DOI:10.36535/0233-6723-2021-197-46-55.*

ON DYNAMICS OF A STOCHASTIC OPERATOR

O‘roqova Nilufar
National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan;
e-mail:

Let $S^{m-1} = \{\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in \mathbb{R}^m : \text{ for any } i,\ x_i \geq 0, \text{ and } \sum_{i=1}^m x_i = 1\}$ be the $(m-1)$-dimensional simplex. A map V of S^{m-1} into itself is called a *quadratic stochastic operator* (QSO) if

$$(V\mathbf{x})_k = \sum_{i,j=1}^{m} p_{ij,k} x_i x_j, \tag{1}$$

for any $\mathbf{x} \in S^{m-1}$ and for all $k = 1, \dots, m$, where

$$p_{ij,k} \geq 0, \quad p_{ij,k} = p_{ji,k} \ \text{ for all } i, j, k; \quad \sum_{k=1}^{m} p_{ij,k} = 1. \tag{2}$$

For a given $\mathbf{x}^{(0)} \in S^{m-1}$ the trajectory $\left\{\mathbf{x}^{(n)}\right\}_{n\geq 0}$, of an initial point $\mathbf{x}^{(0)}$ under the action of the QSO (1) is defined by $\mathbf{x}^{(n+1)} = V\left(\mathbf{x}^{(n)}\right)$, where $n = 0, 1, 2, \dots$

One of the main problems in mathematical biology consists of the study of the asymptotical behaviour of the trajectories.

A point $\mathbf{x} \in S^{m-1}$ is called a periodic point of V if there exists an n so that $V^n(\mathbf{x}) = \mathbf{x}$. The smallest positive integer n satisfying the above is called the prime period or least period of the point $\mathbf{x}$. A period-one point is called a fixed point of V. Denote the set of all fixed points by $\mathrm{Fix}(V)$ and the set of all periodic points of (not necessarily prime) period n by $Per_n(V)$.

Let us consider a QSO defined on the $1D$ simplex and it has the form

$$V : \begin{cases} x_1' = ax_1^2 + 2bx_1x_2 + cx_2^2, \\ x_2' = (1-a)x_1^2 + 2(1-b)x_1x_2 + (1-c)x_2^2, \end{cases} \tag{32}$$

where $a = p_{11,1}$, $b = p_{12,1}$ and $c = p_{22,1}$.

Using $x_2 = 1 - x_1$ and introducing new variables $x_1 = x$, $x_1' = f(x)$ from (1) one has $f(x) = (a - 2b + c)x^2 - 2(b - c)x + c$. Let $\Delta = 4(1-a)c + (1-2b)^2$.

Theorem 1. For the function f the following statements are true:
i) for any parameters a, b, c the function f has a unique x^* fixed point in $[0, 1]$;
ii) if $0 \leq \Delta < 4$ then any trajectory converges to x^*;
iii) if $4 < \Delta \leq 5$ then there is a 2-periodic cycle $\{\widetilde{x}, \widehat{x}\}$ and any trajectory converges to this periodic cycle.

Remark 1. We notice that Theorem 1 also presented in the paper of Yu. Lyubich in [1]. But our proof based on the topological conjugate which differs from the Lyubich's proof.

References

1. Yu.I. Lyubich, Iterations of quadratic transformations, Mathematical economics and functional analysis 109–138 (1974).

A COMPLETE SYSTEM OF INVARIANTS OF m-TUPLES FOR THE GROUP $MO(2,\alpha,Q)$ OF A TWO-DIMENSIONAL BILINEAR-METRIC SPACE WITH THE FORM $\alpha(x)=x_1y_1+11x_2y_2$ OVER THE FIELD Q OF RATHIONAL NUMBERS

Otaqulova Z.[1], Beshimov G.R.[2]

[1]National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, City, Country;
shoxruxqochqorov76@gmail.com
[2]National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, Uzbekistan;
gayratbeshimov@gmail.com

Let Q^2 be the two dimensional linear space over Q. Consider on Q^2 following bilinear form:$\varphi_p(x,y) = x_1y_1 + px_2y_2$, where p is a prime natural number. Let $O(2,\varphi_p,Q)$ be the group of all φ_p-orthogonal transformations of Q^2. Put $SO(2,\varphi_p,Q) = \{g \in O(2,\varphi_p,Q)|detg = 1\}$, $MSO(2,\varphi_p,Q) = \{F : Q^2 \to Q^2 \mid Fx = gx + b, g \in SO(2,\varphi_p,Q), b \in Q^2\}$ and $MO(2,\varphi_p,Q) = \{F : Q^2 \to Q^2 \mid Fx = gx + b, g \in O(2,\varphi_p,Q), b \in Q^2\}$. Let N be the set of all natural numbers and $m \in N, m \geq 1$. Put $N_m = \{j \in N|1 \leq j \leq m\}$. A mapping $u : N_m \to Q^2$ will be called an m-tuple in Q^2. Denote it in the following form $u = (u_1,u_2,\dots u_m)$. Denote by $(Q^2)^m$ the set of all m-tuples in Q^2. Let G be a subgroup of the group $MO(2,\varphi_p,Q)$. Two m-tuples $u = (u_1,u_2,\dots u_m)$ and $v = (v_1,v_2,\dots v_m)$ in Q^2 is called G-equivalent if there exists $g \in G$ such that $v_j = gu_j, \forall j \in N_m$. In this case, we write $v = g(u)$ or $u \overset{G}{\sim} v$. In the paper [1] (see the reference below), a complete system of G-invariants of m-tuples in Q^2 for the group $SO(2,\varphi_p,Q)$ has been obtained. But in the paper [1], a complete system of G-invariants of m-tuples in Q^2 for the group $MO(2,\varphi_p,Q)$ has not been investigated. In the present our thesis, we investigate complete system of G-invariants of m-tuples in Q^2 for the group $MO(2,\varphi_p,Q)$, where $p = 11$. For shortness, we put $\alpha(x,y) = x_1y_1 + 11x_2y_2$ and $MO(2,\alpha,Q) = MO(2,\varphi_{11},Q)$. Put $\theta = (0,0)$, where $(0,0) \in Q^2$. Denote by θ_m the m-tuple $u = (u_1,u_2,\dots,u_m) \in (Q^2)^m$, where $u_j = \theta, \forall j \in N_m$. Define the function $D : (Q^2)^m \to N_m \cup \{0\}$ as follows: put $D(\theta_m) = 0$. Let $u = (u_1,u_2,\dots,u_m) \in (Q^2)^m$ be such that $u \neq \theta_m$. In this case, we put $D(u) = k$, where $k \in N_m$ such that $u_j = \theta, \forall j = 1,\dots k-1$ and $u_k \neq \theta$. Let $[x\,y]$ be the determinant of vectors $x,y \in Q^2$. Let $u = (u_1,u_2,...,u_m)$ be an m-tuple. Denote by $u - u_m \cdot 1_m$ the following m-tuple $(u_1 - u_m, u_2 - u_m, \dots, u_{m-1} - u_m, 0)$. In the theorem 1 below, we consider following cases: $D(u - u_m \cdot 1_m) = 0$ and $D(u - u_m \cdot 1_m) = m - 1$. Cases $m = 1,2$ are investigated easy and they are omitted.

Theorem. Let $m > 2$ and $u = (x_1,x_2,\dots,x_m) \in (Q^2)^m$, $y = (y_1,y_2,\dots,y_m)$ be m-tuples in $(Q^2)^m$. Assume that $u \overset{MO(2,\alpha,Q)}{\sim} v$ and put $d = D(u - u_m \cdot 1_m)$. Then:
(i.1). $0 \leq d = D(u - u_m \cdot 1_m) = D(v - v_m \cdot 1_m) \leq m - 1$;
(i.2). Assume that $D(u - u_m \cdot 1_m) = D(v - v_m \cdot 1_m) = 0$. Then $u_j - u_m = v_j - v_m = 0, \forall j \in N_m$. Conversely, assume that $u_j - u_m = v_j - v_m = 0, \forall j \in N_m$. Then $D(u - u_m \cdot 1_m) =$

$D(v - v_m \cdot 1_m) = 0$ and $u \overset{MO(2,\alpha,Q)}{\sim} v$. In this case the unique $b \in Q^2$ exists such that $v_j = u_j + b, \forall j \in N_m$. It is $b = v_1 - u_1$.

$(i.3)$. Assume that $D(u - u_m \cdot 1_m) = D(v - v_m \cdot 1_m) = m - 1$ and $u \overset{MO(2,\alpha,Q)}{\sim} v$. Then $\alpha(u_{m-1} - u_m) \neq 0$ and the equality $\alpha(u_{m-1} - u_m) = \alpha(v_{m-1} - v_m)$ holds. Conversely, assume that $D(u - u_m \cdot 1_m) = D(v - v_m \cdot 1_m) = m - 1$ and the equality $\alpha(u_{m-1} - u_m) = \alpha(v_{m-1} - v_m)$ holds. Then $u \overset{MO(2,\alpha,Q)}{\sim} v$. In this case, only two elements $F_1 \in MO(2, \alpha, Q)$ and $F_2 \in MO(2, \alpha, Q)$ exist such that $v_j = F_1 u_j, \forall j \in N_m$, and $v_j = F_2 u_j, \forall j \in N_m$. Here $F_1(u_j) = H_1(u_j) + b_1, \forall j \in N_m$, where $H_1 \in SO(2, \alpha, Q)$, $b_1 \in Q^2$, and H_1 has the following form

$$H_1 = \begin{pmatrix} \frac{\alpha(u_d-u_m,v_d-v_m)}{\alpha(u_d-u_m,u_d-u_m)} & -11\frac{[(u_d-u_m)\ (v_d-v_m)]}{\alpha(u_d-u_m,u_d-u_m)} \\ \frac{[(u_d-u_m)\ (v_d-v_m)]}{\alpha(u_d-u_m,u_d-u_m)} & \frac{\alpha(u_d-u_m,v_d-v_m)}{\alpha(u_d-u_m,u_d-u_m)} \end{pmatrix}, \tag{33}$$

$det(H_1) = (\frac{\alpha(u_d-u_m,v_d-v_m)}{\alpha(u_d-u_m,u_d-u_m)})^2 + 11(\frac{[(u_d-u_m)\ (v_d-v_m)]}{\alpha(u_d-u_m,u_d-u_m)})^2 = 1.$

Here $F_2(u_j) = H_2 W(u_j) + a_2, \forall j \in N_m$, where $H_2 \in SO(2, \alpha, Q)$, $a_2 \in Q^2$, $W = \|w_{kl}\|_{k,l=1,2}$, $w_{11} = 1$, $w_{12} = w_{21} = 0$, $w_{22} = -1$, and H_2 has the following form

$$H_2 = \begin{pmatrix} \frac{(\alpha(W(u_d-u_m),v_d-v_m)}{\alpha(W(u_d-u_m),W(u_d-u_m))} & -11\frac{[W(u_d-u_m)\ (v_d-v_m)]}{\alpha(W(u_d-u_m),W(u_d-u_m))} \\ \frac{[W(u_d-u_m)\ (v_d-v_m)]}{\alpha(W(u_d-u_m),W(u_d-u_m))} & \frac{(\alpha(W(u_d-u_m),v_d-v_m)}{\alpha(W(u_d-u_m),W(u_d-u_m))} \end{pmatrix}, \tag{34}$$

$det(H_2) = (\frac{(\alpha(W(u_d-u_m),v_d-v_m)}{\alpha(W(u_d-u_m),W(u_d-u_m))})^2 + 11(\frac{[W(u_d-u_m)\ (v_d-v_m)]}{\alpha(W(u_d-u_m),W(u_d-u_m))})^2 = 1.$

References

1. Dj, Khadjiev, G.R.Beshimov,Invariants of sequences for the group SO(2,p,Q) of two-dimentional bilinear-metric space over the field of rathional numbers, **Itogi nauki i tehn. Ser.Sovrem. math. and its appl**., 2021, vol. 197,46-55.DOI:10.36535/0233-6723-2021-197-46-55.

SOME SOLVABLE LIE SUPERALGEBRAS

Pulatova Z.G.[1], Abdullajonov A. A.[2].

[1]National University of Uzbekiston, Tashkent, Uzbekistan
zarifapulatova62@gmail.com
[2]Namangan State University, Namangan, Uzbekistan
abbosbekabdullajonov5@gmail.com

In this thesis, maximal solvable extensions of some 5 dimensional nilpotent Lie superalgebras are determined.

Definition 1. A *Lie superalgebra* is a $\mathbb{Z}_2$-graded vector space $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\bar{0}} \oplus \mathcal{L}_{\bar{1}}$, with an even bilinear commutation operation (or "supercommutation") $[\cdot, \cdot]$, which for an arbitrary homogeneous elements x, y, z satisfies the conditions

1. $[\mathcal{L}_\alpha, \mathcal{L}_\beta] \subset \mathcal{L}_{\alpha+\beta},\ \alpha, \beta \in \mathbb{Z}_2,$
2. $[x, y] = -(-1)^{|x||y|}[y, x],$

3. $(-1)^{|x||z|}[x,[y,z]]+(-1)^{|x||y|}[y,[z,x]]+(-1)^{|y||z|}[z,[x,y]]=0$ *(super Jacobi identity).*

Let consider the following sequences

$$\mathcal{L}^1=\mathcal{L},\ \mathcal{L}^{k+1}=[\mathcal{L}^k,\mathcal{L}],\quad \text{and}\quad \mathcal{L}^{[1]}=\mathcal{L},\ \mathcal{L}^{[k+1]}=[\mathcal{L}^{[k]},\mathcal{L}^{[k]}],\ k\geq 1.$$

Definition 2. A Lie superalgebra $\mathcal{L}$ is called nilpotent (respectively, solvable) if there exists $s\in\mathbb{N}$ (respectively, $k\in\mathbb{N}$) such that $\mathcal{L}^s=0$ (respectively, $\mathcal{L}^{[k]}=0$.)

Let the following nilpotent Lie superalgebras are given [1]:

$$L^1:\begin{cases}[y_1,y_1]=x_1,\\ [y_2,y_2]=x_2,\\ [y_1,y_3]=x_2.\end{cases}\quad L^2:\begin{cases}[y_1,y_1]=x_1,\\ [y_2,y_2]=x_2,\\ [y_1,y_3]=x_1+x_2.\end{cases}\quad L^3:\begin{cases}[y_1,y_1]=x_1,\\ [y_2,y_2]=x_2,\\ [y_1,y_3]=x_1-x_2.\end{cases}$$

We present the following theorem with the condition that square of solvable Lie superalgebra lies in its nilradical.

Theorem 1. Any maximal solvable Lie superalgebras with nilradical L^1 (respectively, L^2, L^3) is isomorphic to the following algebra (without multiplications table of nilradicals):

$$R^1:\begin{cases}[x_1,z_1]=2x_1,\\ [x_2,z_2]=\frac{1}{2}x_2,\\ [x_2,z_1]=\frac{1}{2}x_2,\\ [y_3,z_2]=y_3,\\ [y_1,z_1]=y_1,\\ [y_2,z_1]=\frac{1}{2}y_2.\end{cases}\left(R^2:\begin{cases}[x_1,z_1]=2x_1,\\ [z_2,z_2]=2x_2,\\ [y_1,z_1]=y_1,\\ [y_3,z_2]=-2y_1+2y_3,\\ [y_3,z_1]=2y_1-2y_3,\end{cases}\quad R^3:\begin{cases}[x_1,z_1]=-2x_1,\\ [z_2,z_2]=-2x_2,\\ [y_1,z_1]=-y_1,\\ [y_3,z_2]=2y_1-2y_3,\\ [y_3,z_1]=-2y_1+2y_3.\end{cases}\right)$$

Bibliography

1. **Ahmad S. Hegazi,** *Classification of Nilpotent Lie Superalgebras of Dimension Five. II.* International Journal of Theoretical Physics, Vol. 38, No. 10, 1999.

Equivalence of functions $(A)\,sh_m$ and $(B)\,sh_m$

Qalandarova Dildora Abdullayevna

Urgench state University, Urgench, Uzbekistan;

e-mail:dildora.qalandarova.90@mail.ru

Definiton 1. *An upper semicontinuous in a domain $D\subset\mathbb{C}^n$ function $u\,(z)$ is said to be $m-$subharmonic in D, $u\in m-sh\,(D)$, if $dd^cu\wedge\beta^{m-1}0$, in the generalized sense, as current, i.e.*

$$dd^cu\wedge\beta^{m-1}\,(\omega)=\int u\beta^{m-1}\wedge dd^c\omega 0,\quad \forall\omega\in F^{n-m,n-m},\ \omega 0.$$

Here $\beta=dd^c|z|^2-$ is the standard volume form of the space $\mathbb{C}^n$ and $F^{n-m,n-m}$ is the space of compactly supported in D smooth differential forms of bi-degree$(n-m,n-m)$. Note that $psh(D)=1-sh(D)\subset m-sh(D)\subset n-sh(D)=sh(D)$.

B.Abdullaev suggested to use a subclass of the class $m - sh$:

$$(A)\, sh_m = \left\{ u \in m - sh\, ,\, (dd^c u)^{n-m+1} \wedge \beta^{m-1} 0 \right\} \subset m - sh$$

and Z. Blocki [1] proposed using a class of functions

$$(B)\, sh_m = \left\{ u \in C^2\, ,\ (dd^c u) \wedge \beta^{n-1} 0,\, (dd^c u)^2 \wedge \beta^{n-2} 0,\, ...,\, (dd^c u)^{n-m+1} \wedge \beta^{m-1} 0 \right\} .$$

The potential theory in the class of $(B)\, sh_m$ functions was constructed in the works of Abdullaev-Sadullaev [2],where all the main potential properties of this class are proved and $(B)\, sh_m(D) \subset (A)\, sh_m(D) \underset{\neq}{\subset} m - sh(D)$ relation is also proved.In Sadullaev's work [2], he posed the following question: do we have the following equality $(B)\, sh_m(D) = (A)\, sh_m(D)$? In that article, it is shown that the answer is affirmative for $m = 2$, while for $m = 1$, $n - 1$ and n the equivalence is trivially true. This problem has been considered by Slawomir Dinew [3] and established equivalence of these classes for $n \leq 7$ and arbitrary m. In addition, S. Dinew showed that Sadullaev's hypothesis for $n 11$ is incorrect. In the proposed article, we construct an example that Sadullaev's hypothesis is also incorrect for $n = 10$. Moreover, for $n = 8$ and $n = 9$ we show that Sadullaev's hypothesis is correct for $m = 3$. The main result of the paper is

Theorem 1. *Sadullaev's hypothesis is incorrect for $n = 10$. For $n = 9$, $m = 3$ Sadullaev's hypothesis is correct,* $(B)\, sh_3(D) \bigcap C^2\,(D) = (A)\, sh_3(D) \bigcap C^2\,(D)\,,$ *i.e. if* $u \in C^2\,(D) \bigcap 3 - sh\,(D)\,,\ (dd^c u)^7 \wedge \beta^2 0$ *then*

$$(dd^c u) \wedge \beta^8 0,\ \ (dd^c u)^2 \wedge \beta^7 0,\, ...,\, (dd^c u)^7 \wedge \beta^2 0.$$

This proposition is also true for $n = 8,\ m = 3$.

References

1. Blocki Z., Weak solutions to the complex Hessian equation// Ann. Inst. Fourier (Grenoble), V.55:5, (2005), pp. 1735-1756.
2. Sadullaev A., Abdullaev B.I. Potential theory in the class of m-subharmonic functions // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics. 2012, vol. 279, pp. 155-–180.
3. Dinew S., m-subharmonic and m-plurisubharmonic functions- on two problems of Sadullaev,Annales de la faculte des sciences de Toulouse Mathematiques,vol.31, no 3, pp.995-1009.

COMPLETE SYSTEMS OF INVARIANTS OF m-TUPLES FOR the ORTHOGONAL GROUP $O(2, \varphi_{17}, R)$ OF A TWO-DIMENSIONAL BILINEAR-METRIC SPACE WITH THE FORM $\varphi(x, y) = x_1y_1 + 17x_2y_2$ OVER THE FIELD R OF RATHIONAL NUMBERS

Qodirova D.[1], **Khadjiev D.**[2]

[1]National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, Uzbekistan; qodirovadilfuza@bk.ru

[2]National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, Uzbekistan; khdjavvat@gmail.com

Let R^2 be the 2-dimensional linear space over R and $\varphi_p(x, y) = x_1y_1 + px_2y_2$ be a bilinear form on R^2, where p is a prime natural number. Let $O(2, \varphi_p, R)$ be the group of all φ_p-orthogonal transformations of R^2. Put $SO(2, \varphi_p, R) = \{g \in O(2, \varphi_p, R)|detg = 1\}$. Let N be the set of all natural numbers and $m \in N, m \geq 1$. Put $N_m = \{j \in N|1 \leq j \leq m\}$.A mapping $u : N_m \to R^2$ will be called an m-tuple in R^2. Denote it in the form $u = (u_1, u_2, \dots u_m)$. Denote by $(R^2)^m$ the set of all m-tuples in R^2. Let Φ be a subgroup of the group $O(2, \varphi_p, R)$. Two m-tuples $u = (u_1, u_2, \dots u_m)$ and $v = (v_1, v_2, \dots v_m)$ in R^2 is called Φ-equivalent if there exists $g \in \Phi$ such that $v_j = gu_j, \forall j \in N_m$. In this case, we write $u \overset{\Phi}{\sim} v$.In the paper [1] given below, a complete system of Φ-invariants of m-tuples in R^2 for the group $\Phi = SO(2, \varphi_p, R)$ has been obtained. But in the paper [1], a complete system of Φ-invariants of m-tuples in R^2 for the group $\Phi = O(2, \varphi_p, Q)$ has not been investigated. In the present our thesis, we investigate complete system of G-invariants of m-tuples in R^2 for the group $G = O(2, \varphi_p, R)$ in the case $p = 17$. Put $\theta = (0, 0)$, where $(0, 0) \in R^2$. Denote by θ_m the m-tuple $u = (u_1, u_2, \dots, u_m) \in (R^2)^m$ such that $u_j = \theta, \forall j \in N_m$. Define the function $\gamma : (R^2)^m \to N_m \cup \{0\}$ as follows: put $\gamma(\theta_m) = 0$. Let $u = (u_1, u_2, \dots, u_m) \in (R^2)^m$ be such that $u \neq \theta_m$. In this case, we put $\gamma(u) = k$, where $k \in N_m$ such that $u_j = \theta, \forall j = 1, \dots k - 1$ and $u_k \neq \theta$. The function $\gamma(u)$ is a G-invariant function on $(R^2)^m$ for the group G =$O(2, \varphi_{17}, R)$.For $m \in N$ and $k \in N \cup 0$, we define subsets V(m, k)of R^2 as follows. Put $V(m; 0) = \{\theta_m\}$. Let $k \in N_m$. Denote by $V(m; k)$ the set $\{u \in (R^2)^m|\gamma(u) = k\}$. Let $u \in V(m, 0), v \in V(m, 0)$. Then $u = v = \theta_m$. Hence $u \overset{G}{\sim} v$. G-equivalence of of m-tuples $u, v \in V(m, k)$ in the case $m = 1$ is investigated easy and it is omitted. The determinant of vectors $x, y \in R^2$ denote by $[xy]$.

Theorem. Let $m > 1$ and $u = (u_1, u_2, \dots, u_m) \in V(m, k), v = (v_1, v_2, \dots, v_m) \in V(m, k)$, where $k \in N_m$. Assume that $k = m$ and $u \overset{O(2,\varphi_{17},R)}{\sim} v$. Then following equality $\varphi_{17}(u_m, u_m) = \varphi_{17}(v_m, v_m)$ holds. Conversely, assume that $k = m$ and the equality $\varphi_{17}(u_m, u_m) = \varphi_{17}(v_m, v_m)$ holds. In this case, only two matrices $F_1 \in O(2, \varphi_{17}, R)$ and $F_2 \in O(2, \varphi_{17}, R)$ exist such that $v_j = F_1(u_j), \forall j \in N_m$, and $v_j = F_2(u_j), \forall j \in N_m$. Here F_1 has the following form

$$F_1 = \begin{pmatrix} \frac{\varphi_{17}(u_k,v_k)}{\varphi_{17}(u_k,u_k)} & -17\frac{[u_k\, v_k]}{\varphi_{17}(u_k,u_k)} \\ \frac{[u_k\, v_k]}{\varphi_{17}(u_k,u_k)} & \frac{\varphi_{17}(u_k,v_k)}{\varphi_{17}(u_k,u_k)} \end{pmatrix}, \tag{35}$$

where $det(F_1) = (\frac{\varphi_{17}(u_k,v_k)}{\varphi_{17}(u_k,u_k)})^2 + 17(\frac{[u_k\, v_k]}{\varphi_{17}(u_k,u_k)})^2 = 1$. Here $F_2 \in O(2, \varphi_{17}, R)$ and it has the following form $F_2 = HW$, where $W = \|w_{il}\|_{i,l=1,2}$, $w_{11} = 1$, $w_{12} = w_{21} = 0$, $w_{22} = -1$,

$H \in SO(2, \varphi_{17}, R)$ and H has the following form

$$H = \begin{pmatrix} \frac{\varphi_{17}(W(u_k),v_k)}{\varphi_{17}(W(u_k),W(u_k))} & -\frac{17[(W(u_k)\, v_k]}{\varphi_{17}(W(u_k),W(u_k))} \\ \frac{[(W(u_k)\, v_k]}{\varphi_{17}((W(u_k),W(u_k))} & \frac{\varphi_{17}(W(u_k),v_k)}{\varphi_{17}((W(u_k),W(u_k))} \end{pmatrix}, \tag{36}$$

where $det(H) = (\frac{\varphi_{17}(W(u_k),v_k)}{\varphi_{17}(W(u_k),W(u_k))})^2 + 17(\frac{[(W(u_k)\, v_k]}{\varphi_{17}(W(u_k),W(u_k))})^2 = 1$ and $det(F_2) = -1$. Assume that $k < m$ and $u \overset{O(2,\varphi_{17},R)}{\sim} v$. Then the following equalities hold

$$\begin{cases} \varphi_{17}(u_k, u_k) = \varphi_{17}(v_k, v_k), \\ \varphi_{17}(u_k, u_j) = \varphi_{17}(v_k, v_j), \forall j \in N_m, k < j. \end{cases} \tag{37}$$

Conversely, assume that the equalities $Eq.(3)$ hold. In this case, only two matrices $F_1 \in O(2, \varphi_{17}, R)$ and $F_2 \in O(2, \varphi_{17}, R)$ exist such that $v = F_1 u$ and $v = F_2 u$. Here $F_1 \in SO(2, \varphi_{17}, R)$ and it is has the form Eq.(1). Here $F_2 \in O(2, \varphi_{17}, R)$ and it has the following form $F_2 = HW$, where $W = \|w_{il}\|_{i,l=1,2}$, $w_{11} = 1$, $w_{12} = w_{21} = 0$, $w_{22} = -1$, $H \in SO(2, \varphi_{17}, R)$ and H has the form Eq.(2).

References

1. [1]. Dj, Khadjiev, G.R.Beshimov,Invariants of sequences for the group SO(2,p,Q) of two-dimentional bilinear-metric space over the field of rathional numbers, **Itogi nauki i tehn. Ser.Sovrem. math. and its appl**., 2021, vol. 197,46-55.DOI:10.36535/0233-6723-2021-197-46-55.

On the uniqueness of the solution of the Cauchy problem for an elliptic equation

Qudaybergenov A.K[1], Sharipova S.A[2]

[1,2]National university of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan;
e-mail1 khudaybergenovallambergen@mail.ru
e-mail2 sharipovasalibkhan@mail.ru

For $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ consider a smooth function $g : \overline{\Omega} \to \mathbb{R}_+$ such that

$$g(x) \;>\; 0, \quad \text{for} \quad x \in \Omega,$$

and

$$g(x) \;=\; 0, \quad \text{for} \quad x \in \partial\Omega,$$

Assume also that

$$\max_{\xi \in \Omega} g(\xi) \;\leq\; \pi.$$

Set

$$G \;=\; \{(x,t) \in \Omega \times (0,\pi) \;:\; 0 < t < g(x),\; x \in \Omega\}$$

and

$$\Gamma \;=\; \{(x,t) \in \partial G \;:\; t = g(x),\; x \in \Omega\}.$$

Consider the formally self-adjoint elliptic operator

$$A(x,D)u(x) \;=\; -\sum_{j,k=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_j}\left[a_{jk}(x)\frac{\partial u(x)}{\partial x_k}\right] \;+\; c(x)u(x). \tag{1}$$

Set

$$L \;\equiv\; L\left(x, D, \frac{\partial}{\partial t}\right) \;=\; -\frac{\partial^2}{\partial t^2} + A(x,D). \tag{2}$$

Let $N(x,t)$ be the vector of the external normal to the surface Γ at the point $(x,t) \in \Gamma$:

$$N(x,t) \;=\; (\cos\alpha_1(x,t), \cos\alpha_2(x,t), ..., \cos\alpha_n(x,t), \cos\alpha_{n+1}(x,t)).$$

Set

$$\frac{\partial u}{\partial \nu} \;=\; \sum_{j,k=1}^{n} a_{jk}(x)\frac{\partial u}{\partial x_k}\cos\alpha_j(x,t) \;+\; \frac{\partial u}{\partial t}\cos\alpha_{n+1}(x,t)$$

Consider Cauchy problem

$$Lu(x,t) \;=\; f(x,t), \quad (x,t) \in G, \tag{3}$$

$$u(x,t) \;=\; \phi, \quad \frac{\partial u}{\partial \nu} \;=\; \psi(x,t), \quad (x,t) \in \Gamma. \tag{4}$$

Let us consider first the following auxiliary problem:

$$Lu(x,t) \;=\; f(x,t), \quad (x,t) \in G, \tag{5}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \nu} \;=\; \psi(x,t), \quad (x,t) \in \Gamma. \tag{6}$$

Definition. *The function $u \in W_2^1(G)$ is the solution of the auxiliary problem (5)-(6) if for any $v \in H^1(G \cup \Gamma)$ the following equation*

$$Q(u,v) \;=\; \int\limits_{\Gamma} \psi(x,t)v(x,t)\,ds \;+\; \int\limits_{G} f(x,t)v(x,t)\,dx\,dt \tag{8}$$

is valid.

Definition. *The function $u \in W_2^1(G)$ is the solution of the Cauchy problem (3)-(4) if it is a solution to the auxiliary problem (5)-(6) and satisfies additional condition*

$$u(x,t) = \phi(x,t), \quad (x,t) \in \Gamma. \tag{13}$$

Theorem 1. *The Cauchy problem (3)-(4) can have no more than one solution.*

References

1 R. Courant, Methods of Mathematical Physics, Vol. 2, Partial Differential Equations, 1962, Interscience, NY-London.

2 L. Hoormander, On the uniqueness of the Cauchy problem (I), Math. Scand., 6 (1958), 213-225, (II), Math. Scand., 7 (1958), 177-190.

3 S. Mizohata, The Theory of Partial Differential Equations (Teoriya uravneniy s chastnymi proizvodnymi, Russian), Mir, Moscow, 1977.

ON A NON-VOLTERRA QUADRATIC STOCHASTIC OPERATOR

Muhammad Qurbonov[1]

[1] Namangan State University, Namangan, Uzbekistan;
73zmkurbanov@gmail.com

Let $$S^{m-1} = \{\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in R^m :\ x_i \geq 0, \sum_{i=1}^{m} x_i = 1\}$$

be the $(m-1)$-dimensional simplex. A map V of S^{m-1} into itself is called a *quadratic stochastic operator* (QSO) if

$$(V\mathbf{x})_k = \sum_{i,j=1}^{m} P_{ij,k} x_i x_j, \quad k = 1, \dots, m \tag{1}$$

$$P_{ij,k} \geq 0, \quad P_{ij,k} = P_{ji,k}, \quad \sum_{k=1}^{m} P_{ij,k} = 1. \tag{2}$$

In [1] developed the theory of Volterra QSOs. A *Volterra* QSO is defined by (1), (2) and with the additional assumption $P_{ij,k} = 0$ if $k \notin \{i, j\}$, $i, j, k = 1, \dots, m$.

The trajectory $\{\mathbf{x}^{(n)}\}_{n\geq 0}$ of an operator V for any $\mathbf{x} \in S^{m-1}$ is defined by $\mathbf{x}^{(n+1)} = V(\mathbf{x}^{(n)})$ for all $n \geq 0$.

Let us consider a non-Volterra QSO $V : S^2 \to S^2$ which has the form:

$$V : \begin{cases} x_1' = \alpha x_1^2 + \beta x_3^2 + 2x_1x_3, \\ x_2' = \alpha x_2^2 + \beta x_3^2 + 2x_2x_3, \\ x_3' = (1-\alpha)x_1^2 + (1-\alpha)x_2^2 + (1-2\beta)x_3^2 + 2x_1x_2, \end{cases} \tag{3}$$

where $0 \leq \alpha \leq 1$, $0 \leq \beta \leq 1/2$. Note the non-Volterra QSO (3) differs from the QSOs which are studied in [2].

Theorem. Let $\alpha = 0$ then for the QSO V (3) the following assertions true:

i) if $0 \leq \beta < 3/8$ then $\lim\limits_{n\to\infty} V^n(\mathbf{x}^{(0)}) = \mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*)$ for any $\mathbf{x}^{(0)} \in S^2$ except fixed points, where

$$x_1^* = x_2^* = \frac{4\beta - 1 - \sqrt{1 + 4\beta(2-\alpha)}}{2(\alpha + 4\beta - 4)}, \quad x_3^* = \frac{\alpha - 3 - \sqrt{1 + 4\beta(2-\alpha)}}{\alpha + 4\beta - 4};$$

ii) if $3/8 < \beta \leq 1/8$ then $\lim\limits_{n\to\infty} V^{2n}(\mathbf{x}^{(0)}) = \widetilde{\mathbf{x}} = (\widehat{x}_1, \widehat{x}_2, \widehat{x}_3)$, $\lim\limits_{n\to\infty} V^{2n+1}(\mathbf{x}^{(0)}) = \widehat{\mathbf{x}} = (\widetilde{x}_1, \widetilde{x}_2, \widetilde{x}_3)$ for any $\mathbf{x}^{(0)} \in S^2$ except fixed points, where

$$\widehat{x}_1 = \widehat{x}_2 = \frac{\beta\,(\widehat{x})^2 + 2\beta\,(\widetilde{x})^2\,\widehat{x}}{1 - 4\widehat{x}\widetilde{x}}, \widehat{x}_3 = \widehat{x}, \quad \widetilde{x}_1 = \widetilde{x}_2 = \frac{\beta\,(\widetilde{x})^2 + 2\beta\,(\widehat{x})^2\,\widetilde{x}}{1 - 4\widehat{x}\widetilde{x}}, \widetilde{x}_3 = \widetilde{x}.$$

References

1. R. N. Ganikhodzhaev, Quadratic stochastic operators, Lyapunov functions and tournaments. Sb. Math. 76 (2) (1993) 489–506
2. A. J. M. Hardin, U. A. Rozikov, A quasi-strictly non-Volterra quadratic stochastic operator. QTDS. 18 (2019) 1013–1029.

GROUND STATES OF ISING MODEL WITH COMPETING INTERACTIONS AND AN EXTERNAL FIELD

M.M. Rahmatullaev[1], M.A. Rasulova[2], J.N. Asqarov[3]
[1,2]V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences, Tashkent, Uzbekistan;
[1]mrahmatullaev@rambler.ru, [2]m_rasulova_a@rambler.ru
[1,2,3]Namangan state university, Namangan, Uzbekistan;
askarovjavokhir0430@gmail.com

The Cayley tree Γ^k of order $k \geq 1$ is an infinite tree.

The Hamiltonian of the Ising model with competing interactions and an external field has the form

$$H(\sigma) = J_1 \sum_{\langle x,y\rangle \in L} \sigma(x)\sigma(y) + J_2 \sum_{\substack{x,y\in V:\\ d(x,y)=2}} \sigma(x)\sigma(y) + \alpha \sum_{x\in V} \sigma(x), \tag{1}$$

where $J_1, J_2, \alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha \neq 0$ and $\sigma \in \Phi^V$, $\Phi = \{-1, 1\}$.

Lemma. *For any configuration σ_b we have*

$$U(\sigma_b) \in \{U_{-,k+1}, ..., U_{-,0}, U_{+,0}, ..., U_{+,k+1}\},$$

where

$$U_{\pm,i} = \left(\frac{k+1}{2} - i\right) J_1 + \left(\frac{k(k+1)}{2} + 2i(i-k-1)\right) J_2 \pm \alpha, \quad i = 0, 1, ..., k+1.$$

We denote

$$A_{\pm,0} = \{(J_1, J_2, \alpha) \in \mathbb{R}^3 : J_1 \leq 0, \quad J_1 + 2kJ_2 \leq 0, \quad \pm\alpha \leq 0\}.$$

Theorem 1. *Let $k = 2$ and $\alpha \neq 0$. If $(J_1, J_2, \alpha) \in A_{\pm,0}$, then $\varphi(x) = \pm 1$, $\forall x \in V$ configuration is translation-invariant ground state.*

Theorem 2. *For the Ising model with competing interactions and external field $\alpha \neq 0$ configuration φ is ground state if and only if it is translation-invariant gound state.*

Remark. Note that in [1] periodic ground states for the Ising model with two step interactions and zero external field on the Cayley tree were described. In [2] weakly periodic ground states for the Ising model with competing interactions and zero external field were described. In [3] all ground states for the Ising model with non-zero external field were described.

References

1. U.A.Rozikov, A Constructive Description of Ground States and Gibbs Measures for Ising Model With Two-Step Interactions on Cayley Tree, Jour. Statist. Phys., 122 (2006) 217–235.
2. M.M. Rahmatullaev, Description of weak periodic ground states of Ising model with competing interactions on Cayley tree, Applied mathematics and Information science. AMIS USA, 4 (2) (2010) 237–241.
3. M.M. Rahmatullaev, M.A. Rasulova, Ground states for the Ising model with an external field on the Cayley tree, Uzbek Mathematical Journal, 3 (2018) 147–155.

WEAKLY PERIODIC P-ADIC GIBBS MEASURES FOR THE POTTS MODEL ON THE CAYLEY TREE.

Rahmatullaev Muzaffar[1], Samijonova Nurxon[2]
[1]Institute of Mathematics,Namangan regional department, Namangan, Uzbekistan;
mrahmatullaev@rambler.ru
[2]Namangan state university, Namangan, Uzbekistan;
nurxonsamijonova123@gmail.com

In this paper, we study weakly periodic p-adic Gibbs measure for the Potts model on the Cayley tree of order two and three.

Definition 1. The collection of vectors $h = h_x, x \in G_k$ is said to be G_k^*-periodic if $h_{yx} = h_x$ for any $x \in G_k, y \in G_k^*$.

A G_k-periodic collection is said to be translation-invariant.

Definition 2. A collection of vectors $h = h_x, x \in G_k$ is said to be G_k^*-weakly periodic if $h_x = h_{ij}$ for $x \in H_i, x \downarrow \in H_j$ for any $x \in G_k$ (see [1]).

Let denote

$$f(z) = \frac{(\theta + q - 2)z + 1}{(q-1)z + \theta}.$$

We consider the map $W : \mathbb{Q}_p^4 \to \mathbb{Q}_p^4$ defined as

$$\begin{cases} z_1' = (f(z_1))^{k-|A|} \cdot (f(z_2))^{|A|} \\ z_2' = (f(z_3))^{|A|-1} \cdot (f(z_4))^{k+1-|A|} \\ z_3' = (f(z_2))^{|A|-1} \cdot (f(z_1))^{k+1-|A|} \\ z_4' = (f(z_4))^{k-|A|} \cdot (f(z_3))^{|A|}. \end{cases} \tag{38}$$

Finding weakly periodic p-adic Gibbs measures for the Potts model is equivalent to find fixed point of the mapping $W(z)$.

Lemma 1. [2] The map W has invariant sets of the forms

$$I_1 = \{\mathbf{z} = (z_1, z_2, z_3, z_4) \in R^4 : z_1 = z_2 = z_3 = z_4\},$$

$$I_2 = \{\mathbf{z} = (z_1, z_2, z_3, z_4) \in R^4 : z_1 = z_4, z_2 = z_3\}.$$

Theorem 1. *If $q = 3, |A| = 1$, then there exists unique weakly periodic (non-periodic) p-adic Gibbs measure on the set I_2 for Potts model on the Cayley tree of order two, if and only if $p = 3$.*

Theorem 2. *If $q = 3, |A| = 1$, then there exist two weakly periodic (non-periodic) p-adic generalized Gibbs measure on the set I_2 for Potts model on the Cayley tree of order three, if and only if $p \equiv 3\,(\mathrm{mod})\,8$ or $p \equiv 5\,(\mathrm{mod})8$. Moreover, if $|\sqrt{\frac{-\theta}{\theta+1}}|_3 < 1$ then there are two weakly periodic (non-periodic) p-adic Gibbs measures on the set I_2 for Potts model in $\mathbb{Q}_3$.*

References

1. U.A.Rozikov, Gibbs Measures on Cayley Trees, World Sci. Publ., Singapore, 2013.
2. M.M.Rahmatullayev, "The existence of weakly periodic Gibbs measure for Potts model on a Cayley tree", Theoretical and mathematical Physics, 180(3): 1019-1029 (2014).

p-ADIC ANALOGUE OF THE BLEHER-GANIKHODJAEV CONSTRUCTION

Rahmatullaev Muzaffar[1], Tukhtabaev Akbarkhuja[2]
[1]Institute of Mathematics,Namangan regional department, Namangan, Uzbekistan;
mrahmatullaev@rambler.ru
[2]Namangan state university, Namangan, Uzbekistan;
akbarxoja.toxtaboyev@mail.ru

The main aim of this paper is to present p-adic analogue of the Bleher-Ganikhodjaev construction for the Ising model on the Cayley tree. Furthermore, we study the boundedness of the this constructive Gibbs measures which yields the existence of the phase transition.

Known [1] that every pairs of the solutions ($\pm h$) of the following equation define a unique p-adic generalized Gibbs measure for the Ising model on the Cayley tree

$$h_x^2 = \prod_{y \in S(x)} \frac{\theta h_y^2 + 1}{h_y^2 + \theta}, \tag{39}$$

where $\theta = \exp_p(2J), \theta \neq 1$, $x \in V \setminus \{x^0\}$.

In real case Bleher-Ganikhodjaev construction was studied in [2]. We are aiming to investigate this construction in p-adic case. We consider an infinite path $\pi = x^0 = x_0 < x_1 < ...$ on the semi-Cayley tree of order k on Γ_+^k(the notation $x < y$ meaning that paths from the root to y go through x). We assign the set of p-adic numbers

$h^\pi = \{h_x^\pi, x \in V \subset \Gamma_+^k\}$ satisfying the equation (39) to the path π. For $x \in W_n$, the set h^π is unambiguously defined by the conditions

$$h_x^\pi = \begin{cases} \frac{1}{h_*}, & \text{if} \quad x \prec x_n, x \in W_n; \\ h_*, & \text{if} \quad x_n \prec x, x \in W_n; \\ h_x^{(n)}, & \text{if} \quad x = x_n. \end{cases} \tag{40}$$

where $n = 1, 2, 3, ...,$ and $h_{x_n}^{(n)}$ is an arbitrary p-adic numbers such that $\left(h_{x_n}^{(n)}\right)^2 \in \mathbb{Z}_p^* \setminus B(-1,1)$, $x \prec x_n$ (resp. $x_n \prec x$) means that x is on the left (resp. right) from the path π and h_* is translation-invariant solution of the equation (39)

Theorem 1. *Let $p \geq 3$, h_x^π be the set of quantities defined by* (40). *Then there exist uncountable p-adic generalized Gibbs measures correspond to the set of quantities h_x^π for the Ising model on the Cayley tree. Moreover, these measures are bounded if and only if $h_* = 1$.*

Theorem 2. *Let $p \geq 3$, $\mathbb{Q}_p$ be a field of p-adic numbers in which there exist translation-invariant solutions of the functional equation* (39). *Then there exists a phase transition in the field $\mathbb{Q}_p$.*

References

1. O.N.Khakimov, *p-Adic Numbers Ultrametric Anal. Appl.* 6(3), 207-217, (2014).
2. P.M.Bleher and N.N.Ganikhodjaev, *Theor.Probab. Appl.* **35**(1990) 216-227.

ON A QUASI STRICTLY NON-VOLTERRA QUADRATIC OPERATOR

Gulsanam Rahmonova[1]

[1] Namangan State University, Namangan, Uzbekistan;
gulsanam1998@inbox.ru

Let $$S^{m-1} = \{\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in R^m : \ x_i \geq 0, \sum_{i=1}^m x_i = 1\}$$

be the $(m-1)$-dimensional simplex. A map V of S^{m-1} into itself is called a *quadratic stochastic operator* (QSO) if

$$(V\mathbf{x})_k = \sum_{i,j=1}^m P_{ij,k} x_i x_j, \quad k = 1, \dots, m \tag{1}$$

$$P_{ij,k} \geq 0, \quad P_{ij,k} = P_{ji,k}, \quad \sum_{k=1}^m P_{ij,k} = 1. \tag{2}$$

In [1] developed the theory of Volterra QSOs. A *Volterra* QSO is defined by (1), (2) and with the additional assumption $P_{ij,k} = 0$ if $k \notin \{i, j\}$, $i, j, k = 1, \dots, m$. The trajectory $\{\mathbf{x}^{(n)}\}_{n\geq 0}$ of an operator V for any $\mathbf{x} \in S^{m-1}$ is defined by $\mathbf{x}^{(n+1)} = V(\mathbf{x}^{(n)})$ for all $n \geq 0$.

Let us consider a quasi strictly QSO $V : S^2 \to S^2$ which has the form:

$$V : \begin{cases} x_1' = \alpha x_2^2 + \beta x_3^2 + 2x_1x_3, \\ x_2' = \alpha x_1^2 + \beta x_3^2 + 2x_2x_3, \\ x_3' = (1-\alpha)x_1^2 + (1-\alpha)x_2^2 + (1-2\beta)x_3^2 + 2x_1x_2, \end{cases} \tag{3}$$

where $0 \leq \alpha \leq 1$ and $0 \leq \beta \leq 1/2$. Note that the QSO (3) differs from the QSOs which are studied in [2].

Theorem 1. Let $\alpha = 0$ then for the QSO V (3) the following assertions true:

i) if $0 \leq \beta < 3/8$ then $\lim\limits_{n\to\infty} V^n(\mathbf{x}^{(0)}) = \mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*)$ for any $\mathbf{x}^{(0)} \in S^2$ except fixed points, where

$$x_1^* = x_2^* = \frac{4\beta - 1 - \sqrt{1+4\beta(2-\alpha)}}{2(\alpha + 4\beta - 4)}, \quad x_3^* = \frac{\alpha - 3 - \sqrt{1+4\beta(2-\alpha)}}{\alpha + 4\beta - 4};$$

ii) if $3/8 < \beta \leq 1/8$ then $\lim\limits_{n\to\infty} V^{2n}(\mathbf{x}^{(0)}) = \widetilde{\mathbf{x}} = (\widehat{x}_1, \widehat{x}_2, \widehat{x}_3)$, $\lim\limits_{n\to\infty} V^{2n+1}(\mathbf{x}^{(0)}) = \widehat{\mathbf{x}} = (\widetilde{x}_1, \widetilde{x}_2, \widetilde{x}_3)$ for any $\mathbf{x}^{(0)} \in S^2$ except fixed points, where

$$\widehat{x}_1 = \widehat{x}_2 = \frac{\beta\left(\widehat{x}\right)^2 + 2\beta\left(\widetilde{x}\right)^2\widehat{x}}{1 - 4\widehat{x}\widetilde{x}}, \widehat{x}_3 = \widehat{x}, \quad \widetilde{x}_1 = \widetilde{x}_2 = \frac{\beta\left(\widetilde{x}\right)^2 + 2\beta\left(\widehat{x}\right)^2\widetilde{x}}{1 - 4\widehat{x}\widetilde{x}}, \widetilde{x}_3 = \widetilde{x}.$$

References

1. R. N. Ganikhodzhaev, Quadratic stochastic operators, Lyapunov functions and tournaments. Sb. Math. 76 (2) (1993) 489–506

2. A. J. M. Hardin, U. A. Rozikov, A quasi-strictly non-Volterra quadratic stochastic operator. QTDS. 18 (2019) 1013–1029.

Dependency parser methods and its application for Uzbek language

Rajabov Jaloliddin[1], Matlatipov Sanatbek [2]

[1,2] National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek ,Tashkent, Uzbekistan;
j.rajabov@nuu.uz
s.matlatipov@nuu.uz

Uzbek is a Turkic language spoken mainly in Central Asia, which has a long and rich linguistic history and a unique set of grammatical rules. In recent years, it has been the focus of a number of research efforts aimed at providing efficient computational methods for natural language processing (NLP) tasks. One important application of NLP is dependency parsing, which has the potential to provide a better understanding of the syntactic structure of sentences in Uzbek.

The transition-based approach to dependency parsing is a deterministic parser that uses a series of actions to construct a dependency graph. It is based on a finite-state transducer and is optimized to reduce the search space by avoiding redundant subgraphs and unnecessary decisions. In this thesis, we propose a transition-based dependency parser for Uzbek specifically designed for the language. The parser is based on the well-known transition-based framework developed by [1] and uses essential features such as transition actions, arc labels, non-projective constrained tree structures and other constraints to accurately model the language-specific properties of the Uzbek language.

We evaluate our transition-based parser on the Uzbek Dependency Treebank (UzDT) and present an analysis of the performance of the parser on the test set. The results show that our parser outperforms an existing baseline parser, particularly in terms of accuracy. We discuss the implications of our proposed parser for applications such as machine translation and information retrieval [2]. Finally, we provide suggestions for future work, including the exploration of more refined transition systems and the inclusion of more language-specific features[3].

Overall, this thesis presents a successful transition-based dependency parser for Uzbek language, which has the potential to improve the accuracy of natural language processing tasks in this language. The parser is highly accurate and provides a basis for further research into the development of advanced Uzbek-specific NLP technologies.

References

1. Sartorio, Francesco and Satta, Giorgio and Nivre, Joakim, A Transition-Based Dependency Parser Using a Dynamic Parsing Strategy , Conference: Proceedings of the 51st Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics (Volume 1: Long Papers),2013, Sofia, Bulgaria.

2. Matlatipov, Sanatbek and Rahimboeva, Hulkar and Rajabov, Jalol and Kuriyozov, Elmurod,Uzbek Sentiment Analysis based on local Restaurant Reviews, The International Conference on Agglutinative Language Technologies as a challenge of Natural Language Processing (ALTNLP) 2022, Koper, Slovenia.

3. Nivre, Joakim. вЂњDependency Parsing.вЂќ Synthesis Lectures on Human Language Technologies, 2017, pp. 1вЂ“162

On the fixed points of a quadratic non-stochastic operator.

U.A.Rozikov[1], J.N.Jumayev[2]

[1]V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences, 9, University str., 100174, Tashkent, Uzbekistan.;
rozikovu@yandex.ru
[2]Karshi State University, Uzbekistan. 17, Ko'chabog' str., 180100, Karshi, Uzbekistan.;
jahongirjumayev@mail.ru

Let $E = \{1, 2, \dots, m\}$. A distribution on the set E is a probability measure $\mathbf{x} = (x_1, ..., x_m)$, i.e., an element of the simpleks:

$$S^{m-1} = \{\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in \mathbb{R}^m : \ x_i \geq 0, \text{ for any } i \text{ and } \sum_{i=1}^{m} x_i = 1\}.$$

In general, a quadratic operator $V:\mathbf{x}\in\mathbb{R}^m\to\mathbf{x}'=V\left(\mathbf{x}\right)\in\mathbb{R}^m$ is defined by:

$$V:x_k'=\sum_{i,j=1}^{m}P_{ij,k}x_ix_j,\quad k=1,...,m. \tag{41}$$

Definition: [2] A quadratic operator (1), preserving a simplex, is called non-stochastic (QnSO) if at least one of its coefficients $P_{ij,k},\ i\neq j$ is negative.

Consider the following example of QnSO on the two-dimensional simplex S^2:

$$V:\ \begin{cases} x'=x^2+y^2+z^2-bxy-xz\\ y'=\left(2+b\right)xy+ayz\\ z'=3xz+\left(2-a\right)yz\end{cases} \tag{42}$$

where $a\in[0;2]$, $b\in[0;2]$.

The fixed points of this operator are solutions to the system $V(x,y,z)=(x,y,z)$.

By simple calculations we get the set of all fixed points of operator (2):

$$Fix\left(V\right)=\begin{cases}\left\{s_1,s_2,s_3\right\}, & if\ a\in((1-b)/2;(3+b)/(1+b))\\ \left\{s_1,s_2,s_3,s_4\right\}, & if\ a\in[0;(1-b)/2]\cup[(3+b)/(1+b);2]\end{cases}$$

where $s_1=(1,0,0)$, $s_2=\left(1/3,0,2/3\right)$, $s_3=\left(1/(2+b),(1+b)/(2+b),0\right)$,

$$s_4=\left(\frac{a^2-2a+2}{a^2-\left(1+b\right)a+2\left(2+b\right)},\frac{2a+b-1}{a^2-\left(1+b\right)a+2\left(2+b\right)},\frac{3+b-\left(1+b\right)a}{a^2-\left(1+b\right)a+2\left(2+b\right)}\right);$$

The following theorem gives type of each fixed point of the operator V:

Theorem. *1)* The vertex s_1 is repelling; *2)* The fixed point s_2 is non-hyperbolic; *3)* The fixed point s_3 is saddle if $a\in[0,1)$; non-hyperbolic for $a=1$ and repelling point if $a\in(1,2]$; *4)* s_4 is difficult to categorize in general. Belonged to different types at different values of the parameters.

References

1. Rozikov U.A. Population dynamics: algebraic and probabilistic approach. World Sci. Publ. Singapore. 2020, 460 pp.
2. Rozikov U.A.,Xudayarov S. S. Quadratic non-stochastic operators: examples of splitted chaos. Ann. Funct. Anal. 13 (1) (2022), Paper No. 17, 17 pp.

Gradient Gibbs measures of an SOS model: 4-periodicity

U.A. Rozikov[1], M. Toshpulatova[2]

[1]V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics, 9, Universitet str., 100174, Tashkent, Uzbekistan;
e-mail: rozikovu@yandex.ru
[2]National University of Uzbekistan, 4, Universitet str., 100174, Tashkent, Uzbekistan.

We consider spin-configuration σ as a function from the vertices of the Cayley tree $\Gamma^k=(V,L)$ to the set Z of integer numbers, where V is the set of vertices and L is the set of edges of the tree (see Chapter 1 of [1] for properties of the Cayley tree).

Solid-on-solid (SOS) model defined by the Hamiltonian

$$H(\sigma) = -J \sum_{\substack{\langle x,y\rangle \in L: \\ x,y\in V}} |\sigma(x) - \sigma(y)|, \tag{43}$$

where $J > 0$ and $\sigma : x \in V \mapsto \sigma(x) \in \mathbb{Z}$.

We are interested to 4-periodic gradient Gibbs measures (GGMs) of the SOS model. For detailed definitions and other periodic GGMs we refer to [2] (and the references therein).

It is known (see [2]) that a GGM corresponds to a boundary law satisfying an infinite system of functional equations. For 4-periodic concrete GGMs the coordinates of boundary laws are independent from vertices of the Cayley tree.

Denote $\tau = 2\cosh(J)$. By analysis of the boundary law equation corresponding to GGMs we obtain the following main result:

Theorem. For the SOS model (43) on the Cayley tree of order two the following assertions hold

1. for $\tau \in (4, 2(1+\sqrt{5}))$ there are exactly two 4-height-periodic mirror symmetric GGMs;
2. if $\tau = 2(1+\sqrt{5})$ then there are exactly three 4-height-periodic mirror symmetric GGMs.
3. if $\tau > 2(1+\sqrt{5})$ then there are exactly four such GGMs.

References

1. U. A. Rozikov: *Gibbs measures on Cayley trees.* World Sci. Publ. Singapore. 2013.
2. U. A. Rozikov: Mirror symmetry of height-periodic gradient Gibbs measures of an SOS model on Cayley trees. *Jour. Stat. Phys.* **188**(3) (2022), 16 pages.

MATHEMATICAL MODELING THE PROCESS OF SUSPENSION FILTRATION IN POROUS MEDIUM

Salimova Shakhnoza[1], Fayziev Bekzodjon[2]

[1]Samarkand State University, Samarkand, Uzbekistan;
salimovashaxnoza97@gmail.com
[2]Samarkand State University, Samarkand, Uzbekistan;
fayzievbm@mail.ru

Deep bed filtration usually viewed on microscopic and macroscopic levels [1]. In microscopic approach process described as a sequence of following removal steps of the suspended particles: a transport step, which is a physical-hydraulic process, an attachment step, which is a physical-chemical process and a third is a detachment step [1,2].

Here we consider a mathematical model of suspension filtration in a porous medium with multi-stage deposition kinetics. The model is a modification of the known models [1,2]. Let, from a certain moment in time $t > 0$, a suspension with a concentration of suspended solids c_0, with a filtration velocity $v(t) = v_0 = \text{const}$ begins to flow into a homogeneous formation of length L, with initial porosity m_0, saturated with a clean (without suspended particles) fluid.

The mass balance equation of suspended particles in a suspension flow in the one-dimensional case has the form

$$m_0\frac{\partial c}{\partial t}+v\frac{\partial c}{\partial x}+\frac{\partial \rho}{\partial t}=D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \tag{44}$$

where, c is the particle concentration of the suspension,ρ is the concentration of deposited particles, D is diffusion coefficient.

The kinetics of deposition in which is taken in the form

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}=\begin{cases} \beta_1 vc & \text{for} \quad 0<\rho\le\rho_1, \\ \beta_2 vc-\beta_3(1+\gamma\,|\nabla p|)\rho & \text{for} \quad \rho_1<\rho\le\rho_2, \\ \beta_2\frac{\rho_0}{\rho}vc-\beta_3(1+\gamma\,|\nabla p|)\rho & \text{for} \quad \rho_2<\rho<\rho_0, \\ 0 & \text{for} \quad \rho=\rho_0, \end{cases} \tag{45}$$

where, ρ_0 the total filter capacity, ρ_1 is the value of ρ at which "charging" is completed, β_1 is the coefficient associated with the effect of "charging", β_2 is the coefficient associated with the deposition of particles, β_3 is the coefficient associated with the detachment of particles, $|\nabla p|$ is the pressure gradient modulus, γ is constant coefficient.

Problem solved by using finite difference method. Based on the proposed generalized model, which takes into account all stages of filtration process. The influence of module of pressure gradient have been taken into account in kinetic equations directly. It gave an opportunity to estimate how the changing in porous media characteristics affect on particle deposition and release processes. The analysis of concentrations at fixed points in the reservoir showed that sharp changes are observed in their dynamics at points of achievement, this feature is characteristic of multistage deposition kinetics.

References

1. V. Gitis, et.al., Deep-bed filtration model with multistage deposition kinetics, *Chemical Engineering Journal*, **163**, No 1-2 (2010), 78-85.
2. A. Zamani, B. Maini, Flow of dispersed particles through porous media - deep bed filtration, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, **69** (2009), 71-88.

THE l-APPROACH PROBLEM IN A LINEAR DIFFERENTIAL GAME WITH CONSTANT COEFFICIENT

B.T.Samatov[1], M.A.Turgunboyeva[2]
[1]V.I. Romanovsky Institute of Mathematics, Tashkent, Uzbekistan;
samatov57@gmail.com
[2]Namangan State University, Namangan, Uzbekistan;
turgunboyevamohisanam95@gmail.com

We assume that a player P (the pursuer) follows another player E (the evader) in the finite-dimensional space $\mathbb{R}^n$. Let their movements be described by the following linear equations:

$$P: \quad \dot{x}+ax=u, \quad x(0)=x_0, \qquad E: \quad \dot{y}+ay=v, \quad y(0)=y_0,$$

where $x, y, u, v \in \mathbb{R}^n$, $n \geq 2$; $a \neq 0$ and $a \in \mathbb{R}$; x_0 and y_0 are the initial positions of the players for which it is presumed that $|x_0 - y_0| > l$, $l > 0$.

The controls u and v are regarded as measurable functions $u(\cdot) : [0, +\infty) \to \mathbb{R}^n$ and $v(\cdot) : [0, +\infty) \to \mathbb{R}^n$ accordingly, and they are subject to the constraints

$$|u(t)| \leq \alpha \ \text{ for almost every } t \geq 0, \quad |v(t)| \leq \beta \text{ for almost every } t \geq 0.$$

which are usually termed the geometrical constraints (in short, the G-constraints), where α and β are non-negative numbers which designate the maximal speeds of P and E.

Definition. For $\alpha \geq \beta$, we call the function

$$\mathbf{u}(z_0, v) = v + \lambda(z_0, v)\,(m(z_0, v) - z_0)$$

the l-approach strategy or Π_l–strategy for P in this differential game, where

$$\lambda(z_0, v) = \frac{1}{|z_0|^2 - l^2}\left[\langle v, z_0\rangle + \alpha l + \sqrt{(\langle v, z_0\rangle + \alpha l)^2 + (|z_0|^2 - l^2)(\alpha^2 - |v|^2)}\right],$$

$m(z_0, v) = -l\Big(v - \lambda(z_0, v) z_0\Big)/|v - \lambda(z_0, v) z_0|$.

Theorem. Let $\alpha > \beta$ and $a > 0$. Then the Π_l–strategy guarantees to occur the l-aproach from arbitrary point $z_0 \notin lS$ in the time $T(z_0, v(\cdot)) \leq \theta$, where

$$\theta = \frac{1}{a} \ln \frac{a|z_0| + \alpha - \beta}{al + \alpha - \beta}.$$

We say the number $T(z_0, v(\cdot))$ a guaranteed time of l-approach.

References

1. Petrosyan L.A., Dutkevich V.G. (1969) *Games with "a Survival Zone Occasion L-catch* (in Russian), Vestnic Leningrad State Univ., No.13, Vol.3, p.31-38.

2. Samatov B.T. (2013) *Problems of group pursuit with integral constraints on controls of the players II.* Cybernetics and Systems Analysis, Vol. 49, No. 6, P. 907–921. DOI 10.1007/s10559-013-9581-5

3. Samatov B.T., Uralova S.I., Mirzamaxmudov U.A. (2019) *The problem of Ramchundra for a problem of l-capture.* Scientific Bulletin of Namangan State University. Vol. 1, No. 2, P. 10–14. DOI: https://uzjournals.edu.uz/namdu/vol1/iss2/2

CENTRAL LIMIT THEOREM FOR BRANCHING PROCESSES WITH IMMIGRATION

S.O. Sharipov

[1] V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics, Tashkent, Uzbekistan;
e-mail: sadi.sharipov@yahoo.com

Let $\{\xi_{k,i}, k, i \geq 1\}$ and $\{\varepsilon_k, k \geq 1\}$ be two sequence of non-negative integer-valued random variables such that the two families $\{\xi_{k,i}, k, i \geq 1\}$ and $\{\varepsilon_k, k \geq 1\}$ are independent,

$\{\xi_{k,i}, k, i \geq 1\}$ are independent and identically distributed (i.i.d.). We consider a sequence of branching processes with immigration $X_k, k \geq 0$, defined by recursion:

$$X_0 = 0, \quad X_k = \sum_{i=1}^{X_{k-1}} \xi_{k,i} + \varepsilon_k, \quad k \geq 1. \tag{1}$$

Intuitively, one can interpret $\xi_{k,i}$ as the number of offsprings produced by the i-th individual belonging to the $(k-1)$-th generation and ε_k is the number of immigrants in the k-th generation. We can interpret X_k as the number of individuals in the k-th generation.

Assume that $a := \mathbb{E}\xi_{1,1} < \infty$. Process X_k is called subcritical, critical or supercritical depending on $a < 1$, $a = 1$ or $a > 1$, respectively. We refer the reader to recent survey of [1] where one can find a historical overview of limit theorems for process (1).

The aim of this paper is to establish a CLT for fluctuations of supercritical process defined by (1) in the case when the immigration sequence generated by an arbitrary dependent random variables and the mean of immigrants tends to infinity.

References

1. I. Rahimov, Homogeneous branching processes with non-homogeneous immigration, Stochastics and Quality Control 36 (2) (2021) 165–183.

A COMPLETE SYSTEM OF INVARIANTS OF m-TUPLES FOR THE GROUP $MSO(2, \varphi_7, Q)$ OF A TWO-DIMENSIONAL BILINEAR-METRIC SPACE WITH THE FORM $\varphi_7(x, y) = x_1y_1 + 7x_2y_2$ OVER THE FIELD Q OF RATHIONAL NUMBERS

Shoyimova F.[1], **Beshimov G.R.**[2]

[1]National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, Uzbekistan; irgashevtolib8@gmail.com

[2]National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, Uzbekistan; gayratbeshimov@gmail.com

Let Q^2 be the 2-dimensional linear space over Q and $\varphi_p(x, y) = x_1y_1 + px_2y_2$ is the bilinear form on Q^2, where p is a prime natural number. Let $O(2, v_p, Q)$ be the group of all v_p-orthogonal transformations of Q^2. Put $SO(2, v_p, Q) = \{g \in O(2, v_p, Q)|detg = 1\}$ and $MSO(2, v_p, Q) = \{F : Q^2 \to Q^2 \mid Fx = gx + b, g \in SO(2, v_p, Q), b \in Q^2\}$. Let N be the set of all natural numbers and $m \in N, m \geq 1$. Put $N_m = \{j \in N|1 \leq j \leq m\}$. A mapping $u : N_m \to Q^2$ will be called an m-tuple in Q^2. Denote it in the form $u = (u_1, u_2, \dots u_m)$. Denote by $(Q^2)^m$ the set of all m-tuples in Q^2. Let G be a subgroup of the group $MSO(2, v_p, Q)$.Two m-tuples $u = (u_1, u_2, \dots u_m)$ and $v = (v_1, v_2, \dots v_m)$ in Q^2 is called G-equivalent if there exists $g \in G$ such that $v_j = gu_j, \forall j \in N_m$. In this case, we write $v = g(u)$ or $u \overset{G}{\sim} v$. In the paper [1] (see the reference below), a complete system of G-invariants of m-tuples in Q^2 for the group $SO(2, v_p, Q)$ has been obtained. But in the paper [1], a complete system of G-invariants of m-tuples in Q^2 for the group $MSO(2, v_p, Q)$ has not been investigated. The present our thesis devoted to an investigation of a complete system of G-invariants of m-tuples in Q^2 for the group $MSO(2, v_p, Q)$ in the case $p = 7$. Put $\theta = (0, 0)$, where $(0, 0) \in Q^2$. Denote by θ_m the m-tuple $u = (u_1, u_2, \dots, u_m) \in (Q^2)^m$, where $u_j = \theta, \forall j \in N_m$. Define the function $B : (Q^2)^m \to N_m \cup 0$ as follows. Put $B(\theta_m) = 0$. Let $u = (u_1, u_2, \dots, u_m) \in (Q^2)^m$ be such that $u \neq \theta_m$. In this case, we put $B(u) = k$, where $k \in N_m$ such that $u_j = \theta, \forall j = 1, \dots k-1$ and $u_k \neq \theta$. Let $[x\, y]$ be the determinant of vectors $x, y \in Q^2$. Let $u = (u_1, u_2, ..., u_m)$ be an m-tuple. Denote by $u - u_m \cdot 1_m$ the following m-tuple $(u_1 - u_m, u_2 - u_m, \dots, u_{m-1} - u_m, 0)$.

Theorem. Let $u = (u_1, u_2, \dots, u_m), v = (v_1, v_2, \dots, v_m) \in (Q^2)^m$ and assume that $u \overset{MSO(2,v_7,Q)}{\sim} v$. Then:
(i.1).$B(u - u_m \cdot 1_m) = B(v - v_m \cdot 1_m) \leq m - 1$;
(i.2). In the case $B(u - u_m \cdot 1_m) = m - 1$, following equality $v_7(u_{m-1} - u_m, u_{m-1} - u_m) = v_7(v_{m-1} - v_m, v_{m-1} - v_m)$ holds ;
(i.3). In the case $k = B(u - u_m \cdot 1_m) < m - 1$, following equalities hold:
$v_7(u_k - u_m, u_j - u_m) = v_7(v_k - v_m, v_j - v_m), \forall j \in N_m, k \leq j \leq m - 1$;
$[(u_k - u_m)\,(u_j - u_m)] = [(v_k - v_m)\,(v_j - v_m)]\,, \forall j \in N_m, k < j \leq m - 1$.

Conversely, assume that the above conditions (i.1),(i.2), (i.3) are hold. Then for the number $v_7(u_k - u_m, u_k - u_m)$ only following two cases hold: $(ii.1).v_7(u_k - u_m, u_k - u_m) = 0$ and $(ii.2)$. $v_7(u_k - u_m, u_k - u_m) \neq 0$.

$(ii.1)$. Assume that $v_7(u_k - u_m, u_k - u_m) = 0$. In this case, following equalities hold: $v_j = u_j + a, \forall j = 1, ..., m - 1$, where $a = v_m - u_m$. These equalities imply $u \overset{MSO(2,v_7Q)}{\sim} v$.

$(ii.2)$. Assume that $v_7(u_k - u_m, u_k - u_m) \neq 0$. Then there exists the unique matrix $F \in SO(2, v_7, Q)$ and the unique element $c \in Q^2$ such that $v_j = Fu_j + c, \forall j \in N_m$. In this case, F has the following form

$$F = \begin{pmatrix} \frac{v_7(u_k-u_m,v_k-v_m)}{v_7(u_k-u_m,u_k-u_m)} & -7\frac{[(u_k-u_m)\,(v_k-v_m)]}{v_7(u_k-u_m,u_k-u_m)} \\ \frac{[(u_k-u_m)\,(v_k-v_m)]}{v_7(u_k-u_m,u_k-u_m)} & \frac{v_7(u_k-u_m,v_k-v_m)}{v_7(u_k-u_m,u_k-u_m)} \end{pmatrix},$$

where $\det(F) = 1$ and $c = v_m - Fu_m$.

References

1. Dj, Khadjiev, G.R.Beshimov,Invariants of sequences for the group SO(2,p,Q) of two-dimentional bilinear-metric space over the field of rathional numbers, **Itogi nauki i tehn. Ser.Sovrem. math. and its appl.**, 2021, vol. 197,46-55.DOI:10.36535/0233-6723-2021-197-46-55.

On extended of weakly order - preserving functionals

Tagaymurotov Abror Olimovich
Chirchik State Pedagogical University, Chirchik town, Uzbekistan;
e-mail: tagaymurotov93@gmail.com

Abstract. In this thesis we consider a weakly additive order-preserving functional from some properties.

In the works [1],[2],[3] proved topological properties of weakly order-preserving functionals. We consider extended of weakly order-preserving functionals.

Theorem 1. Let $f\colon C(X) \to \mathbb{R}$ be a weakly additive order-preserving functional. For all extensions $\widetilde{f}\colon B(X) \to \mathbb{R}$ of the functional f and for every $\psi \in B(X)$ the next inequalities hold

$$\sup\{f(\varphi):\ \varphi\in C(X),\ \varphi\le\psi\}\le\widetilde{f}(\psi)\le\inf\{\mu(\varphi):\ \varphi\in C(X),\ \varphi\psi\}.$$

In particular, for any subset $A\subset X$ we have

$$\sup\{\mu(\varphi)\colon\ \varphi\in C(X),\ \varphi\le\chi_A\}\le\widetilde{\mu}(\chi_A)\le\inf\{\mu(\varphi)\colon\ \varphi\in C(X),\ \varphi\chi_A\}. \tag{46}$$

For each $c\in\mathbb{R}$ let (c) means the stationary net in $\mathbb{R}^\infty$.

Definition. A function $f\colon\mathbb{R}^\infty\to\mathbb{R}$ is said to be:

(*f1*) *order-preserving* if for every pair of $(t_{1i})_{i=1}^\infty$ and $(t_{2i})_{i=1}^\infty\in\mathbb{R}^\infty$ we have

$$(t_{1i})_{i=1}^\infty\le(t_{2i})_{i=1}^\infty\Rightarrow f\Big((t_{1i})_{i=1}^\infty\Big)\le f\Big((t_{2i})_{i=1}^\infty\Big);$$

(*f2*) *weakly additive* if for each $c\in\mathbb{R}$ and for every sequence $(t_i)_{i=1}^\infty$ the next equality holds

$$f\Big((t_i)_{i=1}^\infty+(c)\Big)=f_\mu\Big((t_i)_{i=1}^\infty\Big)+c;$$

(*f3*) *bounded by arguments* if for every sequence $(t_i)_{i=1}^\infty$ we have

$$\inf_i\{t_i\}\le f\Big((t_i)_{i=1}^\infty\Big)\le\sup_i\{t_i\}.$$

Theorem 2. Every order-preserving, weakly additive function $f\colon\mathbb{R}^\infty\to\mathbb{R}$ is continuous.

References

1. Sh. A. Ayupov, A. A. Zaitov, On some topological properties of order-preserving functionals, Uzbek mathematical journal, (4), (2011) 36–51.
2. A.A. Zaitov, Open mapping theorem for spaces of weakly additive homo-geneous functionals, Mathematical Notes 88 (5) (2010), 683–688.
3. T Radul, Topology of the space of order-preserving functionals, Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Mathematics, 47 (1) (1999) 53–60.

NUMERICAL ANALYSIS OF SPACE DATA ON DENSITIES IN ASTROPHYSICAL GLOBULAR CLUSTERS

S.J. Turaev, S.N. Nuritdinov

National University of Uzbekistan, Department of Astronomy and Astrophysics
sobr8488@mail.ru

Globular clusters (GC) are the oldest objects in the Universe and have a high concentration of stars towards their center. The density increases so rapidly towards the center that in the core of the cluster it can be 100 or 1000 times greater than their average density. Many authors studied the behavior of apparent density in GC (see, for example, Navarro et al. (1996), Hernquist, (1990), Jaffe, (1983)) in order to analyze the surface density and surface brightness in these objects. Based on these studies, we propose the following generalized model

$$\sigma(r,\lambda_2,\lambda_1,r^*,\sigma_0)=\sigma_0(\frac{r}{r^*})^{-\lambda_1}[1+\frac{r}{r^*}]^{-\lambda_2}. \quad (47)$$

Here λ_1, λ_2, r^* Рё σ_0 are free parameters, and $\lambda_1+\lambda_2=\lambda$ characterizes the degree of concentration of stars towards the GC center, r^* is a value that is related to the cluster core radius r_c, and σ_0 is the apparent density in the central part of the GC. To determine the values of the four free parameters for particular GC in accordance with the observational data obtained by the Hubble and Gaia space telescopes it is necessary to minimize the sum of the differences between the observed and theoretical densities, and namely the function

$$F(\lambda_1,\lambda_2,r^*,\sigma_0)=\sum_k[\sigma(r,\lambda_1,\lambda_2,r^*,\sigma_0)-\sigma^k_{obs}]^2 \quad (48)$$

by the χ-square method and the simplex method. For example, the basic principle of the simplex method is to first calculate some вЂњstartingвЂќ basic case, and then search for cases that improve the value of the function (2). On the basis of these methods, we have determined the free parameters by inputting data obtained with the indicated space telescopes and special computer programs available within MATHLAB. In addition, correlations have been found between the main physical characteristics of the GC obtained from observations and the concentration parameter λ, which is the main of the determined parameters. On the basis of our results, we propose a classification of GCs that solves the Shapley-Sawyer problem, which was first considered 95 years ago and remains unsolved up to us.

References

1. Julio F. Navarro et al., The Structure of Cold Dark Matter Halos, Mon. Not. R. Ast. Soc., Volume 202, Issue 4, April 1983, Pages 995вЂ“999.
2. L. Hernquist, An Analytical Model for Spherical Galaxies and Bulges, The Astrophys-icalJournal, 356:359-364,1990 June 20.
3. Walter Jaffe, A simple model for the distribution of light in spherical galaxies, Mon. Not. R. Ast. Soc., Volume 202, Issue 4, April 1983, P. 995вЂ“999.

AN ABSTRACT CHARACTERIZATION OF SCHATTEN'S IDEAL $\mathcal{C}_1$

Toshmatova M.M., Madaminov S.M.

National university of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan;
toshmatovamaftunahon5@gmail.com, itsmadaminov97@mail.ru

Let $(\mathcal{H},(\cdot,\cdot))$ be an infinite-dimensional Hilbert space over $\mathbb{C}$, and let $(\mathcal{B}(\mathcal{H}),\|\cdot\|_\infty)$ be the $C^\star$–algebra of all bounded linear operators in $\mathcal{H}$. Denote by $\mathcal{K}(\mathcal{H})$ $(\mathcal{F}(\mathcal{H}))$ the two-sided ideal of compact (respectively, finite rank) linear operators in $\mathcal{B}(\mathcal{H})$. It is well known that, for any proper two-sided ideal $\mathcal{I}\subset\mathcal{B}(\mathcal{H})$, we have $\mathcal{F}(\mathcal{H})\subset\mathcal{I}$, and if $\mathcal{H}$ is separable, then $\mathcal{I}\subset\mathcal{K}(\mathcal{H})$ (see, for example, [2]).

Denote $\mathcal{B}_h(\mathcal{H}) = \{x \in \mathcal{B}(\mathcal{H}) : x = x^*\}$, $\mathcal{B}_+(\mathcal{H}) = \{x \in \mathcal{B}_h(\mathcal{H}) : x0\}$, and let $\tau : \mathcal{B}_+(\mathcal{H}) \to [0, \infty]$ be the *canonical trace* on $\mathcal{B}(\mathcal{H})$, that is,

$$\tau(x) = \sum_{j\in J}(x\varphi_j, \varphi_j), \quad x \in \mathcal{B}_+(\mathcal{H}),$$

where $\{\varphi_j\}_{j\in J}$ is an orthonormal basis in $\mathcal{H}$ (see, for example, [3]).

Let $x \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$, and let $\{e_\lambda(|x|)\}_{\lambda 0}$ be the spectral family of projections for the absolute value $|x| = (x^*x)^{1/2}$ of x, that is, $e_\lambda(|x|) = \{|x| \le \lambda\}$. If $t > 0$, then the *t-th generalized singular number* of x, or the *non-increasing rearrangement* of x, is defined as

$$\mu_t(x) = \inf\{\lambda > 0 : \ \tau(e_\lambda(|x|)^\perp) \le t\}.$$

A non-zero linear subspace $X \subset \mathcal{B}(\mathcal{H})$ with a Banach norm $\|\cdot\|_X$ is called *symmetric* (*fully symmetric*) if the conditions

$$x \in X, \ y \in \mathcal{B}(\mathcal{H}), \ \mu_t(y) \le \mu_t(x) \quad \text{for all} \quad t > 0$$

(respectively,

$$x \in X, \ y \in \mathcal{B}(\mathcal{H}), \ \int_0^s \mu_t(y)dt \le \int_0^s \mu_t(x)dt \quad \text{for all} \quad s > 0 \quad (\text{writing } y \prec\prec x))$$

imply that $y \in X$ and $\|y\|_X \le \|x\|_X$.

The spaces $(\mathcal{B}(\mathcal{H}), \|\cdot\|_\infty)$ and $(\mathcal{K}(\mathcal{H}), \|\cdot\|_\infty)$ as well as the classical Banach two-sided ideals

$$\mathcal{C}_p = \{x \in \mathcal{K}(\mathcal{H}) : \ \|x\|_p = \tau(|x|^p)^{1/p} < \infty\}, \ 1 \le p < \infty,$$

are examples of fully symmetric spaces.

It should be noted that for every symmetric space $(X, \|\cdot\|_X) \subset \mathcal{B}(\mathcal{H})$ and all $x \in X$, $a, b \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$,

$$\|x\|_X = \|\,|x|\,\|_X = \|x^*\|_X, \quad axb \in X, \quad \text{and} \quad \|axb\|_X \le \|a\|_\infty \|b\|_\infty \|x\|_X.$$

Let $(X, \|\cdot\|_X) \subset \mathcal{K}(\mathcal{H})$ be a symmetric space. Fix an orthonormal basis $\{\varphi_j\}_{j\in J}$ in $\mathcal{H}$ and choose a countable subset $\{\varphi_{j_n}\}_{n=1}^\infty$. Let p_n be the one-dimensional projection on the subspace $\mathbb{C} \cdot \varphi_{j_n} \subset \mathcal{H}$. It is clear that the set

$$E(X) = \left\{\xi = \{\xi_n\}_{n=1}^\infty \in c_0 : \ x_\xi = \sum_{n=1}^\infty \xi_n p_n \in X\right\}$$

(the series converges uniformly), is a symmetric sequence space with respect to the norm $\|\xi\|_{E(X)} = \|x_\xi\|_X$. Consequently, each symmetric subspace $(X, \|\cdot\|_X) \subset \mathcal{K}(\mathcal{H})$ uniquely generates a symmetric sequence space $(E(X), \|\cdot\|_{E(X)}) \subset c_0$. The converse is also true: every symmetric sequence space $(E, \|\cdot\|_E) \subset c_0$ uniquely generates a symmetric space $(\mathcal{C}_E, \|\cdot\|_{\mathcal{C}_E}) \subset \mathcal{K}(\mathcal{H})$ by the following rule (see, for example, [1]):

$$\mathcal{C}_E = \{x \in \mathcal{K}(\mathcal{H}) : \ \{s_n(x)\} \in E\}, \quad \|x\|_{\mathcal{C}_E} = \|\{s_n(x)\}\|_E.$$

In addition,

$$E(\mathcal{C}_E) = E, \ \|\cdot\|_{E(\mathcal{C}_E)} = \|\cdot\|_E, \ \mathcal{C}_{E(\mathcal{C}_E)} = \mathcal{C}_E, \ \|\cdot\|_{\mathcal{C}_{E(\mathcal{C}_E)}} = \|\cdot\|_{\mathcal{C}_E}.$$

We will call the pair $(\mathcal{C}_E, \|\cdot\|_{\mathcal{C}_E})$ a *Banach ideal of compact operators*. It is known that $(\mathcal{C}_p, \|\cdot\|_p) = (\mathcal{C}_{l^p}, \|\cdot\|_{\mathcal{C}_{l^p}})$ for all $1 \le p < \infty$ and $(\mathcal{K}(\mathcal{H}), \|\cdot\|_\infty) = (\mathcal{C}_{c_0}, \|\cdot\|_{\mathcal{C}_{c_0}})$.

We say that a Banach ideal $(\mathcal{C}_E, \|\cdot\|_{\mathcal{C}_E})$ is *fully symmetric* if $(E, \|\cdot\|_E)$ is a fully symmetric sequence space.

Examples of fully symmetric ideals include $(\mathcal{K}(\mathcal{H}), \|\cdot\|_\infty)$ as well as the Schatten's Banach ideals $(\mathcal{C}_p, \|\cdot\|_p)$ for all $1 \le p < \infty$. It is clear that $\mathcal{C}_1 \subset \mathcal{C}_E \subset \mathcal{K}(\mathcal{H})$ for every symmetric sequence space $E \subset c_0$ with $\|x\|_{\mathcal{C}_E} \le \|x\|_1$ and $\|y\|_\infty \le \|y\|_{\mathcal{C}_E}$ for all $x \in \mathcal{C}_1$ and $y \in \mathcal{C}_E$.

Now we give an abstract characterization of ideal $\mathcal{C}_1$.

Theorem. Let E be a Banach ideal of compact operators with following property

$$\|x + y\| = \|x\| + \|y\|$$

for all $x, y \in \mathcal{B}_h(\mathcal{H})$, $x \cdot y = 0$. Then $E = \mathcal{C}_1$.

References

1. Lord S., Sukochev F., Zanin D., Singular Traces, Walter de Gruyter GmbH, 2013.

2. Simon B., Trace Ideals and Their Applications, Mathematical Surveys and Monographs, AMS, 2005.

3. Stratila S., Zsido L., Lectures on von Neumann algebras, Editura Academiei, Bucharest, 1979.

On subgroups of index 5 for the group representation of a Cayley tree

D. O. Uktamalieva

National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan;
uktamaliyevadilobar98@gmail.com

A Cayley tree (Bethe lattice) Γ^k of order $k \ge 1$ is an infinite homogeneous tree, i.e., a graph without cycles, such that exactly $k + 1$ edges originate from each vertex. Let $\Gamma^k = (V, L)$ where V is the set of vertices and L that of edges (arcs).

Mainly, K-weakly periodic Gibbs measure of some models only has been studying for the case that K is a normal subgroup of the group G_k. Now, we consider K-weakly periodic Gibbs measures of Ising model on the Cayley tree for the case that K is not normal subgroup of index 5 for the group G_k[see 1-3].

Let $A_0 = \{4, ..., k+1\}$, $A_s = \{s\}$, $s \in \{1, 2, 3\}$, i.e., $m_i = i$, $i \in \{1, 2, 3\}$. Now, we consider functions $u_{\{1\}\{2\}\{3\}} : \{a_1, a_2, ..., a_{k+1}\} \to \{e, a_1, a_2, a_3, a_4\}$ and $\gamma : \langle a_1, a_2, a_3, a_4 \rangle \to \{e, a_1, a_2, a_3, a_4\}$:

$$u_{\{1\},\{2\},\{3\}}(x) = \begin{cases} e, & \text{if } x = a_i, \ i \in A_0 \\ a_i, & \text{if } x = a_i, \ i \in \{1, 2, 3\}, \end{cases} \tag{49}$$

$$\gamma(x) = \begin{cases} e, \text{ if } \ x = e; \\ a_1, \text{ if } \ x \in \{a_3a_1, a_2a_3, a_4a_2\}; \\ a_2, \text{ if } \ x \in \{a_1a_3, a_3a_2, a_4a_1\}; \\ a_3, \text{ if } \ x \in \{a_1a_2, a_2a_1, a_4a_3\}; \\ a_4, \text{ if } \ x \in \{a_1a_4, a_2a_4, a_3a_4\}; \\ \gamma(a_{i_1}a_{i_2}a_{i_3}...a_{i_{n-2}}\gamma(a_{i_{n-1}}a_{i_n})), \text{ if} \\ x = a_{i_1}a_{i_2}a_{i_3}...a_{i_{n-2}}a_{i_{n-1}}a_{i_n}, l(x) > 2. \end{cases} \tag{50}$$

Put

$$K_0^* = \{x \in G_k |\ \gamma(u_{\{1\}\{2\}\{3\}}(x)) = e\}.$$

Theorem 1. K_0^* is a subgroup of index 5 of the group G_2, i.e.

$$G_2/K_0^* = \{K_0^*, K_1^*, K_2^*, K_3^*, K_4^*\}$$

with the following cosets:

$$K_1^* = \{x \in G_2|\ \gamma(u_{\{1\}\{2\}\{3\}}(x)) = a_1\}, \quad K_2^* = \{x \in G_2|\ \gamma(u_{\{1\}\{2\}\{3\}}(x)) = a_2\},$$

$$K_3^* = \{x \in G_2|\ \gamma(u_{\{1\}\{2\}\{3\}}(x)) = a_3\}, \quad K_4^* = \{x \in G_2|\ \gamma(u_{\{1\}\{2\}\{3\}}(x)) = a_4\}.$$

References

1. D.S. Malik, J.N. Mordeson, M.K. Sen: Fundamentals of Abstract Algebra, *McGraw-Hill Com.* (1997).
2. F.H.Haydarov, R.A.Ilyasova: On periodic Gibbs measures of Ising model corresponding to new subgroups of the group representation of the Cayley tree, Theor.Math.Phys. 210(2), (2022) pp. 261-274.
3. U.A. Rozikov, *Gibbs measures on Cayley trees.* World Sci. Publ. Singapore. 2013.

Weakly periodic Gibbs measures for Ising model on Cayley trees

D. O. Uktamalieva[1], F.H.Haydarov[2]

[1]National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan;
uktamaliyevadilobar98@gmail.com
[2]National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan;
haydarov_imc@mail.ru

We consider models where the spin takes values in the set $\Phi := \{-1, 1\}$, and is assigned to the vertices of the Cayley tree. For $A \subset V$ a configuration σ_A on A is an arbitrary function $\sigma_A : A \to \Phi$. The set of all configurations on A is denoted by $\Omega_A = \Phi^A$.

Let $\{h_x \in R, x \in V\}$ be a collection of real numbers and function $h_x, x \in V$.

Definition 1 Let K be a subgroup of G_k, $k \geq 1$. We say that a function $h = \{h_x \in R : x \in G_k\}$ is K- periodic if $h_{yx} = h_x$ for all $x \in G_k$ and $y \in K$. A G_k- periodic function h is called translation-invariant.

A Gibbs measure is called K-*periodic* if it corresponds to K-periodic function h. Let $G_k : K = \{K_1, ..., K_r\}$ be a family of cosets, K is a subgroup of index $r \in \mathbb{N}$.

Let $A_0 = \{4, ..., k+1\}$, $A_s = \{s\}$, $s \in \{1,2,3\}$, i.e., $m_i = i$, $i \in \{1,2,3\}$. Now, we consider functions $u_{\{A_1\}\{A_2\}\{A_3\}} : \{a_1, a_2, ..., a_{k+1}\} \to \{e, a_1, a_2, a_3, a_4\}$ and $\gamma : \langle a_1, a_2, a_3, a_4\rangle \to \{e, a_1, a_2, a_3, a_4\}$:

$$u_{\{A_1\}\{A_2\}\{A_3\}}(x) = \begin{cases} e, & \text{if } \ x = a_i, \ i \in \ A_0\}; \\ a_i, & \text{if } \ x = a_i, \ i \in \{1,2,3\}, \end{cases} \tag{51}$$

$$\gamma(x) = \begin{cases} e, \text{ if } \ x = e; \\ a_1, \text{ if } \ x \in \{a_3a_1, a_2a_3, a_4a_1\}; \\ a_2, \text{ if } \ x \in \{a_1a_3, a_3a_2, a_4a_2\}; \\ a_3, \text{ if } \ x \in \{a_1a_2, a_2a_1, a_4a_3\}; \\ a_4, \text{ if } \ x \in \{a_1a_4, a_2a_4, a_3a_4\}; \\ \gamma(a_{i_1}a_{i_2}a_{i_3}...a_{i_{n-2}}\gamma(a_{i_{n-1}}a_{i_n})), \text{ if} \\ x = a_{i_1}a_{i_2}a_{i_3}...a_{i_{n-2}}a_{i_{n-1}}a_{i_n}, l(x) > 2. \end{cases} \tag{52}$$

Put

$$K_0^* = \{x \in G_k | \ \gamma(u_{\{A_1\}\{A_2\}\{A_3\}}(x)) = e\}.$$

Proposition 1 K_0^* is a subgroup of index 5 of the group G_3.

Theorem 2 All K_0^*-weakly periodic Gibbs measures for the Ising model on G^3 are translation-invariant.

References

1. U.A. Rozikov, *Gibbs measures on Cayley trees*. World Sci. Publ. Singapore. 2013.
2. F.H.Haydarov, R.A.Ilyasova: On periodic Gibbs measures of Ising model corresponding to new subgroups of the group representation of the Cayley tree, Theor.Math.Phys. 210(2), (2022) pp. 261-274.

Dynamics of non-Volterra QSO defined in a finite-dimensional simplex.

Xujamova Shohsanam Amirqul qizi

Karshi State University, Uzbekistan. 17, Ko'chabog' str., 180100, Karshi, Uzbekistan.
xujamovashohsanam@gmail.com

Let $E = \{1, 2, \dots, m\}$ be a finite set and the set of all probability distributions on the set E

$$S^{m-1} = \{\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in \mathbb{R}^m : \ x_i \geq 0, \ \text{for any } i \ \text{ and } \ \sum_{i=1}^{m} x_i = 1\}$$

the $(m-1)$-dimensional simplex.

A quadratic stochastic operator (QSO) is a mapping $V : S^{m-1} \to S^{m-1}$ of the form

$$V : x'_k = \sum_{i,j=1}^{m} P_{ij,k} x_i x_j, \quad k = 1, ..., m. \tag{53}$$

where $P_{ij,k}$ are the coefficients of heredity such that

$$P_{ij,k} 0, \quad \sum_{k=1}^{m} P_{ij,k} = 1 \tag{54}$$

and the coefficients $P_{ij,k}$ do not change for any permutation of i and j.

A Volterra QSO is defined by (1), (2) and by the additional condition $P_{ij,k} = 0 \; k \notin \{i, j\}$ (see [2]).

Consider the following QSO defined on the S^{m-1}

$$V : \begin{cases} x'_k = a_{ki} \sum\limits_{i=1}^{m-1} x_i x_m + b_k \left(\sum\limits_{i=1}^{m-1} x_i \right)^2, \quad k = \overline{1, m-1} \\ x'_m = x_m^2 + b_m \left(\sum\limits_{i=1}^{m-1} x_i \right)^2 \end{cases} \tag{55}$$

where $b_k \in [0;1]$, $\sum\limits_{i=1}^{m} b_i = 2$, $a_{ki} \in [0,2]$, $\sum\limits_{i=1}^{m-1} a_{ki} = 2$, $k, i \in \{1,\, 2,\, \ldots, m-1\}$. Note that the operator (3) is a non-Volterra QSO.

Theorem. For the QSO V (3) the following statements are true:

i) $Fix\,(V) = \{\mathbf{e}_m,\, \mathbf{x}^*\}$,

where $\mathbf{e}_m = (0, 0, \ . \ . \ . \ , 0, 1)$, $\mathbf{x}^* = \left(\frac{b_1 + a_{1i} b_m}{(1+b_m)^2}; \frac{b_2 + a_{2i} b_m}{(1+b_m)^2}; \ . \ . \ . \ ; \frac{b_{m-1} + a_{m-1i} b_m}{(1+b_m)^2}; \frac{b_m}{1+b_m} \right)$;

ii) $\mathbf{e}_m$ is a saddle point and $\mathbf{x}^*$ is an attracting point;

iii) $\lim\limits_{n \to \infty} V^n \left(\mathbf{x}^{(0)} \right) = \begin{cases} \mathbf{e}_m & if \;\; x_m = 1 \\ \mathbf{x}^* & if \;\; x_m \neq 1 \end{cases}$.

References

1. Devaney R. L. An introduction to chaotic dynamical system. Westview Press, 2003.
2. Rozikov U.A. Population dynamics: algebraic and probabilistic approach. World Sci. Publ. Singapore. 2020, 460 pp.

ON DYNAMICS OF POSITIVE RIESZ TYPE STOCHASTIC OPERATORS

Xusanov Sh.G'.[1], Khakimov O.N.[2]
[1]Gulistan State University, Gulistan, Uzbekistan;
[2]V.I.Romanovski Institute of Mathematics, Tashkent, Uzbekistan;
o.khakimov@mathinst.uz

Let $m \geq 2$ be an integer and S^{m-1} be a $(m-1)$-dimensional simplex. On S^{m-1} we consider the following operator

$$(T_A(\mathbf{x}))_i = \frac{(A\mathbf{x})_i}{\sum_{k=1}^{m}(A\mathbf{x})_k}, \qquad i = \overline{1,m},$$

where $A : \mathbb{R}_+^m \to \mathbb{R}_+^m$ be a linear operator.

Definition 1. Let matrix $A = (a_{ij})_{i,j=1}^m$ has the following properties:

(A1) $a_{ij} \geq 0$ for every $i, j \in \{1, 2, \ldots, m\}$;

(A2) $\sum_{j=1}^{i} a_{ij} = 1$ for all $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$;

(A3) $\sum_{i=1}^{m} a_{ii} < m$ for any $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$.

Then operator T_A associated to A is called Riesz type stochastic operator (in short RSO). Moreover, if $a_{ij} \neq 0$ for any $j \leq i$ then RSO associated by $A = (a_{ij})_{i,j=1}^m$ is called *positive RSO.*

For every $k \in \{1, 2, \ldots, m-1\}$ a set

$$\Gamma_k = \left\{\mathbf{x} \in S^{m-1} : x_i = 0 \text{ for every } i > k \text{ and } x_k \neq 0\right\}$$

is an invariant w.r.t. T_A. Moreover, $\{\Gamma_k\}_{k=1}^m$ be a partition of S^{m-1}. Some basic properties of RSOs have been studied in [1], [2].

Proposition 1. Let $A = (a_{ij})_{i,j=1}^m$ be a positive matrix such that $\prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^i a_{ij} \neq 0$. If $a_{22} > a_{33} > \cdots > a_{mm}$ then for every pair (k, l) with $k > l \geq 1$ there exists a number $c_{kl} > 0$ such that

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{kl}^{(n)}}{a_{ll}^{(n)}} = c_{kl}. \tag{56}$$

Theorem 1. Let $A = (a_{ij})_{i,j=1}^m$ be a positive matrix such that $\prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^i a_{ij} \neq 0$. If $a_{22} > a_{33} > \cdots > a_{mm}$ then for every $k \in \{1, 2, \ldots, m\}$ the operator $Fix(T_A \cap \Gamma_k) = \{\mathbf{p}_k\}$, where

$$p_{kj} = \begin{cases} 0, & \text{if } j < k; \\ \frac{c_{jk}}{c_{kk}+\cdots+c_{mk}}, & \text{if } k \leq j \leq m; \end{cases}$$

Here, c_{jk} defined as (1). Moreover, for every initial point $\mathbf{x} \in \Gamma_k$ one has $\lim\limits_{n\to\infty} T_A^n(\mathbf{x}) = \mathbf{p}_k$.

References

1. Khakimov O.N., On dynamics of Cezaro operator on S^{m-1}. // Infinite Dimensional Analysis, Quantum Probability and Applications. ICQPRT 2021. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics. 390, 2022.

2. Khakimov O., Saidov A., On dynamics of Riesz type operators. // Abstract of the Conference "Theoretical foundations and applied problems of modern mathematics Andijan, March 28, 2022, p.54–56.

HYPERCYCLICITY OF IDENTITY PLUS BACKWARD SHIFT OPERATOR ON THE SPACE OF NULL SEQUENCES

Yarasheva R[1], Khakimov O.N.[2]
[1]Namangan State University, Namangan, Uzbekistan;
[2]V.I.Romanovski Institute of Mathematics, Tashkent, Uzbekistan;
o.khakimov@mathinst.uz

Let X and Y be topological vector spaces over non-Archimedean valued field $\mathbb{K}$. By $L(X,Y)$ we denote the set of all continuous linear operators from X to Y. If $X=Y$ then $L(X,Y)$ is denoted by $L(X)$. In what follows, we use the following terminology: T is a linear continuous operator on X means that $T\in L(X)$. The T-*orbit* of a vector $\mathbf{x}\in X$, for some operator $T\in L(X)$, is the set

$$O(\mathbf{x},T):=\{T^n(\mathbf{x}):n\in\mathbb{Z}_+\}.$$

An operator $T\in L(X)$ is called *hypercyclic* if there exists some vector $\mathbf{x}\in X$ such that its T-orbit is dense in X. The corresponding vector $\mathbf{x}$ is called T-*hypercyclic*, and the set of all T-hypercyclic vectors is denoted by $HC(T)$. Some basic properties of hypercyclic operator over non-Archimedean vector spaces were studied in [2].

Definition 1. [1] Let X be a topological vector space, and let $T\in L(X)$. It is said that T satisfies the **Hypercyclicity Criterion** if there exist an increasing sequence of integers (n_k), two dense sets $\mathcal{D}_1,\mathcal{D}_2\subset X$ and a sequence of maps $S_{n_k}:\mathcal{D}_2\to X$ such that:

(1) $T^{n_k}(\mathbf{x})\to\mathbf{0}$ for any $\mathbf{x}\in\mathcal{D}_1$;

(2) $S_{n_k}(\mathbf{y})\to\mathbf{0}$ for any $\mathbf{y}\in\mathcal{D}_2$;

(3) $T^{n_k}S_{n_k}(\mathbf{y})\to\mathbf{y}$ for any $\mathbf{y}\in\mathcal{D}_2$.

Let c_0 be a space of null sequences over non-Archimedean valued field $\mathbb{K}$. For a given scalar $\mu\in\mathbb{K}$ we consider the operator

$$T_\mu=I+\mu B,$$

where I is an identity mapping and B is an unweighted backward shift.

We will show that hypercyclicity of T_μ is equivalent to the Hypercyclicity Criterion.

Theorem 1. For the operator T_μ acting on c_0 the following statements are equivalent:

(i) T_μ satisfies Hypercyclicity Criterion;

(ii) T_μ is hypercyclic;

(iii) $|\mu|>1$.

References

1. Bes, J., Peris A., Hereditarily hypercyclic operators. // J. Func. Anal. 1999, V.167, p. 94–112.
2. Mukhamedov F., Khakimov O., Dynamics of linear operators on non-Archimedean vector spaces. // Bulletin of the Belgian Mathematical Society, 2018, 25, p. 85–105.

Об одной краевой задаче с условием Бицадзе-Самарского для уравнения гиперболического типа второго рода

Абдимуминова Ш. А.
Национальный Университет Узбекистана им. М. Улугбека
abdimuminova1998@gmail.com

Рассмотрим уравнение

$$u_{xx} - (-y)^m u_{yy} = 0, \quad 0 < m < 1, \quad y < 0 \tag{57}$$

в конечной односвязной области D полуплоскости $y < 0$, ограниченной характеристиками

$$AC: \ x - (1-2\beta)(-y)^{\frac{1}{1-2\beta}} = 0, BC: \ x + (1-2\beta)(-y)^{\frac{1}{1-2\beta}} = 1$$

где $A\,(0,0)$, $B\,(1,0)$, $C\left(\frac{1}{2};\ -2\,(1-2\beta)^{2\beta-1}\right)$, уравнения (119) и отрезком AB оси $y=0$.

$$2\beta = \frac{m}{m-2}, \quad -1 < 2\beta < 0. \tag{58}$$

Введем обозначения: $J \equiv AB = \{(x,y): \ 0 < x < 1, \ y = 0\}$

$$J_1 = \{(x,y): \ \ 0 < x < c, y = 0\}, J_2 = \{(x,y): \ \ c < x < 1, y = 0\}, c \in J.$$

Характеристик уравнения (119), выходящих из точки $E(c,0) \in J$ параллельно с характеристиками AC и BC соответственно обозначим:
$EP: \ x - (1-2\beta)(-y)^{1/(1-2\beta)} = c$ и $EQ: \ x + (1-2\beta)(-y)^{1/(1-2\beta)} = c$,

$$\theta(x) = \left(\frac{x-1}{2};\ -\left[\frac{x+1}{2(1-2\beta)}\right]^{1-2\beta}\right),\ \theta^*(x) = \left(\frac{x+c}{2};\ -\left[\frac{x-c}{2(1-2\beta)}\right]^{1-2\beta}\right)$$

- аффиксы точек пересечения характеристик уравнения (119), выходящих из точки $M(x,0) \in J_2$ с характеристиками AC и EP.

В области D для уравнения (119) исследуем следующую задачу.

Задача M_2**.** Найти функцию $u(x,y)$ со следующими свойствами:

1. $u(x,y) \in C(\bar{D})$;
2. $u(x,y)$ - обобщенные решения класса R_2 [1] уравнения (119) в области $D \backslash \left(EP \bigcup EQ\right)$;
3. функция $u(x,y)$ удовлетворяет следующим условиям:

$$u(x,y)|_{y=0} = \tau\,(x), \quad (x,0) \in \bar{J},$$

$$u(x,y)|_{AQ} = \psi(x), \qquad 0 \le x \le \frac{c}{2},$$

$$D_{0x}^{-\beta}\frac{d}{dx}u[\theta(x)] = \mu D_{cx}^{-\beta}\frac{d}{dx}u[\theta^*(x)] + \rho(x), x \in J_2;$$

где $\tau(x)$, $\psi(x)$ $\rho(x)$ - заданные функции, причем

$$\mu = const \le 0, \quad \tau(0) = \psi(0) = 0, \quad \psi\left(\frac{c}{2}\right) = \rho(c), \tag{59}$$

$$\tau(x) \in C\left(\bar{J}\right) \bigcap C^{(1,k)}(J), \quad k > -2\beta \tag{60}$$

$$\psi(x) \in C^2[0; c/2], \quad \rho(x) \in C^2[c; 1]. \tag{61}$$

Заметим, что задача M_1 для уравнения (119) при $c = 1$ изучена в работе [2].

Доказана следующая теорема.

Теорема. Если выполнены (120), (121) - (123), то задача M_2 однозначно разрешима в области D.

Литература

1. Смирнов М.М. Уравнения смешанного типа. Высшая школа, 1985. 304 с.

2. Кароль И.Л. Об одной краевой задаче для уравнения смешаного эллиптико-гиперболического типа.// Доклады АН СССР. 1953. Т.88. № 2. С.197-200.

Ряды Лорана-Хуа Ло-кена относительно классических областей

Ж.Ш.Абдуллаев[1], М.Х.Гайратова[1]

[1]Ургенчский государственный университет, Ургенч, Узбекистан;
jonibek-abdullayev@mail.ru
madinagayratova@mail.ru

Лорановские разложения в классическом комплексном анализе играют важную роль в исследованиях при изучении голоморфных функций в окрестности изолированных особых точек (в кольце). Аналоги рядов Лорана в многомерном комплексном анализе уже построены, например, в произведении круговых колец (см. [1])

$$\{z \in \mathbb{C}^n : r_\nu < |z_\nu - a_\nu| < R_\nu, \, \nu = 1, 2, ..., n\} \tag{1}$$

Именно, всякую функцию f, голоморфную в (1), можно представить в виде кратного ряда Лорана

$$f(z) = \sum_{|k|=-\infty}^{\infty} c_k (z-a)^k,$$

где $k = (k_1, k_2, ..., k_n)-$ целочисленные векторы, и

$$c_k = \frac{1}{(2\pi i)^n}\int\limits_{\Gamma} \frac{f(\zeta)\,d\zeta}{(\zeta - a)^{k+1}}, \Gamma = \left\{\zeta \in \mathbb{C}^n : |\zeta_\nu - a_\nu| = \rho_\nu, \, r_\nu < \rho_\nu < R_\nu, \, \nu = 1, 2, ..., n\right\}.$$

В работах Э. Картана [2], Хуа Ло-кена [3], а также в [4] широко используются матричный подход изложений теории многомерного комплексного анализа. Здесь в основном исследованы классические области и связанные с ними вопросы теории функции и геометрии. Важность изучения классических областей состоит в том, что они не являются приводимыми, т.е. эти области в каком-то смысле являются модельными областями многомерного пространства. По классификации Э. Картана имеется четыре типа неприводимых классических областей (см. напр. [2-3]).

В тезисе проводятся аналоги рядов Лорана (в дальнейшем мы будем называть эты ряды рядами Лорана-Хуа Ло-кена) относительно первого, второго и третьего типов классических областей. Для этого сначала введены понятие матричного кольца, затем в этом матричном кольце использовались интегральные свойства типа Бохнера-Хуа Ло-кена для получения аналогов ряда Лорана.

References

1. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, ч.2. М.: Наука. 1985. 464 с.
2. É.Cartan, Sur les domaines bornes homogenes de l 'espace de n variables complexes, Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg, 11(1935), pp. 116-162.
3. Хуа Ло-кен. Гармонический анализ функций многих комплексных переменных в классических областях. М.: ИЛ, 1959. 163 с.
4. Г. Худайберганов, А. М. Кытманов, Б. А. Шаимкулов. Анализ в матричных областях. Монография. Красноярск: Сибирский федеральный ун-т, 2017. 297 с.

О КОРРЕКТНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Аликулов Т.Н.[1], Ашуров Ш.Б.[2]

Национальный Университет Узбекистана, Ташкент, Узбекистан;
e-mail: tolibaka@mail.ru1
Национальный Университет Узбекистана, Ташкент, Узбекистан;
e-mail: shaxzod@mail.ru2

В настоящей работе исследуются краевые задачи для уравнения

$$\frac{d^2u(t)}{dt^2} = Hu(t), \quad 0 \le t \le T \le \infty, \tag{1}$$

где $H(x,\ D)$- эллиптический дифференциальный оператор второго порядка вида

$$H(x,\ D) = -\Delta + q(x). \tag{2}$$

Здесь функция $q(x)$ действительнозначная функция действительных переменных допускается особенность вида

$$|D^{\alpha}q(x)| \le \frac{C}{|x|^{1+|\alpha|+\tau}}, \quad 0 \le |\alpha| = \alpha_1 + \alpha_2 + ... + \alpha_n \le n, \ \ 0 < \tau < 1. \tag{3}$$

В работе получены следующее основные результаты.

Теорема 1. *Пусть* $1 < p < \frac{n}{2+\tau}$. *Тогда*

$$\left\|(H+tI)^{-1}\right\|_{L_p(R^n)} \leq \frac{C}{1+t} \quad (t0) \tag{4}$$

Теорема 2. *Пусть* $1 < p < \frac{n}{2+\tau}$. *Тогда операторы,* H^{α} *при* $\alpha \leq \frac{1}{2}$ *образует сильно непрерывную полугруппу ограниченных операторов.*

Отметим, что $A^{\frac{1}{2}}$ является производящим оператором аналитической полугруппу $V(t)$, удовлетворяющей C_0-условию. Если $z_0,\ W_T \in D(A^{\frac{1}{2}})$, то функция

$$u(t) = V(t)z_0 + V(T-t)W_T \tag{5}$$

является ослабленным решением уравнения (1).

Теорема 3. *Всякое обобщенное решение уравнения (1) имеет вид (5), и наоборот, функция (5) является обобщенным решением уравнения (1) при любых* z_0, $W_T \in D(A^{\frac{1}{2}})$. *Для того чтобы обобщенное решение (5) было ослабленным, необходимо и достаточно, чтобы* z_0, $W_T \in D(A^{\frac{1}{2}})$. *Все обобщенные решения уравнения (1) являются аналитическими функциями от* t *при* $0 < t < T$.

Литература

1. Ильин В.А. Ядра дробного порядка // Мат. сб. 1957. Т. 4, № 41. С.459–480.
2. Алимов Ш.А. Дробные степени эллиптических операторов и изоморфизм классов дифференцируемых функций // Дифференциальные уравнения. 1972. Т. 9, № 8. С. 1609–1626.
3. Красносельский М.А., Забрейко П.П., Пустылник П.Е., Соболевский П.Е. Интегральные операторы в пространствах суммируемых функций. М.: Наука, 1966. -500 с.

ПРИМЕНЕНИЕ ДРОБНЫХ СТЕПЕНЕЙ ОПЕРАТОРА ШРоЕДИНГЕРА С СИНГУЛЯРНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ К ИССЛЕДОВАНИЮ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Аликулов Т.Н.[1]**, Рашидова Н.Р.**[2]
Национальный Университет Узбекистана, Ташкент, Узбекистан;
e-mail: tolibaka@mail.ru1
Национальный Университет Узбекистана, Ташкент, Узбекистан;
e-mail: nazokat@mail.ru2

В настоящей работе в $n-$ мерном евклидовом пространстве R^n рассмотрим эллиптический оператор Шроедингера с сингулярным коэффициентом вида

$$L(x,D) = -\Delta + q(x), \tag{1}$$

с областью определения $\mathbb{D}(L) = W_p^2(R^n)$, $1 \leq p < \frac{m}{2+\tau}$, где потенциал оператора $q(x)$ допускает особенность вида

$$\left|D^{\mu}q(x)\right| \leq \frac{const}{|x|^{1+|\mu|+\tau}}.$$

Здесь $\mu-$ мультииндекс, $0 \leq |\mu| = \sum\limits_{i=1}^{N} \mu_i, \quad 0 \leq \tau < 1$, $\tau-$ целое число.

Рассмотрим дифференциальное уравнение

$$\frac{du(t)}{dt} + Lu(t) = f(t), \tag{2}$$

где t изменяется на промежутке $[0, T]$. Решение уравнения (2), удовлетворяющее начальным условиям

$$u(0) = u_0, \tag{3}$$

может быть записано в виде

$$u(t) = e^{-Lt}u_0 + \int\limits_0^t e^{-L(t-s)}f(s)ds. \tag{4}$$

Метод решения уравнения задачи (2)-(3) заключается в построении последовательных приближение

$$u_N(t) = P_N e^{-Lt}u_0 + \int\limits_0^t e^{-L(t-s)}f(s)ds, \tag{5}$$

где

$$P_N u = \sum_{i=1}^{N}(u, e_i)e_i \ \ (u \in L_2(R^n)).$$

В работе получены следующее основные результаты.

Теорема 1. *Пусть* $1 < p < \frac{m}{2+\tau}$. *Тогда*

$$\|(L + lI)^{-1}\|_{L_p(R^n)} \leq \frac{C}{1+l} \quad (l \geq 0).$$

Теорема 2. *Пусть* $1 < p < \frac{m}{2+\tau}, \|L^{\alpha}u\|_{L_p(R^n)} \leq C\|u\|_{L_2(R^n)} \ (y \in R), 0 < \alpha < 1, u_0 \in D(L^{\nu-\alpha})$ *и* $f(t) \in D(L^{\nu_1-\alpha})$, *где* $\nu_1 > \nu - 1$ *при всех* $t \in [0, T]$, *причем функция*

$$\varphi(t) = L^{\nu_1-\alpha}f(t)$$

непрерывна по норме пространства $L_2(R^n)$ *на* $[0, T]$. *Тогда приближения Фурье (5) сходятся к решению задачи (2), (3) по норме пространства* $L_p(R^n)$ *равномерно относительно* $t \in [0, T]$. *Скорость сходимости характеризуется неравенством*

$$\|u(t) - u_N(t)\|_{L_p(R^n)} = o(\lambda_N^{-\nu}).$$

Литература

1. Ильин В.А. Ядра дробного порядка // Мат. сб. 1957. Т. 4, № 41. С.459–480.
2. Алимов Ш.А. Дробные степени эллиптических операторов и изоморфизм классов дифференцируемых функций // Дифференциальные уравнения. 1972. Т. 9, № 8. С. 1609–1626.
3. Костин В.А., Небольсина М.Н. О корректной разрешимости краевых задач для

уравнения второго порядка // ДАН , 2009. № 428(1). С. 20–22.
4. Халмухамедов А.Р. Об отрицательных степенях сингулярного оператора Шроедингера и сходимость спектральных разложений // Мат. заметки. 1996. № 59(3). С. 428–436.
5. Красносельский М.А., Забрейко П.П., Пустылник П.Е., Соболевский П.Е. Интегральные операторы в пространствах суммируемых функций. М.: Наука, 1966. -500 с.

О ДРОБНЫХ СТЕПЕНЕЙ ОПЕРАТОРА ШРоЕДИНГЕРА С СИНГУЛЯРНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Аликулов Т.Н.[1], Саъдиева Д.С.[2]
Национальный Университет Узбекистана, Ташкент, Узбекистан;
e-mail: tolibaka@mail.ru1
Национальный Университет Узбекистана, Ташкент, Узбекистан;
e-mail: dilsuz@mail.ru2

В настоящей работе в $n-$ мерном евклидовом пространстве R^n рассмотрим эллиптический оператор Шроедингера с сингулярным коэффициентом вида

$$H(x,D) = -\Delta + q(x),$$

где потенциал оператора $q(x)$ допускает особенность вида

$$\left| D^{\mu} q(x) \right| \leq \frac{const}{|x|^{1+|\mu|+\tau}}.$$

Здесь $\mu-$ мультииндекс, $0 \leq |\mu| = \sum\limits_{i=1}^{N} \mu_i, \quad 0 \leq \tau < 1$, $\tau-$ целое число.

В работе получены следующее основные результаты.

Теорема 1. *Пусть* $1 < p < \frac{N}{2+\tau}$. *Тогда*

$$\|(H+tI)^{-1}\|_{L_p(R^N)} \leq \frac{C}{1+t} \quad (t \geq 0). \tag{1}$$

Теорема 2. *Пусть* $1 < p < \frac{N}{2+\tau}$. *Тогда при каждом* $n > \delta$ *дробные степени оператора* $H^{\delta} \quad (\delta > 0)$ *удовлетворяют неравенству*

$$\left\| H^{\delta}(H+tI)^{-n} \right\|_{L_p(R^N)} \leq \frac{C(n,\delta)}{(1+t)^{n-\delta}} \quad (t \geq 0). \tag{2}$$

Теорема 3. *Пусть* $1 < p < \frac{N}{2+\tau}$. *Тогда операторы* $H^{-\alpha}$ *образует сильно непрерывную полугруппу ограниченных операторов.*

Теорема 4. *Пусть* $1 < p < \frac{N}{2+\tau}$, α *и* β *имеют одинаковый знак, причем* $|\alpha| < |\beta|$. *Тогда*

$$\left\| H^{\alpha} u \right\|_{L_p(R^N)} \leq K(\alpha,\beta) \left\| H^{\beta} u \right\|_{L_p(R^N)}^{\frac{\alpha}{\beta}} \cdot \|u\|_{L_p(R^N)}^{1-\frac{\alpha}{\beta}} \quad (u \in D(H^{\beta})), \tag{3}$$

где функция $K(\alpha,\beta)$ зависит (кроме α и β) только от постоянной C, входящей в условие (1).

Литература

1. Ильин В.А. Ядра дробного порядка // Мат. сб. 1957. Т. 4, № 41. С.459–480.
2. Алимов Ш.А. Дробные степени эллиптических операторов и изоморфизм классов дифференцируемых функций // Дифференциальные уравнения. 1972. Т. 9, № 8. С. 1609–1626.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ПРЕСЛЕДОВАНИЯ ПРИ РАЗНОТИПНЫХ ОГРАНИЧЕНИЯХ НА УПРАВЛЕНИЯ ИГРОКОВ

Алишерова С.А.
Национальный университет Узбекистана, Тошкент, Узбекистан
alisherovabilolbek02062019@gmail.com

Постановка задачи. Динамика конфликтно-управляемого процесса описывается системой линейных дифференциально - разностных уравнений нейтрального типа

$$\dot z(t) = A\dot z(t-h) + Bz(t-h) - Cu(t) + Dv(t),\ t \geq 0, \tag{1}$$

где $z(t) \in \mathbb{R}^n, n \geq 1; A,\ B, C,\ D$ — постоянные матрицы; $h > 0$ — действительные числа. Параметры u и v выбираются в виде измеримых векторных функций $u = u(\cdot)$ и $v = v(\cdot)$, удовлетворяющих ограничениям $\|u(\cdot)\|_{L_2[0,\infty)} \leq 1,\ v\,(t) \in Q,\ 0 \leq t < \infty$, такие функции называется допустимыми управлениями, $Q \subset R^q$. Пусть терминальное множество M является линейным подпространством пространством R^n.

Начальным положением для преследования (1) является n — мерная абсолютно непрерывная функция $\varphi(t)$, определенная на отрезке $[-h, 0]$.

Предположение. *Существует число α, $0 \leq \alpha < 1$, такое, что для всех положительных t выполняется включение $\pi K(t)DV \subset \alpha\pi K(t)CU$, где $U = \{u \in R^p : \|u(\cdot)\|_{L_2[0,\infty)} \leq 1, \}$ и $V = \{v \in R^q : v \in Q, \}$ — единичные шары в пространствах управлений.*

Матричная функция $K(t), \pi, \xi[\tau,\varphi(\cdot)]$ — матрица оператора ортогонального проектирования см.[2]. Введем вспомогательное многозначное отображение вида [1]:

$$\hat{W}(\tau,t,v) = \Big\{\lambda \in R : \Big[\lambda\xi[\tau,\varphi(\cdot)]+$$

$$+\pi K(\tau-t)Dv\Big] \bigcap \sqrt{(1-\alpha)\lambda + \alpha\|v\|^2} \cdot \pi K(\tau-t)CU \neq \emptyset\Big\}. \tag{2}$$

Теперь определим разрешающую функцию [1]: $\lambda(\tau,t,v,\varphi(\cdot)) = \sup \hat{W}(\tau,t,v)$.

Теорема. *Полагаем, что выполнено предположение на параметры игры (1). Предположим, что существует момент времени $T = \tau_1(\varphi(\cdot))$ такой, что либо $\xi[\tau_1,\varphi(\cdot)] = 0$, либо $\xi[\tau_1,\varphi(\cdot)] \neq 0$ и для всех допустимых управлений $v(\cdot)$ выполняется неравенство $1 - \inf\Big\{\int\limits_0^{\tau_1} \lambda(\tau_1,\tau_1-t,v(t),\varphi(\cdot))dt\ :\ v(t) \in Q\Big\} \leq 0$. Тогда в игре (1),(2) при ограничениях (2) возможно завершение преследования за время $T = \tau_1(\varphi(\cdot))$.*

Литература

1. Чикрий А.А., Белоусов А.А. О линейных дифференциальных играх с интегральными ограничениями // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2009. Т. 15. № 4. С. 290 – 301
2. Мамадалиев Н. Линейные дифференциальные игры с интегральными ограничениями при наличии запаздываний // Матем. Заметки. 2012. № 5. С. 750–760.

Некоторое кардинальные свойства двойной окружности П.С. Александрова

Авулчаева М.К.

Национальный Университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека
avulchaeva2105@gmail.com

Рассмотрим на плоскости R^2 две концентричные окружности $C_i = \{(x,y) \in R^2 : x^2 + y^2 = 1\}$, где $i = 1,2$, и их объединение $X = C_1 \bigcup C_2$. Отображение проектирования окружности C_1 на окружность C_2 из точки $(0,0)$ будет обозначаться через p. На множестве X будет определена топология с помощью системы окрестностей $\{B(z)\}_{z\in X}$. А именно, положим $B(z) = \{U_i(z)\}_{j=1}^{\infty}$ при $z \in C_1$ и $B(z) = \{\{z\}\}$ при $z \in C_2$, где $U_j = V_j \bigcup p\Big(V_j \backslash \{z\}\Big)$ и V_j является дугой длины $1/j$ окружности C_1 с серединой в точке z.

Множество X вместе с топологией, порожденной семейством $\{B(z)\}_{z\in X}$, является хаусдорфовым пространством.

Пространство X называется *двойной окружностью П.С. Александрова.*

Приведем используемые в работе понятия из общей топологии.

Теснота точки x в топологическом пространстве X есть наименьшее кардинальное число $m\aleph_0$, со следующим свойством: если $x \in |C|$, то существует такое $C_0 \subset C$, что $|_0| \leq m$ и $x \in |_0|$. Это кардинальное число обозначается $t(x,X)$.

Теснота топологического пространства X есть точная верхняя грань всех чисел для $t(x,X)$. Это кардинальное число обозначается $t(X)$.

Кардинал $\tau > \aleph_0$, называется калибром пространства X, если для любого семейства $\mu = \{U_\alpha : \alpha \in A\}$ непустых открытых в X множеств таких, что $|A| = \tau.$, найдется $B \subset A$, для которого $|B| = \tau.$, и $\bigcup \{U_\alpha : \alpha \in B\}$ не пустая множества.

Положим $k(X) = \{\tau : \tau$ — калибр пространства $X\}$.

Кардинал $\tau > \aleph_0$, называется прекалибром пространства X, если для семейства $\mu = \{U_\alpha : \alpha \in A\}$ непустых открытых в X множеств таких, что $|A| = \tau.$, найдется

$B \subset A$, для которого $|B| = \tau$, и $\{U_\alpha : \alpha \in A\}$ - центрировано.

Положим $pk(X) = \{\tau : \tau$ — прекалибр пространства $X\}$.

Число Шанина $sh(X)$ топологического пространства X определяется следующим образом: $sh(X) = min\{\tau : \tau^+$ — калибр пространства $X\}$, где τ^+ – наименьшее из всех кардиналных чисел, строго больших τ.

Число предшанина $psh(X)$ топологического пространства X определяется следующим образом: $psh(X) = min\{\tau : \tau^+$ — прекалибр пространства $X\}$.

Теорема 1[2]. *Пусть X сепарабельное пространство. Тогда всякий несчетный кардинал является калибром пространства X.*

Теорема 2. *Пусть X двойная окружность П.С. Александрова, тогда:*
1) $t(X) = \aleph_1$;
2) $k(X) = \aleph_1$;
3) $pk(X) = \aleph_2$;
4) $sh(X) = \aleph_1$;
5) $psh(X) = \aleph_1$.

Литература

1. Энгелькинг Р. Общая топология: Москва, 1986. 752 с.
2. Архангельский А.В., Пономарев В.И., Основы общей топологии в задачах и упражнениях, 1974. 288 с.
3. Садовничий Ю.В., Бешимов Р.Б., Жураев Т.Ф. Топология. Университет, 2021, 200 с.
4. Бешимов Р.Б., Слабая плотность топологических пространств. Монография.— Т:"Университет",2021.–118 с.

Свойства инвариантных мер системы случайных итераций гомеоморфизмов окружности.

Бегматов А.С.[1], Облаева М.А.[2]

[1]Туринский Политехнический Университет в Ташкенте
[2]Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент;
abdumajidb@gmail.com

В этой работе будут рассмотрены случайные независимые и одинаково распределенные итерации функций из системы случайных итерации гомеоморфизмов окружности. Пусть K — компактное топологическое пространство со своими борелевскими множествами. Мы называем конечное множество. $F = \{f_1, ..., f_N\}$ непрерывных функций $f_j : K \to \mathbf{K}, j = 1, ..., N$ итерационная система функций (ИСФ). Если все отображения f_j являются гомеоморфизмами, как мы, вообще говоря, будем принять здесь, то мы также рассматриваем ассоциированную (ИСФ) $F^{-1} := \{f_1^{-1}, ..., f_n^{-1}\}$ из обратные функции. F^{-1}

Дана $(I_n)_{n\geq 1}$ стохастическая последовательность со значениями в $\{1,\ldots.N\}$, для $x\in K$ определяющее

$$Z_n^x := (f_{I_n}\circ \ldots \circ f_{I_1})(x)$$

$$Z_0^x = x$$

Мы можем рассматривать без ограничения общности неопределенную общую область случайных величин I_n здес $\sum = \{1,...,N\}^N$, снабженный вероятностью мера P определена на ее борелевских подмножествах, где I_n определяется как $I_n(w) = w_n$ для каждый

$$w = (w_1, w_2, ...) \in \sum \text{ и } n \geq 1$$

Позже мы также рассмотрим отображение сдвига $\sigma : \sum \to \sum$ определяемое формулой $\sigma(w_1, w_2, ...) = (w_2, w_3, ...)$. Таким образом, для любых $w = (w_1, w_2, ...) \in \sum$ и $n \geq 0$ любого $x \in K$ мы определяем $Z_n^x(x, w) = x$ где

$$Z_n(x, w) := (f_{w_n} \circ ... \circ f_{w_1})(x), Z_0(x, w) = x \tag{62}$$

Последовательность $(Z_n(x, w))_{n\geq 0}$ называется траекторией, соответствующей реализации w случайного процесса $(Z_n^x)_{n\geq 0}$ начиная с $x \in K$.

Пусть $(I_n)_{n\geq 1}$ - н.и.р. переменные. Тогда вероятностная мера P является мерой Бернулли, определяемой вектором вероятности $p = (p_1, ...p_N)$. Отсюда следует, что $Z_n^x = Z_n(x, \centerdot)$, определенный в (1), и $\hat{Z}_n^x = \hat{Z}_n(x, \centerdot)$ определенные в (2), имеют одинаковые распределение для любого фиксированного $n \geq 1$, и $(Z_n^x)_{n\geq 0}$ является (однородной по времени) цепью Маркова с оператором переноса T, определенным для ограниченных измеримых функций $h : K \to \mathfrak{R}$ и

$$Th(x) := \textstyle\sum_{j=1}^N p_j h(f_j(x))$$

Если p не вырождено, т. е. если $p_j > 0$ для каждого $j = 1, ...N$, то мы называем пара ПФС вероятностями. Цепь Маркова $(Z_n(x, w))_{n\geq 0}$ получается независимыми случайными итерациями, где на каждом шаге итерации функции f_j равны выбирается с вероятностью p_j.

Цепи Маркова, порожденные ИСФ с вероятностями, являются особым классом Марковских цепи, которым в последние годы уделяется большое внимание.

Борелевская вероятностная мера μ на K является инвариантной вероятностной мерой для ПФС с вероятностями , если (F, p)

$$T * \mu = \mu,$$

здесь

$$T * \mu(\cdot) = \sum p_j \mu(f_j^{-1}(\cdot))$$

Мы всегда будем предполагать $K = S^1 = R/Z$, чтобы быть единичной окружностью и рассмотрим ИСФ $F = \{f_j\}_{j=1}^N$ гомеоморфизмов $f_j : S^{-1} \to S^1$. Пусть $(x, y) := min\{|y - x|, 1 - |y - x|\}$ - стандартная метрика на S^1.

ПФС $\{f_j\}_{j=1}^N$ минимален вперед, если для любого открытого множества $O \subset K$ и любого $x \ni K$ существуют некоторые $n \geq 0$ и некоторые $w \in \sum$ такие, что

$$Z_n(x,w) \in O$$

Другими словами, для прямой минимальной ИСФ можно перейти из любой точки, сколь угодно близкой к любой точке у, применяя некоторые конкатенации функций в ИСФ. Если носитель меры совпадает с весь S1, то мера называется иметь полный носитель.

Теорема. Пуст (F,p) - ИСФ(итерационная система функций) с вероятностями гомеоморфизмов окружности и μ_+ - инвариантная вероятностная мера для (F, p). Если F - вперёд минимальная, тогда μ_+ является не атомарной и имеет полный носитель.

Foydalanilgan adabiyotlar

[1].S.N.Lahiri. Resampling Methods for Dependent Data. Springer Series in Statistics , 2003 [2].H.Dehling , R.Fried , O.Sh.Sharipov , D.Vogel , M.Wornowizki. Estimation of variance of partial sums of dependent processes. Statistics and Probability Letters 83 (2013) 141-147

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ПРЕСЛЕДОВАНИЯ С ИНТЕГРАЛЬНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Бекниязов А.[1], Мамадалиев Н.А.[2]

[1,2]Национальный университет Узбекистана, Ташкент, Узбекистан
bekniyazov.asan@mail.ru

Постановка задачи. Динамика конфликтно-управляемого процесса в конечномерном евклидовом пространстве $\mathbb{R}^n$ описывается системой линейных дифференциально - разностных уравнений нейтрального типа, содержащей неизвестную функцию и ее производные в различные моменты времени

$$\dot{z}(t) = \sum_{i=1}^{m} A_i \dot{z}(t-h_i) + \sum_{i=0}^{m} B_i z(t-h_i) - Cu(t) + Dv(t),\ t \geq 0, \tag{1}$$

где $z(t) \in \mathbb{R}^n, n \geq 1; A_i\,(i = \overline{1,m}),\ B_i\,(i = \overline{0,m}),\ C,\ D$ — постоянные матрицы; $0 = h_0 < h_1 < \cdots < h_m$ — действительные числа. Управления $u(t)$, $v(t)$ выбираются в классе измеримых функций удовлетворяющих интегральным ограничениям $\|u(\cdot)\|_{L_2[0,\infty)} \leq \rho$, $\|v(\cdot)\|_{L_2[0,\infty)} \leq \sigma$, $0 \leq t < \infty$, где ρ и σ — неотрицательные константы. Терминальное множество M имеет такой же вид как в [1]. Начальным положением для преследования (1) является n — мерная абсолютно непрерывная функция $\varphi(t)$, определенная на отрезке $[-h_m, 0]$. Преследование считается законченным, когда фазовая точка $z(t)$ впервые попадает на терминальное множество M. Пусть по-прежнему τ — положительное число и $t \in [0,\tau]$.

Предположение 1. *Пусть существует непрерывная неособая матрица $F(\cdot) : \mathbb{R}^q \to \mathbb{R}^p$ являюшаяся решением матричного уравнения $\pi K(t)CX = \pi K(t)D$, где $X-$ искомая функция.*

Построим функцию $\chi^2(\tau) = \sup\Big\{\int\limits_0^\tau \mid F(t)v(t) \mid^2 dt, \ \ \|v(\cdot)\|_{L_2[0,\infty)} \leq 1\Big\}$. Определим величину $\chi^2 = \sup\{\chi^2(\tau) : \tau > 0\}$.

Предположение 2. *Имеет место неравенство* $\rho^2 > \chi^2\sigma^2$.

Рассмотрим многозначное отображение вида $U(t,\tau,v,\lambda) = R(t,v,\lambda)\pi K(\tau-t)CS - \pi K(\tau-t)Dv$. Пусть $\lambda(\varphi(\cdot),t,\tau,v) = \sup\Big\{\lambda \geq 0 : \lambda\eta \in U(t,\tau,v,\lambda)\Big\}$.

Предположение 3. *Выполнено неравенство*

$$\mid \xi[\tau_1,\varphi(\cdot)] \mid - \inf\Big\{\int\limits_0^{\tau_1} \lambda(\varphi(\cdot),t,\tau_1,v(t)) : \|v(\cdot)\| \leq \sigma\Big\} \leq 0.$$

Теорема. *Если выполнены сформулированные выше предположения 1-3, то в игре (1) возможно завершение преследования из заданного начального положения* $\varphi(\cdot) \in X$ *за время* $T(\varphi(\cdot)) = \tau_1$.

Литература

1. Мамадалиев Н., Ибайдуллаев Т.Т. Модификация третьего метода преследования для дифференциально-разностных уравнений нейтрального типа,// Изв.вузов.Матем.,2021. № 11, 21-33.

ВЛИЯНИЕ ВАЛЮТНОГО КУРСА НА ИНФЛЯЦИЮ

Буриева Феруза Нажмиддиновна

Национальный университет Узбекистана, Ташкент, Узбекистан.
feruzaburieva1994@gmail.com

Валютный курс играет активную роль в международных экономических отношениях, а также в воспроизводстве, выступая в качестве инструмента связи между ценностными показателями национальных и мировых рынков. Предприниматель сравнивает затраты на собственное производство с ценами на мировом рынке, используя обменный курс. Данная мера позволяет определить результат внешнеэкономических операций отдельного предприятия или целой страны. Товар, являющийся национальным продуктом труда при реализации товара на мировом рынке, признается общественностью как интернационализированная единица измерения стоимости. А на мировом валютном рынке определяется паритет Интернациональной стоимости валют. На основе соотношения курсов валют рассчитывается эффективный обменный курс с учетом удельного веса этой страны в мировой торговле. Обменный курс в определенной степени влияет на соотношение экспортных и импортных цен, конкурентоспособность фирм, прибыль предприятий. Резкие колебания валютных курсов усугубляют дисбаланс международных экономических, в том числе валютно-кредитных и финансовых отношений и приводят к негативным социально-экономическим последствиям, у одних государств-к убыткам, у других-к выигрышам. Внутренние факторы, влияющие на обменный курс, включают денежно-кредитную политику, проводимую в стране, колебания обменного курса населения и предпринимателей, а также инфляционные ожидания.

В частности, Центральный банк может влиять на уровень спроса и предложения на иностранную валюту, предотвращая рост денежной массы высокими темпами за счет реализации соответствующей денежно-кредитной политики, а также повышая привлекательность активов в национальной валюте.

Наиболее общее, традиционное определение инфляции - переполнение каналов обращения денежной массой сверх потребностей товарооборота, что вызывает обесценение денежной единицы и соответственно рост товарных цен. Другие считают, что инфляция – это рост цен, вызванный переполнением денег, сфер обращения бумажными деньгами сверх их нормальных потребностей. Инфляция - есть многофакторное явление, обусловленное действием ряда причин, ведущих к росту диспропорций общественного производства и оказывающих влияние на цены в сторону их повышения.

Другими словами, инфляция - это дисбаланс между совокупным спросом и совокупным предписанием. Инфляция - это повышение общего уровня цен на товары и факторы производства.

Инфляция считается опасной болезнью рыночной экономики не только потому, что она быстро распространяется после своей разрушительной деятельности и углубляется. Ее очень трудно устранить, даже если исчезают вызвавшие ее причины. Это связано с инертностью психологического настроя, который сформировался ранее.

Данная эмпирическая работа построена на количественной оценке базовой инфляции в Узбекистане со стороны факторов спроса, предложения, импортируемой инфляции и монетарного компонента. Подход к изучению инфляции через эффекты **спроса и предложения**, применяется в исследованиях Банка Международных Расчетов (BIS, 2001). В модель также были включены валютный курс, отражающий влияние обесценения на базовую инфляцию (импортируемая инфляция) и разрыв1 денежной массы, который, служит в качестве одного из индикаторов совокупного спроса в развивающихся странах и, следовательно, инфляционных ожиданий (BIS, 2001). Анализ проведен с помощью динамической регрессионной модели (DOLS2), преимущества которой состоят в том, что она дает более точные и корректные оценки коэффициентов эластичности3 инфляции, чем простая регрессионная модель.

В заключении анализа, проведенного с помощью двух эконометрических моделей – DOLS и ARDL по оценке факторов базовой инфляции в Узбекистане, можно-выделить-следующее: **- цены в экономике** чувствительны как к факторам спроса, так и к факторам предложения. Со стороны факторов спроса существенную роль играют **разрыв выпуска и денежное предложение.**

В свою очередь, основными драйверами чрезмерного спроса могут выступать **стимулирующая фискальная политика и рост доходов населения.** Следовательно, более осмотрительные государственные расходы и увеличение доходов, которое должно соответствовать росту производительности в экономике, могут способствовать сдерживанию роста цен;

- со стороны факторов предложения давление оказывает **индекс цен производителей**, влияние которого может быть ограничено снижением зависимости местных производителей от импорта и повышением эффективности всего производства.

Оценку инфляции осуществляют государственные органы, профессиональные союзы, аналитические службы, хозяйствующие субъекты и другие лица. При низких темпах инфляции, не влияющих на конечные показатели деятельности хозяйствующих субъектов, оценка инфляции может быть проигнорирована. При высоких темпах она также необходима, как и меры, устраняющие ее влияние (например, переоценка стоимости активов).

Литература

1. Райская Н.Н., Сергиенко Я.В., Френкель А.А., Использование интегральных индексов в анализе циклических изменений российской экономики, Вопросы статистики, № 12, 2009.
2. Фетисов Г.Г., Инфляция и рост регулируемых цен, Финансы, № 7, 2005.
3. Юдаева К.В., Иванова Н. Макроэкономический обзор: инфляция, Банковское дело, № 5, 2008.

КУБИЧЕСКИЕ МАТРИЦЫ, СИММЕТРИЧНЫЕ ОТНОСИТЕЛЬНО ПЕРВЫХ ДВУХ ИНДЕКСОВ

Д. Д. Джумакулов[1]
[1]Национальный университет Узбекистана , Ташкент , Узбекистан;
djumaqulovdonisher@mail.ru

Пусть дана кубическая матрица $A = (a_{ijk}) \in M_{n\times n\times n}(P) \quad i,j,k = 1,2,\dots,n.$
Определение. Кубическая матрица A называется симметрично относительно первых двух индексов i и j если $a_{ijk} = a_{jik} \quad k = 1,2,\dots,n.$

$$A = \left[\begin{pmatrix} a_{111} & a_{121} & \dots & a_{1n1} \\ a_{121} & a_{221} & \dots & a_{2n1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n1} & a_{2n1} & \dots & a_{nn1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{112} & a_{122} & \dots & a_{1n2} \\ a_{122} & a_{222} & \dots & a_{2n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n2} & a_{2n2} & \dots & a_{nn2} \end{pmatrix} \dots \begin{pmatrix} a_{11n} & a_{12n} & \dots & a_{1nn} \\ a_{12n} & a_{22n} & \dots & a_{2nn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1nn} & a_{2nn} & \dots & a_{nnn} \end{pmatrix}\right]_K;$$

Обозначим через $S_{n\times n\times n}(P)$ множество всех кубических матриц n -го порядка над P, симметрично относительно i и j.

Свойство I.Если $A \in S_{n\times n\times n}(P)$ и $\lambda \in P$ то $\lambda \cdot A \in S_{n\times n\times n}(P)$.

Свойство II.Если $A, B \in S_{n\times n\times n}(P)$ то $A + B \in S_{n\times n\times n}(P)$ и $A - B \in S_{n\times n\times n}(P)$.

Свойство III.Пусть $A, B \in S_{n\times n\times n}(P)$ то $A \cdot B \in S_{n\times n\times n}(P)$ если $A \cdot B = B \cdot A$.

Свойство IV. Если A^{-1} существует то $A^{-1} \in S_{n\times n\times n}(P) \Leftrightarrow A \in S_{n\times n\times n}(P)$.

Свойство V. Если $A, B \in S_{n\times n\times n}(P)$ то $A \cdot B + B \cdot A \in S_{n\times n\times n}(P)$.

Свойство VI. Если $A \in S_{n\times n\times n}(P)$ то любая степень A будет симметрично относительно индексов i и j т.е $A^n \in S_{n\times n\times n}(P), \quad n \in N$.

Предложение 1. Если любая кубическая матрица n -го порядка имеющая вещественные элементы, то $A + A^{(i,j)} \in S_{n\times n\times n}(R)$.

Предложение 2. Если любая кубическая матрица n -го порядка имеющая вещественные элементы, то $A - A^{(i,j)}$ будет кососимметрично относительно индексов i и j.

Предложение 3. Каждая кубическая матрица может быть однозначно разложена в виде суммы кубических матриц, симметричной и кососимметричной относительно индексов i и j.

$$A = \frac{1}{2}(A + A^{(i,j)}) + \frac{1}{2}(A - A^{(i,j)}).$$

Предложение 4. Пусть $A \in S_{3\times3\times3}(P)$, тогда определитель матрицы A по ориентации (i) и определитель матрицы A по ориентации (j) будут равны.

$$\left|A_{\overset{+}{i}\overset{\pm}{j}\overset{\pm}{k}}\right|_3 = \left|A_{\overset{\pm}{i}\overset{+}{j}\overset{\pm}{k}}\right|_3 = \begin{vmatrix} a_{111} & a_{112} & a_{113} \\ a_{221} & a_{222} & a_{223} \\ a_{331} & a_{332} & a_{333} \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} a_{121} & a_{122} & a_{123} \\ a_{231} & a_{232} & a_{233} \\ a_{311} & a_{312} & a_{313} \end{vmatrix};$$

Литература

1. Н. П. Соколов «Введение в теорию многомерных матриц» Киев, 1972.
2. Н. П. Соколов «Пространственные матрицы и их приложения» Москва, 1960.
3. А.М.Гальмак «О кубических матрицах»//*Гиперкомплексные числа в геометрии и физике*, 1(22), том 12, 2015.
4. E. R. Hedrick «On Three Dimensional Determinants», Mathematics Department, Princeton University.

ОБ ОДНОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ БАЛКИ, ОДИН КОНЕЦ КОТОРОЙ ЗАДЕЛАН, А ДРУГОЙ ШАРНИРНО ЗАКРЕПЛЕН, В КЛАССАХ СОБОЛЕВА В МНОГОМЕРНОМ СЛУЧАЕ С ОПЕРАТОРОМ МИЛЛЕРА-РОССА

Дуйсенбаев Р.С.[1]

[1]Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент, Узбекистан;

ruslanduysenbaev.0299@gmail.com

Постановка задачи. В данной работе в области $Q = \Pi \times (0,T)$, где $\Pi = (0,l) \times ... \times (0,l)$, $l > 0$, $T > 0$, рассматривается следующее уравнение вида

$$D_j^\alpha u(x_1,...,x_N,t) + \sum_{p=1}^N {a_p}^2 \frac{\partial^{4m_p} u(x_1,...,x_N,t)}{\partial x_p^{4m_p}} + ku(x_1,...,x_N,t) = f(x_1,...,x_N,t),$$

$$(x,t) \in Q, n-1 \le \alpha < n, 0 \le j \le n-1,\ n,\ j+1 \in \mathbb{N}, m_p, n \in \mathbb{N}, a_p > 0, k > 0, p = \overline{1,N} \tag{1}$$

с начальными условиями

$$D_{j-i-1}^{\alpha-i-1} u(x,t)\big|_{t=0} = \tilde{\varphi}_i^0(x),\ \ i = 0,...,j-1,\ \ \frac{\partial^s u(x,0)}{\partial x^s} = \varphi_s^0(x),\ \ s = 0,...,n-j-1. \tag{2}$$

и граничными условиями

$$\left.\frac{\partial^{4k_p} u(x,t)}{\partial x_p^{4k_p}}\right|_{x_p=0} = 0,\ \left.\frac{\partial^{4k_p+1} u(x,t)}{\partial x_p^{4k_p+1}}\right|_{x_p=0} = 0,\ \left.\frac{\partial^{4k_p} u(x,t)}{\partial x_p^{4k_p}}\right|_{x_p=l} = 0,\ \left.\frac{\partial^{4k_p+2} u(x,t)}{\partial x_p^{4k_p+2}}\right|_{x_p=l} = 0, \tag{3}$$

при $k_p = \overline{0, m-1}$, $p = \overline{1, N}$. Здесь $f(x,t)$, $\tilde{\varphi}_i^0(x)$, $i = 0, ..., j-1$, и $\varphi_s^0(x)$, $s = 0, ..., n-j-1$ – достаточно гладкие функции, разлагаемые по собственным функциям $v_{m_1,...,m_N}(x_1,...,x_N) = \prod\limits_{i=1}^{N} X_{i,m_i}(x_i)$, где

$$X_{i,m_i}(x_i) = \frac{1}{\sqrt{1+b_{m_i}^{4s_i}}}\frac{1}{\sqrt{l}}\left(\frac{\sin b_{m_i}(l-x_i)}{\sin b_{m_i} l} - \frac{sh b_{m_i}(l-x_i)}{sh b_{m_i} l}\right), \quad m_i \in \overline{\mathbb{Z}_+},$$

b_{m_j}– корень уравнения $tg(lb) = th(lb)$, D_j^{α} оператор Миллера – Росса (см.[1]). Решение задачи (1)–(3) существует, единственно и представляется в виде $u = \sum\limits_{m_1=1}^{\infty} \cdots \sum\limits_{m_N=1}^{\infty} \Bigg[\sum\limits_{s=0}^{l-j-1} t^s E_{\frac{1}{\alpha}}(\lambda_{m_1,...,m_N} \cdot t^{\alpha}; s+1)\varphi_{s;m_1,...,m_N}^0 + \sum\limits_{i=0}^{j-1} t^{\alpha-i-1} E_{\frac{1}{\alpha}}(\lambda_{m_1,...,m_N} \cdot t^{\alpha}; \alpha - i) \cdot$ $\cdot \tilde{\varphi}_{i;m_1,...,m_N}^0\Bigg] \cdot v_{m_1,...,m_N}(x_1,...,x_N)$, где $\lambda_{m_1,...,m_N} = -1 - \sum\limits_{j=1}^{N} a_j{}^2 b_{m_j}^{4m}$, $\quad E_{\frac{1}{\alpha}}(\lambda_{m_1,...,m_N} \cdot t^{\alpha}; \alpha - k) = \sum\limits_{q=0}^{\infty} \frac{\left(\lambda_{m_1,...,m_N} t^{\alpha}\right)^q}{\Gamma(\alpha q + \alpha - k)}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Miller K.S., Ross B. An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations. New York: wiley and Sons, 1993. 384 p.

Некоторые свойства (A, b)-аналитических функций при $A(z) = const, b(z) = const$

Ш.Я.Хурсанов[1], А.У.Ергашев[2]

[1]Национальный университет Узбекистана,Ташкент,Узбекистан;
shohruhmath@mail.ru
[2]Национальный университет Узбекистана,Ташкент,Узбекистан;
ahmadaliergashev552@gmail.com

Пусть A, b– антианалитическая,$\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{\partial b}{\partial z} = 0$ в области $D \subset C$ такая, что $\mid A(z) \mid \leq C < 1$, $\forall z \in D$. Положим

$$\bar{D}_{A,b} f(z) = \frac{\partial f(z)}{\partial \bar{z}} - A(z)\frac{\partial f(z)}{\partial z} - b(z) f(z)$$

Функция $f \in C^1(D)$ называется (A, b)– аналитической в D, если она удовлетворяет следующему дифференциальному уравнению:

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} - A\frac{\partial f}{\partial z} = bf. \tag{1}$$

Тогда согласно (1) класс (A, b)– аналитических функций $f \in O_{A,b}(D)$ характеризуется тем, что $\bar{D}_{A,b} f = 0$. Теперь зафиксируем $z_0 \in D$ и рассмотрим следующие функции

$$\psi(z,\, z_0) = z - z_0 + \overline{\int\limits_{\gamma(z_0,z)} \bar{A}(\tau) d(\tau)} \tag{2}$$

и

$$\varphi(z,\, z_0) = e^{\overline{\int\limits_{\gamma(z_0,z)} \bar{b}(\tau)d(\tau)}} \tag{3}$$

где $\gamma(z,\, z_0)-$ гладкая кривая, соединяющая точек $z_0,\, z \in D$.

Отметим, что $\frac{\partial\psi(z)}{\partial z} = 1$, $\frac{\partial\psi(z)}{\partial \bar{z}} = A(z)$, $\frac{\partial\varphi(z)}{\partial z} = 0$, $\frac{\partial\varphi(z)}{\partial \bar{z}} = b(z)\varphi(z)$.

Рассмотрим некоторые свойства этих функций, когда $A(z) = const, b(z) = const$.

Теорема 1. Если $f \in O_{A,b}(D)$ и то для произвольной точки $z_{-} \in D$ и $L(z_0,\, R) \subset D$ выполняется неравенство

$$| f(z_0) | \leq \frac{(1+ | A |)e^{\frac{rb}{1-|A|}}}{2\pi r} \int\limits_{|\psi(\xi,z_0)|=r} | f(\xi) || d\xi |, \ \forall r < R.$$

Теорема 1. Всякое решение уравнения (1) представимо в виде

$$f(z) = F(z + A\bar{z})e^{b\bar{z}},$$

где $F(z)-$ аналитическая в $\frac{z+A\bar{z}}{1-|A|^2}(D)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sadullaev A., Zhabborov N.M. On a class of A-analitic functions, Sibirian Federal University, Maths and Physics, 2016 ,Vol 9 (3), p. 374-383.

2. Vekua I.N. Generalized analytical functions, M., "Science 1988, 512 pp.

3. Zhabborov N.M., Otaboev T.U., Sh.Ya. Khursanov, Schwartz Inequality and Schwartz Formula for A-analytical Functions, Contemporary Mathematics. Fundamental Directions. 2018, Vol. 64, No.4 p. 637-649.

ОБ ОДНОМ КРАЕВОМ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ПАРАЛЛЕЛНЫМИ ЛИНИЯМИ ИЗМЕНЕНИЯ ТИПА

Эрматов Жамолдин Салохиддин угли[1]

[1]Наманганский государственный университет, Наманган, Узбекистан; ermatovjamoldin578@gmail.com

Рассмотрим уравнение

$$0 = \begin{cases} u_{xx} - u_y, & D_1, \\ u_{xx} - u_{yy}, & D_i, \quad i = 2, 3, \end{cases} \tag{63}$$

где D_1-область, ограниченная отрезками AB, BB_0, B_0A_0 и A_0A прямых $y = 0$, $x = 1$, $y = 1$ и $x = 0$; D_2 -характеристический треугольник, ограниченной отрезками AA_0 оси y и двумя характеристиками $AC : x + y = 0$, $A_0C : y - x = 1$, уравнение (1), выходящими из точек A и A_0; D_3 -характеристический треугольник, ограниченной отрезками BB_0 и двумя характеристиками $BE : x - y = 1$, $B_0E : x + y = 2$, уравнение (1), выходящими из точек B и B_0.

Совокупность областей D_1, D_2 и D_3 вместе с открытыми отрезками AA_0 и BB_0 обозначим через D.

Задача T_1. Найти функцию $u\left(x,y\right)$, которая:

1) является регулярным решением уравнение (1) в области D всюду, кроме точек отрезков AA_0 и BB_0;

2) $u\left(x,y\right)\in C\left(\bar{D}_j\right)\cap\left[C^1\left(D_1\cup AA_0\cup BB_0\right)\cap C^1\left(D_2\cup AA_0\right)\cap C^1\left(D_3\cup BB_0\right)\right];\ j=1,\ 2,\ 3,$

3) Удовлетворяет условиям
$u_{|A_0C}=\psi_1\left(y\right),\frac{1}{2}\leq y\leq 1,\quad u_{|B_0E}=\psi_2\left(y\right),\frac{1}{2}\leq y\leq 1,\quad u_{|y=0}=\varphi\left(x\right),0\leq x\leq 1;$
где $\psi_i\left(y\right),\quad i=1,2,\quad \varphi\left(x\right)$ - заданные достаточно гладкие функции.

Отметим что, краевые задачи для уравнений параболо-гиперболического типа, когда линия изменение типа перпендикулярна, изучены в работах [1-2], а когда линия изменения типа параллельны, изучены в работах [3].

Однозначная разрешимость поставленной задачи эквивалентным образом сведено к разрешимости системы интегральных уравнений типа Вольтерра второго рода, которая однозначна разрешима.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Салахитдинов М.С., Толипов А.О. О некоторых краевых задач для одного класса уравнений смешанного типа. Дифференциального уравнения. 1973. 1. С.142-148.
2. Бердышев А.С. Краевые задачи типа задачи Трикоми для уравнения смешанного эллиптико-параболо-гиперболического типа. В кн. Уравнения смешанного типа и задачи со свободной границей. Ташкент: Фан.1987. С.82-87.
3. Абдуллаев А.С. О некоторых краевых задач для смешанного параболо-гиперболического уравнения с двумя параллельным линиями изменения типа. В кн. Уравнения смешанного типа и задачи со свободной границей. Ташкент: Фан.1987. С.71-82.

К ЗАДАЧЕ ПРЕСЛЕДОВАНИЯ В ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГРАХ

Эшматова З.Б.[1], Юсупова М.Д.[2]
[1]Национальный университет Узбекистана, Тошкент, Узбекистан;
[2]Андижанский госуниверситет. Андижан Узбекистан;
ezulie@mail.ru

Постановка задачи. Динамика конфликтно-управляемого процесса описывается системой линейных дифференциально - разностных уравнений нейтрального типа

$$\dot{z}(t)=A\dot{z}(t-h)+Bz(t-h)-Cu(t)+Dv(t),\ t\geq 0,\tag{1}$$

где $z(t)\in\mathbb{R}^n, n\geq 1; A,\ B, C,\ D$ — постоянные матрицы; $h>0$ — действительные числа. Параметры u и v выбираются в виде измеримых векторных функций $u=u(\cdot)$ и $v=v(\cdot)$, удовлетворяющих ограничениям $u(t)\in P,\ \ v(t)\in Q$, $0\leq t<\infty$, такие функции называется допустимыми управлениями, $P\subset R^p$, $Q\subset R^q$. Терминальное множество M имеет такой же вид как в [1].

Начальным положением для преследования (1) является n — мерная абсолютно непрерывная функция $\varphi(t)$, определенная на отрезке $[-h,0]$.

Предположение 1. *Множество* $\hat{w}(t) = \pi K(\tau - t)CP \underline{*} \pi K(\tau - t)DQ$, *непусто для всех* $t \in [0, \tau]$.

Положим $\Phi(\tau)\varphi(\cdot) = -\pi K(\tau - t) A\varphi(0) - \int\limits_{-h}^{0} \pi K(\tau - t - h)[A\dot{\varphi}(t) + B\varphi(t)]dt + \beta - \int\limits_{0}^{\tau} w(\tau - t)dt$, где β произвольный вектор из L. Для произвольного вектора $v \in Q$ определим числовую функцию

$$\lambda(\varphi(\cdot), \tau, \beta, t, v) = \begin{cases} \sup\Big\{\lambda \geq 0 : \lambda\Phi(\tau)\varphi(\cdot) \in \pi K(\tau - t)CP - \\ -\pi K(\tau - t)Dv - w(\tau - t)\Big\} \qquad \text{при } \Phi(\tau)\varphi(\cdot) \neq 0, \end{cases}$$

Предположение 2. *a) Для начального положения* $\varphi(\cdot)$ *существует число* $\tau = \tau_1(z_0(\cdot)) > 0$ *такое, что справедливо неравенство*

$$\inf_{v(\cdot)\in Q}\Big[\int\limits_{0}^{\tau_2} \lambda(\varphi(\cdot), \tau_1, \beta, t, v(t))dt\Big] > 1;$$

b) для любого допустимого управления $v = v(t)$, $0 \leq t \leq \tau_1$, *убегающего игрока, существует вектор* $\beta \in L$ *такой, что имеет место включение*

$$\int\limits_{0}^{\tau_1} \pi K(\tau_1 - t)Dv(t)dt \in \beta + M_1.$$

Теорема. *Если выполнены условия предположения 1, 2, то в игре (1) возможно завершение преследования из начального положения* $\varphi(\cdot)$ *за конечное время* τ_1.

Литература

1. Мамадалиев Н. Линейные дифференциальные игры с интегральными ограничениями при наличии запаздываний // Матем. Заметки. 2012. № 5. С. 750–760.

ЛИНЕЙНАЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИГРА ПРЕСЛЕДОВАНИЯ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА

Гафурова Х.Т.

Андижанский государственный университет, Андижан, Узбекистан
lochin@inbox.ru

Постановка задачи. Динамика конфликтно-управляемого процесса описывается системой линейных дифференциально - разностных уравнений нейтрального типа

$$\dot{z}(t) = \sum_{i=1}^{m} A_i\dot{z}(t - h_i) + \sum_{i=0}^{m} B_i z(t - h_i) - Cu(t) + Dv(t), \ t \geq 0, \tag{1}$$

где $z(t) \in \mathbb{R}^n, n \geq 1; A_i\,(i = \overline{1, m}),\ B_i\,(i = \overline{0, m}), C,\ D$ — постоянные матрицы; $0 = h_0 < h_1 < \cdots < h_m$ — действительные числа; u и v — управляющие векторы.

Вектором $u(t)$ распоряжается догоняющий объект и вектором $v(t)$ распоряжается убегающий объект, они выбираются в виде измеримых векторных функций $u = u(\cdot)$ и $v = v(\cdot)$, удовлетворяющих ограничениям $u(t) \in P \subset R^p$, $v\,(t) \in Q \subset R^q$, $0 \le t < \infty$, такие функции называется допустимыми управлениями. Терминальное множество M имеет такой же вид как в [1].

Начальным положением для преследования (1) является n — мерная абсолютно непрерывная функция $\varphi(t)$, определенная на отрезке $[-h_m, 0]$. Преследование считается законченным, когда фазовая точка $z(t)$ впервые попадает на терминальное множество M.

Предположение. *Множество* $\hat{w}(t) = \pi K(\tau - t)CP \underline{*} \pi K(\tau - t)DQ$, *непусто для всех* $t \in [0, \tau]$.

Положим

$$\Phi(\tau)\varphi(\cdot) = -\sum_{i=0}^{m} \pi K\,(\tau - t)\,A\varphi\,(0) - \sum_{i=0}^{m} \int\limits_{-h}^{0} \pi K\,(\tau - t - h)\,[A\dot{\varphi}(t) + B\varphi\,(t)]dt.$$

где $\underline{*}$ означает операцию геометрического вычитания, $K(\tau)$, π см. [1].

Введем множество $W(t) = \int\limits_0^\tau \hat{w}(t)dt$.

Теорема. *Если для данного начального положения* $\varphi\,(\cdot)$ *выполнено предположения и при некоторых зачениях* $\tau \ge 0$ *имеет место включение* $\Phi(\tau)\varphi(\cdot) \in W(\tau)$, *то существует минимальное значение* τ, $\tau = \tau_1(\varphi((\cdot))$, *такое, что в игре (1) возможно завершение преследования из начального положения* $\varphi\,(\cdot)$ *за конечное время* τ_1.

Литература

1. Мамадалиев Н. Линейные дифференциальные игры с интегральными ограничениями при наличии запаздываний // Матем. Заметки. 2012. № 5. С. 750–760.

ЛИЕВЫЕ ОБОБЩЕНИЯ АЛГЕБРЫ ЯКОБИАНОВ

Гайбуллаев Р.К[1], Нуратдинов К.Д[2]

Национальный Университет Узбекистана, г.Ташкент, Узбекистан;
e-mail: r_gaybullaev@mail.ru
e-mail: kazbeknur11@gmail.com

Алгебры Ли в физике возникают в теории относительности, квантовой теории поля, квантовой механике и теории струн. Теория алгебры Ли была глубоко исследована многими математиками и являются одним из самых важных и полезных математических объектов. В.Т.Филлипов предложил обобщение алгебр Ли, назвав n-лиевами алгебрами. Как бесконечномерный пример он привел n-лиевы алгебры якобианов. Еще один пример структуры бесконечномерной n-лиевы алгебры дал Джумадильдаев.

В этом тезисе мы вводим кососимметричную скобку на ассоциативной коммутативной алгебре полученной из якобиана добавлением еще двух столбцов. Было показано, что полученная алгебра также является алгеброй Ли.

Определение 1. Алгебра L над полем F называется n-лиевой алгеброй, снабженной n-арной полилинейной антикоммутативной операцией $x_1, \ldots, x_n$, удовлетворяющей равенству

$$[[x_1, \ldots, x_n], y_2, \ldots, y_n] = \sum_{i=1}^{n} [x_1, \ldots, [x_i, y_2, \ldots, x_n], \ldots, x_n]$$

Определение 2. Линейное отображение $D : L \rightarrow L$ называется дифференцированием n-лиевой алгебры L если для любых элементов $x_1, \ldots, x_n \in L$ выполняется следующее условие

$$D\left([x_1, \ldots, x_n]\right) = \sum_{i=1}^{n} [x_1, \ldots, D(x_i), \ldots, x_n]$$

Множество всех дифференцирований обозначается через $Der(L)$. Пусть $L-$ассоциативная коммутативная Φ-алгебра. Для любых фиксированных перестановочных между собой дифференцирований $D_1, \ldots, D_n$ алгебры L и для любых $x_1, \ldots, x_n \in L$ положим

$$[x_1, \ldots, x_n] = \begin{vmatrix} D_1(x_1) & D_1(x_2) & \ldots & D_1(x_n) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ D_n(x_1) & D_n(x_2) & \ldots & D_n(x_n) \end{vmatrix}$$

где справа стоит определитель с элементами $c_{ij} = D_j x_i$. Относительно операции Φ-модуль L становится Ω-алгеброй над Φ, которую будем обозначать через $L^*\left(D_1, \ldots, D_n\right)$. Алгебру $L^*\left(D_1, \ldots, D_n\right)$ будем называть алгеброй якобианов алгебры L.

Пусть L^*-ассоциативная коммутативная лиева алгебра якобианов с перестановочными дифференцированиями D_1, D_2, D_3, D_4. Рассмотрим алгебру L^*. Определим операцию $[-,-]$ как в L^* как

$$[x_1, x_2]_{\alpha\beta} = \begin{vmatrix} D_1(x_1) & D_1(x_2) & \alpha_1 & \beta_1 \\ D_2(x_1) & D_2(x_2) & \alpha_2 & \beta_2 \\ D_3(x_1) & D_3(x_2) & \alpha_3 & \beta_3 \\ D_4(x_1) & D_4(x_2) & \alpha_4 & \beta_4 \end{vmatrix}$$

где $\alpha_i, \beta_j \in F, i, j = \overline{1,4}$

Теорема 1. Алгебра $< L^*, [-,-]_{\alpha\beta} >$ удовлетворяет тождеству Якоби, следовательно, является алгеброй Ли.

Литературы

1. В.Т. Филлипов, Об n-лиевой алгебре якобианов, Сиб. матем. журнал., 1998, том 39.

2. A.S. Dzhumadildaev, Identities and derivations for Jacobian alebras, Contemp. Math. 315(2002), 245-278.
3. K.D.Nuratdinov, On the n-Lie algebras of Jacobians, Termez conference, 2022.

Об одной задаче для нагруженного параболо-гиперболического уравнения третьего порядка с тремя линиями изменения типа

Б.И. Исломов[1], Ж.А.Холбеков[2]

[1]Национальный Университет Узбекистана им. М. Улугбека, г. Ташкент, Узбекистан, islomovbozor@yandex.com

[2]Ташкентский госудасрвенный технический университет им. И.Каримова juratxolbekov@gmail.com

Рассмотрим уравнение

$$0=\frac{\partial}{\partial y}\left\{\begin{array}{c} u_y-u_{xx}, \quad (x,y)\in\Omega_0,\\ signy(u_{yy}-u_{xx})+\mu_j H_j(x,y), \quad (x,y)\in\Omega_j, \end{array}\right. \tag{64}$$

где $H_1(x,y)=u(x+y,0)$, $H_2(x,y)=u(0,x+y)$, $H_2(x,y)=u(0,x-y)$ в области $\Omega=\sum\limits_{j=0}^{3}\Omega_j\cup AB\cup BC\cup DA$, область, ограниченная отрезками AB, BC, CD, DA прямых $y=0$, $x=1$, $y=1$, $x=0$ соответственно; Ω_1- область, ограниченная отрезком AB прямой $y=0$ и двумя характеристиками AN и BN уравнения (119), Ω_2- область, ограниченная отрезком AD прямой $x=0$ и двумя характеристиками AK и DK уравнения (119), Ω_3- область, ограниченная отрезком BC прямой $x=1$ и двумя характеристиками CMи BM уравнения (119), В уравнении (119) μ_j $(j=\overline{1,3})-$ заданные действительные числа, причем

$$\mu_j 0, \quad (j=\overline{1,3}). \tag{65}$$

Определение. Если функция $u_{yy}\in C(\Omega_0)$, $u_{yyy}\in C(\Omega_j)$, $u_{xxy}\in C\left(\Omega_0\bigcap\Omega_j\right)$, $u\in C^2\left(\Omega_2\bigcup\Omega_3\right)$ и удовлетворяет уравнению (119) в областях Ω_0и $\Omega_j(j=\overline{1,3})$, то функция $u(x,y)$ называется регулярным решением уравнения (119).

Задача T. Найти регулярное в областях Ω_0 и $\Omega_j(j=\overline{1,3})$ решение $u(x,y)$ уравнения (119), непрерывное в замкнутой области $\bar{\Omega}$, удовлетворяющее условиям склеивания на линиях изменения типа

$$u_y(x,+0)=u_y(x,-0), \qquad u_{yy}(x,+0)=u_{yy}(x,-0), \quad 0<x<1,$$

$$u_x(+0,y)=u_x(-0,y), \qquad u_x(1+0,y)=u_x(1-0,y), \quad 0<y<1$$

и граничным условиям $u(x,y)|_{AN}=\varphi_1(x)$, $u_n(x,y)|_{AN}=\varphi_2(x)$, $x\in\left[0;\frac{1}{2}\right]$,

$$u_n(x,y)|_{BN}=\varphi_3(x),\ x\in\left[\frac{1}{2},1\right];\ \ u(x,y)|_{AK}=\varphi_4(y),\ \ u_n(x,y)|_{AK}=\varphi_5(y),$$

$$u(x,y)|_{BM}=\varphi_6(y),\ u_n(x,y)|_{BM}=\varphi_7(y),\ y\in\left[0;\frac{1}{2}\right],$$

где $n-$внутренняя нормаль, а $\varphi_j(x)$ $(j=\overline{1,7}\,)$ $-$заданные функции, причем

$$\varphi_2'\left(\frac{1}{2}\right)=-\varphi_3'\left(\frac{1}{2}\right),\ \ \varphi_1(x),\ \ \varphi_4(y)\in C^1\left[0,\ \frac{1}{2}\right]\cap C^3\left(0,\ \frac{1}{2}\right), \tag{66}$$

$$\varphi_2\left(x\right),\ \ \varphi_7\left(y\right)\in C^1\left[0;\frac{1}{2}\right]\cap C^2\left(0;\frac{1}{2}\right),\ \ \varphi_3\left(x\right),\varphi_5\left(y\right)\in C^1\left[\frac{1}{2};1\right]\cap C^2\left(\frac{1}{2};1\right), \tag{67}$$

$$\varphi_6(y)\in C^1\left[\frac{1}{2},1\right]\cap C^3\left(\frac{1}{2},1\right). \tag{68}$$

Заметим, что задача T для нагруженного параболо-гиперболического уравнения третьего порядка с одной линией изменения типа изучены в работах [1]- [2].

Доказана следующая теорема.

Теорема. Если выполнены условия (120) – (123), то в области Ω существует единственное регулярное решение задачи T.

ЛИТЕРАТУРА

1. Елеев В.А. О некоторых краевых задачах для смешанных нагруженных уравнений второго и третьего порядка. // Дифференциальные уравнения. 1994. Т. 30. №2. С. 230-237.

2. Исломов Б., Курьязов Д.М. Краевые задачи для смешанного нагруженного уравнения третьего порядка параболо-гиперболического типа. // Узбекский математический журнал. 2000. №2. С. 29-35.

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТОНКОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ВБЛИЗИ ЖЕСТКОГО ШАРА В АКУСТИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Жабборов А.У.[1]**, Шукуров А.М.** [2]

[1,2] Каршинский государственный университет, Карши, Узбекистан;
abdullajabborov1709@gmail.com, shukurovamon@yandex.ru

Работа посвящена изучению задачи о нестационарных колебаниях тонкой сферической оболочки вблизи неподвижного жесткого шара в акустическом пространстве.

Пусть в неограниченном акустическом пространстве расположена тонкая сферическая оболочка радиусом R_1 вблизи неподвижного жёсткого шара радиуса R_2. Расстояние между центрами оболочки и шара равно l, $(l>R_1+R_2)$. Используются две сферические системы координат r_i,θ_i,ϑ_i с начальными точками соответственно в центрах оболочки и шара, где $i=1,2$.

В начальный момент $\tau=0$ времени к внутренней поверхности тонкой сферической оболочки приложена осесимметричная заданная поверхностная нормальная нагрузка $p_1(\tau,\theta_1)$. С учётом осевой симметрии задачи движение акустической среды относительно скалярного потенциала φ скорости описывается волновым уравнением, а колебания сферической оболочки определяются системой уравнений типа С.П.Тимошенко.

Условие контакта акустической среды и оболочки имеет следующий вид:

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial r_1}\right|_{r_1=R_1}=\frac{\partial w_{01}}{\partial\tau},\quad v=\frac{\partial\varphi}{\partial r_1}.$$

На поверхности шара скорость частицы равна нулю. Начальные условия – однородные и в бесконечности отсутствуют возмущения.

Начально-краевая задача решается с применением интегрального преобразования Лапласа по времени τ и использованием метода неполного разделения переменных. С учетом осевой симметрии задачи $p_1(\tau,\theta_1)$ и искомые функции раскладываются в ряды по полиномам Лежандра $P_n(\cos\theta_i)$ [1]. Для перехода из одной системы в другую систему координат использована теорема сложения для функций Бесселя [2]. В пространстве изображений задача сведена к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений. Решение системы представляется в виде бесконечных рядов по экспонентам. Для коэффициентов бесконечных рядов получены начальные условия и рекуррентные соотношения, не требующие применения метода редукции. Коэффициенты рядов искомых функций определяются в виде рациональных функций параметра преобразования Лапласа, что позволяет найти оригиналы с помощью теории вычетов [3]. Получены формулы для параметров акустических сред и оболочки.

Литература

1. Горшков А.Г., Тарлаковский Д.В. Нестационарная аэрогидроупругость тел сферической формы. – М.: Наука. Гл. ред. физ.–мат. лит, 1990. - 264 с.
2. Иванов Е.А. Дифракция электромагнитных волн на двух телах. – Минск: Наука и техника, 1968. - 584 с.
3. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функции комплексного переменного.– М.: Наука, 1987. - 688 с.

Математическая модель управления запасами для зависящего от времени износа товара с переменным спросом и двухуровневым торговым кредитом, связанным с заказом

Жаксыликова Х.К.

Национальный Университет Республики Узбекистан, Ташкент, Узбекистан;
hurlimanzhaksylykova@gmail.com

Основная цель задач управления запасами заключается в отыскании точки заказа и размера заказа. Особенностью таких задач является то, что с увеличением уровня запасов, во-первых, увеличиваются затраты на их хранение, во-вторых, снижаются потери из-за возможного дефицита запасаемого продукта. Таким образом, задача управления запасами это комплексная задача по решению уменьшения суммы ожидаемых издержек. Для построения модели управления запасами для товара имеющим срок годности и переменный спрос введем следующие предположения:

1. Горизонт планирования конечен. 2. Политика инвентаризации касается одного продукта. 3. Уровень спроса, $R(p,t)=a-bp(t)$; где $a>0$ – уровень спроса, $b>0$

– надбавка к цене. 4. $\theta = 1/(1+m-t)$, $0 \leq t \leq T \leq m$ мгновенное ухудшение, где $\theta(t) \leq 1$ для любого m. 5. Поставщик готов предоставить розничному торговцу кредитный период M, только при наличии на складе товара, превышающего заранее оговоренный объем заказа. 6.Розничный торговец платит банку процентную ставку I_b при $T > M$. 7. Постоянный уровень инфляции вычисляется при помощи временной стоимости денег.

В интервале $[0, T]$ скорость изменения запасов в любой момент времени t описывается следующим образом:

$$\frac{dI(t)}{dt} = -R(p,t) - \theta(t)I(t), \quad 0 \leq t \leq T \tag{1}$$

$$I(T) = 0 \tag{2}$$

После применения условия $I(T) = 0$ решением (1) будет:

$$I(t) = (1+m-t)\Big(W_1 \ln\Big(\frac{1+m-t}{1+m-T}\Big) + W_2(t-T) - \frac{bpk^2}{4}(t^2 - T^2)\Big) \tag{3}$$

где $W_1 = a - bp + bpk(1+m) - \dfrac{bpk^2(1+m)^2}{2}$ и $W_2 = bpk - \dfrac{bpk^2(1+m)}{2}$

References

1. Sana S (2012) An economic order quantity model for nonconforming quality products. Serv Sci 4(4): 331 - 348.
2. Ouyang LY, Yang CT, Chan YL, Cardenas-Barro'n LE (2013) A comprehensive extension of the optimal replenishment decisions under two levels of trade credit policy depending on the order quantity. Appl Math Comput 224(1): 268 - 277.
3. Sett BK, Sarkar B, Goswami A (2012) A two-warehouse inventory model with increasing demand and time varying deterioration. Sci Iranica 19(6): 1969 - 1977.
4. Sarkar B, Saren S, Ca'rdenas-Barron LE (2015) An inventory model with trade-credit policy and variable deterioration for fixed lifetime products. Ann Oper Res 229(1): 677 - 702.

О НЕРАВЕНСТВАХ КОШИ ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ РЯДОВ ЯКОБИ-ХАРТОГСА ПО СТЕПЕНЯМ ДРОБНО-ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ

Жуманиязова Д.[1]

[1]Национальный университет Узбекистана им. М.Улугбека, Ташкент, Узбекистан; jdurdona.93@gmail.com

Данная заметка посвящена исследованию областей сходимости рядов Якоби – Хартогса по степеням дробно-линейной функции и в ней приведены неравенства Коши для коэффициентов таких рядов.

Рассмотрим на плоскости $\mathbb{J}$ рациональную лемнискату G_r, т.е. связную компоненту множества $|g(z)| < r$, задаваемую некоторой рациональной функцией

$g(z)$. Тогда, как нам известно, функцию $f(z)$, голоморфную в окрестности $\bar{G}_r$, можно разложить в ряд Якоби-Хартогса (см., например, [1])

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k(z) g^k(z), \tag{69}$$

где коэффициенты $c_k(z)$, k=0,1,2,..., определяются по формуле

$$c_k(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial G_r} f(\xi) \cdot \frac{g(\xi) - g(z)}{g^{k+1}(\xi) \cdot (\xi - z)} d\xi. \tag{70}$$

С помощью этих рядов успешно решаются многие задачи многомерного комплексного анализа. Особенно при задачах голоморфного продолжения функций вдоль фиксированного направления часто используются ряды Якоби – Хартогса. Мы рассмотрим частный случай рядов Якоби-Хартогса, а именно рассмотрим случай, когда функция $g(z) = \frac{az+b}{cz+d}$, где $ad - bc \neq 0$, дробно-линейная. В этом случае коэффициенты ряда Якоби-Хартогса будут иметь вид $c_k(z) = \frac{l_k}{cz+d}$,где $l_k = \frac{ad-bc}{2\pi i} \int_{\partial G_r} f(\xi) \cdot \frac{(c\xi+d)^k}{(a\xi+b)^{k+1}} d\xi$.
Следовательно, ряд Якоби-Хартогса имеет вид:

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{l_k}{cz+d} \left(\frac{az+b}{cz+d}\right)^k = \frac{1}{cz+d} \sum_{k=0}^{\infty} l_k \left(\frac{az+b}{cz+d}\right)^k . \tag{71}$$

В работе [2] доказана следующая

Теорема 1. *Областью сходимости ряда (3) является внутренность лемнискаты $\{|g(z)| < R\}$, где радиус сходимости R определяется по формуле*

$$R = \frac{1}{\overline{\lim\limits_{k\to\infty}} |l_k|^{\frac{1}{k}}} . \tag{72}$$

Основным результатом работы является следующая

Теорема 2 (неравенства Коши). *Если функция $f(z)$ голоморфна в окрестности $\bar{G}_r$ и $|f(z)| \leq M$, то для коэффициентов l_k ряда Якоби-Хартогса (3) имеет место неравенство*

$$|l_k| \leq \frac{C \cdot M}{r^{k+1}} , \qquad C = |ad - bc| \cdot \int_{\partial G_r} \frac{|d\xi|}{|c\xi + d|} \tag{73}$$

Из равенства (6) видно, что $C < \infty$ и зависит только от a, b, c, d.

Литература

1.СадуллаевА.С., ТуйчиевТ.Т.О продолжении рядов Хартогса, допускающих голоморфное продолжение на параллельные сечения. Узбекский Математический журнал, 2009, №1, с.148-157.
2. Жуманиязова Д. О рядах Якоби-Хартогса по степеням дробно-линейной функции. Сборник материалов республиканской научно-практической конференции «АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ АЛГЕБРЫ И АНАЛИЗА», часть 1, 18-19 ноября 2022 года. Термез – 2022, с. 129-131.

О ЗАДАЧЕ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Кабирова Навруза

Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека

kabirovanavruza@gmail.com

В характеристическом треугольнике D рассмотрим гиперболическое уравнение третьего порядка вида

$$Lu \equiv \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) = 0, \tag{1}$$

Заметим, что для гиперболические уравнения третьего полрядка вида (1) исследованы различные локальные и нелокальные краевые задачи в многих работах (см. например [1, 2]).

В данной работе для уравнения (1) изучается следующая задача: *найти в области D решение $u(x,y)$ уравнения (1), удовлетворяющие граничными условиями*

$$u(x,y)|_{AB} = \alpha(x), \quad u(x,y)|_{AC} = \beta(x), \quad u(x,y)|_{BC} = \gamma(y), \tag{2}$$

где $\alpha(x)$, $\beta(x)$ и $\gamma(y)$ являются заданными непрерывными функциями со своими производными до третьего порядка включительно в отрезках $[0,1]$, $\left[0, \frac{1}{2}\right]$, и $\left[-\frac{1}{2}, 0\right]$ соответственно, и удовлетворяют условиям согласования:

$$\alpha(0) = \beta(0) = \beta(1/2) = \gamma(-1/2) = \alpha(l) = \gamma(0) = 0.$$

Решение уравнения (1) будем искать в виде

$$u(x,y) = f(x-y) + \varphi(x-y) + F(y), \tag{3}$$

Из равенство (3), на основании краевых условий (2), получим $u(x,y)$ решение уравнения (1) в виде

$$u(x,y) = \alpha(x-y) - \varphi(x-y) + \varphi(x+y) + \beta(-y) - \alpha(-2y) + \varphi(-2y).$$

Итак,

$$u(x,y) = \alpha(x-y) - \beta(-y) - \alpha(-2y) - \omega(x-y) + \omega(x+y) - \omega(-2y) -$$

$$- \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{2^{i-1}} \left[\omega\left(\frac{2k-1+x-y}{2^i}\right) - \omega\left(\frac{2k-1-x+y}{2^i}\right)\right].$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Джураев Т.Д., Сопуев А., Мамажонов М. Краевые задачи для уравнений параболо–гиперболического типа. – Ташкент: Фан, 1986. – 220 с..

2. Ахтаева Н. С. Локальные задачи для гиперболического уравнения третьего порядка.// Тезисы международной конференции "Дифференциальные уравнения. Функциональные пространства. Теория приближений". – Новосибирск, 2013, август 18-24. – С. 96.

О разрешимости нелокальной краевой задачи для дифференциального уравнения типа Буссинеска

А.Р. Халмухамедов[1], А.М. Мухиятдинова[2]
[1]National University, Tashkent, Uzbekistan;
khalmukhamedov@gmail.com
[2]National University, Tashkent, Uzbekistan;
aynuramuxiyatdinova01@gmail.com

Пусть $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ - произвольная ограниченная область с гладкой границей $\partial\Omega$ и T> 0. Рассмотрим в цилиндре $\Omega \times (0, \mathrm{T})$ следующее уравнение

$$u_{tt} - \Delta u_{tt} - \nu^2 \Delta u = f(x), \quad x \in \Omega, 0 < \mathrm{t} < \mathrm{T}, \tag{74}$$

где параметр ν является положительным числом.

Пусть A является произвольным положительным самосопряженным расширением оператора Лапласа

$$-\Delta : \mathrm{A}u = -\Delta u, u \in C_0^\infty(\Omega),$$

$$(\mathrm{A}u, u)\mu(u, u), \mu > 0, u \in D(A).$$

Предположим, что оператор A имеет компактный обратный A^{-1}. В частности, это самосопряженное расширение может быть порождена с граничными условиями следующего вида

$$\alpha(x)\frac{\partial u}{\partial n} + \beta(x)u = 0, x \in \partial\Omega, \tag{75}$$

с некоторыми $\alpha(x)$ и $\beta(x)$.

Рассмотрим следующие нелокальные условия

$$u(x, 0) = u(x, T), \tag{76}$$

$$\int_0^T u(x, t)dt = \phi(x). \tag{77}$$

Теперь определим решение задачи (119), (121) и (122) как функцию $u(x, t)$.
Чтобы сформулировать результаты по существованию и единственности, введем некоторые важные параметры.

Пусть λ_k и $\upsilon_k(x)$ являются собственными значениями и соответсвующими собственными функциями самосопряженного оператора A:

$$A\upsilon_k(x) = \lambda_k \upsilon_k(x), x \in \Omega. \tag{78}$$

Спектральное разложение произвольной $\phi(x) \in \mathrm{L}_2(\Omega)$ функции имеет форму

$$\phi(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \phi_k \upsilon_k(x), \phi_k = (\phi, \upsilon_k). \tag{79}$$

Теорема. Пусть $\phi \in D(A)$. Тогда решение задачи (119)+(121)+(122) существует и единственно.

Список литературы

[1] Alimov Sh., Khalmukhamedov A., "On a Non-Local Problem for a Boussinesq Type Differential Equation ISSN 1995-0802, Lobachevskii Journal of Mathematics, 2022, Vol. 43, No. 4, pp. 916–923.
[2] Boussinesq, J. "Theorie des ondes et des remous qui se propagent le long d'un canal rectangulaire horizontal, en communiquant au liquide contenu dans ce canal des vitesses sensiblement pareilles de la surface au fond". Journal de Mathematiques Pures et Appliquees (1872): 55-108.
[3] Yuldashev T. K. Mixed differential equation of a Boussinesq type, Vestnik of Volgograd State University, Ser. 1, Math-Phys., 2016, 2(33), pp. 13-26 (Russian).
[4] Berezanskii, Yu. M. Expansions in eigenfunctions of selfadjoint operators. Translations of Mathematical Monographs, Vol. 17. Providence, R.I.: American Mathematical Society 1968. ix, 809 p. (1968).

О ДИСКРЕТНОМ СПЕКТРЕ ЧАСТИЧНО ИНТЕГРАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ТИПА ФРЕДГОЛЬМА

Кучимов А.А.
Karshi State University, Karshi, Uzbekistan;
ramz3364647@yahoo.com

В гильбертовом пространстве $L_2(\Omega_1 \times \Omega_2)$, где $\Omega_1 = [a,b]^{\nu_1}$ $(\nu_1 \in \mathbb{N})$ и $\Omega_2 = [c,d]^{\nu_2}$ $(\nu_2 \in \mathbb{N})$ рассмотрим самосопряженный частично интегральный оператор типа Фредгольма, заданный следующим равенством

$$H = H_0 - (T_1 + T_2).$$

Действия операторов H_0, T_1 и T_2 определяются по формулам

$$H_0 f(x,y) = k_0(x,y) f(x,y), \;\; f \in L_2(\Omega_1 \times \Omega_2),$$

$$T_1 f(x,y) = \int_{\Omega_1} (1 + \gamma\psi_1(x)\psi_1(s))\, f(s,y) d\mu_1(s), \quad \gamma > 0,$$

$$T_2 f(x,y) = \int_{\Omega_2} (1 + \mu\psi_2(y)\psi_2(t))\, f(x,t) d\mu_1(t), \quad \mu > 0,$$

где $k_0(x,y)$ – неотрицательная непрерывная функция на $\Omega_1 \times \Omega_2$, $\psi_j(\cdot)$ – вещественнозначная непрерывная функция на Ω_j, $\int_{\Omega_j} \psi_j(\xi) d\mu_j(\xi) = 0$, $\int_{\Omega_j} \psi_j^2(\xi) d\mu_j(\xi) = 1$ и $\mu_j(\cdot)$ – мера Лебега на Ω_j, $j = 1, 2$.

Через $\sigma_{ess}(\cdot)$ и $\sigma_{disc}(\cdot)$ обозначим соответственно, существенный и дискретный спектры самосопряженных операторов. В работе [1] получено достаточные условия конечности дискретного спектра для оператора H. В работе [2] доказана конечность числа собственных значений, лежащих ниже нижнего края существенного спектра в модели H, когда функция $k_0(x,y)$ имеет вид: $k_0(x,y) = u(x)u(y)$, где $u(x)$ – неотрицательная непрерывная функция на $\Omega_1 = \Omega_2$, $\int_\Omega \frac{dx}{u(x)} < \infty$.

Пусть $u(x)$, $\vartheta(y)$ – неотрицательные непрерывные функции на Ω_1 и Ω_2, $0 \in Ran(u) \cap Ran(v), k_0(x,y) = u(x)v(y)$и $\varphi_j(\cdot)$- вещественнозначные непрерывные функции на Ω_j.

Предположим, что $\int_{\Omega_1} \frac{d\mu_1(x)}{u(x)} < +\infty$, $\int_{\Omega_2} \frac{d\mu_2(y)}{\vartheta(y)} < +\infty$ и $\mu_1(\Omega_1) = \mu_2(\Omega_2) = 1$.

В данной работе изучается дискретный спектр частично интегрального оператора H в случае $k_0(x,y) = u(x)\vartheta(y)$.

Обозначим
$$\xi_0 = \int_{\Omega_1}\int_{\Omega_2} u(x)v(y)\varphi_1^2(x)\varphi_2^2(y)dxdy.$$

Лемма 1. Пусть $\gamma 1$или $\mu 1$.Если $\gamma\xi_0$ и $\gamma 1$, то оператор H имеет отрицательное собственное значение, лежащее ниже нижней грани существенного спектра.

Лемма 2. Пусть $\gamma < 1$ или $\mu < 1$.Если $\gamma\xi_0$ и $\gamma 1$, то оператор H имеет отрицательное собственное значение, лежащее ниже нижней грани существенного спектра.

Теорема. Если выполняются условия леммы 1 или 2, то дискретный спектр оператора H не пуст, т.е. $\sigma_{disc}(H) \neq \emptyset$.

Список литературы

1. Ю.Х. Эшкабилов, Р.Р. Кучаров О существенном и дискретном спектре трехчастичного оператора Шредингера на решетке. – ТМФ, 170:3 (2012), 409-422.
2. R.R.Kucharov, Yu.Kh.Eshkabilov On the Number of Negative Eigenvalues of a Partial Integral Operator, Siberian Advances in Mathematics, 2015, Vol.25, №3, pp.179-190.

ВЕСОВАЯ m–СУБГАРМОНИЧЕСКАЯ МЕРА ГРАНИЧНЫХ МНОЖЕСТВ

Кулдашев К.К.[1], Алиева Ф.М.[2]

[1]Национальный университет Узбекистана, Ташкент, Узбекистан;
qobil2407@mail.ru

[2]Национальный университет Узбекистана, Ташкент, Узбекистан;
alievaferuza900@gmail.com

Пусть $D \subset \mathbb{C}^n$ область, с гладкой границей ∂D, $A_\alpha(\xi) = \{z \in D : |z-\xi| \leq \alpha\cdot\delta_\xi(z)\}$, где $\xi \in D$, $\alpha \geq 1$, $\delta_\xi(z)$-расстояние от точки z до касательной плоскости к D в точке ξ. $E \subset \partial D$ – произвольное множество. Для функции $u \in msh(D)$, определим ([1], [2])
$$u^*(\xi) = \sup_{\alpha\geq 1} \overline{\lim_{z\to\xi, z\in A_\alpha(\xi)}} u(z), \quad \xi \in D$$

Рассмотрим класс функций
$$\mathcal{U}(E, D, \psi) = \left\{u(z) \in msh(D) : u^*(\xi) \mid_E \leq \psi^*(\xi),\ u(z) \mid_D < 0\right\}$$
где, $\psi(z) \in msh(D)$ строго отрицательная функция на D, $\psi^*(\xi) \mid_E < 0$ и положим
$$\omega(z, E, D, \psi) = \sup\{u(z) : u(z) \in \mathcal{U}(E, D, \psi)\},$$
$$\omega^*(z, E, D, \psi) = \overline{\lim_{w\to z}}\, \omega(w, E, D, \psi).$$

Определение. $\omega^*(z, E, D, \psi)$ называется $\psi - m-$ субгармонической мерой граничных множеств $E \subset \partial D$ относительно области D.

Ниже перечислем свойств $\psi - m-$ субгармонической мерой.

1. $\omega^*(z, E, D, \psi) \in msh(D)$.
2. Если $\psi_1 \leq \psi_2$, то $\omega(z, E, D, \psi_1) \leq \omega(z, E, D, \psi_2),\ \forall z \in D$.
3. Если $E_1 \subset E_2$, то для любого $z \in D$ имеет место неравенства
$$\omega^*(z, E_2, D, \psi) \leq \omega^*(z, E_1, D, \psi).$$
4. $\omega^*(z, E, D, \psi)$ либо нигде равна нулю, либо тождественно равна нулю. $\omega^*(z, E, D, \psi) \equiv 0$ тогда и только тогда, когда существтвует функция $u(z) \in msh(D), u\mid_D < 0, u \neq -\infty$, такая,что $u^* \mid_E \equiv -\infty$.
5. Пусть $E = \bigcup\limits_{j=1}^{\infty} E_j$, то для любого $z \in D$ имеет место неравенство
$$\omega^*(z, E, D, \psi) \geq \sum_{j=1}^{\infty} \omega^*(z, E_j, D, \psi).$$
6. Если $\psi^*(\xi)$ ограничено снизу в множестве E , то для любого множество $E \subset \partial D$ имеет место неравенство
$$-\inf_E \psi^*(\xi) \cdot \omega^*(z, E, D) \leq \omega^*(z, E, D, \psi) \leq -\sup_E \psi^*(\xi) \cdot \omega^*(z, E, D).$$

References

1. Садуллаев А. Теория плюрипотенциала. Применения. Palmarium Academic Publishing, Germany, 2012

2. Садуллаев А. Плюрисубгармонические меры и емкости на комплексных многообразиях, Успехи математических наук. 1981, 4, 35–105.

Об одной краевой задаче для вырождающегося уравнения параболо-эллиптического типа.

Мадрахимова З.С., Исхакова Д.Э.
Национальный Университет Узбекистана им. М. Улугбека
zilolaxonmadrahimova@gmail.com; dilyaisxakova98@gmail.com

В данной работе изучается краевая задача для уравнения параболо-эллиптического типа с вырождением типа и порядка внутри области.

Рассмотрим уравнение
$$0 = \begin{cases} xu_{xx} + \alpha_1 u_x - u_y, \ \ x > 0, \ \ y > 0, \\ -xu_{xx} + (-x)^n u_{yy} + \alpha_2 u_x, \ \ x < 0, \ \ y > 0, \end{cases} \tag{80}$$
где
$$0 < \alpha_1 < 1, n > 1, \frac{1-n}{2} < \alpha_2 < 1. \tag{81}$$

Пусть D - область ограниченная при $x < 0, y > 0$ нормальной кривой $\sigma : \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{4}{(n+1)^2}(-x)^{n+1} = \frac{1}{4}$ с концами в точках $O\,(0,0)$ и $A\,(0,1)$, а при $x > 0, \ \ y > 0$ отрезками AB, BC, OC прямых $y = 1$, $x = 1$, $y = 0$, соответственно.

Введем обозначения: $D_1 = D \cap (x > 0,\ y > 0)$,$D_2 = D \cap (x < 0,\ y > 0)$,
$I = \{(x, y) : x = 0,\ \ 0 < y < 1\}$.
В области D для уравнения (119) исследуем следующую задачу.
Задача $T_{2\alpha}$. Найти функцию $u\,(x, y)$, обладающую следующими свойствами:

$$1)u\,(x, y) \in C\left(\bar{D}\right), u_x\,(x, y) \in C\left(\overline{BC}\right);$$

2) $u\,(x, y) \in C^{2,1}_{x,y}\,(D_1) \cap C^{2,2}_{x,y}\,(D_2)$ и удовлетворяет уравнению (119) в областях $D_j(j = 1, 2)$;

3) $(-x)^{\alpha_1}\,u_x \in C\,(D_1 \cup I)$,$(-x)^{\alpha_2}\,u_x \in C\,(D_2 \cup I)$ и на интервале Iвыполняется условие склеивания

$$\lim_{x\to+0}(-x)^{\alpha_1}\,u_x\,(x, y) = \lim_{x\to-0}(-x)^{\alpha_2}\,u_x\,(x, y)\,;$$

4) $u(x, y)$ удовлетворяет краевым условиям

$$u(x, y)|_{OC} = \varphi_1(x), 0 \le x \le 1, u_x(x, y)|_{BC} = \varphi_2(y), 0 \le y \le 1,$$

$$u(x, y)|_{\sigma} = \psi(x, y), (x, y) \in \bar{\sigma},$$

где $\varphi_1(x)$,$\varphi_2(y)$,$\psi(x, y)$ – заданные функции, причем $\varphi_1'(119) = \varphi_2(0)$,$\varphi_1(0) = \psi(0, 0)$

$$\varphi_1(x) \in C[0, 1] \cap C^2(0, 1), \tag{82}$$

$$\varphi_2(y) \in C^1\left(\bar{I}\right), \tag{83}$$

$$\psi\,(x, y) \in (-x)^{\varepsilon+1}\,\tilde{\psi}(x, y), \tilde{\psi}\,(x, y) \in C\,(\bar{\sigma})\,, \varepsilon > 0. \tag{84}$$

Теорема. Если выполнены условия (120)-(123), то в области D существует единственное решение задачи $T_{2\alpha}$.

Единственность решения задачи $T_{2\alpha}$ доказывается с помощью принципа экстремума [1], а существование – методом интегральных уравнений.

Литература

1. Смирнов М.М. Уравнение смешанного типа. М.: Высшая школа. 1985. -304 с.

НАЧАЛЬНО–ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ С СЕКВЕНЦИАЛЬНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ МИЛЛЕРА–РОССА В КЛАССАХ СОБОЛЕВА

Мадрахимов У. С.[1], Камулжанова К. О.[2]

[1,2]Ургенчский государственный университет, Ургенч, Узбекистан;
us.madrakhimov@gmail.com

В данной работе в области $Q = \Pi \times (0, T)$, где $\Pi = (0, l) \times ... \times (0, l)$, а l, T – заданные положительные числа, рассматривается следующее уравнение вида

$$D^{\alpha}_j u(y, t) + a^2 \sum_{p=1}^{N} \frac{\partial^{4m} u(y, t)}{\partial y_p^{4m}} = f(y, t),\ (y, t) \in Q,\ n - 1 \le \alpha < n,\ j = \overline{0, n-1},\ m, n \in \mathbb{N}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} D_{j-i-1}^{\alpha-i-1} u(y,t)\big|_{t=0} = \tilde{\varphi}_i^0(y), \;\; i = 0, ..., j-1, \\ \frac{\partial^s u(y,0)}{\partial y^s} = \varphi_s^0(y), \;\; s = 0, ..., n-j-1. \end{cases}$$

и краевыми условиями

$$\begin{cases} \frac{\partial^{4k} u(y,t)}{\partial y_p^{4k}}\Big|_{y_p=0} = 0, \;\; \frac{\partial^{4k+1} u(y,t)}{\partial y_p^{4k+1}}\Big|_{y_p=0} = 0, \\ \frac{\partial^{4k+2} u(y,t)}{\partial y_p^{4k+2}}\Big|_{y_p=l} = 0, \;\; \frac{\partial^{4k+3} u(y,t)}{\partial y_p^{4k+3}}\Big|_{y_p=l} = 0, \;\; k = \overline{0, m-1}, \;\; p = \overline{1, N}. \end{cases}$$

Здесь $(y,t) = (y_1, ..., y_p, ..., y_N, t) \in Q$, число $a > 0$ фиксировано, а $f(y,t)$, $\tilde{\varphi}_i^0(y)$, $i = 0, ..., j-1$, и $\varphi_s^0(y)$, $s = 0, ..., n-j-1$ – достаточно гладкие функции, разлагаемые по собственным функциям $v_{m_1,...,m_N}(y_1, ..., y_N) = \prod\limits_{p=1}^{N} X_{m_p}(y_p)$. Оператор D_j^α интегро-дифференцирования в смысле секвенциальной производной Миллера – Росса по Римана–Лиувилля (см. [3]).

В пространстве $\overset{\circ}{W}{}_2^{2s_1,2s_2,...,2s_N}(\Pi)$ функций N переменных $f(x) = f(x_1, ..., x_N)$ полную ортонормированную систему образуют все произведения $\left\{v_m(y), \; m \in \mathbb{N}^N\right\}$.

В многомерном случае изучается задача с начальными и краевыми условиями для уравнения колебаний балки, один конец которой заделан, а другой свободными (см. [1], [2]). Доказана теорема существования и единственности поставленной задачи в классах Соболева. Решение рассматриваемой задачи построено в виде суммы ряда по системе собственных функций многомерной спектральной задачи, для которой найдены еое собственные значения как корни трансцендентного уравнения и построена соответствующая система собственных функций.

Список литературы

1. А. Н. Тихонов , А. А. Самарский. Уравнения математической физики. Москва: Изд-во. МГУ, 1999. 798 с.
2. Б. Г. Коренев. Вопросы расчета балок и плит на упругом основании. М.: Наука, 1965. 355 с.
3. K. S. Miller , B. Ross. An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations. New York: wiley and Sons, 1993. 384 p.

СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО УРАВНЕНИЯ АЛЛЕРА С НЕЛОКАЛЬНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

Матякубова Д.М.[1]

[1]Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент, Узбекистан;
dilorom1510@gmail.com

Постановка задачи. В прямоугольной области $Q = \{(x,t) : 0 < x < \pi, 0 < t < T\}$, где $l > 0, T > 0$, рассматривается следующее уравнение Аллера (см. например [1]) вида

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} + f(x,t), (x,t) \in Q \tag{1}$$

с начальными условиями

$$u(x,0)=0,\ 0\le x\le\pi \tag{2}$$

и граничными условиями

$$\alpha u(0,t)+\beta u(\pi,t)=0,\quad \beta u_x(0,t)+\alpha u_x(\pi,t)=0. \tag{3}$$

Здесь $a>0, b>0$ и $\alpha\neq 0,\ \beta\neq 0,\ \mid\alpha\mid\neq\mid\beta\mid$ – действительные числа и

$\rho=\sqrt{\theta^2+2(\frac{\theta}{\sqrt{2}}+(\varphi+1)^2-1)^2}\cdot\sigma(s)<1,\ \sigma(0)=\frac{1}{\sqrt{2}},\ \sigma(s)=1$ при $s>0,\quad \max\limits_{x\in[0,\pi]}\mid e^{i\varphi x}-1\mid,\quad \lambda_n=2n+\varepsilon_n\cdot\varphi,\quad \varphi=\frac{1}{\pi}arccos\frac{-2\alpha\beta}{\alpha^2+\beta^2},\ \varepsilon_n=\varepsilon_{-n}=\pm1$ при $n\in Z$. Тогда система собственных функций $y_n(x)$ образует полную ортонормированные систему в классах Соболева $W_2^2(0,\pi)$ (см. например [2]).

Решение задачи (1)–(3) имеет вид: $u(x,t)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n(t)y_n(x)$, где $u_n(t)$ решение задачи

$$(1+b\lambda_n^2)u_n'(t)+au_n(t)=f_n(t),\ u_n(0)=0,\ n\in N$$

и имеет вид $u_n(t)=\frac{1}{(1+b\lambda_n^2)}\int\limits_0^t e^{-\frac{a\lambda_n^2}{(1+b\lambda_n^2)}(t-\tau)}f_n(\tau)d\tau$, а $f_n(t),\ n\in N$ коэффициент ряда Фурье $f(x,t)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}f_n(t)y_n(x)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Макаова Р.Х. Смешанная задача для неоднородного уравнения Аллера // Доклады Адыгской (Черкесской) Международной академии наук.2021. Т.21. No 4. С. 18–21.

2. Касимов Ш.Г.,Атаев Ш.К. О полноте системы ортонормированных собственных векторов обобщенной спектральной задачи в классах Соболева // Узбекский математический журнал. 2009. No 2. С.101-111.

ФОРМУЛА КАРЛЕМАНА ДЛЯ НЕОГРАНИЧЕННОЙ МАТРИЧНОЙ ОБЛАСТИ

Матякубов Зокирбек Кадамович [1], Сапарбаев Жамшид Саттор угли[2]

[1]Старший научный сотрудник, Хорезмская академия Маъмуна, Хорезм, Узбекистан; zokirbek.1986@mail.ru,

[2]Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент, Узбекистан; saparbayev.jamshid.1998@gmail.com

Рассмотрим в пространстве $\mathbb{C}^{\frac{m(m-1)}{2}}$, область D_{III}, состоящая из всех квадратных кососимметричных матриц W порядка m с комплексными элементами w_{kj}:

$$D_{III}=\{W\in\mathbb{C}[m\times m]:\ \operatorname{Im}W>0\}.$$

На ∂D_{III} имеется множество, состоящее из вещественно кососимметрических матриц W:

$$\Gamma_{III}=\{W\in\mathbb{C}[m\times m]:\ \operatorname{Im}W=0\},$$

которое называется остовом области D_{III}.

Пусть $\Re_{III}$ классической область третьего типа (см. [2])

$$\Re_{III} = \left\{ Z \in \mathbb{C}[m \times m] : \ I + Z\overline{Z} > 0 \right\},$$

На границе лежит множество

$$S_{III} = \left\{ Z \in \mathbb{C}[m \times m] : \ I + Z\overline{Z} = 0 \right\},$$

которое называется остовом $\Re_{III}$ (заметим, что S_{III} является границей Шилова для $\Re_{III}$). Класс функций, голоморфных и ограниченных в области D_{III} обозначим $A(D_{III})$.

Пусть $f \in A(D_{III})$. Известно [1,3], что $f(i(I+Z)(I-Z)^{-1}) \in H^1(\Re_{III})$ тогда и только тогда, когда

$$\frac{f(W)}{\det{(W+iI)}^2} \in H^1(D_{III}). \tag{1}$$

Теорема. Если функция $f \in A(D_{III})$ удовлетворяет условию (1) и множество $\tilde{M} \subset \Gamma_{III}$ имеет положительную меру Лебега, то верна следующая формула

$$f(W) = \frac{\det^{\frac{m-1}{2}}(W+iI)}{i^{\left(\frac{m-1}{2}\right)^2}} \lim_{j\to\infty} \int\limits_{\tilde{M}} f(V) \left[\frac{\tilde{\varphi}(V)}{\tilde{\varphi}(W)}\right]^j \frac{d\mu_V}{\det^{\frac{m-1}{2}}(\overline{V}+W)\det^{\frac{m-1}{2}}(V+iI)},$$

предел в которой достигается равномерно на компактах изостова, где $V \in \tilde{M}$.

Литература

1. **Айзенберг Л.А.** *Формулы Карлемана в комплексном анализе.* Новосибирск: Наука. 1990. - 248 с.

2. **Хуа Локен.** *Гармонический анализ функций многих комплексных переменных в классических областях.* - М.: ИЛ, 1959. - 163 с.

3. **Рахмонов У.С., Матякубов З.К.** *Формула Карлемана в матричных областях Зигеля.* Чебышевский сборник. 2022 г.; 23(4):126-135.

Об альтернативных мерах Гиббса для НС модели с двумя состояниями

Махаммадалиев Мухторжон[1], Орипов Хамидуллохон[2]

[1]Наманганский государственный университет, Наманган, Узбекистан;
mmtmuxtor93@mail.ru

[2]Наманганский государственный университет, Наманган, Узбекистан;
oripovhamidullo09@gmail.com

Пусть $\tau^k = (V, L)$ дерево Кэли порядка $k \geq 2$. Пусть $\Phi = \{0,1\}$ и $\sigma \in \Phi^V-$ конфигурация. Конфигурация σ называется допустимой, если $\sigma(x)\sigma(y) = 0$ для любых соседних $\langle x, y\rangle$ из V и обозначим множество таких конфигураций через Ω^G.

Гамильтониан НС-модели определяется по формуле $H(\sigma) = J \sum\limits_{x\in V} \sigma(x), \ \sigma \in \Omega^G$.

Понятие меры Гиббса вводится стандартным образом (см.например, [1]-[3]). Известно [4], что каждой мере Гиббса для НС-модели на дереве Кэли можно сопоставлять совокупность величин $z = \{z_x, x \in G_k\}$, удовлетворяющих

$$z_x = \prod_{y \in S(x)} (1 + \lambda z_y)^{-1}, \tag{1}$$

где $\lambda = e^{J\beta} > 0-$параметр, $\beta = T^{-1}$, $T-$температура.

Для НС модели были изучены трансляционно-инвариантные (ТИ), периодические и слабо периодические меры Гиббса (МГ) ([3]-[6]). Мы построим новые решения (1), т.е. возьмем m и r неотрицательные целые числа такие, что $0 \leq m \leq k$ и $0 \leq r \leq k$.

Граничное условие вершины $z = \{z_x, x \in G_k\}$, принимающее значения l и h, определяется следующими шагами:

• если на вершине x имеем $z_x = l$, то m вершин из $S(x)$ имеют значение l, а остальные вершины принимают значение h;

• если на вершине x имеем $z_x = h$, то r вершин из $S(x)$ имеют значение r, а остальные вершины принимают значение l.

Мера, соответствующая z_x, определенная указанным выше методом, называется альтернативной мерой Гиббса (АМГ). Доказана следующая

Теорема. Пусть $k \geq 2$, $r + m = k - 2$ и $\lambda_{cr} = (k-2m)^k \cdot (k-2m-1)^{-k-1}$. Тогда для НС модели верны следующие утверждения:

1. При $0 < \lambda < \lambda_{cr}$ существует единственная АМГ и она совпадает с единственной ТИМГ;
2. При $m = r$ и $\lambda = \lambda_{cr}$, то существует единственная АМГ и она совпадает с единственной ТИМГ;
3. При $m \neq r$ и $\lambda = \lambda_{cr}$ существует по крайней мере одна АМГ;
4. При $\lambda > \lambda_{cr}$ существуют ровно три меры Гиббса μ_0, μ_1 и μ_2, где μ_1 и μ_2 - АМГ.

Литература

1. Ганиходжаев Н.Н., Розиков У.А, ТМФ, 111(1), 1997, 109-117.
2. Георги Х.О., Гиббсовские меры и фазовые переходы, М.: Мир-1992.
3. Rozikov U.A., Gibbs Measures on Cayley Trees, World Sci., Singapore - 2013.
4. Suhov Yu.M., Rozikov U.A., Queueing Systems, 46, 2004, p.197–212.
5. Хакимов Р.М. Матем. заметки, 2013, 94(5), с.796–800.
6. Хакимов Р.М., Махаммадалиев М.Т. ТМФ, 2020, 204(2), с.258–279.

Численное решение задачи аномальной фильтрации суспензии в пористой среде с учетом кольматации и суффозии

Махмудов Ж.М.[1], Кулжонов Ж.Б.[2], Микиева Г.С.[3]

[1,2,3]Самаркандский государственный университет, г. Самарканд, Узбекистан;
j.makhmudov@inbox.ru, j.kuljanov86@gmail.com

Процесс аномального переноса вещества и фильтрации в пористой среде с фрактальной структурой моделируется дифференциальными уравнениями с дробной производной [1-2].

В данной работе рассматривается задача кольматационно-суффозионной аномальной фильтрации в пористой среде с фрактальной структурой. Пусть область исследования задачи состоит из $R\{0 \leq x < \infty\}$. В R по мере продвижения взвешенных частиц в глубь области происходит их осаждение (кольматация), частичный их срыв из захваченного (осажденного) состояния и дальнейший перенос в другие поры (суффозия). С учетом вышеуказанного, процесс переноса вещества в R можно описать система уравнениями в виде [3]

$$\begin{aligned}
&\varepsilon_0 \frac{\partial c}{\partial t} = \varepsilon_0 D \frac{\partial^\beta c}{\partial x^\beta} - \frac{\partial (vc)}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \\
&\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \omega_1 \left(\varepsilon_0 - \varepsilon\right) |\nabla p| - \omega_2 \varepsilon c \\
&v = -\frac{k(\varepsilon)}{\mu} \frac{\partial^\gamma p}{\partial x^\gamma} \\
&\frac{\partial p}{\partial t} = \chi^*(p) \left(\frac{\partial^{\gamma+1} p}{\partial x^{\gamma+1}} \right), \chi^*(p) = \chi \left(\varepsilon_0 + \beta^* \left(p - p_0\right)\right).
\end{aligned} \tag{1}$$

где c - объемная концентрация твердых частиц в жидкости, $\varepsilon_0, \varepsilon$ - первоначальные и текущие пористости, $\omega_1, \omega_2 -$ коэффициенты, характеризующие интенсивность суффозии и кольматации пор, γ,β - показатели производной, $|\nabla p|$ - модули градиента давлений p.

Система уравнений (1) с началными граничными условиями решается методом конечных разностей. На основе численных результатов определены профили концентрации, градиента давлении, пористости и скорости фильтрации. Полученные результаты показывают, что уменьшение значений γ от 1 приводит к увеличению профили концентрации и давлении.

Литература

1. Баззаев А.К. Локально-одномерная схема для уравнения диффузии дробного порядка с дробной производной в младших членах с граничными условиями первого рода, Владикавк. матем. журн. 2014. Т. 16. № 2. С. 3–13.

2. Измеров М.А., Тихомиров В.П. Фильтрационная модель протекания через фрактальную пористую среду, Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2014. №3. С.7-14.

3. Khuzhayorov.B.Kh. and Makhmudov. Zh. M. Colmatation-suffosion filtration in a porous medium with mobile and immobile fluids, Journal of Engineering Physics and Thermophysics, Vol. 80, No. 1, 2007

КОСЫЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ КВАДРАТИЧНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ ОПЕРАТОРОВ

Мирходжаева Н. Ш. [1], **Дусмуродова Г. Х.**[2]

[1]ТГЭУ, Ташкент, Узбекистан;
najibaxon_7@mail.ru
[2]Университет геологических наук, Ташкент, Узбекистан;
dusmurodova77@gmail.com

В данной работе мы рассматриваем косое произведение квадратичных стохастических операторов и условия их ассоциативности.

Пусть $S^{n-1}=\left\{x=(x_1,x_2,\ldots,x_n)\in R^n : x_i0, \sum\limits_{i=1}^{n} x_i=1\right\}-(n-1)$ - мерный симплекс.
Преобразование $V: S^{n-1}\to S^{n-1}$

$$(Vx)_k=\sum\nolimits_{i,j=1}^{n} P_{ij,k}x_ix_j$$

где

$$P_{ij,k}0, P_{ij,k}=P_{ji,k} \text{ и } \sum\nolimits_{k=1}^{n} P_{ij,k}=1,$$

называется квадратичным стохастическим оператором (ксо).

Определение 1. Квадратичный стохастический оператор V называется регулярным, если для любой начальной точки $x\in S^{m-1}$ существует предел $\lim\limits_{n\to\infty} V^n(x)$.
Пусть $V_1 : S^{n-1}\to S^{n-1}$ и $V_2 : S^{m-1}\to S^{m-1}$ - квадратичные стохастические операторы, где $S^{n-1}=\{x=(x_1,\ldots,x_n) : x_1+\ldots+x_n=1\}$ и $S^{m-1}=\{y=(y_1,\ldots,y_m) : y_1+\ldots+y_m=1\}$ На симплексе
$S^{n+m-1}=\{(x_1,\ldots,x_n,y_1,\ldots,y_m) : x_1+\ldots+x_n+y_1+\ldots+y_m=1\}$ определим оператор $V=V_1\times V_2$ полагая

$$(V(x,y))_i=(V_1(x))_i+g_i(x,y) \text{ для } i=1,\ldots,n$$

$$(V(x,y))_{n+j}=(V_2(y))_j+g_{j+n}(x,y) \text{ для } j=1,\ldots,m$$

где $\sum\limits_{k=1}^{n+m} g_k=2(x_1+\ldots+x_n)(y_1+\ldots+y_m)$.
Если $g_i(x,y)=x_i(y_1+\ldots+y_m)$ для$i=1,\ldots,n$

$$g_{j+n}(x,y)=y_j(x_1+\ldots+x_n) \text{ для } j=1,\ldots,m \tag{1}$$

это произведение назовем ***регулярным*** и обозначим как $V_1\bigotimes V_2$ [1].

Если $g_k(x,y)$ отлично от (1), соответствующее произведение назовем косым.

Пусть $V_1 : S_1^1\to S_1^1$ и $V_2 : S_2^1\to S_2^1$ квадратичные стохастические операторы на $S_1^1=\{x=(x_1,x_2),\ x_1,x_20,\ x_1+x_2=1\}$ $S_2^1=\{x=(y_1,y_2),\ y_1,y_20,\ y_1+y_2=1\}$

где

$$V_1:\begin{cases} (V_1(x_1,x_2))_1=a_1x_1^2+2b_1x_1x_2+c_1x_2^2\\ (V_1(x_1,x_2)_1=(1-a_1)x_1^2+2(1-b_1)x_1x_2+(1-c_1)x_2^2\end{cases}$$

$$V_2 : \begin{cases} (V_2(y_1\,, y_2))_2 = a_2 y_1^2 + 2b_2 y_1 y_2 + c_2 y_2^2 \\ (V_2(y_1, y_2)_2 = (1-a_2)y_1^2 + 2(1-b_2)y_1 y_2 + (1-c_2)y_2^2 \end{cases}.$$

Где $0 \le a_1\,, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 \le 1$.
Легко проверить, что алгебра порождённое регулярным произведением не является ассоциативной.
Полагая $y_1 = x_3$, $y_2 = x_4$, имеем для $V = V_1 \otimes V_2$

$$\begin{cases} x_1' = a_1 x_1^2 + 2b_1 x_1 x_2 + c_1 x_2^2 + 2\alpha_1 x_1 x_3 + 2\beta_1 x_1 x_4 \\ x_2' = (1-a_1)x_1^2 + 2(1-b_1)x_1 x_2 + (1-c_1)x_2^2 + 2\alpha_2 x_2 x_3 + 2\beta_2 x_2 x_4 \\ x_3' = \alpha_2 x_3^2 + 2b_2 x_3 x_4 + c_2 x_4^2 + 2(1-\alpha_1)x_1 x_3 + 2(1-\alpha_2)x_3 x_2 \\ x_4' = (1-a_2)x_3^2 + 2(1-\beta_1)x_1 x_4 + 2(1-\beta_2)x_2 x_4 + 2(1-b_2)x_3 x_4 + (1-c_2)x_4^2 \end{cases}. \quad (2)$$

Если параметры удовлетворяют следующим условия
1. $b_1\,(b_1 - 1) = c_1\,(a_1 - 1)$
2. $\beta_1\,(\beta_1 - 1) = 0$
3. $(\beta_2 - \beta_1)\,(1 - a_1) = 0$
4. $b_1\,(\beta_1 - \beta_2) = \beta_1\,(1 - \beta_2)$
5. $(\beta_1 - \alpha_1)\,(1 - a_2) = 0$
6. $b\,_2\,(\beta_1 - \alpha_1) = \beta_1\,(1 - \alpha_1)$
7. $\alpha_2\,(\alpha_2 - 1) = 0$
8. $c_2\,(1 - a_2) = b_2(1 - b_2)$

тогда оператор (2) порождает ассоциативную алгебру (см.[2]).

Библиография

1. Н.Мирходжаева, Н.Ганиходжаев, Косые произведения квадратичных стохастических операторов. Сарымсаковское чтение, 16–18 сентября (2021), стр.135.
2. Н. Н.Ганиходжаев, Г. Х. Дусмуродова, Четырехмерные и пятимерные алгебры, порожденные квадратичными стохастическими операторами, Бюллетень Института Математики,2022 5(1), стр. 25.

Эквивалентность путей относительно действия псевдоунитарной группы

Муминов К.К., Мамадалиев Ш.

НУУз, Ташкент, Узбекистан;

Пусть $V = C^n$ n - мерное векторное пространство над полем комплексных чисел C. Элемент из V представляем в виде n - мерных вектор-столбцов.

Линейные невырожденные преобразования пространство C^n образуют группу $GL(n, C)$, которая отождествляется с группой комплексных $n \times n$ матриц с определителем, не равным нулю.

Пусть $U = (p, q) = g \in GL(n, C) : g^{-T} Ig = I$ - псевдоунитарная под группа группы $GL(n, C)$ где g^{-T} - матрица, элемента которой комплексно сопряжены и транспонированы соответствующим элементам матрицы $g = (g_{ij})^n_{(i,j=1)}$, т.е. $g^{-T} = (g_{ji})^n_{(i,j=1)}$ для $g \in GL(n, C)$, $I = I_p q = diog(1_p 1_q), 1_k$ - единичная матрица $k \times k$.

Действие подгруппы $G \subset GL(n, C)$ в C^n определим как обычное умножение матрицы g на вектор-столбец $x = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, кроме того, определим операцию комплексного сопряжения в C^n равенством $x = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$.

Пусть $G = U(p, q)$. Говорят, что комплексная дифференциальная рациональная функция $f(x, x)$ является G -инвариантной, если $f(gx, gx) = f(x, x)$ при любом $g \in G$.

Рассмотрим множество всех путей в C^n, т.е. множество вектор функций $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t))$, где $x_i(t)(i = 1, 2, \ldots, n)$ являются бесконечно дифференцируемыми комплекснозначными функциями на интервале $(0, 1)$. Производной r - го порядка от пути $x(t)$ назовем вектор-функцию $x^{(r)}(t) = (x_1^{(r)}(t), x_2^{(r)}(t), \ldots, x_n^{(r)}(t))$.

Два пути $x(t)$ и (t) называются G - эквивалентными, если существует такое элемент $g \in G$, что $gx(t) = (t)$ для любого $t \in (0, 1)$.

Функция f от пути $x(t)$ и конечного число его производных называется G - инвариантной, если значения для f совпадают для G - эквивалентных путей.

Определитель матрицы $M(x)$ будем записывает в виде $detM(x(t))$. В дальнейшим рассматриваются только регулярные пути, т.е. такие путь $x(t)$, для которых $detM(x(t)) \neq 0$ при всех $t \in (0, 1)$. Ясно что два пути $x(t)$ и (t) являются G - эквивалентными в том и только в том случае, когда $M(y) = gM(x)$ для некоторого $g \in G$.

Теорема. Два пути $x(t)$ и (t) являются G - эквивалентными тогда и только тогда, когда выполнены следующие равенства:
$M^{-1}(x(t))M^{(1)}(x(t)) = M^{-1}(y(t))M^{(1)}(y(t))$ и $M^T(x(t))IM(x(t)) = M^T(y(t))IM(y(t))$ для всех $t \in (0, 1)$.

Литература

1. Желобенко Д.П. Представления группа Ли. М.Наука. 1983.
2. Кириллов А.А. Элементы теории представлений. М.Наука. 1978.
3. Исаев А.П. Теория групп. Часть 1. МГУ (физфак).
4. Хаджиев Дж. Приложение теории инвариантов к дифференциальной геометрии кривых. Ташкент ФАН. 1988.
5. Муминов К.К., Журабоев С.С. Эквивалентность путей относительно действия специальный унитарной группы. Вестник НУУз Тошкент 2017 2/1 С.146-150.

Краевая задача для вырождающегося нагруженного уравнения параболо-гиперболического типа второго рода, когда нагруженная часть содержит интегральный оператор дробного порядка

Д.А.Насирова

Ташкентский государсвенный технический университет им. И.Каримова
e-mail ndildora0909@gmail.com

Рассмотрим уравнение

$$0=\begin{cases} u_{xx}-x^{p}u_{y}-\mu_{1}D_{0x}^{-\alpha_{1}}u\left(x,0\right), & (x,y)\in D_{1},\\ u_{xx}-\left(-y\right)^{m}u_{yy}+\mu_{2}D_{0x}^{-\alpha_{2}}u\left(x,0\right), & (x,y)\in D_{2},\end{cases} \tag{85}$$

где $m, \quad p, \quad \mu_0 \quad \alpha_1, \quad \alpha_2, \quad \mu_1, \quad \mu_2$ - любые действительные числа, причем

$$0<m<1,\ \ p>0,\ \ \ 0<\alpha_1,\,\alpha_2<1,\ \ \mu_1>0,\ \ \mu_2<0. \tag{86}$$

D_1- область, ограниченная отрезками $AB,\ AA_0,\ BB_0,\ A_0B_0$ прямых $y=0,\ x=0,$ $x=1,\ y=h$, соответственно при $y>0$, а D_2- характеристический треугольник, ограниченный характеристикам $I\equiv AB:\ 0<x<1, \quad y=0$, AC, BC уравнения (1) при $y<0$, а $D_{0\,x}^{-\alpha}f(x)-$ интегральный оператор дробного порядка α в смысле Римана - Лиувилля [1], $D=D_1\cup D_2\cup I$.

Задача T_α. Найти в области D функцию $u(x,y)$, обладающую свойствами: 1) $u(x,y)\in C(\bar{D})$; 2) $u(x,y)\in C^{2,1}_{x,y}(D_1)$ и является регулярным решением уравнения (1) в области D_1; 3) $u(x,y)$ - обобщенным решением уравнения (1) из класса R_2 [1] в области D_2; 4) $u(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям:

$$u(x,y)|_{AA_0}=\varphi_1(y),\ u(x,y)|_{BB_0}=\varphi_2(y),\, y\in[0,h]\,,\ \ u|_{AC}=\psi_1(x),\ \ x\in\left[0,\frac{1}{2}\right];$$

5) $u_y\in C\left(D_1\cup I\right)\cap C\left(D_2\cup I\right)$ и на интервалах I выполняется условие склеивания $\lim\limits_{y\to+0}u_y(x,y)=\lim\limits_{y\to-0}u_y(x,y)$, где $\varphi_1(y),\ \varphi_2(y),\ \psi_1(x)$ $-$ заданные функции, причем $\varphi_1(0)=\psi_1(0)=\varphi_2(0)=0,$

$$\varphi_1\left(y\right),\ \ \varphi_2\left(y\right)\in C\left[0,h\right]\cap C^1\left(0,h\right),\psi_1\left(x\right)\in C^2\left[0;\frac{1}{2}\right]. \tag{87}$$

Доказана следующая теорема.

Теорема. Если выполнены условия (2), (3), то в области D существует единственное решение задачи T_α.

Единственность решение задачи доказывается с помощью принципа экстремума и методом интегралов энергии, а сушествования решения - методом интегральных уравнений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Смирнов М.М. Уравнения смешанного типа. М. 1985. 304 с.

О РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ С НЕЛОКАЛЬНЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ И С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ МИЛЛЕРА–РОССА В ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДЕ

Normatova A.S.[1]

[1]Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент, Узбекистан;
normatovaaziza3@gmail.com

Постановка задачи. В области $Q = \Pi \times (0,T)$, где $\Pi = (0,1) \times ... \times (0,1)$, $T > 0$, рассматривается следующее уравнение вида

$$D_j^{\alpha} u(x,t) = a^2 \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x_i^2} + f(x,t),\ (x,t) \in Q,\ n-1 \le \alpha < n,\ 0 \le j \le n-1,\ n,\ j+1 \in \mathbb{N} \tag{1}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} D_{j-i-1}^{\alpha-i-1} u(x,t)\big|_{t=0} = \tilde{\varphi}_i^0(x), & i = 0,...,j-1, \\ \frac{\partial^s u(x,0)}{\partial x^s} = \varphi_s^0(x), & s = 0,...,n-j-1. \end{cases} \tag{2}$$

и граничными условиями

$$u(x_1,...,x_N,t)\big|_{x_i=0} = \tau_i(t),\ \ i = \overline{1,N},\ \ \int_0^1 u(x_1,...,x_N,t)dx_i = 0,\ \ i = \overline{1,N}, \tag{3}$$

Такого рода условия встречаются, например, при решении задач, описывающих процесс диффузии частиц в турбулентной плазме, а также в процессах распространения тепла в тонком нагретом стержне при $N = 1$, если задан закон изменения температуры в границе и изменения общего количества тепла стержня. Здесь $(x,t) = (x_1,...,x_p,...,x_N,t) \in Q$, число $a > 0$ фиксировано, а $f(x,t)$, $\tilde{\varphi}_i^0(x)$, $i = 0,...,j-1$, и $\varphi_s^0(x)$, $s = 0,...,n-j-1$ – достаточно гладкие функции, разлагаемые по собственным функциям $v_{m_1,...,m_N}(x_1,...,x_N) = \prod_{i=1}^{N} X_{i,m_i}(x_i)$, где $X_{i,0}(x_i) = x_i$, $X_{i,2k-1}(x_i) = x_i cos(2\pi k x_i)$, $X_{i,2k}(x_i) = sin(2\pi k x_i)$, $k = 1,2,....$ Оператор D_j^{α} интегро-дифференцирования в смысле секвенциальной производной Миллера – Росса по Римана – Лиувилля (см. например [1], [2]).

Решение задачи (1)–(3) существует, единственно и представляется в виде $u = \sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=-m}^{m}\left[\sum_{s=0}^{l-j-1} t^s E_{\frac{1}{\alpha}}(\lambda_{m_1,...,m_N}\cdot t^{\alpha}; s+1)\varphi^0_{s;m_1,...,m_N} + \sum_{i=0}^{j-1} t^{\alpha-i-1} E_{\frac{1}{\alpha}}(\lambda_{m_1,...,m_N}\cdot t^{\alpha}; \alpha - i)\cdot \right.$ $\left.\cdot\tilde{\varphi}^0_{i;m_1,...,m_N}\right]\cdot v_{m_1,...,m_N}(x_1,...,x_N)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Miller K.S., Ross B. An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations. New York: wiley and Sons, 1993. 384 p.

2. Chirkiy A.A., Matichin I.I. Presentation of solutions of linear systems with fractional derivatives in the sense of Riemann-Liouville, Caputo and Miller-Ross // J. Autom. Inform. Sci. 2008. Vol. 40, no. 6. P. 1–11.

О РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ С ДВУМЯ НЕЛОКАЛЬНЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ И С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ МИЛЛЕРА–РОССА

Нортошев Д.Г.[1]

[1]Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент, Узбекистан;
diyornortoshev1@gmail.com

Постановка задачи. В области $Q = \Pi \times (0, T)$, где $\Pi = (0, 1) \times ... \times (0, 1)$, $T > 0$, рассматривается следующее уравнение вида

$$D_j^\alpha u(x,t) = \sum_{i=1}^{N} {a_i}^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x_i^2} + f(x,t),\ (x,t) \in Q,\ n-1 \le \alpha < n,\ 0 \le j \le n-1,\ n,\ j+1 \in \mathbb{N} \tag{1}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} D_{j-i-1}^{\alpha-i-1} u(x,t)\big|_{t=0} = \tilde{\varphi}_i^0(x), \ \ i = 0, ..., j-1, \\ \frac{\partial^s u(x,0)}{\partial x^s} = \varphi_s^0(x), \ \ s = 0, ..., n-j-1. \end{cases} \tag{2}$$

и двумя нелокальными граничными условиями

$$u(x_1, ..., x_N, t)\big|_{x_i} - u(x_1, ..., x_N, t)\big|_{x_i=1} = \tau_i(t), \quad i = \overline{1, N},$$

$$\int_0^1 u(x_1, ..., x_N, t) dx_i = \mu_i(t), \quad i = \overline{1, N}, \tag{3}$$

Здесь $(x, t) = (x_1, ..., x_p, ..., x_N, t) \in Q$, число $a_i > 0$ фиксировано, а $f(x, t)$, $\tilde{\varphi}_i^0(x)$, $i = 0, ..., j-1$, и $\varphi_s^0(x)$, $s = 0, ..., n-j-1$ – достаточно гладкие функции, разлагаемые по собственным функциям $v_{m_1,...,m_N}(x_1, ..., x_N) = \prod_{i=1}^{N} X_{i,m_i}(x_i)$, где $\{X_{i,m_i}(x_i)\}$ система собственных функций одномерных спектральных задач. Оператор D_j^α интегро-дифференцирования в смысле Миллера – Росса по Римана – Лиувилля (см. например [1], [2]). Такие задачи встречаются, например, при решении задач, описывающих процесс диффузии частиц в турбулентной плазме, а также в процессах распространения тепла в тонком нагретом стержне при $N = 1$, если задан закон изменения температуры в границе и изменения общего количества тепла стержня. Решение задачи (1)–(3) существует, единственно и представляется в виде регулярно сходящегося ряда по собственным функциям $\{v_{m_1,...,m_N}(x_1, ..., x_N)\}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Miller K.S., Ross B. An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations. New York: wiley and Sons, 1993. 384 p.

2. Chirkiy A.A., Matichin I.I. Presentation of solutions of linear systems with fractional derivatives in the sense of Riemann-Liouville, Caputo and Miller-Ross // J. Autom. Inform. Sci. 2008. Vol. 40, no. 6. P. 1–11.

3. Касимов Ш.Г., Мадрахимов У.С. Начально-граничная задача для уравнения балки в многомерном случае // Дифференциальные уравнения. 2019 г. Том 55, №10, с. 1379-1391.

НАЧАЛЬНО-ГРАНИЧНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ МИЛЛЕРА–РОССА В ЦИЛИНДРЕ

Очилбоева Ш.М.[1]

[1]Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент, Узбекистан;
shahlomuzaffarqizi@gmail.com

Постановка задачи. В данной работе в области $Q = U \times (0, T)$, где U шар радиусом R с центром в начале координат, а T – заданные положительные числа, рассматривается следующее уравнение вида

$$D_j^{\alpha}u(x,y,z,t) - a^2\left(\frac{\partial^2 u(x,y,z,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x,y,z,t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u(x,y,z,t)}{\partial z^2}\right) = 0,$$
$$(x,y,z,t) \in Q,\ l-1 \le \alpha < l,\ 0 \le j \le n-1,\ n,\ j+1 \in \mathbb{N} \tag{1}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} D_{j-i-1}^{\alpha-i-1}u(x,y,z,t)\big|_{t=0} = \tilde{\varphi}_i^0(x,y,z), & i = 0, ..., j-1, \\ \frac{\partial^s u(x,y,z,0)}{\partial t^s} = \varphi_s^0(x,y,z), & s = 0, ..., l-j-1. \end{cases} \tag{2}$$

и граничными условиями

$$u(x,y,z,t)\big|_{(x,y,z)\in\partial U} = 0, \tag{3}$$

где оператор D_j^{α} интегро-дифференцирования в смысле секвенциальной производной Миллера – Росса по Римана – Лиувилля (см. например [1], [2]).

Если ввести сферические координаты, $u = u(r,\theta,\varphi)$, то записывая уравнение (1) в сферических координатах и полагая $u = T(t)R(r)Y_m^{(n)}(\theta,\varphi)$, найдем, что решение задачи (1)–(3) имеет вид:

$$u = \sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=-m}^{m}\left[\sum_{s=0}^{l-j-1} t^s E_{\frac{1}{\alpha}}(\lambda_{k,m}\cdot t^{\alpha}; s+1)\varphi^0_{s;k,m,n} + \sum_{i=0}^{j-1} t^{\alpha-i-1}E_{\frac{1}{\alpha}}(\lambda_{k,m}\cdot t^{\alpha}; \alpha - i)\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\tilde{\varphi}^0_{i;k,m,n}\right]\cdot\frac{J_{m+\frac{1}{2}}\left(\frac{\xi_k^{(m+\frac{1}{2})}}{R}r\right)}{\sqrt{r}}\cdot Y_m^{(n)}(\theta,\varphi),$$

где $Y_m^{(n)}(\theta,\varphi)$ сферические функции, $\lambda_{k,m} = \frac{\xi_k^{(m+\frac{1}{2})}}{R}$, а $\xi_k^{(m+\frac{1}{2})}$ корни бесселевой функции $J_{m+\frac{1}{2}}(x)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Miller K.S., Ross B. An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations. New York: wiley and Sons, 1993. 384 p.

2. Chirkiy A.A., Matichin I.I. Presentation of solutions of linear systems with fractional derivatives in the sense of Riemann-Liouville, Caputo and Miller-Ross // J. Autom. Inform. Sci. 2008. Vol. 40, no. 6. P. 1–11.

3. Касимов Ш.Г., Мадрахимов У.С. Начально-граничная задача для уравнения балки в многомерном случае // Дифференциальные уравнения. 2019 г. Том 55, №10, с. 1379-1391.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА ВТОРОГО РОДА

Окбоев А.Б.[1], **Ахмедова М.Б.**[2]
[1]Институт математики имени В.И.Романовского АН РУз, Ташкент, Узбекистан;
akmaljon12012@gmail.com
[2]Ферганский государственный университет, Фергана, Узбекистан;
mirjalol9966@gmail.com

Рассмотрим уравнения

$$L_\alpha (u) \equiv sign\,(-y)\, u_{xx} + y u_{yy} + \alpha u_y = 0 \tag{1}$$

в области, ограниченной характеристиками данного уравнения $OA: \ x - 2\sqrt{-y} = 0,\ 0 \le x \le 1/2,\ y < 0$; $AB: \ x + 2\sqrt{-y} = 1,\ 1/2 \le x \le 1,\ y < 0$; $OC: \ x - 2\sqrt{y} = 0,\ 0 \le x \le 1/2,\ y > 0$; $CB: \ x + 2\sqrt{y} = 1,\ 1/2 \le x \le 1,\ y > 0$, где $\alpha \in (-1/2, 0)$. Обозначим за D_1 область, ограниченную характеристическими кривыми OA, AB, OB, за D_2 - область, ограниченную характеристическими кривыми OC, CB, OB.

Задача 1. *Найти в области* $D = D_1 \bigcup D_2$ *решение* $u(x, y) \in C\left(\bar{D}\right)$ *уравнения (1), удовлетворяющее краевым условиям*

$$u\,(x, y)|_{OA} = \varphi_1(x), \quad 0 \le x \le 1/2, \tag{2}$$

$$u\,(x, y)|_{OC} = \varphi_2(x), \quad 0 \le x \le 1/2 \tag{3}$$

и условиям сопряжения

$$\lim_{y\to -0} u\,(x, y) = \lim_{y\to +0} u\,(x, y)\,, \qquad 0 \le x \le 1; \tag{4}$$

$$\lim_{y\to -0} (-y)^\alpha \frac{\partial}{\partial y}\left[u - A_\alpha^-(\tau)\right] = \lim_{y\to +0} y^\alpha \frac{\partial}{\partial y}\left[u - A_\alpha^+(\tau)\right], \quad 0 < x < 1, \tag{5}$$

где $\varphi_1(x)$ *и* $\varphi_2(x)$ *- заданные непрерывные функции, а [1]*

$$A_\alpha^\pm(\tau) = \gamma_1 \int\limits_0^1 \tau\left(s^\pm\right)[z\,(1-z)]^\beta dz \pm \frac{4\gamma_1 y}{(\beta + 1/2)\,(\beta+1)} \int\limits_0^1 \tau''\left(s^\pm\right)[z\,(1-z)]^{1+\beta} dz,$$

$\gamma_1 = \Gamma\,(1 + 2\alpha)\,/\Gamma^2\,(1/2 + \alpha)\,,\ \beta = \alpha - 1/2,\ \tau\,(x) = u\,(x, 0) \in C^3\,[0, 1],$

$$s^\pm = \begin{cases} s^+ = x - 2\sqrt{y}\,(1-2z)\,,\ y > 0; \\ s^- = x - 2\sqrt{-y}\,(1-2z)\,,\ y < 0. \end{cases}$$

Теорема. *Если* $\varphi_i\,(x) \in C^3\,[0, 1/2]\,, \varphi_i^{(k)}(0) = 0,\ \ i = 1, 2;\ k = 1, 2, 3,$ *то задача 1 имеет единственное решение.*

Литература

1. С.С.Исамухамедов. О краевой задаче для одного уравнения смешанного типа второго рода. Сб. "Краевые задачи для дифференциальных уравнений 5, Ташкент, Изд-во "Фан"1975. с. 28-37

ВИДОИЗМЕНЕННАЯ ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО РОДА

Окбоев А.Б.[1], **Муминова М.Р.**[2]
[1]Институт математики имени В.И.Романовского АН РУз, Ташкент, Узбекистан; akmaljon12012@gmail.com
[2]Фергансейий государственный университет, Фергана, Узбекистан; munojot0624@gmail.com

Рассмотрим уравнения

$$L_\alpha(u) \equiv u_{xx} + yu_{yy} + 2u_y = 0, \quad y < 0 \tag{1}$$

в характеристическом треугольнике D, ограниченном его характеристиками $OB: x - 2\sqrt{-y} = 0$, $AB: x + 2\sqrt{-y} = 1$ и $OA: y = 0$.

Задача 1. Найти функции $u(x,y) \in C(\bar{D}) \cap C^2(D)$, удовлетворяющей в области D уравнению (1) и начальным условиям

$$\lim_{y \to -0} (-y)\, u(x,y) = \tau(x), x \in [0,1], \tag{2}$$

$$\lim_{y \to -0} \frac{\partial}{\partial y}\left[(-y)\, u_\alpha(x,y) - \tilde{A}_\alpha(\tau)\right] = \nu(x), x \in (0,1), \tag{3}$$

где $\tau(x)$, $\nu(x)$ заданные функции, а $\tilde{A}_\alpha(\tau)$ - оператор вида [1]

$$\tilde{A}_\alpha(\tau) = \frac{1}{\pi}\int_0^1 \tau\left[x - 2\sqrt{-y}(1-2z)\right]\left[z(1-z)\right]^{-1/2}dz -$$

$$-\frac{16}{\pi} y \int_0^1 \tau''\left[x - 2\sqrt{-y}(1-2z)\right]\left[z(1-z)\right]^{1/2}\left[\ln\sqrt{-y} z(1-z)\right]dz.$$

Доказана следующая

Теорема. *Если $\tau(x) \in C^4[0,1]$ и $\nu(x) \in C^2[0,1]$, то функция*

$$u(x,y) = -\frac{1}{y\pi}\int_0^1 \tau\left[x - 2\sqrt{-y}(1-2z)\right]\left[z(1-z)\right]^{-1/2}dz +$$

$$+\frac{16}{\pi}\int_0^1 \tau''\left[x - 2\sqrt{-y}(1-2z)\right]\left[z(1-z)\right]^{1/2}\left[\ln\sqrt{-y} z(1-z)\right]dz -$$

$$-\frac{4}{\pi}\int_0^1 \nu\left(x - 2\sqrt{-y} + 4\sqrt{-y}z\right)\left[z(1-z)\right]^{1/2}dz$$

является единственным решением задачи $\{(1)-(3)\}$.

Литература

1. Уринов А.К., Окбоев А.Б. Видоизмененная задача Коши для одного вырождающегося гиперболического уравнения второго рода // Украинский математический журнал. -Киев. 2020. Т. 72,No 1. -С. 100 - 118.

Случайные процессы

Омонова Н.А. [1]

[1]Национальный Университет Узбекистана имени М.Улугбека, Ташкент;
nigooorra@gmail.com

Пусть (Ω, A, P) - некоторое вероятностное пространство, и $T \subseteq R$. Будем называть T областью определения процесса.

В широком смысле под случайным процессом ξ понимают некоторое семейство случайных величин $\{\xi(t)\}_{t\in T}$, определённых на одном и том же вероятностном пространстве (Ω, A, P). Индексирующий параметр $t \in T$ часто интерпретируют как время. Мы будем рассматривать лишь случайные процессы, принимающие значения в измеримом пространстве (R,B(R)), так что $\xi(t) : \Omega \to E$ для любого $t \in T$, где $E \subseteq R$ - множество возможных значений процесса ξ. При фиксированном элементарном исходе $w \in \Omega$ семейство$\{\xi(t)\}_{t\in T}$, можно рассматривать как неслучайную функцию переменной t называемую траекторией или выборочным значением процесса.

Пусть χ - множество функций x(t) с областью определения $t \in T$ и областью значений в R. χ будем называть выборочным пространством процесса. В качестве следующего шага определим σ - алгебру над χ.

Определение 1. Пусть $n \in N, t_1, ..., t_n \in T$ и $B_1, ..., B_n \in B(R)$.

Множества вида

$$C = \{x \in \chi : x(t_1) \in B_1, ..., x(t_n) \in B_n\},$$

называются цилиндрическими.

Цилиндрическое множество представляет собой множество всех траекторий из пространства χ, которые пересекают B_1 в момент вре мени t_1, B_2 в момент времени t_2 и т.д. (см. рис. 1)

Семейство всех цилиндрических множеств над пространством χ порождает цилиндрическую σ - алгебру B_χ. χ и B_χ образуют выборочное измеримое пространство (χ, B_χ) случайного процесса ξ. Вероятностные свойства процесса определяются вероятностью P_ξ, заданной на (χ, B_χ).

Определение 2. Случайным процессом или случайной функцией ξ называется измеримое отображение вероятностного пространства (Ω, A, P) на выборочное пространство (χ, B_χ, P_ξ).

Применение в определении случайной функции именно цилиндрической σ - алгебры связано с вопросом однозначного определения вероятности над пространством траекторий. Для случая цилиндрических σ - алгебр достаточно определить P_ξ согласованным образом лишь на семействе всех цилиндрических множеств, т.е. описать конечномерное распределение процесса ξ:

$$P(\xi(t_1) \in B_1, ..., \xi(t_n) \in B_n).$$

Тогда, согласно теореме Колмогорова, существует единственное продолжение вероятности на всю цилиндрическую σ - алгебру B_χ. Для случая более богатых σ - алгебр на множестве траекторий ξ общего подхода для задания вероятности нет. Заметим, что когда T счётно, то цилиндрической σ - алгебры B_χ бывает достаточно для описания любого события. В случае же непрерывного T не всякое событие оказывается измеримым относительно B_χ.

Использованная литература

1. Битнер, Г.Г. Теория вероятностей: Учебное пособие / Г.Г. Битнер. - Рн/Д: Феникс, 2012. - 329 с.

2. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие для бакалавров / В.Е. Гмурман. - М.: Юрайт, 2013. - 479с.

3. Formanov Sh.K., Khamdamov I.M., On some properties of vertex processes of random convex hulls, Cite as: AIP Conference Proceedings 2365, 060012 (2021); https://doi.org/10.1063/5.0057259, Published Online: 16 July 2021. 7P.

Математическое моделирование структурированных флюизов в двухслойной изосированном пласте.

Каюмов Ш.[1], Арзикулов Г.П.[2],Хусанов Э.А.[3]

[1]Ташкентский государственный технический университет имени Ислама Каримова, Ташкент, Ўзбекистан;
elbekhusanov02@gmail.com

Подземные пористые среды содержащие в себя пресные и термальные воды, газ, газоконденсат, конденсат, нефти и другие компоненты относящейся к углеводородам, рассматривается как источник, для обеспечение топливом - энергетического комплекса народного хозяйства любой стран мира. Эти среды можно рассмотреть как сложные структуры со своими геометрическими и физика - химическими характеристиками.В зависимости от строение и характеристики горных, массивных пород можно рассмотреть их как слоистые среды , условно разделив на связанные или несвязанные области.Если слоистая среда гидродинамически изолированно между собой, то их моделирует как многопластовые, при этом предпологаютъ, что переток между пластами по подошве и крыши пласта, не происходит обмен веществами.Взаимосвязь у этих пластов наблюдается, только при вскрытии их единой обшей скважиной. Однако при этом трудно определить величины дебитов относящей к тому или иному пласту. Обычно в таких случаях строится итерационный процесс для решения задачи.

Пусть рассматривается двух пластовая среда и она гидродинамически-несвязанный, при этим нижней пласт (D_1) и верхний пласт (D_2), содержать в себя структурированных флюид [1], и они вскрытый единой скважиной на одной из границ или внутри области. Математическая модель этого процесса описывается следующими дифференциально краевыми задачами :

$$\frac{\partial}{\partial x}\ (\phi(\frac{|\nabla u_i|}{\beta})\frac{\partial u_i}{\partial x}\ )+\frac{\partial}{\partial y}\ (\phi(\frac{|\nabla u_i|}{\beta})\frac{\partial u_i}{\partial y})=M_1\frac{\partial u}{\partial t}+f(x_r,y_r,t),\ i=\overline{1,2};u_1\in D_1,u_2\in D_2,t>0.\ (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x}|_{n\in\Gamma}{=}0. \qquad (2)$$

Где функции $\phi(\frac{\nabla u_i}{\beta})$ характеризует структурированный флюид и имеет конкретный вид для области малых , средних (аномальных) и нормальных скоростей [2], $f(x_r, y_r, t)$ -функция источника.

Задача (1)-(2) решается применением метода расщепления и метода прямых в сочетании с методом дифференциально разностной-потоковой прогонки.

References

1.Каюмов Ш., Марданов А.П. , Хаитов Т.О. Каюмов А.Б. Построение двухмерной математической модели и вычислителных алгоритмов задачи фильтрации структурированных флюидов в двухслойной пласте. Материалы всероссийской конференции с международными участниками “ Теория управления и математическое моделирование”. Ижевск-2022. Россия . С. 301-306.
2.Каюмов Ш. К вопросу о математической моделирование структурированных флюидов. Журнал вычислительные технологии. Труды международной конференции RDAAM-2001. Т.6. Ч.2. 2001 г. Новосибирск. С. 183-190.

О задаче Дирихле для вырождающегося уравнения эллиптического типа со спектральным параметром

Ражабов Ж.
Национальный Университет Узбекистана им. М. Улугбека
jahongirrajabov19970507@gmail.com

В данной работе изучается Дирихле задача для вырождающегося уравнения эллиптического типа со спектральным параметром.

Рассмотрим уравнения

$$yu_{yy} + y^n u_{xx} + \alpha u_y - \lambda^2 u = 0, \;\; x > 0, \;\; y > 0 \qquad (88)$$

где

$$n > 1, \frac{1-n}{2} < \alpha < 1, \lambda \in (-\infty, +\infty) \qquad (89)$$

Пусть Ω -область ограниченной при $x > 0$, $y > 0$ нормальной кривой σ : $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{4}{(n+1)^2} y^{n+1} = \frac{1}{4}$ с концами в точках $O\,(0,0)$и $A\,(1,0)$, а при $y = 0$ отрезком OA.

В области Ω для уравнения (119) исследуем следующую задачу.

Задача. Требуется найти функцию $u\,(x,y)$, обладающую следующими свойствами:

$$1) u\,(x,y) \in C\left(\bar{\Omega}\right);$$

2) $u\,(x,y) \in C^{2,2}_{x,y}\,(\Omega)$и удовлетворяет уравнению (119) в областиΩ;

4) $u(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям

$$u(x,y)|_{\sigma} = \varphi(x,y), \quad (x,y) \in \bar{\sigma},$$

$$a\,(x)\,u_y(x,0) + b\,(x)\,u(x,0) = c\,(x)\,, a^2(x) + b^2(x) \neq 0, \;\; \forall x \in [0,1]\,,$$

здесь $\varphi(x,y)$, $a(x)$,$b(x)$, $c(x)$ – заданные функции, причем

$$\varphi(x,y) = y^{\varepsilon+1}\varphi_1(x,y), \quad \varphi_1(x,y) \in C(\bar{\sigma}), \ \ \varepsilon > 0, \tag{90}$$

$$a\left(x\right), b\left(x\right), c\left(x\right) \in C\left(\overline{OA}\right) \cap C^2\left(OA\right). \tag{91}$$

Доказана следующая теорема.

Теорема. Если выполнены (120)-(122), то в области Ω существует единственное решение подставленной задачи.

Доказательство теоремы основаны на методике работы[1-2].

Литература

1. М.С.Салахитдинов, М.Мирсабуров Нелокальные задачи для уравнений смешанного типа с сингулярными коэффициентами. –Ташкент, «Universitet». 2005. -224 с.

2. Смирнов М.М. Уравнение смешанного типа. –М.: Высшая школа. 1985. -304 с.

PROPERTY T FOR VON NEUMANN ALGEBRAS

А.А.Рахимов[1], У.Р.Ризоев[2]

[1]Национальный университет Узбекистана им.М.Улугбека, Ташкент, Узбекистан; rakhimov@ktu.edu.tr

[2]Национальный университет Узбекистана им.М.Улугбека, Ташкент, Узбекистан; umidjonrizoev55@gmail.com

Пусть K - комплексное или вещественное линейное пространство. Рассмотрим множество $L(K)$ - пространство всех линейных обратимых операторов, действующие в K с обычным операцией умножения между операторами. Пусть задан гомоморфизм π группы G на подгруппу $T \subset L(K)$: $\pi : g \to T_g$ с $g \in G$, $T_g \in T$. При этом, ясно что $T_{gf} = T_gT_f$ $(\forall g, f \in G)$, и пространство K называется пространством представления группы G. Подпространство $K' \subset K$ называется *инвариантным* для представления π, если $\pi(G)(K') \subset K'$, т.е. $T_g(x') \in K'$, для всех $g \in G$, $x' \in K'$. Представление называется *неприводимым*, если в пространстве K не существует не тривиальных инвариантных подпространств, в противном случае, называется *приводимым*. Гомоморфизм, отображающее всякий элемент g на единичный элемент группы T называется *тривиальным представлением* группы G. Если G - локально компактная группа, дуальным пространством группы G (обозначается как $\hat{G}$) называется множество унитарных неприводимых представлений группы G со следующей топологий: пусть дано представление $\pi : g \to T_g$ группы G в пространстве K, число $\varepsilon > 0$, вектор $x \in K$ и компакт $F \subset G$. Скажем, что представление $\pi' : g \to T'_g$ группы G, действующее в пространстве K', лежит в (x, F, ε)-окрестности T_g, если существует вектор $y \in K'$ такой, что $|(T_gx, x) - (T'_gy, y)| < \varepsilon$ когда $g \in F$.

Определение [1]. Группа G обладает свойством T, если тривиальное представление является открытым множеством в $\hat{G}$.

Известно, что компактная топологическая группа обладает свойство T; если дискретная группа обладает свойство T, то она конечно порождена; локально компактная абелева группа обладает свойство Т тогда и только тогда, когда она компактна. если счетная дискретная группа обладает свойство Т, то она является группой с конечным числом образующих. Пусть H - гильбертово пространство, $B(H)$- алгебра всех линейных ограниченных операторов, действующие на H. Пусть $M \subset B(H)$ - *-подалгебра. Множество $M' = \{x \in B(H) : \ xy = yx, \ \forall y \in M\}$ называется коммутантом алгебры M. Легко показать, что $M \subset M'' = M^{iv} = \dots$ и $M' = M''' = \dots$, где $M'' = (M')'$. Если $M = M''$, то *-алгебра M называется алгеброй фон Неймана или W*-алгеброй. Вещественная *-алгебра $R \subset B(H)$ называется *вещественной алгеброй фон Неймана* или *W*-алгеброй*, если она слабо замкнута и $R \cap iR = \{0\}$, $\mathbb{1} \in R$. Напомним, что если M - кольцо (как правило, с единичным элементом $\mathbb{1}$) левым M-модулем называется абелева группа H с операцией умножения на элементы кольца M: $M \times H \to H$, $(m, h) \to mh$, которая удовлетворяет следующим условиям: 1) $(m_1 m_2)h = m_1(m_2 h)$, 2) $1h = h$, 3) $m(h_1 + h_2) = mh_1 + mh_2$, 4) $(m_1 + m_2)h = m_1 h + m_2 h$, для всех $m, m_1, m_2 \in M$, $h, h_1, h_2 \in H$. Аналогично определяется правый M-модуль $(m, h) \to hm$. Пусть M и N - алгебры фон Неймана. Под соответствием из M в N будем понимать гильбертово пространство H, которое является левым M-модулем и правым N-модулем с коммутирующими нормальными действиями. Таким образом, xhy имеет смысл для $x \in M$, $y \in N$ и $h \in H$. Определим базис окрестностей данного соответствия H следующим образом: Для данных $\forall > 0$, $h_1, \dots h_n \in H$, $x_1, \dots, x_p \in M$ и $y_1, \dots, y_q \in N$ пусть $U(\varepsilon, h_i, x_j, y_k)$ будет множеством соответствий H' из M в N таких, что существуют $h'_1, \dots h'_n \in H'$ с $| < x_j h'_i y_k, h'_{i'} > - < x_j h_i y_k, h_{i'} > | < \varepsilon$, $\forall i, i', j, k$. Множества U образуют основу топологии на любом множестве соответствий. Билинейные функционалы вида $x \otimes y \to < xhy, h' >$ называются *коэффициентами* соответствия. Коэффициенты вида $< xhy, h >$ определяют положительные линейные функционалы на алгебраическом тензорном произведение $M \otimes N^{opp}$. Для любой алгебры фон Неймана M стандартным представлением является по построению гильбертово пространство, являющееся M-бимодулем, которое называется *тождественным* соответствием из M в M. Будем говорить [2], что M обладает *свойством T*, если существует окрестность U тождественного соответствия id_M такая, что любое соответствие в U содержит id_M как прямое слагаемое. Аналогично определяется Т-свойство для вещественных W*-алгебр.

Теорема. Пусть G - счетная дискретная группа. Предположим, что вещественная групповая W*-алгебра $\lambda(G)''$ (т.е. бикоммутант левой регулярной представление группы) является вещественным фактором, т.е. алгебра с тривиальным центром. Тогда $\lambda(G)''$ имеет свойство Т тогда и только тогда, когда группа G имеет свойство Т.

Литература

1. D.A.Kazhdan, Connection of the dual space of a group with the structure of its closed subgrops, Funct. Anal. Appl., (1) (1967) 63–65. 2. A.Connes, V.Jones, Property T for von Neumann Algebras. Bulletin of the London Mathematical Society, 17 (1) (1985) 57–62.

Нелокальная краевая задача для дифференциального уравнения с частной дробной производной

Рахимова Г.Б.[1], Рузиев М.Х.[2]

[1] Ферганский государственный университет, Фергана, Узбекистан; graximova888@gmail.com

[2] Институт математики имени В.И.Романовского АН РУз, Ташкент, Узбекистан; mruziev@mail.ru

Рассмотрим уравнение

$$\begin{cases} u_{xx} - D^{\gamma}_{0+,y}u = 0, \ \ y > 0, 0 < \gamma < 1, \\ -(-y)^m u_{xx} + u_{yy} + \dfrac{\alpha_0}{(-y)^{1-\frac{m}{2}}}u_x + \dfrac{\beta_0}{y}u_y = 0, \ \ y < 0, \end{cases} \tag{1}$$

где

$D^{\gamma}_{0+,y}$ - частная дробная производная Римана-Лиувилля порядка $\gamma (0 < \gamma < 1)$ от функции $u(x, y)$ по второй переменной [1], в области D, которая представляет собой объединение верхней полуплоскости $D^+ = \{(x, y) : -\infty < x < \infty, y > 0\}$ и области D^-, лежащей в нижней полуплоскости $(y < 0)$ и ограниченной характеристиками $OC : x - \frac{2}{m+2}(-y)^{\frac{m+2}{2}} = 0$, $BC : x + \frac{2}{m+2}(-y)^{\frac{m+2}{2}} = 1$, и отрезком [0,1] прямой $y = 0$. В (1) m, α_0, β_0 - некоторые действительные числа, удовлетворяющие условиям $m > 0$, $|\alpha_0| < \frac{m+2}{2}$, $-\frac{m}{2} < \beta_0 < \frac{m+4}{2}$. На плоскости параметров $\alpha_0 0 \beta_0$ рассматривается четырехугольник $A_0D_0B_0C_0$, ограниченный прямыми

$A_0D_0 : \beta_0 - \alpha_0 = (m + 4)/2$, $D_0B_0 : \beta_0 + \alpha_0 = (m + 4)/2$,

$B_0C_0 : \beta_0 - \alpha_0 = -m/2$, $A_0C_0 : \beta_0 + \alpha_0 = -m/2$,

и в зависимости от местонахождения точки $P(\alpha_0, \beta_0)$ в этом четырехугольнике формулируются и исследуются краевые задачи для уравнения (1). Пусть $P(\alpha_0, \beta_0) \in \triangle A_0C_0$.

Задача A. Найти в области D решение $u(x, y)$, уравнения (1) удовлетворяющие следующим условиям: 1) $u(x, y)$ стремится к нулю при $(x^2 + y^2) \to \infty$;

2) удовлетворяет краевым условиям

$$y^{1-\gamma}u|_{y=0} = 0, \ (-\infty < x \le 0, \ 1 \le x < \infty),$$

$$D^{1-\beta}_{0,x}u[\theta_0(x)] + (1 - x)^{\beta}\mu(x)\frac{d}{dx}u[\theta_k(x)] = \lambda\nu(x) + f(x),$$

а также условиям сопряжения $\lim\limits_{y\to+0} y^{1-\gamma}u(x, y) = \lim\limits_{y\to-0} u(x, y), x \in \bar{I} = [0, 1]$, $\lim\limits_{y\to+0} y^{1-\gamma}(y^{1-\gamma}u(x, y))_y = \lim\limits_{y\to-0} (-y)^{\beta_0}u(x, y)_y, x \in I = (0, 1)$, где $f(x), \mu(x)$ - заданные функции, λ - const, $\theta(x)$- точка пересечения характеристики OC с характеристикой, выходящей из точки $M(x_0, 0) \in I = (0, 1)$, $\theta_k(x)$ - точка пересечения характеристики BC с кривой $x - \frac{2k}{m+2}(-y)^{\frac{m+2}{2}} = x_0$, $1 < k < \infty$, $\beta = \frac{m+2\beta_0}{m+2}$.

Литература

1. Самко С.Г., Килбасс А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения, Минск, Наука и техника, 1987.

ОРТОНОРМАЛЬНАЯ СИСТЕМА ДЛЯ МАТРИЧНОГО ШАРА ВТОРОГО ТИПА $\mathbb{B}_{m,n}^{(2)}$

Рахмонов У.С.[1], **Бободжанова Д.Р.**[2]

[1]Ташкентский государственный технический университет, Ташкент, Узбекистан; uktam_rakhmonov@mail.ru

[2]Ургенчский государственный университет, Ургенч, Узбекистан; durposhshabobojanova@mail.ru

Пусть $Z = (Z_1, Z_2, ..., Z_n)$ - вектор, составленный из квадратных матриц Z_j порядка m рассматриваемых над полем комплексных чисел $\mathbb{C}$. Можно считать, что Z элемент пространства $\mathbb{C}^n[m\times m] \cong \mathbb{C}^{nm^2}$.

Матричное «скалярное» произведение:

$$\langle Z, W\rangle = Z_1W_1^* + ... + Z_nW_n^*$$

где W_j^* есть матрица, сопряженная и транспонированная для матрицы W_j.

Определим матричные шары (см. [1, 2]) $\mathbb{B}_{m,n}^{(1)}$ и $\mathbb{B}_{m,n}^{(2)}$ первого и второго типов, соответственно:

$$\mathbb{B}_{m,n}^{(1)} = \{(Z_1, ..., Z_n) = Z \in \mathbb{C}^n\,[m\times m] : I - \langle Z, Z\rangle > 0\}$$

и

$$\mathbb{B}_{m,n}^{(2)} = \{Z \in \mathbb{C}^n\,[m\times m] : I - \langle Z, Z\rangle > 0, \quad \forall Z'_\nu = Z_\nu,\ \nu = 1, ..., n\}.$$

Остовы (границы Шилова) матричных шаров $\mathbb{B}_{m,n}^{(k)}$, обозначим через $\mathbb{X}_{m,n}^{(k)}$, $k = 1, 2$, т.е.,

$$\mathbb{X}_{m,n}^{(1)} = \{Z \in \mathbb{C}^n\,[m\times m] : \langle Z, Z\rangle = I\},$$

$$\mathbb{X}_{m,n}^{(2)} = \{Z \in \mathbb{C}^n\,[m\times m] : \langle Z, Z\rangle = I, \quad Z'_v = Z_\nu,\ \nu = 1, 2, ..., n\}.$$

Если мы положим

$$\psi_\alpha^{(s)}(U) = \rho_\alpha^{-\frac{1}{2}} \cdot \varphi_\alpha^{(\alpha)}(U),\ \ U = (U_1, U_2, ..., U_n) \in \mathbb{X}_{m,n}^{(2)},$$

тогда справедлива следующая лемма.

Лемма. *Система функции*

$$(\rho_\alpha)^{-\frac{1}{2}}\varphi_\alpha^{(j)}(U),\ \ j = 1, 2, ..., \mathbb{N}_\alpha,\ \ \alpha = 0, 1, 2, ...$$

образует ортонормальную систему на остове $\mathbb{X}_{m,n}^{(2)}$

$$\rho_\alpha = \int\limits_{\mathbb{X}_{m,n}^{(2)}} \left|\varphi_\alpha^{(j)}(U)\right|^2 \dot{U}.$$

References

1. Худайберганов Г., Кытманов А.М., Шаимкулов Б.А. Анализ в матричных областях. Красноярск: СФУ, 2017.

2. A.G.Sergeev. On matrix and Reinhardt domains, Preprint, Inst. Mittag-Leffler, Stockholm, 7 pp. (1988).

3. F.D.Murnaghan. The theory of group representations. Dover Publications (1 Jan. 1938) 370 p.

ОБ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАВРЕНТЬЕВА-БИЦАДЗЕ СМЕШАННОГО ТИПА

Садиков К.О.[1]

[1]Каракалпакский государственный университет имени Бердаха, Нукус, Узбекистан; k.sadikov@nukuspm.uz

Рассмотрим уравнение Лаврентьева–Бицадзе

$$Lu \equiv u_{xx}(x,y) + u_{yy}(x,y) = 0 \qquad (1)$$

в области D, ограниченной кусочно-гладкой кривой Γ, лежащей в полуплоскости $y > 0$ с концами в точках $A(0,0)$ и $B(1,0)$, и характеристиками $AC(x+y=0)$ и $CB(x-y=1)$ уравнения (1) при $y < 0$. Обозначим: $D_+ = D \cap y > 0$, $D_- = D \cap y < 0$. Пусть область D_+ есть сектор единичного радиуса с центром в начале координат: $0 < \varphi < \varphi_0$, $0 < \rho < 1$, где (ρ, φ)–полярные координаты, $0 < \varphi_0 \leq \pi$, $\Gamma_0 : \rho = 1, AK :< \varphi = \varphi_0$ и на отрезках $AK : \alpha u(x,y)\mid_{\varphi=0} + \beta u(x,y)\mid_{\varphi_0} = 0$ и на отрезках $AC : u(x,y)\mid_{y=-x} = u(x,-x) = 0$ заданы граничные значения.

Постановка задачи. Найти в области D функцию $u(x,y)$, удовлетворяющую условиям:

$$u(x,y) \in C(\overline{D}) \cap C^1(D) \cap C^2(D_+ \cup D_-); \qquad (2)$$

$$Lu \equiv u_{xx}(x,y) + u_{yy}(x,y) = 0, \quad (x,y) \in D_+ \cup D_-; \qquad (3)$$

$$u(x,y) = u(\rho cos\varphi, \rho sin\varphi)\mid_{\rho=1} = f(\varphi), \quad 0 \leq \varphi \leq \varphi_0; \qquad (4)$$

$$\alpha u(x,y)\mid_{\varphi=0} + \beta u(x,y)\mid_{\varphi_0} = 0, \quad 0 \leq \rho \leq 1; \qquad (5)$$

$$u(x,y)\mid_{y=-x} = u(x,-x) = 0, \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2}. \qquad (6)$$

Здесь $f(\varphi)$ достаточно гладкие функции, разлагаемые по собственным функциям $\{v_n(\varphi)\}_{n=1}^{\infty}$. Справедлива следующая

Теорема. Если $f(\varphi) \in C^{\alpha}[0, \varphi_0]$, $0 < \alpha \leq 1$, $\alpha f(0) + \beta f(\varphi_0) = 0$, то существует единственное решение задачи (2)–(6), которое имеет вид

$$u(x,y) = \begin{cases} \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \rho^{\mu_n} v_n(\varphi), (\rho,\varphi) \in D_+; \\ \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n (x+y)^{\mu_n}, (x,y) \in D_-, \end{cases} \qquad (2)$$

где коэффиценты a_n, b_n и собственные значения μ_n , а также собственные функции $\{v_n(\varphi)\}_{n=1}^{\infty}$ определяется однозначно соответствующими формулами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сабитов К.Б. Уравнения математической физики. М.: Физматлит. 2013.–352 с.

НЕЛОКАЛЬНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С ОПЕРАТОРОМ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ГЛАВНОЙ ЧАСТИ

Сагдуллаева М. М.[1], Рахматов Н. Б.[2]

[1] *Ташкентский университет информационных технологий;*
sagdullayevam@mail.ru
[2] *Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека;*
nodirbekrakhmatov@gmail.com

Ключевые слова: Краевая задача, нелокальная задача, нагруженное уравнение, функция Грина, интегральные уравнения.

Аннотация: Нелокальная задача для нагруженного уравнения теплопроводности. В этой работе доказывается однозначное решение интегральной условно краевой задачи для уравнения параболического типа.

В области $D = (x,t) : 0 < x < l, 0 < t < T$ рассмотривается уравнение в частных производных третьего порядка вида

$$Lu \equiv \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}\right) + c(x,t)u = f(x,t), \tag{1}$$

где $c(x,t)$, $f(x,t)$ – заданные функции в области D.

В работе для уравнения (1) изучается следующая нелокальная задача: найти в области D решение $u(x,t)$ уравнения (1), удовлетворяющее начальному

$$u(x,0) = \varphi(x), \qquad 0 \le x \le l, \tag{2}$$

граничным условиям

$$u(0,t) = \psi_1(t), \qquad u_x(l,t) = \psi_2(t), \qquad 0 \le t \le T, \tag{3}$$

и интегральному условию

$$u_x(0,t) = \alpha(t)u(l,t) + \int\limits_0^t h(t,\tau)u(l,\tau)d\tau + \psi_3(t), \qquad 0 \le t \le T, \tag{4}$$

где $f(x,t) \in C^2(\overline{D})$; $\varphi(x) \in C^2[0,l]$; $\psi_i(t), (i = 1,2,3)$, $\alpha(t)$, $h(t,\tau)$ – функции, непрерывные на $t \in [0,T]$, $0 \le \tau \le t$, удовлетворяющие условиям соглосования:

$$\varphi(0) = \psi_1(0), \qquad \varphi'(l) = \psi_2(0), \qquad \varphi'(0) = \alpha(0)\varphi(l) + \psi_3(0).$$

Теорема. Пусть выполнены условия

$$c(x,t),\ f(x,t) \in C^1(\overline{D}); \quad \psi_i(t) \in C^1[0,T], \quad (i = 1,2,3);$$

$$\varphi(x) \in C^2[0,l]; \quad \mid \alpha(t) \mid \le \alpha_0 < 1, \quad \textit{для всех} \quad t \in [0.T].$$

Тогда нелокальная задача (1)–(4) разрешима и притом единственным образом.

Литература

1.Джураев Т. Д. Краевые задачи для уравнений смешанного и смешанно-составного типов. Ташкент.: «Фан», 1979. – 240 с.

2. Джураев Т.Д., Попелек Я. О классификации и приведении к каноническому виду уравнений с частными производными третьего порядка.// Дифференц. уравнения 1991, T.27, №10. C.1734-1745.

ОБ ОДНОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО УРАВНЕНИЯ АЛЛЕРА

Самадова Д.А

Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека
manidilnozam@gmail.com

В прямоугольной области $\Omega = \{(x,t) : 0 < x < l, \quad 0 < t < T\}$ рассматривается уравнение Аллера

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} + f(x,t), \tag{1}$$

где $a,\ b$ — заданные положительные числа; $f(x,t)$ — известная функция;
$u(x,t)$ — значение искомой функции в точке x в момент времени t.

Уравнение (1) является уравнением третьего порядка гиперболического типа, хотя его принято называть уравнением псевдопараболического типа [1].

Исследованию различных краевых задач для уравнения Аллера посвящены работы $[1, 2]$.

В данной работе для неоднородного уравнения Аллера (1) исследуются следующие смешанные начально-краевые задачи.

Определение. *Регулярным в области* Ω *решением уравнения* (1) *назовем функцию* $u = u(x,t)$ *такую, что* $u \in C(\overline{\Omega}) \cap C^1(\Omega)$, u_{xx}, $u_{xxt} \in C(\Omega)$ *и удовлетворяющую уравнению* (1).

Исследуются следующая смешанная задача.

Смешанная задача. Найти регулярное в области Ω решение уравнения (1), удовлетворяющее начальному условию

$$u(x,0), \quad 0 \le x \le l \tag{2}$$

и граничным условиям

$$u_x(0,t) = 0, \quad 0 \le t \le T, \tag{3}$$

$$u(0,t) = u_x(l,t) + hu(l,t) = 0, \quad 0 \le t \le T,\ h < 0. \tag{4}$$

Применяя метод разделения переменных, нетривиальное решение задачи $(2) - (3)$ для однородного уравнения Аллера ищем в виде

$$\frac{T'}{T} = \frac{aX''}{X - bX''} = -\lambda, \quad \lambda > 0 = const. \tag{5}$$

Таким образом, для определения функции $X(x)$, с учетом (3) и (4), приходим к следующей задаче на собственные значения:

$$X'' + \mu X = 0, \qquad \mu = \frac{\lambda}{a - b\lambda}, \tag{6}$$

$$X_n(x) = C_n \sin(\sqrt{\mu_n} x), \qquad C_n = const, \tag{7}$$

$$\sqrt{\mu_n}\cos(\sqrt{\mu_n} l) + h\sin(\sqrt{\mu_n} l) = 0, \qquad h = -\sqrt{\mu_n} ctg(\sqrt{\mu_n} l). \tag{8}$$

Легко заметить, что система $\left\{ \sin(\sqrt{\mu_n} x) \right\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \sin \dfrac{\pi(2n-1)x}{2l} \right\}_{n=1}^{\infty}$ собственных функций задачи (6) образует полную ортогональную систему в пространстве $L_2[0, l]$.

Найдем решение неоднородного уравнения Аллера (1) в виде ряда Фурье по собственным функциям задачи (6), т.е. в виде

$$||\sin \mu_n||^2 = \int\limits_0^l \sin^2(\mu_n x)dx = \frac{l(h^2 + \mu_n^2) + h}{2(h^2 + \mu_n^2)} \tag{9}$$

$$u(x,t) = \int\limits_0^t \int\limits_0^l G(x,t,\xi,\tau) f(\xi,\tau) d\xi d\tau \tag{10}$$

$$G(x,t,\xi,\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{l(1 + b\mu_n)} e^{-\dfrac{a\mu_n}{1 + b\mu_n}(t-\tau)} \sin(\sqrt{\mu_n} x)\sin(\sqrt{\mu_n}\xi). \tag{11}$$

Решение (10) сходится равномерно, так как (11) при всех $t - \tau \geq 0$ является рядом, который мажорируется абсолютно сходящимся числовим рядом

$$8l \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4l^2 + b\pi^2(2n-1)^2}.$$

Теорема. *Пусть функция* $f(x,t)$ непрерывна в $\overline{\Omega}$ *имеет кусочно непрерывную производную в* Ω *и* $f(0,t) = f_x(l,t) = 0$, *а также существует ограниченная производная* $f_{xx}(x,t)$. *Тогда задача* (2) – (3) *для уравнения* (1) *имеет и притом единственное регулярное решение.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Нахушев А. М. Задачи со смещением для уравнений в частных производных, - М., Наука. 2006. 287 с.
2. Макаова Р.Х. Вторая краевая задача для обобщенного уравнения Аллера с дробной производной Римана-Лиувилля // Доклады Адыгской (Черкесской) Международной академии наук. 2015. Т. 17, No 3. С. 35-38.
3. Макаова Р.Х. Первая краевая задача для неоднородного уравнения Аллера,// Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки, 2016, 4-1(16). -С. 45-49.

МОДИФИКАЦИЯ ТРЕТЬЕГО МЕТОДА ПРЕСЛЕДОВАНИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА

Самсоков П.Р.[1], Мамадалиев Н.А.[2]
[1,2]Национальный университет Узбекистана, Ташкент, Узбекистан
numanjonmamadaliyev2023@gmail.com

Постановка задачи. Динамика конфликтно-управляемого процесса в конечномерном евклидовом пространстве $\mathbb{R}^n$ описывается системой линейных дифференциально - разностных уравнений нейтрального типа, содержащей неизвестную функцию и ее производные в различные моменты времени

$$\dot{z}(t)=\sum_{i=1}^{m}A_i\dot{z}(t-h_i)+\sum_{i=0}^{m}B_iz(t-h_i)-f(u(t),v(t)),\ t\geq 0, \tag{1}$$

где $z(t)\in\mathbb{R}^n, n\geq 1; A_i\,(i=\overline{1,m}),\, B_i\,(i=\overline{0,m}),\, C,\, D$ — постоянные матрицы; $0=h_0<h_1<\cdots<h_m$ — действительные числа. Управления $u(t),\, v(t)$ выбираются в классе измеримых функций удовлетворяющих ограничениям $u(t)\in U\subset R^p,\ \ v(t)\in V\subset R^q,\ \ 0\leq t<\infty$, где ρ и σ — неотрицательные константы. Терминальное множество M имеет такой же вид как в [1]. Начальным положением для преследования (1) является n — мерная абсолютно непрерывная функция $z_0(t)$, определенная на отрезке $[-h,0]$. Преследование считается законченным, когда фазовая точка $z(t)$ впервые попадает на терминальное множество M. Пусть попрежнему τ — положительное число и $t\in[0,\tau]$.

Пусть $\tau\geq 0,\, t\in[0,\tau]$. Рассмотрим следующие множества

$$\hat{w}(t)=\bigcap_{v\in Q}F(t,v),\ W(\tau)=\int\limits_0^\tau\hat{w}(t)dt,$$

где $F(t,v)=\pi K(t)f(P,v)$ и $\pi K(t)f(P,v)=\Big\{\pi K(t)f(u,v)\,:\,u\in P\Big\}$. Положим при $t\geq 0$

$$D(t)z_0(\cdot)=-\pi K(\tau)Az_0(0)+\int\limits_{-h}^{0}\pi K(\tau-t-h)[A\dot{z}_0(t)+Bz_0(t)]dt.$$

$K\left(t\right),\ -\infty\ <t\leq\tau$ — матричная функция, обладает такой же свойства как в [1].

Предположение 1. *Множество $\hat{w}(t)$ ннепусто ри всех $t\geq 0$.*

Теорема. *Пусть для дифференциальной игры (1) выполнено предположение 1 и для начального положения $z_0(\cdot)$ существует число $\tau_1>0$ такое, что имеет место включение $D(t)z_0(\cdot)\in W(\tau)$. Тогда в игре (1) возможно завершение преследования из для начального положения $z_0(\cdot)$ за время $T(z_0(\cdot))=\tau_1$.*

Литература

1. Мамадалиев Н., Ибайдуллаев Т.Т. Модификация третьего метода преследования для дифференциально-разностных уравнений нейтрального типа,// Изв.вузов.Матем.,2021. № 11, 21-33.

МЕТОД ХЕ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ ПРЕДЕЛЬНОГО ЦИКЛА НЕКОТОРЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМЫ НА ПЛОСКОСТЫ

Самсоков П.Р[1]

[1]Национальный университет Узбекистана,Ташкент,Узбекистан
samsoqovparviz97@gmail.com

Определение существования и нахождение предельных циклов дифференциальных динамических систем является важным как в теоретическим так и в прикладном аспекте. Таким исследованиям посвящены многочисленные работы. Хе (Ji-Huan He) предложил новый вариационный метод приближенного нахождения предельных циклов. В данное работе улучшается метод Хе для приближенного нахождения предельного цикла простейшей нелинейной динамической системы.

$$\dot{x} = -0,9x + y + x^2 \tag{1}$$

$$\dot{y} = -2,005x + y \tag{2}$$

Эта система изучалась было доказано существование предельного цикла. Положим

$$x = a + bsin(\omega t) + ccos(\omega t) \tag{3}$$

где a, b, c, ω пока неизвестные константы . Тогда из (1) получим

$$y = \dot{x} + 0,9x - x^2 = (0,9b - c\omega - 2ab)sin(\omega t) + (b\omega + 0,9c - 2ac)cos(\omega t) - bcsin(2\omega t)+$$

$$+\frac{b^2 - c^2}{2}cos(\omega t) - a^2 + 0,9a - \left(\frac{b^2 + c^2}{2}\right), \tag{4}$$

Тогда из (4) получим производная
$\dot{y} = (2ac\omega - b\omega^2 - 0,9c\omega)sin(\omega t) + (0,9b\omega - c\omega^2 - 2ab\omega)cos(\omega t) - 2bccos(2\omega t) - \frac{b^2-c^2}{2}\omega sin(2\omega t)$ Подставляя (3) и (4) в (2) находим невязку R:

$$R = \dot{y} + 2,005x + y = (2ac\omega - b\omega^2 - 0,9c\omega + 2,005b + 2ab + c\omega - 0,9b)sin(\omega t)+$$

$$+(-2ab\omega - c\omega^2 + 0,9b\omega + 2,005c + 2ac - b\omega - 0,9c)cos(\omega t)+$$

$$+(2bc\omega + \frac{c^2 - b^2}{2})cos(2\omega t) + (bc + \frac{c^2 - b^2}{2}\omega)sin(2\omega t) + a^2 + 0,9a + \frac{b^2 + c^2}{2} + 2.005, \tag{5}$$

Неизвестные константы a, b, c и ω определяются из системы (условия ортогональности):

$$\int_0^T Rdt = 0, \int_0^T Rsin(\omega t)dt = 0,$$

$$\int_0^T Rcos(\omega t)dt = 0, \int_0^T Rsin(2\omega t)dt = 0, \quad (6)$$

$$\int_0^T Rcos(2\omega t)dt = 0.$$

где $T = \frac{2\pi}{\omega}-$ период цикла. Для них получаются следующие значения:
$b = \pm\sqrt{0,1055}, a = -0,05, c = \pm\sqrt{1,2131}, \omega = \pm\sqrt{1,005}$.

Литература

1. Азамов А.А., Тилавов А.М. Простейшая нелинейная система с предельным циклом // Уз.Мат.Журнал, 2009, №2.с.35-41.
2. Н. Дилмуродов, Х. Мамаюсупов. Приближенное нахождение предельного цикла простейшей нелинейной системы вариационным методом Хе. Ташкент, 28-30 сентября 2009 г. с.35.

МЕТОД ХЕ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНОГО ЦИКЛА НЕКОТОРЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМЫ НА ПЛОСКОСТЫ

Самсоков П.Р[1]

[1]Национальный университет Узбекистана,Ташкент,Узбекистан
samsoqovparviz97@gmail.com

Определение существования и нахождение предельных циклов дифференциальных динамических систем является важным как в теоретическим так и в прикладном аспекте. Таким исследованиям посвящены многочисленные работы. Хе (Ji-Huan He) предложил новый вариационный метод приближенного нахождения предельных циклов. В данное работе улучшается метод Хе для приближенного нахождения предельного цикла простейшей нелинейной динамической системы.

$$\dot{x} = -0,9x + y + x^2 \quad (1)$$

$$\dot{y} = -2,005x + y \quad (2)$$

Эта система изучалась было доказано существование предельного цикла. Положим

$$x = a + bsin(\omega t) + ccos(\omega t) + dsin(2\omega t) \quad (3)$$

где a, b, c, ω пока неизвестные константы . Тогда из (1) получим

$$y = \dot{x} + 0,9x - x^2 = (0,9b - c\omega - 2ab - cd)sin(\omega t) + (b\omega + 0,9c - 2ac - bd)cos(\omega t)+$$

$$(0,9d-2ad-bc)sin(2\omega t)+(2d\omega\frac{b^2-c^2}{2}cos(2\omega t))++bdcos(3\omega t)-cdsin(3\omega t)+$$

$$+\frac{d^2}{2}cos(4\omega t)-a^2+0,9a-\frac{b^2}{2}-\frac{c^2}{2}-\frac{d^2}{2}$$

Тогда из (4) получим производная

$$\dot{y}=(2ac\omega+bd\omega-b\omega^2-0,9c\omega)sin(\omega t)+(0,9b\omega-c\omega^2-2ab\omega-cd\omega)cos(\omega t)+$$
$$(1,8d\omega-4ad\omega-2bc\omega)cos(2\omega t)+(c^2\omega-b^2\omega-4d\omega^2)sin(2\omega t)-3db\omega cos(3\omega t)-$$
$$-2d^2\omega sin(4\omega t) \tag{4}$$

Подставляя (3) и (4) в (2) находим невязку R:

$$R=\dot{y}+2,005x+y=(2ac\omega-b\omega^2-0,9c\omega+2,005b+2ab+c\omega-0,9b+bd\omega+cd)sin(\omega t)+$$

$$+(-2ab\omega-c\omega^2-0,9b\omega-cd\omega+bd+2,005c+2ac-b\omega-0,9c)cos(\omega t)+$$

$$(c^2\omega-b^2\omega-4d\omega^2+2,005d+bc+2ad-0,9c)sin(2\omega t)+$$
$$+(1,8d\omega-4ad\omega-2bc\omega+\frac{c^2}{2}-\frac{b^2}{2}-2ad\omega)cos(2\omega t)+$$
$$(cd-3bd\omega)cos(3\omega t)+(-2d^2\omega-\frac{d^2}{2})cos(4\omega t)+2,005a-0,9a+a^2+\frac{b^2}{2}+\frac{c^2}{2}+\frac{d^2}{2} \tag{5}$$

Неизвестные константы a, b, c и ω определяются из системы (условия ортогональности):

$$\int_0^T Rdt=0, \int_0^T Rsin(\omega t)dt=0, \int_0^T Rcos(\omega t)dt=0,$$
$$\int_0^T Rsin(2\omega t)dt=0, \int_0^T Rcos(2\omega t)dt=0, \tag{6}$$
$$\int_0^T Rcos(3\omega t)dt=0, \int_0^T Rcos(4\omega t)dt=0$$

где $T=\frac{2\pi}{\omega}$– период цикла.

$$2a^2+2,21a+b^2+c^2+d^2=0$$

$$2a\omega+c\omega+d+0,1\omega=0$$

$$1,105+2a+c-d\omega-\omega^2=0$$

$$4ac-8ad\omega+b^2+2,21c-8c\omega^2-0,4d\omega=0$$

$$2ad+4ac\omega+b^2\omega+0,2c\omega+1,105d-4d\omega^2=0$$

Для них получаются следующие значения:

$a=-0,116587,\ b=0,471291,\ c=0,061825,\ d=0,085822,\ \omega=0,94563.$

При этом период цикла $T=\frac{2\pi}{\omega}\approx 6,64.$

Литература

1. Азамов А.А., Тилавов А.М. Простейшая нелинейная система с предельным циклом // Уз.Мат.Журнал, 2009, №2.с.35-41.

2. He J.-H. Determination of limit cycles for strongly nonlinear oscillators, Physical Review Letters, 2003. vol. 90, № 17, Article ID 174301, 3 p. (Исправления: He J.-H. Erratum: determination of limit cycles for strongly nonlinear oscillators, Physical Review Letters, 2003. vol. 91, № 19, Article ID 199902, 1 p.) .

СВЯЗЬ m-ВЫПУКЛЫХ $(m-cv)$ ФУНКЦИЙ С СИЛЬНО m-СУБГАРМОНИЧЕСКИМИ (sh_m) ФУНКЦИЯМИ.

Шарипов Р.А.[1], Исмоилов М.Б.[2]

[1]Ургенчский государственный университет, Ургенч, Узбекистан;
r.sharipov@urdu.uz

[2]Национальный университет Узбекистана, Ташкент, Узбекистан;
mukhiddin4449@gmail.com

Теория m-выпуклых $(m-cv)$ функций - это новое направление в теории вещественной геометрии. Однако при $m=1$ этот класс совпадает с классом выпуклых функций, а при $m=n$ он совпадает с классом субгармонических функций, которые, как известно, хорошо изучены А.Александров, И.Бакельман, А.Погорелов, Н. Ивочкина, И.Привалов и др. Определение $m-cv$ функций для $1<m<n$ имеет совсем иную природу, в которой используются Гессианы высокого порядка. Функции для таких m рассматриваются в серии работ Н.Трудингера, Х. Ванг и других.

В этой работе мы устанавливаем связь между $m-cv$ функциями в вещественном пространстве $\mathbb{R}^n$ и sh_m функциями в комплексном пространстве $\mathbb{C}^n$.

Вложим вещественное пространство $\mathbb{R}^n_x$ в соответствующее комплексное пространство $\mathbb{C}^n$, $\mathbb{R}^n_x\subset\mathbb{C}^n_z=\mathbb{R}^n_x+i\mathbb{R}^n_y\,(z=x+iy)$, как вещественное $n-$мерное подпространство.

Утверждение 1. *Дважды гладкая функция $u(x)\in C^2(D)$, $D\subset\mathbb{R}^n_x$, является $m-cv$ в D тогда и только тогда когда функция $u^c(z)=u^c(x+iy)=u(x)$ которая не зависит от переменных $y\in\mathbb{R}^n_y$, является sh_m функцией в области $D\times\mathbb{R}^n_y$.*

Следующая теорема является основой в нашем изучении $m-cv$ функций.

Теорема 1. *Дважды гладкая функция $u(x)$, $x\in D\subset\mathbb{R}^n_x$, является $m-cv(D)$ тогда и только тогда, когда $dd^cu^c\wedge dd^cv_1^c\wedge...\wedge dd^cv^c_{n-m}\wedge\beta^{m-1}0$, $\forall\, v_1,...,v_{n-m}\in$*

$m - cv\,(D) \cap C^2\,(D)$. *Более того, здесь достаточно рассмотрение класса квадратиков* $v_j = \sum\limits_{k,t=1}^{n} d^j_{kt} x_k x_t \in m - cv\,(D)\,,\ \ d^j_{kt} \in \mathbb{R},\ \ d^j_{kt} = d^j_{tk},\ \ j = 1, 2, ..., n - m.$

Утверждение 2. *Функция* $u\,(x) \in L^1_{loc}\,(D)\,,\ \ D \subset \mathbb{R}^n_x$, *является* $m - cv$ *в* D *тогда и только тогда когда функция* $u^c\,(z) = u^c\,(x + iy) = u\,(x)$ *является* sh_m *в области* $D \times \mathbb{R}^n_y$.

References

1. Aleksandrov A.D., Konvexe Polyeder. Akademie-Verlag, Berlin 1958.
2. Bakelman I. Ya., Convex Analysis and Nonlinear Geometric Elliptic Equations, Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg, 1994.
3. Погорелов А. В., Внешняя геометрия выпуклых поверхностей, Наука, М., 1969.
4. Артыкбаев А., Восстановление выпуклых поверхностей по внешней кривизне в галилеевом пространстве// Мат. сб., 119(161):2(10) 1982, 204–224.
5. Садуллаев А., Абдуллаев Б. Теория потенциалов в классе $m-$субгармонических функций.// Труды Математического Института имени В.А. Стеклова, – Москва, 2012. – № 279, С. 166–192.
6. Trudinger N.S. and Wang X. J., Hessian measures I,// Topol. Methods Non linear Anal.19 1997, pp. 225-239
7. Trudinger N.S., Weak solutions of Hessian equations, Comm. Partial Differential Equations// 22 1997, pp. 1251-1261.

СВОЙСТВА ЯДРО ПУАССОНА МАТРИЧНЫХ ОБЛАСТЕЙ

Шерифбоев А.Ш.[1], Курбанов К.С.[2]

[1,2]Ургенчский государственный университет, Ургенч, Узбекистан;
sherifboyevalisher@gmail.com, kamron_kurbanov@mail.ru

Хорошо известно, что интегральная формула Коши важна в комплексном анализе одной переменной. Эта формула решает многие проблемы комплексного анализа (ряды Тейлора, ряды Лорана, теория вычетов и т. д.). Рассмотрение пространство $\mathbb{C}^{m^2}$ как $\mathbb{C}\,[m \times n]$ матричную плоскость впервые было предложено Э. Картаном, К. Зигелем, И. И. Пятецки-Шапиром, Хуа Ло-кеном и проведены много научных исследований (см. напр. [1-2]). В то же время теории голоморфных функций в матричных областях со второй половины прошлого века посвящено большое количества научных работ многих ведущих ученых (Р. Пенроуз, Б.В. Шабат, В.С. Владимиров, А.Г. Сергеев, С. Гиндикин, А.М. Кытманов, Г. Худайберганов, С. Косберганов, и др. (см. напр. [3-4])).

Ядро Пуассона ограниченных круговых симметричных однородных областей играет важную роль в гармоническом анализе. Интеграл Пуассона, записанный при помощи данного ядра, является решением задачи Дирихле. Интеграл Пуассона играет значительную роль при изучении свойств голоморфных функций и свойств гармонических функций. Так как действительные и мнимые части любой голоморфной функции являются гармоническими функциями, но из двух произвольных гармонических функций, вообще говоря, нельзя построить голоморфную функцию (для этого решая задачу Дирихле нужно найти сопряженную гармоническую функцию).

Зная ядро Бергмана, можно построит ядро Коши-Сеге $C\left(z,\bar{\zeta}\right)$ для заданной области из комплексной плоскости. Затем, по формуле Хуа Ло-Кена (1943 г.) и Кораньи (1964 г.):

$$P\left(z,\bar{\zeta}\right)=\frac{C\left(z,\bar{\zeta}\right)C\left(\zeta,\bar{z}\right)}{C\left(z,\bar{z}\right)}$$

найдем ядро Пуассона (гармоническая функция) (см. напр. [2,5]). А это дает связь ядра Бергмана и гармонических функций. В тезисе проводятся некоторой свойствам ядро Пуассона в однородных матричных областях из пространство $\mathbb{C}\left[m\times n\right]$.

References

1. Cartan E. Sur les domaines bornes homogenes de l'espace de n variables complexes, Abh. Math. Sern. Univ. Hamburg 11(1935), pp.116-162.
2. Хуа Ло-кен. Гармонический анализ функций многих комплексных переменных в классических областях. М.: ИЛ, 1959. 163 с.
3. A.G.Sergeev. On matrix and Reinhardt domains, Preprint, Inst. Mittag-Leffler, Stockholm, 7 pp. (1988).
4. Худайберганов Г., Кытманов А.М., Шаимкулов Б.А. Анализ в матричных областях. Красноярск: СФУ, 2017.
5. Koranyi A., The Poisson integral for generalized half-planes and bounded symmetric domaines, // Ann. Math. 1965. V. 82, N 2. pp. 332–350.

ОБ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ МНОГОМЕРНОЙ ЗАДАЧИ С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ МИЛЛЕРА–РОССА, СВЯЗАННЫЕ С КОЛЕБАНИЯМИ БАЛКИ

Шогдоров У.С.[1]

[1]Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент, Узбекистан;

shogdorovungboy@gmail.com

В данной работе в области $Q=\Pi\times(0,T)$, где $\Pi=(0,l)\times...\times(0,l)$, $l>0$, $T>0$, рассматривается следующее уравнение вида

$$D_j^{\alpha}u(x_1,...,x_N,t)+\sum_{p=1}^{N}{a_p}^2\frac{\partial^{4m_p}u(x_1,...,x_N,t)}{\partial x_p^{4m_p}}=f(x_1,...,x_N,t),\ (x_1,...,x_N,t)\in Q,$$

$$n-1\leq\alpha<n,\ 0\leq j\leq n-1,\ n,\ j+1\in\mathbb{N},\ m_p,n\in\mathbb{N},\ \ a_p>0,\ p=\overline{1,N} \qquad (1)$$

с начальными условиями

$$D_{j-i-1}^{\alpha-i-1}u(x,t)\big|_{t=0}=\tilde{\varphi}_i^0(x),\ \ i=0,...,j-1,\ \ \frac{\partial^s u(x,0)}{\partial x^s}=\varphi_s^0(x),\ \ s=0,...,n-j-1. \quad (2)$$

и граничными условиями

$$\left.\frac{\partial^{4k_p}u(x,t)}{\partial x_p^{4k_p}}\right|_{x_p=0}=0,\ \left.\frac{\partial^{4k_p+1}u(x,t)}{\partial x_p^{4k_p+1}}\right|_{x_p=0}=0,\ \left.\frac{\partial^{4k_p}u(x,t)}{\partial x_p^{4k_p}}\right|_{x_p=l}=0,\ \left.\frac{\partial^{4k_p+1}u(x,t)}{\partial x_p^{4k_p+1}}\right|_{x_p=l}=0, \tag{3}$$

при $k_p=\overline{0,m-1}$, $p=\overline{1,N}$. Здесь $f(x,t)$, $\tilde{\varphi}_i^0(x)$, $i=0,...,j-1$, и $\varphi_s^0(x)$, $s=0,...,n-j-1$ – достаточно гладкие функции, разлагаемые по собственным функциям $v_{m_1,...,m_N}(x_1,...,x_N)=\prod\limits_{i=1}^{N}X_{i,m_i}(x_i)$, где D_j^α оператор Миллера – Росса (см.[1]).

$$X_{i,2k}(x_i)=\frac{1}{\sqrt{1+b_{m_p}^{4s_p}}}\frac{1}{\sqrt{l}\left|tg\frac{b_{m_p}l}{2}\right|}\left(\frac{shb_{m_p}\left(x_p-\frac{l}{2}\right)}{ch\frac{b_{m_p}l}{2}}-\frac{\sin b_{m_p}\left(x_p-\frac{l}{2}\right)}{\cos\frac{b_{m_p}l}{2}}\right),$$

$$X_{i,2k-1}(x_i)=\frac{1}{\sqrt{1+b_{m_p}^{4s_p}}}\frac{1}{\sqrt{l}\left|ctg\frac{b_{m_p}l}{2}\right|}\left(\frac{chb_{m_p}\left(x_p-\frac{l}{2}\right)}{sh\frac{b_{m_p}l}{2}}+\frac{\cos b_{m_p}\left(x_p-\frac{l}{2}\right)}{\sin\frac{b_{m_p}l}{2}}\right),$$

b_{m_p} - корень уравнения $ch(lb)\cdot\cos(lb)=1$. Решение задачи (1)–(3) существует, единственно и представляется в виде $u=\sum\limits_{m_1=1}^{\infty}\cdots\sum\limits_{m_N=1}^{\infty}\left[\sum\limits_{s=0}^{l-j-1}t^sE_{\frac{1}{\alpha}}(\lambda_{m_1,...,m_N}\cdot t^\alpha;s+1)\varphi^0_{s;m_1,...,m_N}+\sum\limits_{i=0}^{j-1}t^{\alpha-i-1}E_{\frac{1}{\alpha}}(\lambda_{m_1,...,m_N}\cdot t^\alpha;\alpha-i)\cdot\cdot\tilde{\varphi}^0_{i;m_1,...,m_N}\right]\cdot v_{m_1,...,m_N}(x_1,...,x_N)$, где $\lambda_{m_1,...,m_N}=-\sum\limits_{j=1}^{N}{a_j}^2b_{m_j}^{4m}$, $\quad E_{\frac{1}{\alpha}}(\lambda_{m_1,...,m_N}\cdot t^\alpha;\alpha-k)=\sum\limits_{q=0}^{\infty}\frac{\left(\lambda_{m_1,...,m_N}t^\alpha\right)^q}{\Gamma(\alpha q+\alpha-k)}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Chirkiy A.A., Matichin I.I. Presentation of solutions of linear systems with fractional derivatives in the sense of Riemann-Liouville, Caputo and Miller-Ross // J. Autom. Inform. Sci. 2008. Vol. 40, no. 6. P. 1–11.

Начально-краевая задача для нестационарного уравнения третьего порядка составного типа

З.А.Собиров[1], М.Р.Эшимбетов[1], Ж.Р.Эшимбетов[1]

[1]Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент, Узбекистан;
sobirovzar@gmail.com, mr.eshimbetov92@mail.ru

Пусть $\Omega\subset\mathbb{R}^2$ выпуклая область с дважды непрерывный границей Γ и $Q_T=\Omega\times(0,T]$. А Γ_1 часть границы области в которой внешней нормаль к границе $n=(\cos\alpha,\sin\alpha)$ удовлетворяет условию $\cos\alpha+\sin\alpha>0$.

В данной работе рассматривается следующая начально-краевая задача для нестационарного уравнения типа уравнения Эйри в области Q_T:
найти регулярное решение уравнения

$$Lu\equiv u_{xxx}+u_{yyy}-u_t=f(x,y,t),\ (x,y,t)\in Q_T, \tag{1}$$

удовлетворяющее начальному условию

$$u(x,y,0) = u_0(x,y),\ (x,y) \in \bar{\Omega}, \tag{2}$$

и краевым условиями

$$u(x,y,t)|_{\Gamma} = \varphi_1(x,y,t),\ (x,y,t) \in \Gamma \times [0,T],$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{\Gamma_1} = \varphi_2\left(x,y,t\right),\ (x,y,t) \in \Gamma \times [0,T], \tag{3}$$

где $f(x,y,t), u_0(x,y), \varphi_1(x,y,t)$, $\varphi_2(x,y,t)$–заданные достаточно гладкие функции.

Отметим, что в случае уравнения с одной координатной переменной x начально-краевые задачи исследованы в работах [1,2]. В работах [3, 4] построены фундаментальные решения уравнения в многомерном случае и дано решение задачи Коши.

Единственность решения рассматриваемой задачи доказана методом интегралов энергии. При доказательстве существование решения методом потенциалов задача сведена к системе интегральных уравнений с ядрами со слабыми особенностями, разрешимость которой следует из теоремы единственности согласно альтернативам Фредгольма.

Литература

1. Cattabriga L. Un problema al contorno per una equazione parabolica di ordine dispari. Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa a mat. Serie. №13(2), 1959.

2. Джураев Т.Д. Краевые задачи для уравнений смешанного и смешанно-составного типов. Ташкент 1979.

3. Abdinazarov S. and Sobirov Z. On fundamental solutions of an equation with multiple third-order characteristics in a multidimensional space in: Proc. Int. Sci. Conf. Differential Equations with Partial Derivatives and Related Problems of Analysis and Informatics, pp. 12–13, Tashkent (2004).

4. Khashimov A.R., Yakubov S. On some properties of Cauchy problem for non-stationary third order composite type equation. Ufa Mathematical Journal. 2014 6(4). P. 135-144.

ОБ ОДНОЙ ИГРОВОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ПУЧКАМИ ТРАЕКТОРИЙ

Тахиров Б.М.

Национальный университет Узбекистана, Тошкент, Узбекистан
bekzodtoxirov907@gmail.com

Постановка задачи. В пространстве R^n рассматривается линейная дифференциальная игра, описываемая системой уравнений с запаздывающим аргументом [1]

$$\dot{z}(t) = Az(t) + Bz(t-h) - Cu(t) + Dv(t),\ t \geq 0, \tag{1}$$

где $z(t) \in \mathbb{R}^n, n \geq 1; A,\ B,\ C,\ D$ — постоянные матрицы; $h > 0$ — действительное число; параметры u и v выбираются в виде измеримых векторных функций $u = u(\cdot)$ и $v = v(\cdot)$, удовлетворяющих ограничениям $u(t) \in P,\ v(t) \in Q, 0 \leq t < \infty$, такие функции называется допустимыми управлениями, $Q \subset R^q$. Терминальное множество M имеет такой же вид как в [1]. В пространстве $\mathbb{R}^n$ кроме множества M задано множество $N(\Phi(\cdot))$ из точек которого исходят траектории игры (1), называется начальным множеством. В качестве начального множества $N(\Phi(\cdot))$ берется множество измеримых однозначных ветвей многозначного отображения $\Phi(t),\ -h \leq t \leq 0 : N(\Phi(\cdot)) = \{z_0(t) : z(t) = z_0(t),\ z_0(t) \in \Phi(t)\}$[1].

Введем множество

$$\hat{W}(t) = \pi K(\tau - t)CP \underset{-}{*} \pi K(\tau - t)DQ, \ 0 \leq t \leq \tau.$$

Матричная функция $K(t), \pi$ — матрица оператора ортогонального проектирования см.[1].

Предположение. *Множество* $\hat{W}(t)$ *непусто при всех* $t \geq 0$.

Далее, введем следующее множество

$$W_1\Big[M_1 \underset{-}{*} \Omega[\tau, N(\Phi(\cdot))], \tau\Big] = \Big[M_1 \underset{-}{*} \Omega[\tau, N(\Phi(\cdot))]\Big] + W(\tau),$$

где $\Omega\Big[\tau, N(\Phi(\cdot))\Big] = \pi K(\tau - h)\Phi(0) + \int\limits_{-h}^{0} \pi K(\tau - t - h)B\Phi(t)dt = = \pi K(\tau - h)\varphi(0) + \int\limits_{-h}^{0} \pi K(\tau - t - h)B\varphi(t)dt : \varphi(t) \in N(\Phi(t)),\ -h_i \leq t \leq 0\Big\}$.

Теорема. *Полагаем, что выполнено предположение на параметры игры (1). Предположим, что при некотором* $\tau = \tau_1$ *имеет место включение*

$$0 \in W_1\Big[M_1 \underset{-}{*} \Omega[\tau, N(\Phi(\cdot))], \tau\Big]. \tag{92}$$

Тогда в игре (1) пучок траекторий можно перевести из начального множества $N(\Phi(\cdot))$ *на терминальное множество* M *за время* $T[N(\Phi(\cdot))] = \tau_1$.

Литература

1. Мамадалиев Н. Об игровых задачах управления пучками траекторий при наличии запаздывания// "Кибернетика и системный анализ". 2012. № 5. С. 154–164.

ω^ω - база и exпоненциалная пространства

Турсуналиева Н. К.

O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston

Tursunaliyevanargiza96@mail.ru

Определение [1, 2]. Топологическое пространство называется имеющим ω^ω-базу, если для каждой точки $x\epsilon X$, пространство X имеет базу окрестностей $(U_{\alpha[x]})_{\alpha\epsilon\omega^\omega}$ точки х такой, что$U_\beta[x] \subset U_\alpha[x]$ для всех $\alpha \leqslant \beta$

Напомним, что база топологии Вьеториса в $expX$ вводится следующим образом. Для открытого множества $U_1, ...U_n \subset X$ положим

$$\langle U_1, ..., U_n\rangle = \left\{F : F\epsilon expX, F \subset \bigcup_{i=1}^{n} U_i, F \cap U_1 \neq \varnothing, ..., F \cap U_n \neq \varnothing\right\} = \left\{F : F\epsilon expX, F \subset \bigcup_{i=1}^{n} U_i\right\}$$

Если множества $U_1, U_2, ..., U_n \subset X$ открыты, то множества

$$\left\{F : F \in expX, F \subset \bigcup_{i=1}^{n} U_i\right\} = exp\left(\bigcup_{i=1}^{n} U_i, X\right),$$

$$\{F : F \in expX, F \cap U_i \neq \varnothing\} = expX/exp(X/U_i, X)$$

открыты в пространстве замкнутых подмножеств по определению топологии Вьеториса, поэтому открытым является множество $O(U_1, ..., U_n)$. другой стороны, такой вид имеют и элементы предбазы, указанной нами при определены топологии Вьеториса

$$exp(U, X) = O\langle U\rangle, expX \setminus exp(X \setminus U, X) = O\langle U, X\rangle.$$

Таким образом, семейство всех множеств вида $O\langle U_1, ..., U_n\rangle$, где множества $U_1, ..., U_n \subset X$ открыты в пространстве X , является предбазой топологии Вьеториса. Множество X с топологией Вьеториса называется экспоненциальным или гиперпространством пространства X .

Теорема. Если система $\mu = \{U_\alpha : \alpha \in M\}$ есть имеющий ω^ω-базу тогда $\mu' = \{O\langle U_\alpha\rangle : \alpha \in M\}$ акже есть ω^ω-базу в пространстве $expX$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шенг Р., Фенг З. On ω^ω -bases and ω^ω -weak bases// Houston Journal of Mathematics. 2020, p. 507-518.

2. Banakh T. Topological spaces with an ω^ω -base. Dissertations mathematics, Warszawa 2019.

3. V.V Fedorchuk, V.V.Filippov, General Topology. Basic Constructions, Moscow, Fizmatlil(2006),332 p

4. Турсуналиева Н. К. ω^ω-база и пространства -симметрической степени. Актуальные вопросы Алгебры и анализа сборник материалов республиканской научнопрактической конференции. Термиз 2022

ОБ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНАЯ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА, ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ВНУТРИ И НА ГРАНИЦЕ ОБЛАСТИ

Уринов А. К.[1], **Усмонов Д. А.**[2]

[1 2] Ферганский государственный университет, Фергана, Узбекистан;
urinovak.mail.ru, usmonov-doniyor.inbox.ru

В данной работе в прямоугольной области $\Omega = \{(x,t): 0 < x < 1; -a < t < b\}$ рассмотрим следующее вырождающееся уравнение четвертого порядка

$$0 = \begin{cases} t^{\gamma}_{C}D^{\delta_1}_{0t}u\left(x,t\right) + \left[x^{\alpha}(1-x)^{\beta}u_{xx}\left(x,t\right)\right]_{xx}, & (x,t) \in \Omega_1 = \Omega \cap \{t>0\}, \\ {}_{C}D^{\delta_2}_{t0}u\left(x,t\right) + \left[x^{\alpha}(1-x)^{\beta}u_{xx}\left(x,t\right)\right]_{xx}, & (x,t) \in \Omega_2 = \Omega \cap \{t<0\}, \end{cases} \tag{1}$$

где $u\left(x,t\right)$ - неизвестная функция, ${}_{C}D^{\delta_1}_{0t}u\left(x,t\right)$, ${}_{C}D^{\delta_2}_{0t}u\left(x,t\right)$ - дробные производные Герасимова - Капуто [1] от функции $u\left(x,t\right)$ по аргументу t, $\Gamma\left(z\right)$ -гамма функция Эйлера [2], а a, b, α, β, γ, δ_1, δ_2 - заданные действительные числа, причем $a > 0$, $b > 0$, $0 < \delta_1 < 1$, $1 < \delta_2 < 2$, $0 \le \alpha < 1$, $0 \le \beta < 1$.

Очевидно, что уравнение (1) вдоль линий $x = 0$, $x = 1$ и $t = 0$ вырождается.

Задача $A^{p_2\,q_2}_{p_1\,q_1}$**.** Найти функцию $u\left(x,t\right)$, обладающую следующими свойствами:

1)$u\left(x,t\right)$, $u_x\left(x,t\right)$, $x^{\alpha}(1-x)^{\beta}u_{xx}$, $\left[x^{\alpha}(1-x)^{\beta}u_{xx}\right]_x \in C\left(\bar{\Omega}\right)$; $t^{\gamma}_{C}D^{\delta_1}_{0t}u\left(x,t\right) \in C\left(\Omega_1\right)$, ${}_{C}D^{\delta_2}_{0t}u\left(x,t\right) \in \left(\Omega_2\right)$, $\left[x^{\alpha}(1-x)^{\beta}u_{xx}\right]_{xx} \in C\left(\Omega_1 \cup \Omega_2\right)$. 2) в области $\Omega_1 \cup \Omega_2$ удовлетворяет уравнению (1). 3) на границе области Ω выполняются следующие краевые условия:

$$\left.\begin{array}{c} p_1u\left(0,t\right) = q_1u\left(1,t\right) = 0,\ p_2u_x\left(0,t\right) = q_2u_x\left(1,t\right) = 0, \quad t \in [-a,b]; \\ q_2\lim\limits_{x\to 0} x^{\alpha}u_{xx}\left(x,t\right) = p_2\lim\limits_{x\to 1}\left(1-x\right)^{\beta}u_{xx}\left(x,t\right) = 0,\ t \in \left[-a,b\right]; \\ q_1\lim\limits_{x\to 0}\left[x^{\alpha}(1-x)^{\beta}u_{xx}\left(x,t\right)\right]_x = p_1\lim\limits_{x\to 1}\left[x^{\alpha}(1-x)^{\beta}u_{xx}\left(x,t\right)\right]_x = 0,\ t \in \left[-a,b\right]; \\ u\left(x,b\right) + \varphi\left(x\right) = u\left(x,-a\right),\ x \in \left[0,1\right]; \end{array}\right\}$$

4) удовлетворяет следующие условия склеивания:

$$u\left(x,+0\right) = u\left(x,-0\right),\ x \in [0,1] \quad \lim_{t\to +0} t^{\gamma}_{C}D^{\delta_1}_{0t}u\left(x,t\right) = u_t\left(x,-0\right), \quad x \in \left(0,1\right),$$

где $\varphi\left(x\right)$ - заданная непрерывная функция, p_1, q_1, p_2 и q_2 - заданные действительные числа, причем $p_1^2 + q_1^2 \ne 0$, $p_2^2 + q_2^2 \ne 0$.

Литература

1. **Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J.** *Theory and applications of fractional differential equations.* (North-Holland Mathematics Studies, 204). Amsterdam: Elsevier, 2006. - 523 p.

2. **Бейтмен Г., Эрдейи А.** *Высшие трансцендентные функции. Эллиптические и автоморфные функции. Функции Ламе и Матье. Ортогональные полиномы.* - Москва: Наука, 1967. -300 с.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИГРА ПРЕСЛЕДОВАНИЯ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА

Васиева Х.Г., Mamadaliyev N.A.

Национальный университет Узбекистана, Тошкент, Узбекистан
vasiyeva98@gmail.com

Постановка задачи. Динамика конфликтно-управляемого процесса описывается системой линейных дифференциально - разностных уравнений нейтрального типа

$$\dot{z}(t)=\sum_{i=1}^{m}A_i\dot{z}(t-h_i)+\sum_{i=0}^{m}B_iz(t-h_i)-Cu(t)+Dv(t),\ t\geq 0, \tag{1}$$

где $z(t)\in\mathbb{R}^n, n\geq 1; A_i\,(i=\overline{1,m}),\, B_i\,(i=\overline{0,m}), C,\, D$ — постоянные матрицы; $0=h_0<h_1<\cdots<h_m$ — действительные числа. Параметры u и v выбираются в виде измеримых векторных функций $u=u(\cdot)$ и $v=v(\cdot)$, удовлетворяющих ограничениям $\|u(\cdot)\|_{L_2[0,\infty)}\leq 1,\ v\,(t)\in Q,\, 0\leq t<\infty$, такие функции называется допустимыми управлениями, $Q\subset R^q$. Терминальное множество M имеет такой же вид как в [1].

Начальным положением для преследования (1) является n — мерная абсолютно непрерывная функция $\varphi(t)$, определенная на отрезке $[-h,0]$.

Предположение. *Существует число α, $0\leq\alpha<1$, такое, что для всех положительных t выполняется включение $\pi K(t)DV\subset\alpha\pi K(t)CU$, где $U=\{u\in R^p:\|u(\cdot)\|_{L_2[0,\infty)}\leq 1,\}$ и $V=\{v\in R^q: v\in Q,\}$ — единичные шары в пространствах управлений.*

Матричная функция $K(t),\pi,\xi[\tau,\varphi(\cdot)]$ — матрицу оператора ортогонального проектирования см.[2]. Введем вспомогательное многозначное отображение вида [1]:

$$\hat{W}(\tau,t,v)=\Big\{\lambda\in R:\Big[\,\lambda\Big(M_1-\xi[\tau,\varphi(\cdot)]\Big)+$$

$$+\pi K(\tau-t)Dv\Big]\bigcap\sqrt{(1-\alpha)\lambda+\alpha\|v\|^2}\cdot\pi K(\tau-t)CU\neq\emptyset\Big\}. \tag{2}$$

Теперь определим разрешающую функцию [1]: $\lambda(\tau,t,v,\varphi(\cdot))=\sup\hat{W}(\tau,t,v)$.

Теорема. *Полагаем, что выполнено предположение на параметры игры (1). Предположим, что существует момент времени $T=\tau_1(\varphi(\cdot))$ такой, что либо $\xi[\tau_1,\varphi(\cdot)]\in M_1$, либо $\xi[\tau_1,\varphi(\cdot)]\notin M_1$ и для всех допустимых управлений $v(\cdot)$ выполняется неравенство $1-\inf\Big\{\int_0^{\tau_1}\lambda(\tau_1,\tau_1-t,v(t),\varphi(\cdot))dt: v(t)\in Q\Big\}\leq 0$. Тогда в игре (1),(2) при ограничениях (2) возможно завершение преследования за время $T=\tau_1(\varphi(\cdot))$.*

Литература

1. Чикрий А.А., Белоусов А.А. О линейных дифференциальных играх с интегральными ограничениями // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2009. Т. 15. № 4. С. 290 – 301

2. Мамадалиев Н. Линейные дифференциальные игры с интегральными ограничениями при наличии запаздываний // Матем. Заметки. 2012. № 5. С. 750–760.

Фундаментальные решения для одного класса параболического уравнения с вырождающимся коэффициентом

Хасанов А.Х[1], Рашидов С. Г[1]

[1]Институт математики, Ташкент, Узбекистан;
anvarhasanov@yahoo.com
sardorrashidov1995@mail.ru

Фундаментальные решения дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка играют важную роль при исследовании краевых задач, а фундаментальные решения сингулярных уравнений выражаются через специальные функции [1-4].

В этом докладе рассматривается вырождающиеся параболическое уравнение

$$u_t(x,t) = u_{xx}(x,t) + \frac{1}{x}u_x(x,t) - \frac{\nu^2}{x^2}u(x,t),\ \nu = const \tag{1}$$

в области $\Omega = \{(x,t) : -\infty < x < +\infty, t > 0\}$.
Для уравнения (1) построены следующие фундаментальные решения.

$$G_1(x,t;\xi) = \frac{1}{2}e^{-\left(1+\frac{x^2+\nu^2}{4t}\right)} I_\nu\left(\frac{x\xi}{2t}\right) \tag{2}$$

$$G_2(x,t;\xi) = \frac{\pi}{4\sin(\pi\nu)}e^{-\frac{x^2+\xi^2}{4t}}\left[I_{-\nu}\left(\frac{x\xi}{2t}\right) - I_\nu\left(\frac{x\xi}{2t}\right)\right] \tag{3}$$

где $I_\nu(z)$ - функция Бесселя мнимого аргумента [5].

References

1. A. Hasanov, A. S. Berdyshev and A. R. Ryskan. Fundamental solutions for a class of four-dimensional degenerate elliptic equation. Complex variables and elliptic equations. 65 (4), 2020, pp. 632-647.

2. A. Hasanov and E.T. Karimov, Fundamental solutions for a class of three-dimensional elliptic equations with singular coefficients. Applications Mathematical Letters, 22, 2009, pp. 1828-1832.

3. A. Hasanov, Fundamental solutions for degenerated elliptic equation with two perpendicular lines of degeneration. International Journal of Applied Mathematics and Statistics. 13 (8), 2008, p. 41-49.

4. A. Hasanov, Fundamental solutions of generalized bi-axially symmetric Helmholtz equation. Complex Variables and Elliptic Equations. Vol. 52, No. 8, 2007, pp. 673-683.

5. A. Erd'elyi, W. Magnus, F. Oberhettinger and F. G. Tricomi, Higher Transcendental Functions, Vol. 2, McGraw-Hill Book Company, New York, Toronto and London, 1953.

Математическая модель аномального переноса вещества в пористой среде с учетом адсорбционных эффектов и разложения вешества

Холлиев Ф.Б.[1], Омонов Ш.Ш.[2], Раупов С.Б.[3]

[1,2]Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан;
[3]Термезский государственный университет, Термез, Узбекистан;
surxon88@bk.ru

В данный работе изучается процесс аномального переноса веществ в одномерной, неоднородной, двузонной среде с учётом адсорбции, и массообмена между зонами. В зоне с неподвижной жидкостью процесс переноса описывается кинетическим уравнением с учётом адсорбции, где в отличие от других известных работ, учитывается аномальность процесса [1]. В зоне с подвижной жидкостью используется конвективно-диффузионное уравнение с учетом аномальности диффузионного процесса.

Среда состоит из двух зон: подвижной, т.е. пористой среды, где жидкость мобильна, и неподвижной, где жидкость неподвижна, но происходит диффузионный перенос вещества. Аномальная модель записывается как [2]

$$\begin{aligned}(\theta_m + f\rho_b k_d)\frac{\partial c_m}{\partial t} = \theta_m \frac{\partial}{\partial x}\left[D_m(x)\frac{\partial^\beta c_m}{\partial x}\right] - \upsilon_m\theta_m\frac{\partial c_m}{\partial x} - \omega\left(c_m - c_{im}\right) - \\ - \left(\theta_m\mu_{lm} + f\rho_b k_d\mu_{sm}\right)c_m,\end{aligned} \tag{1}$$

$$\left[\theta_{im} + (1-f)\rho_b k_d\right]\frac{\partial^\alpha c_{im}}{\partial t^\alpha} = \omega\left(c_m - c_{im}\right) - \left[\theta_{im}\mu_{\lim} + (1-f)\rho_b k_d\mu_{sim}\right]c_{im} \tag{2}$$

где θ_m, θ_{im} - коэффициент пористости, υ_m - осредненная скорость движения раствора, c_m и $c_{im}-$ концентрации вещества,$\omega-$ коэффициент массообмена, f и 1-f представляют доли центров адсорбции, ρ_b- объемная плотность пористой среды, k_d - коэффициент распределения линейного процесса адсорбции, μ_{lm} и $\mu_{\lim}-$ коэффициенты разложения первого порядка для разложения растворенного вещества в областях с подвижной и неподвижной жидкостью, μ_{sm} и $\mu_{sim}-$ коэффициенты разложения вещества первого порядка в подвижной и неподвижной адсорбированных твердых фазах, $D_m(x)-$ коэффициент гидродинамической дисперсии.

Порядки производных: $0 < \alpha \le 1, \quad 0 \le \beta \le 1$. В отличие от работы [2], здесь $[D_m(x)] = \mu^{\beta+1}/c$, $[\theta_{im} + (1-f)\rho_b k_d] = c^{\alpha-1}-$ фрактальные размерности параметров.

Переведенный численный анализ показывает, что аномальность процесса значительно влияет на характеристики переноса вещества в обеих зонах среды, т.е. как в микро, - так и в макропоре. Аномальность переноса характеризуется порядком производной в диффузионном члене уравнения переноса и уравнения кинетики массообмена. Для решения задачи (1-2) с соответствующими начальными граничными условиями использован метод конечных разностей. На основе численных результатов определены профили концентрации.

Литература

1. Gzhou L. and H. M. Selim (2003a), Scale-dependent dispersion in soils: an overview, Adv. Agron., 80 , 223 – 263.

2. Gao G., Zhan H., Feng Sh, Bo-Jie Fu. A new mobile-immobile model for reactive solute transport with scale-dependent dispersion, Water Resources Research August 2010 46(8).

Краевая задача для уравнения Геллерстедта с сингулярным коэффициентом в неограниченной области

Юлдашева Наргиза Тахиржоновна[1]

[1]Институт математики имени В.И.Романовского АН РУз, Ташкент, Узбекистан; nyuldasheva87@gmail.com

Рассмотрим уравнение

$$\operatorname{sign} y \mid y^m \mid u_{xx} + u_{yy} + \frac{\beta_0}{y} u_y = 0 \tag{1}$$

в области $D = D^+ \cup D^- \cup I_1$ комплексной плоскости $z = x + iy$, где D^+ – первый квадрант плоскости, D^- – область четвертого квадранта плоскости, ограниченный характеристикой Γ и положительной частью оси абсциссы, $I_1 = \{(x,y): \ 0 < x < \infty, \ y = 0\}$.

В (1) m, β_0 – некоторые действительные числа, удовлетворяющие условиям $m > 0, \ -\frac{m}{2} < \beta_0 < 1$.

Введем обозначения: $I_0 = \{(x,y): \ 0 < y < \infty, \ x = 0\}$.

Задача: Найти в области D функцию $u(x,y)$ со свойствами:

1) $u(x,y) \in C(\overline{D}) \cap C^2(D)$, где $D = D^+ \cup \overline{D^-} \cup \overline{I_0}$ и удовлетворяет уравнению (1) в этой области;

2) выполняет равенства

$$\lim_{R\to\infty} u(x,y) = 0, \quad R^2 = x^2 + \frac{4}{(m+2)^2} y^{m+2}, \quad x > 0, \quad y > 0; \tag{2}$$

3) $u(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям

$$u(0,y) = \varphi(y), \ y \geq 0, \tag{3}$$

$$u|_\Gamma = \psi(x), \ x \in [0,\infty), \tag{4}$$

и условиям сопряжения

$$\lim_{y\to+0} y^{\beta_0} \frac{\partial u}{\partial y} = \lim_{y\to-0} (-y)^{\beta_0} \frac{\partial u}{\partial y}, \ x \in (0,\infty), \tag{5}$$

причем эти приделы при могут иметь особенности порядка ниже $1 - 2\beta$, где $\beta = \frac{m+2\beta_0}{2(m+2)}$, $\varphi(y) \in C(\overline{I_0})$, $y^{\frac{3m+2\beta_0}{4}} \varphi(y) \in L[0,\infty)$ удовлетворяет условию Гельдера на любом отрезке $[0,N]$, $N > 0$, $\varphi(\infty) = 0$, $\varphi(0) = 0$, $\varphi(0) = \psi(0)$.

Теорема1. Пусть выполнены условия $\varphi(y) \equiv 0$, $\psi(x) \equiv 0$, тогда задача имеет лишь тривиальное решение.

Отметим, что краевая задача для уравнения (1) при $\beta_0 = 0$ изучена в [1].

1. М.М.Смирнов, Уравнения смешанного типа, Москва, Высшая школа, 1985, 304 с.

Релаксациенная дробно-дифференциальная модель фильтрации однородной жидкости в пористой среде

Зокиров М.С.[1], Тўраев Ф.Б.[2], Мардаев С.М.[3]
[1]Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан;
[2,3]Термезский государственный университет, Термез, Узбекистан;
mzokirov45@gmail.com

Релаксациенная теория фильтрации житкости, как неклоссическая аномальная фильтрация развивалась в работах [1, 2]. В релаксационных моделях фильтрации аппарат дробных производных использован в [3].

В данной работе в отличие от [3] рассматриваем обобщенную релаксационую дробно-дифференциальную модель, где учитываются одновременно релаксациенные явления как по скорости фильтрации, так и по градиенту давления. На основе такой обобщенной модели выведены уравнения фильтрации. Поставлена и численно решена задача фильтрации для этого уравнения. Оценено влияние порядков дробных производных на распределение давления в среде в различные моменты времени.

Модель фильтрации с двойной релаксацией имеет вид [2]

$$\upsilon + \lambda_\upsilon D_t^\beta \upsilon = -\frac{k}{\mu}\frac{\partial}{\partial x}\left(p + \lambda_p D_t^\alpha p\right), \tag{1}$$

где β^* -коэффициент упругоемкости пласта, где D_t^β, D_t^α - операторы дробной производной Капуто [4] .

Уравнение пьезопроводности записываются в следующим виде

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \lambda_\upsilon D_t^{\beta+1} p = \kappa\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \lambda_p D_t^\alpha\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}\right)\right), \tag{2}$$

где $\kappa = \frac{k}{\mu\beta^*}$- коэффициент пьезопроводности , $0 < \alpha \le 1,\ 0 < \beta \le 1$.

где D_t^β, D_t^α - операторы дробной производной Капуто [4] .

Для решения задачи (2) с соответствующими начальными граничными условиями использован метод конечных разностей. Переведенный численный анализ показывает, что при уменьшении α от 1 наблюдается более интенсивное распределение давления p . Уменьшение же β от 1 приводит к замедленному распределению давления.

Литература

1. Молокович Ю.М, Непримеров Н. Н, Пикуза В.И, Штанин А.В. Релаксационная фильтрация,-изд. Казанского университета
2. Алишаев М. Г., Мирзаджанзаде А. Х. К учету явлений запаздывания в теории фильтрации, Нефть и газ. №6, 1975, с.71-74.
3. Булавацкй В.М. К учету явлений запаздывания в теории фильтрации, Нефть и газ. №6, 1975, с.71-74.

Giperbolik parabaloidning asimptotik chiziqlari

Shohsanam Abdimajidova

Bizga F sirt (f, G) parametrlash usuli bilan berilgan bo'lsin

Ta'rif-1. Sirtning nuqtasida birorta $\overrightarrow{a}$ yo'nalish bo'yicha $k_n(\overrightarrow{a}) = 0$ bo'lsa, bunday yo'nalishni asimptotik yo'nalish deb ataymiz.

Berilgan $\overrightarrow{a} = \{x, y\}$ vektor aniqlovchi yo'nalish asimptotik yo'nalish bo'lishi uchun

$$Lx^2 + 3Mxy + Ny^2 = 0$$

bo'lishi zarur va yetarlidir. Bu yerda L, M, N -lar ikkinchi kvadratik forma koeffitsiyentlaridir.

Ta'rif-2.F sirtda γ chiziq $u = u(t), v = v(t)$ tenglama bilan berilib, uning har bir nuqtasida urinma vektori asimptotik yo'nalishni aniqlasa, bunday chiziq asimtotik chiziq deyiladi. Tabiiyki, sirtda to'g'ri chiziq yotsa, u asimptotik chiziq bo'ladi.

Biz giperbolik parabaloidning assimptotik chiziqlarini topamiz.Giperbolik parabaloid ikkinchi tartibli sirt bo'lib, u quyidagi ikkinchi tartibli tenglama bilan beriladi

$$z = x^2 - y^2$$

Giperbolik parabaloidning parametrik tenglamalarini yozamiz.

$$\begin{cases} x = u \\ y = v \\ z = u^2 - v^2 \end{cases}$$

Birinchi va ikkinchi kvadratik formalarni hisoblash uchun

$$\overrightarrow{r_u} = \{1, 0, 2u\}$$

$$\overrightarrow{r_v} = \{1, 0, -2v\}$$

$$\overrightarrow{r_{uu}} = \{1, 0, 2\}$$

$$\overrightarrow{r_{vv}} = \{1, 0, -2\}$$

vektorlarni bilishimiz kerak. Birinchi va ikkinchi kvadratik forma koeffitsiyentlari

$$E = 1 + 4u^2 \quad L = \frac{2}{\sqrt{1 + 4u^2 + 4v^2}}$$

$$F = -4uv \quad L = M = 0$$

$$G = 1 + 4v^2 \quad N = \frac{-2}{\sqrt{1 + 4u^2 + 4v^2}}$$

Asimptotik chiziqlarning differensial tenglamasini tuzamiz:

$$du^2 - dv^2 = 0$$

$$u_1 = t + c_1$$

$$u_2 = -t + c_2$$

bo'lar ekan.
Giperbolik parabaloid asimptotik chiziqlarining fazodagi tenglamalari:

$$\gamma_1:\begin{cases} x=t+c_1\\ y=t\\ z=2c_1t+c_1^2\end{cases}\qquad \gamma_2:\begin{cases} x=-t+c_2\\ y=t\\ z=-2c_2t+c_2^2\end{cases}$$

ko'rinishida bo'ladi

Foydalanilgan adabiyot

1.A.Ya.Narmanov. Differensial geometriya va topologiya. Toshkent. "Mumtoz so'z", 2018.
2.M.A.Sobirov, A.Y. Yusupov. Differensial geometriya kursi. Toshkent."O'quvpeddavnashr".
3. A.Ya.Narmanov, A.S.Sharipov, J.O.Arslonov. Differensial geometriya va topologiya kursidan masalalar to'plami. Toshkent. "Unversitet" 2014 [2]-158-bet.

KASR TARTIBLI DIFFERENSIAL OPERATOR QATNASHGAN CHIZIQLI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR SISTEMASI UCHUN KOSHI MASALASI

Abdubannopova Odinaxon Alisherjon qizi
Farg'ona davlat universiteti, Farg'ona, O'zbekiston;
abdubannopovao@gmail.com

Ushbu ishda biz Hilfer ma'nosidagi kasr tartibli differensial operatorni o'z ichiga oluvchi o'zgarmas koeffitsiyentli chiziqli differensial tenglamalar sistemasi uchun Koshi masalasini bayon qilamiz.

Koshi masalasi. $t>m$ oraliqda ushbu

$$\begin{cases} D_{mt}^{\alpha,\beta}x\left(t\right)=ax+by+f_1\left(t\right),\\ D_{mt}^{\alpha,\beta}y\left(t\right)=cx+dy+f_2\left(t\right),\end{cases}\tag{1}$$

kasr tartibli differensial tenglamalar sistemasining

$$\lim_{t\to m+}I_{mt}^{(1-\beta)(1-\alpha)}x\left(t\right)=x_0,\ \lim_{t\to m+}I_{mt}^{(1-\beta)(1-\alpha)}y\left(t\right)=y_0,$$

boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi yechimini topish masalasini qaraylik, bu yerda $x\left(t\right)$ va $y\left(t\right)$ lar esa noma'lum funksiyalar, $m,\alpha,\beta,a,b,c,d,x_0,y_0$ - berilgan haqiqiy sonlar bo'lib, $m\geq 0$, $0<\alpha<1$, $0\leq\beta\leq 1$; $D_{mt}^{\alpha,\beta}z(t)-$ Hilfer ma'nosidagi α kasr tartibli va β parametrli kasr tartibli hosila [1],

$$D_{mt}^{\alpha,\beta}z\left(t\right)=I_{mt}^{\beta(1-\alpha)}\frac{d}{dt}I_{mt}^{(1-\beta)(1-\alpha)}z(t),$$

$I_{mt}^{\gamma}z\left(t\right)$ esa Riman-Liuvill ma'nosida γ kasr tartibli integral [2],

$$I_{tm}^{\gamma}z\left(t\right)=\frac{1}{\Gamma\left(\gamma\right)}\int\limits_m^t\left(t-s\right)^{\gamma-1}z\left(s\right)dt,$$

$\Gamma(z)$ - Eylerning gamma funksiyasi [3], $t > m$; $f_1(t)$ va $f_2(t)$ - berilgan funksiyalar.

Takidlash joizki yuqoridagi masalada $\beta = 0$ bo‘lgan holi [4] ishda o‘rganilgan. Sistema uchun Koshi masalasi Dalamber usulidan foydalanib tadqiq qilingan va masala yechimi oshkor ko‘rinishda topilgan.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. **Hilfer R.** *Applications of Fractional Calculus in Physics*. World Scientific. Singapore. 2000.
2. **Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J.** *Theory and applications of fractional differential equations.* (North-Holland Mathematics Studies, 204). Amsterdam. Elsevier. 2006. 523 p.
3. **O‘rinov A.Q.** *Maxsus funksiyalar va maxsus operatorlar.* Farg‘ona. "Farg‘ona"nashriyoti. 2012. 112 bet.
4. **Mamanazarov A.O., Abdubannopova O.A.** *Kasr tartibli differensial operatorni o‘z ichiga oluvchi chiziqli differensial tenglamalar sistemasini yechishning bir usuli haqida.* // O‘zbekistonda fanlararo innovatsiyalar va ilmiy tadqiqotlar jurnali. 14-son. 2022. 464-467- betlar.

TIP O’ZGARISH CHIZIG‘I SILLIQ BO‘LMAGAN PARABOLO-GIPERBOLIK TENGLAMA UCHUN UCHINCHI NOLOKAL MASALA

Abdujabborov Abduxalim

Farg‘ona davlat universiteti, Farg‘ona, O‘zbekiston;
abdujabborovaduxalim28@gmail.com

$D = D_1 \cup I_1 \cup D_2 \cup I_2 \cup D_3$ sohada

$$\left[u_{xx} - \frac{1}{2}\left(1 - sign\left(xy\right)\right)u_{yy} - \frac{1}{2}\left(1 + sign\left(xy\right)\right)u_y\right] = 0 \tag{1}$$

tenglamani qaraymiz, bu yerda $D_1 = \{(x, y) : 0 < x < 1, 0 < y \leq 1\}$, $I_1 = \{(x, 0) : 0 < x < 1\}$, $D_2 = \{(x, y) : 0 < x < 1, x - 1 < y < 0\}$, $D_3 = \{(x, y) : 0 < y < 1, y - 1 < x < 0\}$, $I_2 = \{(0, y) : 0 < y < 1\}$. (1) tenglama D_1 va D_2 (D_3) sohalarda mos ravishda parabolik va giperbolik tipga tegishli bo’lib, u D_1 sohada

$$u_{xx} - u_y = 0, \quad (x, y) \in D_1, \tag{2}$$

D_2 va D_3 sohalarda

$$u_{xx} - u_{yy} = 0, \quad (x, y) \in D_2 \cup D_3 \tag{3}$$

ko‘rinishlarda yoziladi, bu yerda I_1 va I_2 - (1) tenglamaning tip o‘zgarish chiziqlari bo‘lib, I_1 - (1) tenglama uchun xarakteristika bo‘ladi, I_2 esa xarakteristika bo‘lmaydi.

I_3 masala. Shunday $u\left(x, y\right) \in C\left(\bar{D}\right) \cap C^{2,1}_{x,y}\left(D_1\right) \cap C^{2,2}_{x,y}\left(D_2 \cup D_3 \backslash I_3 \backslash I_4\right)$ funksiya topilsinki, u D_1 va $D_2 \cup D_3 \backslash I_3 \backslash I_4$ sohalarda mos ravishda (2) va (3) tenglamalarni, D soha chegarasida

$$\alpha u(1, y) + \beta \int\limits_0^l u(x, y)dx = \varphi(y), \quad 0 \leq y \leq 1;$$

$$u_x(0,y) = f_1(y), \quad -1 < y < 0;$$
$$u(0,y) = -u(0,-y) + f_2(y), \quad -1 \le y \le 0;$$
$$u_y(x,0) = g_1(x), \quad -1 < x < 0;$$
$$u(x,0) = u(-x,0) + g_2(x), \quad -1 \le x \le 0$$

shartlarni, I_1 va I_2 tip o'zgarish chiziqlarida esa

$$u_y(x,+0) = u_y(x,-0), \ \ 0 < x < 1; \ \ u_x(+0,y) = u_x(x,-0), \ \ 0 < y < 1,$$

ulash shartlarini bajarsin, bu yerda $\varphi(y), f_1(y), f_2(y), g_1(x), g_2(x)$ - berilgan uzluksiz funksiyalar, $I_3 = \{(x,y) : y = -x, 0 \le x \le 1/2\}$, $I_4 = \{(x,y) : x = -y, 0 \le y \le 1/2\}$, α va β berilgan sonlar boʻlib, $2\alpha \ne \beta$.

Bu masalani [1] adabiyotda koʻrsatilgan usul bilan yechish mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. **Уринов А.К., Хайдаров И.У.** *Задачи для параболо-гиперболических уравнений со спектральным параметром.* Ташкент: MUMTOZ SOʻZ. 2018. 108 с.

$\alpha-$ SUBGARMONIK FUNKSIYALAR SINFIDA VAZNLI $\mathcal{P}$ OʻLCHOV

Abdullayeva F.E.[1], Aytjanova G.T.[2]

[1]Oʻzbekiston Milliy universiteti, Toshkent, Oʻzbekiston;
farogata557@gmail.com

[2]Oʻzbekiston Milliy universiteti, Toshkent, Oʻzbekiston;
gulaim2003qar@gmail.com

$D \subset \mathbb{C}^n$ soha va $E \subset D$ hamda E toʻplamda $\psi(z)$–manfiy funksiya berilgan boʻlsin.
Ushbu

$$\mathcal{U}(E,D,\psi) = \{u \in \alpha - sh(D) : \ u\,|_D \le 0, \ u\,|_E \le \psi(z)\}$$

funksiyalar sinfini qaraylik.

Ta'rif. Quyidagiga

$$\omega^*(z,E,D,\psi) = \left\{\sup\{u(z) : u \in \mathcal{U}(E,D,\psi)\}\right\}^*$$

E toʻplamning, D sohaga nisbatan vaznli $\mathcal{P}$ oʻlchovi deb ataladi.

Quyida vaznli $\mathcal{P}$ oʻlchov haqidagi muhimk bir teoremani keltiramiz.

Teorema. Agar $U \subset D$ – ochiq toʻplam boʻlib, $U = \bigcup\limits_{j=1}^{\infty} K_j$, bu yerda K_j- kompakt, $K_j \subset K_{j+1}^0$, $\psi(z) \in C(U)$ boʻlsa, u holda $\omega^*(z,K_j,D) \downarrow \omega\,(z,U,D)$.

Adabiyotlar

1. Ваисова М. Теория потенциала в классе α-субгармонических функций. УзМЖ, 2016, 3, 46–52.

2. Шарипов Р. $\mathcal{P}$ мера и $\mathcal{P}$ емкость в классе α-субгармонических функций. ДАН РУз, 2019, 3, 11–15.

3. Садуллаев А. Плюрисубгармонические меры и емкости на комплексных многообразиях, Успехи математических наук. 1981, 4, 35–105.

Katta sondagi zarralardan boshlanuvchi kritik tarmoqlanuvchi jarayonlar asimptotikasi haqida

Abduraxmonova Sayyora[1]

[1]O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
abduraxmonovafayoz@gmail.com

Faraz qilaylik bizga $\xi_{kj}, k, j \in N$ - bog'liqsiz ,bir xil taqsimlangan va manfiymas butun qiymatlar qabul qiluvchi tasodifiy miqdorlar oilasi berilgan bo'lsin. Berilgan tasodifiy miqdorlar yordamida quyidagi rekkurent munosabat

$$X_0 = 1, X_k = \sum_{j=1}^{x_{k-1}} \xi_{kj}, k \in N \tag{93}$$

bilan berilgan $X_k, k \geq 0$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi bitta zarrachadan boshlanuvchi Galton вЂ“Vatson tasodifiy tarmoqlanuvchi jarayoni deb ataladi. Galton-Vatson tarmoqlanuvchi jarayonlari ko'plab ilmiy adabiyotlarga o'rganilgan. Xususan, bu jarayonlarning trayektoriyalari xususiyatlari ,limit taqsimotlari , shartli limit taqsimotlari o'rganilgan .

Ta'rif. Agar $A = E\xi_{i,j} <\propto$ bo'lsa (1) jarayon subkritik deb ataladi , agar $A < 1$ bo'lsa, kritik deyiladi , agar $A = 1$ bo'lsa va $A > 1$ bo'lsa supkritik deb ataladi. $A \leq 1$ bo'lgan holda bir ehtimollik bilan $X_n \to 0, n \to\propto$ bo'lgani uchun X_n larning $n \to\propto$ dagi limit taqsimoti o'rganilganda $X_n > 0$ deb faraz qilinadi. Savol tug'iladi, agar boshlang'ich momentga populyatsiyaga bitta emas , ko'p zarracha bo'lsa X_n miqdorning limit taqsimoti qanday bo'ladi? Bu holda (boshlang'ich holda ko'p zarracha bo'lgan hol) xatto $A \leq 1$ bo'lganda ham X_n ning taqsimoti (shartli taqsimoti emas) limitga ega ekan . Masalan, V.Feller kritik jarayonlarni boshlang'ich holatda $X_0 = nx$ ta zarracha bor bo'lgan va bitta zarrachaning bevosita avlodlar soni chekli dispersiyaga ega holda X_n miqdorni $n \to\propto$ dagi limitni aniqladi. H.Soffe va F.Spitzerlar boshlang'ich holatda $X_0 = CA^{-n}$ (c-o'zgarmas son) zarracha bo'lgan holda X_n ning limit taqsimotini aniqladilar. Biz kritik Galton-Vatson tarmoqlanuvchi jarayonlarini bitta zarracha bevosita avlodlari soni dispersiyasi cheksiz bo'lgan holda limit taqsimotini aniqladik.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Athreya.K.B , Ney P.E Branching processes Springer 1972.149p.
2. Т.Харрис Теория ветвящихся случайный процессов. М. Мир.1966. 355с.

Dronni harakat tenglamasi uchun analetik yechimlarni aniqlash

Abdusalomov A.I.
O'zbekiston Milliy universiteti
Abdusalomov.nuu.uz@gmail.com

Binobarin, koordinata o'qlarining ta'riflaridan foydalanib quyidagi vertikal tekislikdagi harakat tenglamalari tizimi olish mumkin

$$\begin{cases} \dot{\xi} = v\cos\gamma\cos\phi \\ \dot{\eta} = v\cos\gamma\sin\phi \\ \dot{\eta} = v\sin\gamma \\ \dot{v} = H_1 - g_0\sin\gamma \\ \dot{\gamma} = \frac{1}{v}(H_2 - g_0\cos\gamma) \\ \dot{\phi} = 0 \end{cases}$$

$\dot{\phi} = 0$ ligidan birinchi integral const ligi kelib chiqadi $\phi = c_1$

Tezlik vektorini muhim integrali

$$\dot{v} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{d\gamma}{d\gamma} = \frac{dv}{d\gamma} \cdot \dot{\gamma}$$

$$H_1 - g_0\sin\gamma = \frac{1}{v}(H_2 - g_0\cos\gamma) \cdot \frac{dv}{d\gamma}$$

$$v(\gamma) = c_2 \exp\left[\int_{x_0-\gamma_0}^{x-\gamma} F(\gamma)d\gamma\right]$$

$$F(\gamma) = \frac{H_1 - g_0\sin\gamma}{H_2 - g_0\cos\gamma} = \frac{A + B\cos x}{a + b\sin x} = F(x)$$

$$\int_{x_0-\gamma_0}^{x-\gamma} F(x)dx = \int_{x_0-\gamma_0}^{x-\gamma} \frac{A + B\cos x}{a + b\sin x}dx = \frac{B}{b}\ln(a + b\sin x) + A\int_{x_0-\gamma_0}^{x-\gamma} \frac{dx}{a + b\sin x}$$

$$v(x) = c_2(a + b\sin x)^{-1} \exp\left[\frac{2A}{d_1} arctg \frac{a \cdot tg(\overline{x})}{d_1}\right]$$

$$v(\gamma) = \overline{c}_2 \exp(z_1)$$

E'tibor bering, ma'lum bir holatda

$$a + b\sin x = 0$$

bo'lganda, (1)-dan doimiy v va γ bilan harakatni tasvirlab berish. Bu ish juda cheklangan nazariy va amaliy ahamiyatga ega va bu yerda ko'rib chiqilmaydi.

References

1. Azimov, D.M., "Example of the Integration of Atmospheric Flight Equations" Journal of Aircraft, Vol. 48, No. 5, Septembr-October 2011.
2. Hull, D. G., "Atmosphere, Aerodynamics, and Propulsion," Fundamentals of Airplane Flight Mechanics," Spinger-Verlag, Heidelberg, Germany, 2007, pp. 43-78.

KECHIKUVCHI ARGUMENTLI BIRINCHI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN NOLOKAL SHARTLI MASALA

Adhamova Marhaboxon Umarjon qizi[1],
Nurmatova Orastaxon Zafarjon qizi[2]

[1]Farg'ona davlat universiteti, Farg'ona, O'zbekiston;
marxaboxonadxamova@gmail.com

[1]Farg'ona davlat universiteti, Farg'ona, O'zbekiston;
nurmatova.0404.@mail.ru

Oxirgi yillarda bir nechta xil argumentli noma'lum funksiya qatnashgan differensial tenglamalar bilan shug'ullanishga bo'lgan qiziqish ortib bormoqda. Bunga sabab ko'plab issiqlik tarqalish va diffuziya jarayonlarini matematik modelini tuzish funksiyani biror qiymati qatnashgan differensial tenglama uchun qo'yiladigan masalalarga keltiriladi. Odatda, bunday turdagi tenglamalar kechikuvchi argumentli differensial tenglama deb yuritiladi. Shu sababdan biz ushbu ishda kechikuvchi argumentli birinchi tartibli differensial tenglama uchun nolokal shartli masala bayon qilamiz.

$(0, 1)$ oraliqda ushbu

$$y'(x) - \lambda y(1 - x) = 0 \tag{1}$$

kechikuvchi argumentli differensial tenglamani qaraylik, bu yerda $y(\cdot)$ - noma'lum funksiya, λ - berilgan o'zgarmas haqiqiy son.

Kechikuvchi argumentli differensial tenglamalar haqida umumiy ma'lumotlarni [1] adabiyotdan olish mumkin.

BS **masala**. Shunday $y(\cdot) \in C[0, 1] \cap C^1(0, 1)$ funksiya topilsinki, u $(0, 1)$ oraliqda (1) tenglamani qanoatlantirsin, butun sohada esa

$$y(0) = Ay(\xi_0) + B \tag{2}$$

integral shartni qanoatlantirsin, bu yerda ξ_0, A, B - berilgan o'zgarmas haqiqiy sonlar, $\xi_0 \in (0, 1]$.

Odatda (2) shartni Bitsadze - Samariskiy sharti deyiladi, shu sababli yuqoridagi masalani Bitsadze - Samariskiy masalasi deb ham atash mumkin.

Oddiy differensial tenglamalar uchun Bitsadze - Samariskiy tipidagi masalalar haqida umumiy ma'lumotlarni [3] adabiyotdan olish mumkin.

Ko'rish qiyin emaski, agar (2) shartda $A = 0$ bo'lsa, u holda (1) tenglama uchun Koshi masalasi hosil bo'ladi.

Teorema. Agar $\cos\lambda \neq A\cos(\lambda\xi_0 - \lambda) + A\sin\lambda\xi_0$ bo'lsa, u holda masalning yechimi mavjud va yagona bo'lib,

$$y(x) = B[\cos\lambda - A\cos(\lambda\xi_0 - \lambda) - A\sin\lambda\xi_0]^{-1}[\cos(\lambda x - \lambda) + \sin\lambda x] \tag{3}$$

ko'rinishda aniqlanadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. **A. Cabada and A.F. Tojo**. *Equations with involutions.* Atlantis Press. 2015.
2. **O'rinov A.Q.** *Oddiy differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalar*. Toshkent. Mumtoz so'z. 2014 yil. 164 bet.

II TIP MATRITSAVIY POLIDOIRADA XUA LOKEN FORMULASINING MODIFIKATSIYASI

Adxamova Ziyodaxon Baxtiyor qizi
O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
xolmirzayeva.ziyodaxon.xzb@gmail.com

Aytaylik

$$D_r^2 = \left\{ Z \in \mathbb{C}\left[m \times m\right] : Z\overline{Z} < Ir^2 \right\}$$

radiusi r ga teng bo'lgan 2-tip klassik soxa berilgan bo'lsin, bu yerda Z-simmetrik matritsa, $\overline{Z}$ matritsa Zga qo'shma matritsa, $r > 0$ son, $I = [m \times m]$ birlik matritsa.
$r = (r_1, ..., r_n)$ radiusli 2-tip matritsaviy polidoira T_r^2 quyidagicha aniqlanadi:
$T_r^2 = \left\{ Z = (Z_1, ..., Z_n) \in \mathbb{C}^n\left[m \times m\right] : Z_j\overline{Z}_j < Ir_j^2, j = \overline{1, n} \right\}$, bu yerda Z_j-simmetrik matritsa, $j = \overline{1, n}$
T_r^2 polidoiraning chegarasi ∂T_r^2

$$\gamma^\nu = \left\{ Z \in \mathbb{C}^n\left[m \times m\right] : Z_\nu\overline{Z}_\nu = I{r_\nu}^2, Z_\mu\overline{Z}_\mu \leq Ir_\mu^2, \nu \neq \mu \right\},$$

sirtlarning birlashmasidan iborat bo'ladi, ya'ni: $\partial T_r^2 = \bigcup_{\nu=1}^n \gamma^\nu$.

$$S(T_r^2) = \left\{ Z \in \mathbb{C}\left[m \times m\right] : Z_j\overline{Z}_j < Ir_j^2, j = \overline{1, n} \right\}$$

to'plam polidoira ostovi deyiladi, bu yerda $Z-$simmetrik matritsa. [1].
Shunday $0 \leq p \leq n$ bo'lgan p butun sonni tayinlaymiz va $Z = (Z', Z'')$, $Z' = (Z_1, ..., Z_p)$, $Z'' = (Z_{p+1}, ..., Z_n)$ belgilash kiritamiz.

Tarif 1. $Z = (Z_1, ..., Z_n) \in \mathbb{C}^n\left[m \times m\right]$ va $r = (r_1, ..., r_n)$ vektorlar berilgan bo'lsin, bu yerda Z_j-simmetrik matritsa, $r_j > 0$ son, $j = \overline{1, n}$. U holda quyidagi

$$[T_r^2(p) = T_r^2(p(\varepsilon)) = \left\{ Z \in \mathbb{C}\left[m \times m\right] : Z_j\overline{Z}_j < I{r_j}^2, j = \overline{1, p}, Z_i\overline{Z}_i < I(r_i + \varepsilon)^2, i = \overline{p + 1, n} \right\}$$

2-tip matritsaviy polidoiraga T_r^2 2-tip matritsaviy polidoiraning Z" bo'yicha ε davomi deyiladi.

Teorema. Bizga $T_r^2 \subset \mathbb{C}^n\left[m \times m\right]$ 2-tip matritsaviy polidoira va uning Z" bo'yicha $\varepsilon-$davomi $T_r^2(p)$ 2-tip polidoira berilgan bo'lsin. U holda, shunday koeffitsiyentlari $Z \in T_r^2$ bo'yicha golomorf bo'lgan $(n(\frac{m(m+1)}{2}), (n - p)(\frac{m(m+1)}{2}))$ bidarajali silliq $\overline{\partial}-$yopiq $\varphi_Z = \varphi_Z^{(p)}(\xi)$ forma topiladiki, $\overline{T_r^2(p)}$ da golomorf bo'lgan ixtiyoriy $f(Z)$ funksiya uchun quyidagi integral formula

$$h(Z) = \frac{1}{V_S} \int_\gamma \frac{\varphi_Z(\xi) f(\xi)}{\prod_{j=1}^p \det^{\frac{n+1}{2}}\left[\xi_j - Z_j\right]}, Z \in T_r^2 \tag{94}$$

o'rinli bo'ladi.
Bu yerda $\gamma = \left\{ Z \in \overline{T_r^2}(p) : Z_j\overline{Z}_j = I{r_j}^2, j = \overline{1, p} \right\}, V_S - S(T_r^2)$2-tip matritsaviy polidoira ostovining hajmi.
Agar m=1 bo'lsa (1) formula [2] da olingan formula bilan ustma-ust tushadi.

Adabiyotlar

1. **Г. Худайберганов, А. М. Кытманов, Б. А. Шаимкулов.** *Анализ в матричных областях Монография.Красноярск: Сибирский федеральный ун-т, 2017.*

297 с.
2. **Цих А.К.** *Многомерные вычеты и их применения.-Новосибирск:Наука, Сиб. Отд-ние, 1988.-241с.*

l_p FAZODA QIYMAT QABUL QILUVCHI BOG'LIQ TASODIFIY MIQDORLAR UCHUN KATTA SONLAR QONUNI.

M.A.Aknazarova[1]
[1] O'zbekiston Milliy universiteti, Tashkent, O'zbekiston;
aknazarovamamura@gmail.comm

Bizning maqsadimiz bog'liq tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi uchun l_p fazoda katta sonlar qonunini isbotlashdan iborat. Eslatib o'tamizki l_p fazo quyidagicha aniqlangan:
$l_p = \{x : x = (x_1, x_2, ...), \sum_{i=1}^{\propto} |x_i|^p < \propto\}, 1 \le p < \propto$
Bu fazoda norma quyidagicha kiritilgan

$$||x|| = \left(\sum_{i=1}^{\propto} |x_i|^p\right)^{\frac{1}{p}}$$

$\{e_i, i \ge 1\}$ bilan l_p fazoning standart bazisini belgilaymiz l_p fazoda qiymat qabul qiluvchi har bir X_n tasodifiy miqdorni l_p ning bazisi bo'yicha yoyilmasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$X_n = \sum_{i=1}^{\propto} X_n^{(i)} e_i, X_n = (X_n^{(1)}, X_n^{(2)}, ...)$$

$\{X_n, n \ge 1\}$ bilan l_p fazoda tasodifiy qiymat qabul qiluvchi tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi bo'lsin va

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$$

$\{X_n^{(i)}, n \ge 1\}$ har biri $i \ge 1$ uchun manfiy ortant bog'liq[1] tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi bo'lsin. Faraz qilamizki,

$$EX_n = 0, \sum_{j=1}^{\propto} E\left|X_1^{(j)}\right|^p < \propto \tag{95}$$

bajarilsin.

Teorema. $\{X_n, n \ge 1\} - l_p(1 \le p \le 2)$ fazoda qiymat qabul qiluvchi bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi bo'lsin. Faraz qilaylik ushbu ketma-ketlik uchun yuqoridagi bog'liqlik sharti va (1) bajarilsin. U holda $n \to \propto$ da

$$\frac{S_n}{n} \xrightarrow{P} 0$$

Foydalanilgan adabiyotlar

[1] Dehua Qiu , Qunying Wu and Pingyan Chen . Complete convergence for negatively orthant dependent random variables. Journal of Inequalities and Applications 2014, 2014:145

TURKIY TILDA SODDA GAPLARNING TUZILISHINI TADQIQ QILISH VA RASMIYLASHTIRISH

B.B.Allaberdiyev
National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek ,Tashkent, Uzbekistan;
allaberdiyev_91@mail.ru

Abstraktr: Hozirgi vaqtda Internet va ijtimoiy tarmoqlarda tabiiy tillar bo'yicha ma'lumotlar hajmining keskin o'sishi tufayli hisoblash tilshunosligi sohasini tadqiq qilish va rivojlantirish juda muhim masaladir. Ma'lumki, hisoblash tilshunosligi sun'iy intellektning bir qismi bo'lib, bu o'z navbatida zamonaviy kompyuter fanining juda muhim sohasidir. Hisoblash tilshunosligi tabiiy tilni qayta ishlash (NLP) dan iborat.

Kalit so'z: sintaktik, kontekst, teglar, terminal, spetsifikatsiya.

Turkiy sodda gaplarning sintaktik qoidalarini qurish uchun avvaliga Xomskiyning kontekstsiz grammatikasidan[1] foydalanib, ular uchun tarkibiy daraxt tuzdik, so'ngra ularning semantikasini hisobga olgan holda Protege muhitida ontologik model yaratdik. Ma'lumki, Xomskiyning formal kontekstsiz grammatikasi (Context-Free Grammar (CFG)) ma'lum til sintaksisini rasman tavsiflash imkonini beruvchi matematik vositadir[2-3]. Hozirgi vaqtda CFG tabiiy til komponentlari tuzilishini modellashtirish uchun keng qo'llaniladigan rasmiy tizimdir.

Ushbu qurilma yordamida turkiy tildagi sodda gaplarning sintaktik qoidalarini tuzamiz va ularning tarkibiy daraxtini yaratamiz. Lekin buning uchun biz maxsus lingvistik belgilar - teglarni joriy qilishimiz kerak.
Umumiy G tipidagi CFG quyidagi parametrlar bilan aniqlanadi[4]:

$$G =< N_s, T_s, R, S > \tag{96}$$

Bu yerda:

N_s – terminal bo'lmagan belgilar to'plami (o'zgaruvchilar);

T_s – terminal belgilar to'plami (doimiylar): bu yerda $N_s \cap T_s = \oslash$;

R – A$\rightarrow \alpha$ turdagi qaror qoidalari to'plami, bu yerda A- terminal bo'lmagan belgi, α – alifbodagi belgilar qatori $N_s \cup T_s$ ya'ni $\alpha \in (N_s \cup T_s)^*$;

S – dastlabki terminal bo'lmagan belgi.

Ontologik modelni (Ontologiya) bilimlar bazasi deyish mumkin, chunki agar tarjimon strukturaviy-semantik modelga xizmatlarni qo'shsa, u holda u bilimlar bazasiga aylanadi[5].

Amaliy ontologiya CFG sintaktik spetsifikatsiyasiga muvofiq tuzilgan bo'lib, u individlar, xususiyatlar va sinflardan, shuningdek, ontologiya tushunchalari yoki munosabatlarida taqdim etiladigan talqin xizmatlaridan iborat.

Ushbu jumla turi uchun quyidagi zarur va yetarli shartlar bajarilishi kerak:

$$\begin{aligned} SubObjPre \equiv \exists hasNP(PLorPers) \sqcap \exists hasVP(DirVP1 \sqcap (\exists hasHead \\ (V \sqcap (\exists hasRoot(root \sqcap (\forall isSpace \quad noSpace)))))) \end{aligned} \tag{97}$$

Agar barcha shartlar bajarilsa, Protege muhitida mulohaza yurituvchini ishga tushirishda Gap tushunchasining individi bo'lgan SubObjPr gap turi sifatida aniqlanadi.

Xulosa:

Qozoq va o'zbek tillari grammatikasini o'rganish va ular orasidagi o'xshashlik va farqlarni aniqlashdan maqsadimiz bu natijalardan tilni avtomatlashtirish yo'nalishida to'g'ri foydalana bilishdir. Tillar o'rtasidagi o'xshashliklar bir tilni kompyuterlashtirishda hal etilmagan muammolarni boshqa tildagi yutuqlar bilan to'ldirishga yordam beradi va birgalikda ishlash, tillar o'rtasidagi farqlarni aniqlash boshqa tilda bunday usulni amalga oshirish imkoniyatini yaratadi.

References

1. Chomskiy N. Sintaktik tuzilmalar. - Gaaga: Mouton, 1957. (Qayta nashr: Chomsky N. Syntactic Structures. - De Gruyter Mouton, 2002. - ISBN 3-11-017279-8.)
2. Chomskiy N. Tilni tavsiflashning uchta modeli // Axborot nazariyasi bo'yicha IEEE operatsiyalari. - 1956. - 2 (3). - 113-124-betlar.
3. Autebert, J. M., Berstel, J., Boasson, L.: Kontekstsiz tillar va pastga tushirish avtomatlari. In: Rozenberg, R., Salomaa, A. (tahrirlar) Rasmiy tillar qo'llanmasi. - 1997. ch. 3, jild. 1, Springer, Geydelberg.
4. Jurafskiy D., Martin J. H. Nutq va tilni qayta ishlash: tabiiy tilni qayta ishlash, hisoblash tilshunosligi va nutqni aniqlashga kirish (2-nashr). - Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ, AQSh, 2009 yil.
5. Tsukanova N. I. Bilimlarni ifodalash va tashkil etishning ontologik modeli. - Moskva: Ishonch telefoni - Telekom, 2015. - 272-bet.

INVARIANT METRIKALAR VA ULARNI KOMPLEKS ANALIZ MASALALARINI YECHISHDA QO'LLANILISH

Atoyeva Muhabbat Ismoil qizi

O′zbekiston Respublikasi, Toshkent shahri;
atoyevamuhabbat99@gmail.com

Karateodori metrikasi:
$\mathbb{C}^n$ fazoda chagaralangan sohada bigolomorf akslantirishga nisbatan invariant bo′lgan metrikalarni kiritish mumkin [1]. Faraz qilaylik, $D \quad (D \subset \mathbb{C}^n)$ chegaralangan soha bo′lsin. $U \subset \mathbb{C}$ tekislikdagi birlik doira. $\vartheta(D, U)$ deb D sohani U birlik doiraga akslantiruvchi barcha golomorf akslantirishlar to′plamini belgilaymiz.

Ta′rif: Ixtiyoriy $p, q \in D$ nuqtalar orasidagi Karateodori masofasi deb, ushbu kattalikka aytiladi.

$$c_D(p, q) = \sup_{\varphi \in \vartheta(D,U)} \rho(\varphi(p), \varphi(q))$$

Bunda ρ birlik doiradagi Labachevskiy masofasi bo′lib u quyidagicha aniqlanadi. Ixtiyoriy $p, q \in U$ nuqtalar uchun

$\rho(p, q) = \ln \frac{|1-\bar{q}p|+|p-q|}{|1-\bar{q}p|-|p-q|}$

Misol: $U = \{z \in \mathbb{C}^n : |z_1| < 1, |z_2| < 1, |z_3| < 1, ..., |z_n| < 1\}$ polikrug uchun 0 va z nuqtalar orasidagi Karateodori masofasi quyidagicha aniqlanadi.

$c_U(0, z) = \max \ln \frac{1+|z_\nu|}{1-|z_\nu|}$

Hamda undagi $B = \{z \in \mathbb{C}^n : |z| < 1\}$ birlik shar:

$c_B(0,z) = \ln\frac{1+|z|}{1-|z|}$ ko′rinishida bo′ladi.

Teorema: (siqilish xossasi) Ixtiyoriy $p,q \in D$ nuqtalar uchun $f : D \to N$ golomorf akslantirishda Karateadori masofasi oshmaydi. Ya′ni $c_N(f(p), f(q)) \le c_D(p,q)$ Xususan, f bigolomorf akslantirish bo′lsa, $c_N(f(p), f(q)) = c_D(p,q)$ tenglik o′rinli bo′ladi [1].

Kobayasi metrikasi:

$D \subset \mathbb{C}^n$, D chagaralangan soha bo′lsin. Hamda, $U \subset \mathbb{C}$ tekslikdagi birlik doira . $\vartheta(U,D)$ deb U birlik doirani D ga akslantiruvchi barcha golomorf akslantirishlar to′plamini belgilaymiz. Kobayasi differensial metrikasi quyidagicha aniqlanadi: $z_0 \in D \quad v \in \mathbb{C}^n$ bo′lsin. $K_D(z_0,v) = inf\left\{\frac{1}{r} : f \in O(U,D), f(0) = z_0, f'(0) = rv, (r>0)\right\}$

$p,q \in D$ nuqtalar orasidagi Kobayasi masofasi deb

$k_D(p,q) = \inf\limits_{\gamma} \int\limits_{\alpha}^{\beta} K_D(\gamma(t), \gamma'(t))\,dt$ Bunda $\gamma : [\alpha,\beta] \to D$ p *va* q nuqtalardan o′tuvchi to′g′irlanuvchi silliq egri chiziq, Quyidagi belgilashni kiritamiz: $D_r(z_0) = \{z \in D : k_D(z_0,z) < r\}$ orqali Kabayasi masofasiga nisbatan markazi z_0 nuqtada, radiusi r ga teng bo′lgan sharni belgilaymiz. Ushbu to′plamlarga: $I^k(D,z_0) = \{v \in \mathbb{C}^n : K_D(z_0,v) < 1\}$

$I^c(D,z_0) = \{v \in \mathbb{C}^n : C_D(z_0,v) < 1\}$ mos ravishda Kabayasi va Karateadori metrikalariga nisbatan indikatrissalari deb ataladi.

Ushbu ishda $\mathbb{C}^n$ fazoda bu invariant metrikalar yordamida kassifikatsiya masalalari hamda golomorf davom ettirish masalalari o′rganiladi. [2]

Adabiyotlar

1. Б. В Шабат Введеные в комплексный анализ частъ-2 1985
2. Е. А. Полецкий, Б. В Шабат Инвариантные метрики.

KOBAYASI SHARLARIDA BERILGAN GOLOMORF AKSLANTIRISHNI DAVOM ETTIRISH MASALASI

Atoyeva Muhabbat Ismoil qizi
O′zbekiston Respublikasi, Toshkent shahri;
atoyevamuhabbat99@gmail.com

$\mathbb{C}[m \times m]$ dagi umumlashgan birlik τ_1 doira quyidagicha aniqlanadi ([1] ga qarang):

$\tau_1 = \{Z \in \mathbb{C}[m \times m] : ZZ^* < I\}$

Bu yerda Z^* matritsa Z ga qo′shma va transponerlangan. Ma′lumki, τ_1 to′liq doirasimon qavariq soha.

Faraz qilamiz: $D \subset \mathbb{C}^n[m \times m], U = \{t \in \mathbb{C} : |t| < 1\}$

$\vartheta(U,D)$ orqali U ni D ga akslantiruvchi barcha golomorf akslantirishlar to′plamini belgilaymiz.

$Z_0 \in D$ nuqtadagi V yo′nalish bo′yicha Kobayasi metrikasi ushbu

$K_D(Z_0,V) = \inf\left\{\frac{1}{r} : f \in \vartheta(U,D), f(0) = Z_0,\ f'(0) = rV,\ (r>0)\right\}$ formula bo′yicha aniqlanadi.

$Z_1, Z_2 \in D$ nuqtalar uchun Kobayasi masofasi $k_D(Z_1,Z_2) = \inf\left\{\int\limits_0^1 K_D(\gamma(t), \gamma'(t))\,dt,\ \ \gamma : [0,1] \to D,\ \gamma \in C^1[0,1],\ \gamma(0) = Z_1,\ \gamma(1) = Z_2\right\}$ kabi aniqlanadi.

Markazi $Z_0 \in D$ nuqtada va radiusi $r > 0$ bo$'$lsin. Ushbu metrikaga nisbatan indikatrissasini quyidagi ko$'$rinishda aniqlaymiz:

$I^k(D, Z_0) = \{V \in \mathbb{C}^n [m \times m] : K_D(Z_0, V) < 1\}$

Xos golomorf akslantirishlar uchun golomorf davom ettirish masalasi [2] da o‘rganilgan. Ushbu ishda Kobayasi sharlarining Dekart ko‘paytmasida aniqlangan akslantirish uchun golomorf davom ettirish masalasi qaralgan.

Teorema: Faraz qilamiz $Z_0, W_0 \in \tau_1 \times \tau_1$ bo$'$lib,

$D^r_{\tau_1\times\tau_2}(Z_0) = \{Z \in \tau_1 \times \tau_2 : k_{\tau_1\times\tau_2}(Z_0, Z) < r\}$ va

$D^r_{\tau_1\times\tau_2}(W_0) = \{W \in \tau_1 \times \tau_2 : k_{\tau_1\times\tau_2}(W_0, W) < r\}$ lar

markazi mos ravishda Z_0, W_0 bo$'$lgan Kobayashi metrikasidagi sharlar bo$'$lsin.

Agar $f : D^r_{\tau_1\times\tau_2}(Z_0) \to D^r_{\tau_1\times\tau_2}(W_0)$ bigolomorf akslantirish uchun , $f(Z_0) = W_0$ bo$'$lsa, u holda bu akslantirish $\widetilde{f} : \tau_1 \times \tau_2 \to \tau_1 \times \tau_2$ akslantirishga bigolomorf davom etadi.

Adabiyotlar

1. Хуа Ло-кен Гармонический анализ функций многих комплексных переменных в классических областях. М.ИЛ, 1959

2. Тишабаев Дж.К. Продолжение собственных голоморфных отображений шаров относительно метрики Кобаяси до отображений областей. Некоторые вопросы анализа и алгебры.1994.

AYLANMA JISM HAJMINI HISOBLASHDA MAPLE DASTURINI QO‘LLANILISHI

Atoyeva Mohigul Ismoil qizi

O’zbekiston Respublikasi,Toshkent shahri;

atoyevamuhabbat99@gmail.com

Faraz qilamiz $y = f(x)$ funksiya $[a, b]$ kesmada uzluksiz va manfiy emas bo$'$lsin. Ma$'$lumki, bu funksiyani Ox o$'$qi atrofida aylantirishdan hosil bo’lgan aylanma jism hajmi ushbu $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx$ formula yordamida , hamda Oy o$'$qi atrofida aylantirishdan hosil bo’lgan jism hajmi $V = 2\pi \int\limits_a^b xf(x)dx$ formula yordamida hisoblanadi [1] . Maple dasturida [2] aylanma jism hajmi $> VolumeOfRevolution$ buyrug$'$i yordamida hisoblanadi.

Adabiyotlar

1. A.Sa‘dullayev,X.Mansurov, G.Xudoyberganov, A.Vorisov,R. G‘ulomov. Matematik analiz kursidan misol va masalalar to’plami,Toshkent,1995.

2. С. Е. Савотченко, Т. Г. Кузъмичева, Методы решения математических задач в Maple, БЕЛГОРОД, 2001.

AYLANMA JISM SIRT YUZASINI HISOBLASHDA MAPLE DASTURINI QO‘LLANILISHI

Atoyeva Mohigul Ismoil qizi
O’zbekiston Respublikasi,Toshkent shahri;
atoyevamuhabbat99@gmail.com

Aylanma jism sirt yuzasini hisoblash. Faraz qilamiz $y = f(x)$ funksiya $[a, b]$ kesmada uzluksiz differensiallanuvchi bo‘lsin. Ushbu funksiya grafigini Ox o‘qi atrofida aylantirishdan hosil bo’lgan aylanma jism sirt yuzasi

$$S = 2\pi \int_a^b |y(x)|\sqrt{1 + y'^2(x)}dx$$

ga teng. Xuddi shunga o’xshash shartlarda egri chiziqning Oy o’qi atrofida aylanishidan hosil bo’lgan aylanma jism sirt yuzasi mos ravshda

$$S = 2\pi \int_c^d |x(y)|\sqrt{1 + x'^2(y)}dy$$

formula orqali topiladi [1] Maple dasturida [2] aylanma jism sirt yuzasi $> SurfaseOfRevolution$ buyrug‘i yordamida hisoblanadi.

Adabiyotlar

1.A.Sa‘dullayev,X.Mansurov, G.Xudoyberganov, A.Vorisov,R. G‘ulomov. Matematik analiz kursidan misol va masalalar to’plami,Toshkent,1995.
2. С. Е. Савотченко, Т. Г. Кузъмичева, Методы решения математических задач в Maple, БЕЛГОРОД, 2001

Kabayashi va Karateodori masofasini hisoblash

Axmatova Shaxnoza Farxod qizi
O’zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O’zbekiston;
ravshan_999555@mail.ru

Biz ushbu tezisda Karateodori va Kabayashi masofasini va bu metrikalar orasidagi masofani hisoblash formulasini ko’rib chiqamiz.

1)[1]

$U = ||z|| < 1 \subset \mathbb{C}^n$ polikrug uchun Karateodori masofasi ν urinma vektor orqali

$$C_U(z, \nu) = max\left\{\frac{||\nu_k||^2}{1-|z_k|^2}\right\}$$

ko'rinishda bo'ladi, bu yerda (z, w) ermit skalyar ko'paytma.

Teorema1.[2] Bizga mos ravishta $T = \mathfrak{R}_I \times \mathfrak{R}_I$ ning C-metrika va K-metrika manosini anglatadigan C_T va K_T lar berilgan bo'lsin. Agarda $(P, \xi) \in T$ berilgan bo'lsa va $\mathfrak{R}_I$ uchun mos ravishda

$$\bar{Q_j}(I^m - P_j\prime\bar{P_j})Q_j\prime = I^m,\ \bar{R_j}(I^n - P_j\prime\bar{P_j})R_j\prime = I^n$$

shartlarni qanoatlantiradigan $Q_j[m \times m]$ matritsa va $R_j[n \times n](j = 1, 2,)$ matritsalar mavjud bo'lsa u holda birlik matritsaviy polikruk uchun quyidagi o'rinli bo'ladi.
$C_T(P; \xi) = K_T(P; \xi) = max(max\{(Q_1 \cdot dP_1 \cdot \bar{R_1'}) * (Q_1 \cdot dP_1 \cdot \bar{R_1'})\}$ ning xos qiymatlarining musbat kvadrat ildizi, $max\{(Q_2 \cdot dP_2 \cdot \bar{R_2'}) * (Q_2 \cdot dP_2 \cdot \bar{R_2'})\}$ ning xos qiymatlarining musbat kvadrat ildizi).

2) Agar U birlik matritsaviy polikrugimiz $U = \mathfrak{R}_j \times \mathfrak{R}_j$ bu yerda j=1,2,3. shu ko'rinishda bo'lsa (Akhmatova.Sh theorem, [2]) ga ko'ra quyidagicha bo'ladi

$$C_U(p, \xi) = max\left\{\frac{||\xi_k^* \xi_k||}{1 - |p_k|^2}\right\}$$

bu yerda $\xi_k = Q_j \cdot dP_j \cdot \bar{R}_j'$ ga teng.
3) Metrikalar orasidagi masofa. Qavariq sohalar uchun Kabayashi va Karateodori masofalari o'zaro teng bo'lgani uchun U matritsaviy birlik polikrugda bu metrikalar orasidagi masofa quyidagicha

$$C_U(0, z) = \inf_\gamma \int_0^1 \sqrt{\xi(t)^* \xi(t)}(\sqrt{\xi(t)^* \xi(t)})\prime dt$$

bu yerda $\gamma : [0, 1] \to \tau$; $\gamma(0) \to 0$, $\gamma(1) \to z$.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. 1. Шабат Б. В., Введение в комплексный анализ. Ч.2. М.: Наука. 3–е изд., 1985 г. 464 с.
2. Akhmatova.SH.F, Caratheodory and Kobayashi metrics forunit matrix polydisc, 2022.

QAVARIQ FUNKSIYALAR VA ULARNING BA'ZI XOSSALARI

Aytjanova G.T.
O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
gulaim2003qar@gmail.com

Ta'rif. $I \subset \mathbb{R}$ ajralmaydigan intervalda $f : I \to \mathbb{R}$ funksiya berilgan bo'lsin. I intervaldan olingan ixtiyoriy x va y nuqtalar hamda ixtiyoriy $\lambda \in [0, 1]$ son uchun f funksiya quyidagi tengsizlikni bajarsa,

$$f((1 - \lambda)x + \lambda y) \leq (1 - \lambda)f(x) + \lambda f(y)$$

u holda $f(x)$ funksiya, *qavariq* funksiya deb ataladi:

Agar f funksiya ham qavariq, ham botiq bo‘lsa, unda f chiziqli funksiya bo‘ladi.

$f : I \to \mathbb{R}$ funksiya qavariqligi geometrik jihatdan $f|_{[u,v]}$ $(u < v, \forall u, v \in I)$ funksiya grafigining $(u, f(u))$ va $(v, f(v))$ nuqtalarni tutashtirishdan hosil bo‘lgan vatar ostida (yoki o‘zida) yotishini bildiradi. Unda $\forall x \in [u, v]$ va $\forall x, y \in [u, v], u < v$ nuqtalar uchun quyidagi tengsizlik o‘rinli :

$$f(x) \leq f(u) + \frac{f(v) - f(u)}{v - u}(x - u)$$

Teorema. $f : I \to \mathbb{R}$ funksiya uzluksiz bo‘lsin. U holda f funksiya qavariq bo‘lishi uchun, quyidagi

$$f\left(\frac{x+y}{2}\right) \leq \frac{f(x) + f(y)}{2}, \quad \forall x, y \in I, \tag{1}$$

tengsizlikni bajarishi zarur va yetarli.

◀ Ravshanki, teoremaning zaruriy qismi qavariq funksiya ta’rifiga ko‘ra o‘rinli, shuning uchun teoremaning yetarli qismigina isbot talab qiladi. Teskari faraz qilamiz, ya’ni f qavariq bo‘lmasin, u holda shunday $[a, b] \in I$ kesma mavjudki, $f|_{[a,b]}$ funksiya grafigi $(a, f(a))$ va $(b, f(b))$ nuqtalarni tutashtiruvchi vatarning ostida joylashmagan. Qo‘shimcha $\varphi(x)$ funksiyani qaraymiz:

$$\varphi(x) = f(x) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a) - f(a)$$

bo‘lsin. Ushbu funksiya $\gamma = \sup\{\varphi(x) : \ x \in [a, b]\} > 0$ qiymatga erishadi. Ta’kidlash joizki, $\varphi(x)$ uzluksiz va $\varphi(a) = \varphi(b) = 0$. Teorema shartiga asosan ko‘rishimiz mumkinki, $\varphi(x)$ ham (1) tengsizlikni qanoatlantiradi. $c = \inf\{x \in [a, b] : \ \varphi(x) = \gamma\}$ sonni olamiz, ravshanki, $\varphi(c) = \gamma$ va $c \in (a, b)$. Shunday ekan c nuqtaning ta’rifiga ko‘ra, ixtiyoriy $h > 0$: $c \pm h \in (a, b)$ haqiqiy son uchun $\varphi(c - h) < \varphi(c)$ va $\varphi(c + h) \leq \varphi(c)$ tengsizliklar o‘rinli, bundan esa $\varphi(c) > \dfrac{\varphi(c - h) + \varphi(c + h)}{2}$ tengsizlik kelib chiqadi, bu esa $\varphi(x)$ ning (1) tengsizlikni qanoatlantirishiga ziddir. Demak, farazimiz noto‘g’ri. f qavariq funksiya ekan. ▶

Natija. $f : I \to \mathbb{R}$ funksiya uzluksiz bo‘lsin. U holda f qavariq bo‘lishi uchun $x \in I$ va $x \pm h \in I$ ni qanoatlantiruvchi $\forall h > 0$ haqiqiy son uchun :

$$f(x + h) + f(x - h) - 2f(x) \leq 0$$

bo‘lishi zarur va yetarli.

Adabiyotlar

1. Thomson B. Symmetric Properties of Real Functions, RC Press. 1994.
2. Rockafellar R.T. Convex analysis. Princeton: Princeton University Press. 1970.

Kritik tarmoqlanuvchi jarayonning chekli taqsimotlari asimptotikasi

M. A. A'zamova[1]

[1]O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
azamovamatluba6@gmail.com

Faraz qilaylik, bizga $Z_0 = 1, Z_n n \in N$ galton vatson tarmoqlanuvchu jarayoni berilgan bo'lsin. Bunday jarayonni quyidagi ko'rinishda aniqlash mumkin:

$$Z_0 = 1, Z_k = \sum_{j=1}^{Z_k - 1} \eta_{k_j}, n \in N \tag{98}$$

Quyidagicha belgilash kiritamiz: $m = E\eta_1$

(1) ko'rinishdagi jarayonlarni o'rganish uchta sinfni alohida ko'rish bilan amalga oshiriladi.

Bunda birinchi sinf dokritik jarayonlar sinfi deb ataladi va bu sinfga $m < 1$ bo'lgan jarayonlar kiradi.

Ikkinchi sinf kritik jarayonlar sinfi deb ataladi va bu sinfda m=1 jarayonlar mavjud.

Uchinchi nadkritik jarayonlar sinfida $m > 1$ bo'ladi.

Ko'plab ilmiy maqolalarda (1) ko'rinishdagi jarayonlar o'rganilgan. Bunda asosan Z_n tasodifiy miqdoy taqsimoti o'rganilgan.

Quyidagi

$$Z_n(t) = Z_{[nt]} Z_{k-1}, agart \in \left[\frac{k-1}{n}; \frac{k}{n}\right] bo'lsa \tag{99}$$

Uzluksiz vaqtli tasodifiy jarayonni qaraylik, bunda [a] belgi a sonining butun qismini anglatadi. (2) jarayonlarni limit taqsimotlarini aniqlash muhim masala hisoblanadi. Bunda $Z_n(t)$ jarayonning trayektoriyalari Skoroxodning D fazosida bo'lgani uchun $Z_n(t)$ jarayonlarini $n \to\propto$ da biror tasodifiy jarayonga sust yaqinlashishini aniqlash uchun bu jarayonning chekli taqsimotlarini limit jarayon chekli taqsimotlariga sust yaqinlashishini va $\{Z_n(t), t \geq 0, n \in N\}$ oilaning zich ekanligini ko'rsatish yetarli ekanligi ma'lum. Ushbu maqolada biz (2) jarayonlarning chekli taqsimotlari asimptotikasini kritik holda va $\eta_{1,1}$ tasodifiy miqdor hosil qiluvchi funksiyasi kasr chiziqli bo'lgani holda aniqlandi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Т.Харрис Теория ветвящихся случайный процессов
2. Б.А.Севастьянов. Ветвящиеся процессы
3. В. А. Ватутин . Ветвящиеся процессы и их применения

TIP O'ZGARISH CHIZIG'I SILLIQ BO'LMAGAN PARABOLIK-GIPERBOLIK TENGLAMA UCHUN INTEGRAL ULASH SHARTLI CHEGARAVIY MASALA.

A'zamov V.H.

Farg'ona davlat universiteti, Farg'ona, O'zbekiston;
valiahror@mail.ru

Bizga Ω sohada quyidagi tenglama berilgan bo‘lsin:

$$0 = \begin{cases} U_{xx} - U_y, \ (x,y) \in \Omega_0 \\ U_{xx} - U_{yy}, \ (x,y) \in \Omega_i, \ i = 1,2 \end{cases} \tag{1}$$

Ω soha esa quyidagicha: $\Omega = \Omega_0 \cup \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup AB \cup AA_0$, $A(0,0)$; $A_0(0,1)$; $B(1,0)$; $B_0(1,1)$; $C\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$; $D\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

Masala. (1) tenglamani qanoatlantiruvchi Ω sohada shunday $U(x,y)$ funksiya topilsinki, u $U(x,y) \in C(\bar{\Omega}) \cap C^{2,1}_{x,y}(\Omega_0) \cap C^2(\Omega_i), (i = 1,2)$ regulyarlik shartlarini hamda, quyidagi chegaraviy va ulash shartlarni qanoatlantirsin:

$$U(x,y)|_{AC} = \psi_1(x), \quad 0 \le x \le \frac{1}{2},$$

$$U(x,y)|_{DA_0} = \psi_2(y), \quad \frac{1}{2} \le y \le 1,$$

$$U(x,y)|_{BB_0} = \varphi(y), \quad 0 \le y \le 1,$$

$$U_y(x,+0) = I_1(U_y(x,-0)), U_x(x,+0) = U_x(x,-0), \quad 0 < x < 1, \tag{2}$$

$$U_x(+0,y) = I_2(U_x(-0,y)), U_y(+0,y) = U_y(-0,y), \quad 0 < y < 1, \tag{3}$$

Bu yerda I_1va I_2 lar hozircha ixtiyoriy integral operatorlar.

Masalani tadqiq etish uchun avvalo tip o‘zgarish chiziqlarida izlanayotgan yechimning izlari orasidagi funksional munosabatlarni olib [1,2], (2),(3) ulash shartlaridan foydalanib integral tenglamalarni hosil qilamiz [3].

I_1va I_2 integral operatorlarga qo‘yiladigan ma’lum shartlar asosida bu tenglamalarning bir qiymatli yechilishi isbotlanadi [4].

Foydalanilgan adabiyotlar

1. **Салахитдинов М.С., Уринов А.К.**, К спектральной теории уравнений смешанного типа, Т.: Mumtoz so‘z. - 2010.
2. **М.С. Салахитдинов, А.К. Уринов**, Аралаш типдаги дифференциал тенгламалар. Т.: "Универститет". - 2007.
3. **M. Salohiddinov** , Integral tenglamalar. T.: "Yangiyul poligraph service". - 2007.
4. **Каримов Э.Т.** Краевые задачи для уравнений параболо-гиперболического типа со спектральным параметром. Автореферат. Кандидатской диссертации. Ташкент: - 2006.

HOLATGA BOG'LIQ IMMIGRATSIYALI TARMOQLANUVCHI JARAYON UCHUN O'TISH HODISALARI

J.B.Azimov [1], J.I.Azimov[2]

[1]Toshkent davlat transport universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
azimovjb@mail.ru
[2]O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
jasurbekazimov832@gmail.com

Faraz qilaylik $\{\mu_n, n \geqslant 1, \ \mu_0 = 1\}$ jarayon, umumiy hosil qiluvchi funksiyasi $F(x)$ bo'lgan, manfiy bo'lmagan butun sonlarni qabul qiluvchi bog'liqsiz tasodifiy miqdorlarning biror ketma-ketligi yordamida hosil qilingan oddiy Galton-Vatson tarmoqlanuvchi tasodifiy jarayoni bo'lsin. Agar biror n-moment uchun $\mu_n = 0$ bo'lsa, u holda shu momentda populyatsiyaga ξ_n ta zarralar qo'shiladi va ular $F(x)$ hosil qiluvchi funksiyasi bilan oddiy Galton-Vatson jarayoni qonuniga bo'ysunadi. Ushbu $\{Z_n, \ n \geqslant 1, \ Z_0 = 0\}$ tarmoqlanuvchi jarayonni quyidagi hosil qilish funksiyalari yordamida aniqlanadi:

$F(x) = \sum\limits_{j=0}^{\infty} p_j x^j$, $p_j \geqslant 0, \quad j = 0, 1, 2, ..., \quad \sum\limits_{j=0}^{\infty} p_j = 1,$

$g(x) = \sum\limits_{j=0}^{\infty} q_j x^j, \quad |x| \leqslant 1, \quad q_j = P\{\xi_n = j\}, \quad \sum\limits_{j=0}^{\infty} q_j = 1, \quad n = 0, 1, 2, ...$

bu yerda $\{p_j, \ j \geqslant 0\}$ Galton-Vatson jarayonida bitta zarrachaning bevosita avlodlar sonining taqsimoti.

Agarda $F''(1) = 2B > B_0 > 0$, $F'''(1) \leq C_0 < \infty$ bo'lsa, u holda $F(x)$ hosil qilish funksiyasini $K(B_0, C_0)$ sinfga tegishli deyiladi. S.V.Nagayev va R.I.Muxamedxonovalarning [1] ishida Galton-Vatson jarayoni uchun quyidagi o'tish hodisasi keltirilgan: $A \to 1, n \to \infty$ uchun

$$1 - F_n(0) = \frac{A^n}{1 + B\frac{A^n - 1}{A - 1}}(1 - \eta_n)$$

bu yerda barcha $F(x) \in K(B_0, C_0)$ da $\eta_n \to 0$.

Ushbu ish holatga bog'liq immigratsiyali tarmoqlanuvchi jarayonlar uchun o'tish hodisalariga bag'ishlangan. Holatga bog'liq immigratsiyali$\{Z_n\}$ tarmoqlanuvchi jarayon uchun quyidagi teorema o'rinli.

Teorema. Agar $A \to 1+, n \to \infty$ bo'lsa, u holda barcha $F(x) \in K(B_0, C_0)$ uchun tekis ravishda

$$EZ_n \sim B\frac{n}{\ln(\frac{B}{A-1})}, \quad EZ_n^2 \sim B^2\frac{n^2}{\ln(\frac{B}{A-1})}.$$

Adabiyotlar

1. С.В. Нагаев, Р.И. Мухамедханова, Переходные явления в ветвящихся случайных процессах с дискретным временем, В сб. «Предельные теоремы и статистические выводы», Ташкент, ФАН, (1966), 83–89.

UCHINCHI TARTIBLI TENGLAMA UCHUN TO'G'RI TO'RTBURCHAK SOHADA QO'YILGAN BIR ARALASH MASALA HAQIDA

Azizova Maftunabonu Ismoiljon qizi[1]
[1]Namangan davlat universiteti, Namangan, O'zbekiston;
azizovamaftunabonu@gmail.com

$\Omega = \{(x, y) : 0 < x < p, 0 < y < T\}$ sohada ushbu

$$Lu = u_{xxx} - u_{yyx} = 0 \tag{1}$$

tenglama qaraymiz.

B **masala.** *Ω sohada (1) tenglamani, soha chegarasida esa quyidagi*

$$u_y(x, 0) = 0, \quad u_y(x, T) = 0, \qquad 0 \le x \le p,$$

$$u(0, y) = 0, \quad u_{xx}(p, y) = \varphi_1(y), \quad u(p, y) = 0, \qquad 0 \le y \le T,$$

chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi $u(x, y)$ funksiya topilsin, bu yerda $\varphi_1(y)$ - berilgan uzluksiz funksiya, p va T musbat haqiqiy sonlar bo'lib, p/T irratsional son.

1-teorema. *Agar $\varphi_1(y)$ funksiya ${\varphi''}_1(y) \in C[0, p]$, ${\varphi'''}_1(y) \in L_2(0, p)$ va $(-1)^n {\varphi'}_1(T) = {\varphi'}_1(0)$ shartlarni qanoatlantirsa, u holda B-masalaning $u(x, t)$ regulyar yechimi mavjud, yagona va turg'un bo'ladi.*

[1]-[6] ishlarda Grin funksiyasini qurib yechish usulidan foydalanib karrali xarakteristikalarga ega uchinchi tartibli tenglamalar uchun chegaraviy masalalar ko'rib chiqilgan bo'lib, B masalaning yechimi ham Grin funksiyasini qurib yechish usulidan foydalanib tadqiq etiladi. Qisqacha xulosa qilib aytganda ushbu ish yuqoridagi tadqiqotlarning mantiqiy davomi bo'ladi.

Adabiyotlar

1. Apakov Yu.P., Construction of Green's Function for One Problem of Rectangular Region, Malaysian Journal of Mathematical Sciences, Kuala-Lumpur, 2010. Vol. 4(1). pp. 1–16.
2. Apakov Yu.P., On a Method for Solving Boundary Problems for Third-order Equation with Multiple Characteristics,Modern Aspects of the Theory of Partial Differential Equations. Operator Theory: Advances and Applications, Springer. Basel, 2011. Vol. 216, pp. 65–78.
3. Apakov Yu.P., On Unique Solvability of Boundary-Value Problem for a Viscous Transonic Equation, Lobachevski Journal of Mathematics. 2020 Vol, 41, Iss. 9, pp. 1754–1761.
4. Apakov Yu.P., Rutkauskas S., On a boundary problem to third order PDE with multiple characteristics, Nonlinear Analysis: Modeling and Control. Vilnius, 2011. Vol. 16. Iss. 3. pp. 255–269.
5. Апаков Ю.П. О решении краевой задачи для уравнения третьего порядка с кратными характеристиками // Украинский математический журнал. 2012. Т.64. №1. –С. 1–11.
6. Апаков Ю.П., Жураев А.Х. О решении краевой задачи для уравнения третьего порядка с помощью функции Грина // Узбекский математический журнал. 2011. №3. –С.36–42.

BIRLIKNING BO'LINISHI VA IMS-LOKALIZATSIYA FORMULASI

Bakirov Sanjar
Toshkent moliya instituti, Toshkent, O'zbekiston;
bakirov5815@gmail.com

Abstrakt: Biz ishlamoqchi bo'lgan asosiy vosita – bu birlikning to'g'ri tanlangan bo'linishi. Bu quyidagi ma'noda tushuniladi. Biz ushbu ishdagi usullarni asosiy spektrni topish va muhim spektr ostidagi cheksiz, chekli yoki nolga bog'langan holatlarni ajratish uchun qo'llaymiz.

Ta'rif: A toвЂ™plam elementlari bilan nomerlangan $\{J_a\}_{a\in A}$ funksiyalar sinfi, *birlikning bo'linishi* deyiladi, agar

(i) $0 \leq J_a(x) \leq 1$ barcha $x \in R^\nu$ uchun

(ii) $\sum_a J_a^2(x) = 1$ barcha $x \in R^\nu$ uchun

(iii) J_a funksiyalar sinfi lokal, ya'ni ixtiyoriy K kompakt to'plamida $J_a = 0$ barcha $a \in A$ uchun mavjud, cheklangan sondan tashqari;

(iv) $J_a \in C^\infty$

(v) $sup_{x\in R^\nu} \sum_{a\in A} |\Delta J_a(x)|^2 < \infty$

E'tibor bering, (ii) birlik bo'linishining matematikada ko'proq tanish ta'rifi va u $\sum J_a(x) = 1$ talab qiladi. Shunga qaramay, ikkinchi daraja biz uchun juda qulay bo'ladi. Bu erda keltirilgan geometrik yondashuv quyidagi lokalizatsiya formulasiga asoslanadi.

Teorema: (IMS-lokalizatsiya formulasi). $\{J_a\}_{a\in A}$ birlikni bo'linishi bo'lsin, $H = H_0 + V$ esa $V \in K_\nu$ potensial bilan berilgan bo'lsin. U holda

$$H = \sum_{a\in A} J_a H J_a - \sum_{a\in A} |\bigtriangledown J_a|^2 \tag{100}$$

$\sum_{a\in A} |\bigtriangledown J_a|^2$ qismini *lokalizatsiya xatosi* deb ataymiz.

Ushbu formula, Ismagilovning maqolasida paydo bo'lgan [1], Morgan [2] tomonidan qayta kashf etilgan va Morgan va Simon tomonidan ishlatilgan [3]. I. M. Sigal; [4] bu kontekstda uning ahamiyatini anglab yetdi. *Eslatma.* Chunki $V \in K_\nu$, keyin $\varphi \in D(H)$ qo'shilishi $J_a\varphi \in D(H)$ degan ma'noni anglatadi (xuddi shu narsa shakllarni aniqlash sohalari uchun ham amal qiladi). Shunday qilib, (1) to'g'ridir.

References

1. Ismagilov R. Conditions for the semiboundedness and discreteness of the spectrum for one-dimensional differential equations. Sov. Math. Dokl. 2, 1137вЂ"1140 (1961).
2. Morgan J. D. Schroodinger operators whose potentials have separated singularities. J. Opt. Theory 1, 109вЂ"115 (1979).
3. Morgan J. D., Simon B. On the asymptotics of Born-Oppenheimer curves for large nuclear separation. Int. J. Quantum Chem. 17, 1143вЂ"1166 (1980).
4. Sigal I. M. Geometric methods in the quantum many-body problem. Non-existence of very negative ions. Commun. Math. Phys. 85, 309вЂ"324 (1982).

Ikki o'lchamli tor ustida qatlamalar

Bebutova Z.H.[1], Bayturayev A.M.[2]
[1]O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
bebutova8722@mail.ru
[2]O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
abayturayev@gmail.com

Mazkur ishda ikki o'lchamli tor ustida hosil bo'ladigan koo'lchami birga teng bo'lgan qatlamalar vektor mavdonlar orqali topiladi.

Buning uchun dekart koordinatalar sistemasiga nisbatan torning umumiy

$$\left(x^2+y^2+z^2+R^2-r^2\right)^2-4R^2(x^2+y^2)=0$$

tenglamasidan foydalanamiz.

Biz tor ustida vektor maydon olib, ular hosil qiladigan qatlamalarni aniqlaymiz. Buning uchun torning gradiyentini topamiz.

$$gradF=(4x\left(x^2+y^2+z^2+R^2-r^2\right)-8xR^2,\,4y\left(x^2+y^2+z^2+R^2-r^2\right)-8yR^2,4z\left(x^2+y^2+z^2+R^2-r^2\right))$$

Endi gradiyentga ortogonal ikkita urinma vektor maydonni quyidagi ko'rinishda tanlab olamiz:

$$X_1=\{-y,x,0\}\,,\,X_2=\{y,-x,0\} \tag{1}$$

Bu vektor maydonlarning Li kommutatorini quyidagi

$$[X_1,X_2]^i=\sum_{j=1}^{n}\left(\xi_j\frac{\partial\eta^i}{\partial x_j}-\eta_j\frac{\partial\xi^i}{\partial x_j}\right)$$

formuladan foydalanib hisoblaymiz:

$$[X_1,X_2]^1=\textstyle\sum_{j=1}^3\left(\xi_j\frac{\partial\eta^1}{\partial x_j}-\eta_j\frac{\partial\xi^1}{\partial x_j}\right)=\left(\xi_1\frac{\partial\eta^1}{\partial x_1}-\eta_1\frac{\partial\xi^1}{\partial x_1}\right)+\left(\xi_2\frac{\partial\eta^1}{\partial x_2}-\eta_2\frac{\partial\xi^1}{\partial x_2}\right)+\left(\xi_3\frac{\partial\eta^1}{\partial x_3}-\eta_3\frac{\partial\xi^1}{\partial x_3}\right)=\left(-y\cdot\frac{\partial y}{\partial x}-y\cdot\frac{\partial(-y)}{\partial x}\right)+\left(x\cdot\frac{\partial y}{\partial y}+x\cdot\frac{\partial(-y)}{\partial y}\right)+\left(0\cdot\frac{\partial y}{\partial z}-0\cdot\frac{\partial(-y)}{\partial z}\right)=x-x=0,$$

$$[X_1,X_2]^2=\textstyle\sum_{j=1}^3\left(\xi_j\frac{\partial\eta^2}{\partial x_j}-\eta_j\frac{\partial\xi^2}{\partial x_j}\right)=\left(\xi_1\frac{\partial\eta^2}{\partial x_1}-\eta_1\frac{\partial\xi^2}{\partial x_1}\right)+\left(\xi_2\frac{\partial\eta^2}{\partial x_2}-\eta_2\frac{\partial\xi^2}{\partial x_2}\right)+\left(\xi_3\frac{\partial\eta^2}{\partial x_3}-\eta_3\frac{\partial\xi^2}{\partial x_3}\right)=\left(-y\cdot\frac{\partial(-x)}{\partial x}-y\cdot\frac{\partial(x)}{\partial x}\right)+\left(x\cdot\frac{\partial(-x)}{\partial y}+x\cdot\frac{\partial(x)}{\partial y}\right)+\left(0\cdot\frac{\partial(-x)}{\partial z}-0\cdot\frac{\partial(x)}{\partial z}\right)=y-y=0,$$

$$[X_1,X_2]^3=\textstyle\sum_{j=1}^3\left(\xi_j\frac{\partial\eta^3}{\partial x_j}-\eta_j\frac{\partial\xi^3}{\partial x_j}\right)=\left(\xi_1\frac{\partial\eta^3}{\partial x_1}-\eta_1\frac{\partial\xi^3}{\partial x_1}\right)+\left(\xi_2\frac{\partial\eta^3}{\partial x_2}-\eta_2\frac{\partial\xi^3}{\partial x_2}\right)+\left(\xi_3\frac{\partial\eta^3}{\partial x_3}-\eta_3\frac{\partial\xi^3}{\partial x_3}\right)=\left(-y\cdot\frac{\partial(0)}{\partial x}-y\cdot\frac{\partial(0)}{\partial x}\right)+\left(x\cdot\frac{\partial(0)}{\partial y}+x\cdot\frac{\partial(0)}{\partial y}\right)+\left(0\cdot\frac{\partial(0)}{\partial z}-0\cdot\frac{\partial(0)}{\partial z}\right)=0.$$

Tanlangan (1) vektor maydonlarning Li kommutatori

$$[X_1,X_2]=\{0,0,0\}$$

bo'ldi. Demak, tanlangan vektor maydonlar maxsus nuqtaga ega emas, ularning integral chiziqlari bir o'lchamli qatlama hosil qiladi. Buni ko'rsatish uchun vektor maydonlarning integral chiziqlarini topamiz.

Birinchi $X_1 = \{-y, x, 0\}$ vektor maydonning integral chizig‘ini topish uchun

$$\begin{cases} x' = -y \\ y' = x \\ z' = 0 \end{cases}$$

tenglamalar sistemasini yechamiz. Birinchi tenglamadan $x'' = -y'$ ni topib ikkinchi tenglamaga qo‘ysak, $x'' + x = 0$ tenglamani hosil qilamiz. Bu tenglamaning xarakteristik tenglamsi $\lambda^2 + 1 = 0$ bo‘lib, uning yechimlari $\lambda_{1,2} = \pm i$ bo‘ladi va

$$\begin{cases} x_1 = e^{it} = C_1 \cos t + C_2 \sin t \\ x_2 = e^{-it} = C_1 \cos t - C_2 \sin t \end{cases}$$

tengliklarga ega bo‘lamiz. Bundan esa

$$\begin{cases} x(t) = C_1 \cos t + C_2 \sin t \\ y(t) = -x'(t) = C_1 \sin t - C_2 \cos t \\ z(t) = C_3 \end{cases} \quad \text{va} \quad \begin{cases} x(0) = C_1 = x_0 \\ y(0) = C_2 = -y_0 \\ z(0) = C_3 = z_0 \end{cases}$$

ekanligidan

$$\begin{cases} x(t) = x_0 \cos t - y_0 \sin t \\ y(t) = x_0 \sin t + y_0 \cos t \\ z(t) = z_0 \end{cases}$$

yechimga ega bo‘lamiz. Bu esa $X_1 = \{-y, x, 0\}$ vektor maydonning integral chiziqlari $z = z_0$ tekislikda yotuvchi aylanalardan iboratligini ko‘rsatadi.

Xuddi shunga o‘xshash $X_2 = \{y, -x, 0\}$ vektor maydonning integral chiziqlari ham aylanalardan iborat ekanligini ko‘rishimiz mumkin.

Ikkala vektor maydonlarning ham integral chiziqlari $z = const$ tekislikdagi aylanalardan iboratdir. Natijada ikki o‘ichamli tor ustida koo‘lchami birga teng bo‘lgan qatlamalar hosil bo‘ladi.

References

1. Yu.D. Burago, V.A. Zalgaller, Vvedenie v Rimanovu geometriyu, Nauka, Moskva, 1994.
2. I. Tamura, Topologiya sloyeniy, Mir, Moskva, 1979.

Interval akslantirishlar sistemasi Markov operatorining invariant o’lchovi

Begmatov A.S.[1,2], Saitvalieva M.O’.[1]

[1] Mirzo Ulug’bek nomidagi O’zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent.
[2] Toshkent shahridagi Turin Politxnika Universiteti.
abdumajidb@gmail.com

Aytaylik, (S, d) metrik fazo bo’lsin. S ning barcha Borel qism to’plamlari σ-algebrasi $B(S)$ dagi barcha chekli o’lchovlar to’plamini $M(S)$ orqali belgilaymiz. $M_1(S) \subseteq M(S)$ orqali S dagi barcha ehtimollik o’lchovlari qism to’plamini belgilaymiz. $C(S)$ orqali $\| \cdot \|$

supremum normali barcha chegaralangan uzluksiz funksiyalar oilasini belgilaymiz va $<\mu, f>:=\int_S f d\mu$ deb olamiz.

Faraz qilaylik, $f_i : [0,1] \to [0,1]$, $i = 1,2,...,N$ lar uzluksiz akslantirishlar va $(p_1, p_2, ..., p_N)$ ehtimollik vektori bo'lsin, ya'ni $p_i \geq 0$ hamda $\sum_{i=1}^{N} p_i = 1$. Berilgan $(f_1, f_2, ..., f_N; p_1, p_2, ..., p_N)$ oila ushbu

$$P\mu(A) = \sum_{i=1}^{N} p_i \mu(f_i^{-1}(A)), \;\; A \in (B[0,1]),$$

ko'rinishda aniqlanadigan $P : M([0,1]) \to M([0,1])$ Markov operatorini hosil qiladi. Bu Markov operatori Feller operatori bo'ladi va uning $U : C([0,1]) \to C([0,1])$ qo'shma operatori ushbu

$$U\varphi(x) = \sum_{i=1}^{N} p_i \varphi(f_i(x)), \;\; \varphi \in C([0,1]), \; x \in [0,1].$$

formula yordamida beriladi.

H^+ orqali o'suvchi hamda 0 va 1 nuqtalarda differensiallanuvchi $f : [0,1] \to [0,1]$ gomeomorfizmlar fazosini belgilaymiz.

Aytaylik, $\{f_1, f_2, ..., f_N\} \subseteq H^+$ – gomeomorfizmlarning chekli to'plami va $(p_1, ..., p_N)$– ehtimollik vektori bo'lsin, bu yerda $p_i > 0$, $i = 1,2,...,N$. Aytaylik, $(f_1, f_2, ..., f_N; p_1, ..., p_N)$– maqbul iteratsiyali funksiyalar sistemasi va P– unga mos Markov operatori bo'lsin. Quyidagi teorema yagona $\mu_* \in M((0,1))$ invariant o'lchovning xossasini ko'rsatadi.

Teorema. *Faraz qilaylik, $(f_1...f_N; p_1, ...p_N)$ – maqbul iteratsiyali funksiyalar sistemasi va P unga mos Markov operatori bo'lsin. Aytaylik $\mu_* \in M_1((0,1))$ bu operatorning yagona invariant o'lchovi bo'lsin. U holda har qanday $\mu \in M_1((0,1))$ o'lchov uchun*

$$\lim_{n\to\infty} \langle P^n \mu, \; \varphi \rangle = \langle \mu_*, \varphi \rangle, \;\; \phi \in C([0,1]).$$

Adabiyotlar

1. L.Alseda and M.Misiurewicz, Random interval homeomorphisms, Publicacions Matematiques 58 (2014), 15-36.

2. M.Gharaei and A.J.Homburg, Random interval diffeomorphisms, Discrete and Continuous Dynamical Systems 10 (2017), 241-272.

3. B.Deroin, V.Kleptsyn and A.Navas, Sur la dynamique unidimensionnelle en regularite intermediaire, Acta Math. 199 (2007), 199-262.

Interval akslantirishlar tasodifiy iteratsiyalari sistemasi va Viner jarayoni

Begmatov A.S.[1,2], To'rayeva H.I.[1]
[1] Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent.
[2] Toshkent shahridagi Turin Politxnika Universiteti.
abdumajidb@gmail.com

Ushbu ishda interval akslantirishlari tasodifiy iteratsiyalari sistemasi uchun uchun markaziy limit teorema o'rganiladi. Faraz qilaylik, $f_i : [0,1] \to [0,1],\ i = 1, 2, ..., N$ lar uzluksiz akslantirishlar va $(p_1, p_2, ..., p_N)$ ehtimollik vektori bo'lsin, ya'ni $p_i \geq 0$ hamda $\sum\limits_{i=1}^{N} p_i = 1$. Ma'lumki, $(f_1, f_2, ..., f_N; p_1, p_2, ..., p_N)$ oila ushbu

$$P\mu(A) = \sum_{i=1}^{N} p_i \mu(f_i^{-1}(A)),\ \ A \in (B[0,1]),$$

ko'rinishda aniqlanadigan $P : M([0,1]) \to M([0,1])$ Markov operatorini hosil qiladi. Bu Markov operatori Feller operatori bo'ladi va uning $U : C([0,1]) \to C([0,1])$ qo'shma operatori ushbu

$$U\varphi(x) = \sum_{i=1}^{N} p_i \varphi(f_i(x)),\ \ \varphi \in C([0,1]),\ x \in [0,1].$$

formula yordamida beriladi. H^+ orqali o'suvchi hamda 0 va 1 nuqtalarda differensiallanuvchi $f : [0,1] \to [0,1]$ gomeomorfizmlar fazosini belgilaymiz.

Aytaylik, $\{f_1, f_2, ..., f_N\} \subseteq H^+$–gomeomorfizmlarning chekli to'plami va $(p_1, ..., p_N)$– ehtimollik vektori bo'lsin, bu yerda $p_i > 0,\ i = 1, 2, ..., N$.

Aytaylik, $(f_1, f_2, ..., f_N; p_1, ..., p_N)$– maqbul iteratsiyali funksiyalar sistemasi va P– unga mos Markov operatori hamda (X_n)– berilgan P operatorga mos Markov zanjiri bo'lsin.

Teorema. *Agar $(f_1, f_2, ..., f_N; p_1, ..., p_N)$– maqbul iteratsiyali funksiyalar sistemasi va (X_n) ketma-ketlik $\mu_\star$ boshlangich taqsimotli statsionar Markov zanjiri bo'lsin. Agar $\phi : [0,1] \to \mathbb{R}$ funksiya $\int_{[0,1]} f d\mu_\star = 0$ shartni qanoatlntiruvhi Lipshits funksiyasi bo'lsa, u holda*

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=0}^{nt} \varphi(X_k) \Rightarrow \sigma W(t),$$

bu yerda $W(t),\ 0 \leq t \leq 1$– Viner jarayoni.

Adabiyotlar

1. L.Alseda and M.Misiurewicz, Random interval homeomorphisms, Publicacions Matematiques 58 (2014), 15-36.
2. M.Gharaei and A.J.Homburg, Random interval diffeomorphisms, Discrete and Continuous Dynamical Systems 10 (2017), 241-272.
3. M.I.Gordin and B.A.Lifsic, The central limit theorem for stationary Markov processes, Soviet Mathematics Doklady 19 (1978), 392-394.

Topologik fazolarning nasliy xossalari

Beshimov R.B.[1], **Husenova Dilora**[2]

[1]Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
rbeshimov@mail.ru,

[2]Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
Dhusenova25@gmail.com

Ta'rif 1. $M \subset X$ to'plam (X, τ) topologik fazoda zich deyiladi, agar $[M] = X$ shart bajarilsa, ya'ni $\forall x \in X$ uchun va $\forall Ox \subset X$ atrofi uchun $Ox \cap M \neq \varnothing$ bo'lsa, (X, τ) topologik fazoning zichligi quyidagicha aniqlanadi:

$$d(X) = \min \{|M| : \ M - \ X \ da \ zich\}$$

Agar $d(X) \leq \aleph_0$ -sanoqli bo'lsa, u holda (X, τ) topologik fazoga separabel fazo deyiladi [1].

Ta'rif 2. X topologik fazoning kuchsiz zichligi eng kichik kardinal son $\tau \aleph_0$ bo'lib, X da τ markazlashgan ochiq to'plamlar oilasiga to'g'ri keladigan π - baza mavjud, ya'ni π baza

$$B = \cup \{B_\alpha : \alpha \in X\},$$

bu yerda B_α har bir $\alpha \in A$ va $|A| = \tau$ uchun ochiq to'plamlarning markazlashgan oilasi [2]. X topologik fazoning kuchsiz zichligi $wd(X)$ bilan belgilanadi. Agar $wd(X) \leq \aleph_0$ bo'lsa, X topologik fazoni kuchsiz separabel fazo deb ataladi.

Ta'rif 3. X topologik fazosi $x \in X$ nuqtada lokal $\tau-$ zich deyiladi, agar τ eng kichik kardinal son bo'lsa, x ning τ zich atrofi bo'lsa. x nuqtadagi lokal zichlik $ld(X)$ bilan belgilanadi. X fazoning lokal zichligi $ld(X) = \sup\{ld(X) \ : \ x \in X\}$ bilan belgilanadi. X fazo uchun $ld(X) \leq \aleph_0$ bo'lsa, X ni lokal separabel deb ataladi.

Ta'rif 4. X topologik fazo $x \in X$ nuqtada lokal kuchsiz τ-zichlik deyiladi, agar τ eng kichik kardinal son bo'lsa, X da x ning τ kuchsiz zich lokal atrof bo'lsa [3]. x nuqtadagi lokal kuchsiz zichlik $lwd(x)$ bilan belgilanadi. X topologik fazoning lokal kuchsiz zichligi quyidagicha belgilanadi:

$$lwd(X) = \sup\{lwd(x) : x \in X\}$$

Agar X fazo uchun $lwd(X) \leq \aleph_0$ bo'lsa, u holda X lokal kuchsiz separabel fazo bo'ladi [4].

Teorema.

$$hld(X^*) = hld\left(X^{*^2}\right) = \aleph_0$$

$$hlwd(X^*) = hlwd(X^{*^2}) = \aleph_0.$$

References

1. R.Engelking, General Topology , Moscow, Mir(1986), 752 p.
2. R.B.Beshimov , On weakly density of topological spaces, DAN Ruz, 11 (2000), 10-13.
3. R.B. Beshimov, G.F. Djabbarov, On local weakly separable spaces, Methods of Functional Analysis and Topology, 3 (2005), 217-221.
4. R.B. Beshimov, F.G.Mukhamadiev, Some properties of spaces related to the local density and the weak density // International Electronic Journal of Pure and Applied Mathematics , Volume 9 No. 4 2015, 255-264

PARALLEL TIP O‘ZGARISH CHIZIG‘IGA EGA ARALASH TENGLAMA UCHUN INTEGRAL ULASH SHARTLI CHEGARAVIY MASALA

Boymirzayev F.R.[1]

[1] Farg‘ona davlat universiteti, Farg‘ona, O‘zbekiston;
farhodjonboymirzayev@gmail.com

$$f(x,y)=\begin{cases} U_{xx}(x,y)-D_{0y}^{\alpha}U(x,y)\,, & (x,y)\in\Omega_0 \\ U_{xx}(x,y)-U_{yy}(x,y)\,, & (x,y)\in\Omega_i \quad (i=1,2) \end{cases} \tag{1}$$

tenglamani $\Omega=\Omega_0\cup\Omega_1\cup\Omega_2\cup AA_0\cup BB_0$ aralash sohada tadqiq qilamiz, bu yerda $f(x,y)$ - berilgan funksiya, $D_{0y}^{\alpha}U$ esa α kasr tartibli Riman-Liuvill integro-differsial operatori bo‘lib, u quydagicha aniqlangan [1]: $D_{0y}^{\alpha}g(t)=\frac{1}{(1-\alpha)}\frac{d}{dt}\int\limits_0^t(t-z)^{-\alpha}g(z)\,dz,\ \ 0<\alpha<1.$

(1) tenglama uchun Ω sohada quydagi masalani tadqiq etamiz:

1-Masala. (1) tenglamaning Ω sohada $U(x,y)\in C\left(\bar{\Omega}\right)\cap AC^1(\Omega_0)\cap C^2(\Omega_i)\,,\ \ U_{xx}\in C(\Omega_0)$ funksiyalar sinfiga tegishli quyidagi shartlarni qanoatlantiradigan regulyar yechimi topilsin: $U(x,0)=0,\ \ 0\le x\le 1,\ \ U|_{A_0C}=\varphi(y)\,,\ U|_{B_0D}=\psi(y)\,,\ 1/2\le y\le 1,$

$$U_x(0+,y)=I_1(U(x,y)|_{x=0-})\,,\quad U_y(0+,y)=U_y(0-,y)\,,\qquad 0<y<1,$$

$$U_x(1-0,y)=I_2(U_x(x,y)|_{x=1+0})\,,\quad U_y(1-0,y)=U_y(1+0,y)\,,\quad 0<y<1,$$

bu yerda $\varphi(y)\,,\ \ \psi(y)$ - berilgan funksiyalar, $I_1,\ I_2$ lar esa hozircha ixtiyoriy integral operatorlar. Bunday tipdagi masalalar I_1 va I_2 integral operatorlarning maxsus ko‘rinishida [2] da ($\alpha=1$ holda) hamda $0<\alpha<1$ uchun [3] tadqiq etilgan.

Tenglama parabolik tipga tegishli bo‘lgan sohada 2-chegaraviy masala, giperbolik tipga tegishli bo‘lgan sohalarda Koshi masalasi yechimidan foydalanib, tadqiq etilgan masala ekvivalent tarzda Volterra integral tenglamalar sistemasiga keltirilgan.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. **Нахушев А.М.** *Элементы дробного исчислетления и их применение.* Нальчик, 2000.
2. **Каримов Э.Т.** *Краевые задачи для уравнений параболо-гиперболического типа со спектральным параметром. Автореферат кандидатской диссертации.* Ташкент, 2006 г.
3. **Berdyshev A. S. , Cabada A. ,Karimov E.T.** *On a non-local boundary problem for a parabolic-hyperbolic equation involving Riemann-Liouville fractional differential operator. Nonlinear Analysis,* 2012, 75, pp.3268-3273.

BANK AKTIVLARINI OPTIMAL JOYLASHTIRISHNI MODELLASHTIRISH

Boymurotov Shukurbek Tojiqul o‘g‘li

O‘zbekiston milliy Universiteti 2-kurs magistranti , Toshkent , O‘zbekiston;
e-mail boymurotovshukurbek7@gmail.com

Aktiv va passiv toifalari uchun batafsillik darajasi mos keladigan modelni yaratish va modelga eng muhim toifalarni (jami aktivlar va majburiyatlar nisbati bo'yicha) kiritish uchun tanlanadi. Model komissiyalar va foizsiz xarajatlardan olinadigan daromadlarni aks ettiradi. Ushbu toifalar O'zbekiston kabi o'tish davridagi iqtisodiyotda faoliyat yurituvchi tijorat banklari uchun ahamiyati kam. Shunga qaramay, ko'rib chiqilayotgan model ushbu qo'shimcha toifalarni kiritish uchun osongina kengaytirilishi mumkin. Bundan tashqari, tashqi kuzatuvchi uchun cheklangan ma'lumotlar borligi sababli cheklovlar mavjud.Model uchun eng mos optimallashtirish mezoni sof foiz daromadi nisbatini maksimallashtirish hisoblanadi.
Ushbu koeffitsiyent bankning mablag'larni foydali aktivlarga joylashtirish orqali sof foyda olish qobiliyatini ko'rsatadi va u shuningdek hosilalarni soddalashtiradi, chunki modelning yechimi turli toifadagi aktivlar va passivlarning umumiy tuzilmadagi optimal vazni bo'ladi.
Model parametrlari funktsiyasi quyidagicha ifodalanadi(1)

$$\frac{P}{A} = \sum_{i=1}^{M} x_i^A l_i - \sum_{j=1}^{N} x_j^L l_j$$

Maqsad funksiyasi (1)ni banklarning foyda maqsadining mantiqiy xulosasi deb hisoblash mumkin. Sof foiz daromadining oshishi rivojlanish yoki aktsiyadorlar qiymatini oshirish kabi barcha strategik vazifalarning asosi hisoblanadi. Tanlangan maqsad funksiyasi ko'pgina mualliflar tomonidan bank faoliyati samaradorligini baholashning eng yaxshi ko'rsatkichi hisoblanadi, chunki u bank tomonidan resurslardan foydalanish samaradorligini tavsiflaydi .
Maqsad funksiyasini tanlashda foizsiz xarajatlar to'liq foizsiz daromadlar bilan qoplanishi va shuning uchun undan mavhum bo'lishi mumkin degan taxmin tushuniladi.Maqsad funktsiyasi eng muhim cheklovlarni hisobga olgan olda maksimal darajaga ko'tariladi. Biz Cheklovlarni aniqlashda bankning eng muhim xususiyatlarini aks ettiruvchi va muammoni hal qilishda ikkinchi darajali xususiyatlarni e'tiborsiz qoldiradigan modelni eng oqilona shakllantirishga intildi. Amalda, albatta, bank kabi murakkab iqtisodiy agent oldida turgan barcha cheklovlarni rasmiylashtirish mumkin emas .
Balans tengligining cheklanishi;
- majburiy zaxira talablari chegarasi;
- likvidlikni cheklash;
- kapitalning yetarliligi cheklanishi;
- ochiq valyuta pozitsiyasini cheklash;
- katta, xavfli operatsiyalarni cheklash;
- Sog'lom cheklovlari;

Ushbu cheklovlarni qo'ydagi tartibda ko'rib chiqish mumkin. (2) Ayrim toifadagi aktivlar va majburiyatlarning jamiga nisbati (2) da qo'shilganligi sababli, ular bittaga yig'iladi. .U majburiy zaxira talablari o'tish davridagi mamlakatlardagi aksariyat markaziy banklar majburiy zaxira

$$\sum_{i=1}^{M} x_i^A = \sum_{j=1}^{N} x_j^L = 1$$

talablari qo‘yiladigan majburiyatlarning qismi uchun markaziy bankda yoki naqd pulda (milliy valyutada) zaxiralar yaratishni talab qiladi.

References

1.Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах: учеб. Пособие для Студентов эконом. Спец. Вузов. М.: Высшая Школа. 1986.
2. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация / пер. С англ. М.: Мир. 2005.
3. Тен А.В., Герасимов Б.И., Тен В.В. Оптимизация Активов в системе страхования вкладов. Тамбов: Изд-во ТГТУ. 2005.

BANK AKTIVLARINI OPTIMAL JOYLASHTIRISHNI MODELLASHTIRISH. STATIK OPTIMALLASHTIRISH VA JOYLASHTIRISH MODELI

Boymurotov Shukurbek Tojiqul o‘g‘li
O‘zbekiston milliy Universiteti 2-kurs magistranti , Toshkent , O‘zbekiston;
e-mail boymurotovshukurbek7@gmail.com

Bank aktivlarini optimal joylashuvi modellari, uning boshqaruvi modellari son jihatidan adekvat talablarga javob beradigan yechim talab etadi.
Bank - murakkab modelli obyektlardan tarkib topgan, kompleks yondashuv talab qiladigan faoliyatni, integrallashgan,likvidlik,aktivlar portfeli, optimal struktura,resurs bazasini murakkab ravishda ishlatadigan obyektdir.
Birdaniga hamma jarayonlar qamrab oladigan modelni qo‘llash qiyinligi tufayli xususiy model tariqasida misol ko‘rib chiqamiz.Bu yerda aktivlardan bittasi ko‘rib chiqiladi.
$x = (x_i, i = 1, N)-$ o‘zgaruvchanlik modeli vektori.
x_i $-$vaqtinchalik bo‘sh vosita.
N - umumiy depozit soni.
x - N bo‘shliqqa joylashgan o‘zgaruvchanlik vektor modeli.
$x \in \mathbb{P}^{\mathbb{N}}$. $x \geq 0$.
Bank funksionali - ya‘ni ma‘lum maqsadi ish faoliyati kriteriylar vektorida aks ettirilib o‘zgaruvchan vektoriga bogliq.
$f_k(x), k = 1, n$
$k-$ kriteriylar indekslar mezoni.
$k \in \mathbb{K}$.
$F(x) = f_k(x), k = 1, K$.
Optimallash maqsadi.
Max $F(x) = (f_k(x), k = 1, K)$ $x \geq 0$.
Bu yerda har bir vektor mezoni max ga intiladi va majburiy cheklov yuklanadi.

$$\sum_{i=1}^{n} x_i - S$$

S - bo‘sh resurslar yigindisi.

Takidlash kerakki statik optimallashtirish va joylashtirish modeli qisqa muddat bo‘sh turgan mablag‘lar uchun juda qulay.Ko‘p mezonli tabiati murakkab masalalar,boshqaruv qarorini qabul qiluvchilar uchun predmet qamrovida qiyinchilik tug‘diradi va qabul qilinmaydi.Qaror qabul qiluvchilarni inobatga olgan holda bu model interaktiv va avtomatik bo‘ladi.
Eng keng qo‘llaniladigan model bu bir mezonli hisoblanadi.Qolgan modellar cheklovlar toifasiga kiritiladi va ular orasidagi farq inobatga olinmaydi.Bu bir mezonli metodni bir qator prinsipial kamchiligi bo‘lib :
- Avvalo bor mavjud masala yechimini osonlashtiradi.
- Mezonlar ko‘rsatkichida cheklovlar toifasiga o‘tkazilgan farqni inobatga olmaydi.
- Qiyinlashgan masalalarda,ko‘p mezonli masalalarda cheklovlar ahamiyatini inobatga olmaydi.

References

1. Экономические категории начальных активов комерческих банков Монография Тамбовский Государственный Технический Университет 2002г.
2. “Оптимизация активов комерческого банка” Докукин А.В.
3. www.cbu.uz O‘zbekiston Respublikasi markaziy banki sayti.
4. www.bankinfo.uz Banklar tog‘risida axborot beruvchi sayt.

UCH OB’LCHAMLI SFERADA KILLING VEKTOR MAYDONLAR GEOMETRIYASI

Boysunova M.Ya.[1]
OB’zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, OB’zbekiston;
muqaddasboysunova@gmail.com

Uch oB’lchovli $R^3(x, y, z)$ Yevklid fazosida oltita chiziqli erkli Killing vektor maydonlari bor.

$$X_1 = \frac{\partial}{\partial x}, X_2 = \frac{\partial}{\partial y}, X_3 = \frac{\partial}{\partial z},$$
$$X_4 = z\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial z}, X_5 = -z\frac{\partial}{\partial x} + x\frac{\partial}{\partial z}, X_6 = y\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial y}$$

vektor maydonlardan quyida keltirilgan almashtirish gruppalari,

mos O_x, O_y va O_z oB’qlari yoB’nalishi boB’yicha parallel koB’chirish gruppalari boB’ladi, oxirgi uchtasi esa mos O_x,O_y va O_z oB’qlar atrofida aylanish gruppalari boB’ladi.

Biz toB’rt oB’lchamli $R^4(x_1, x_2, x_3, x_4)$ evklid fazosida

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 1$$

tenglamani uch oB’lchamli S^3 sferada qaraymiz. Bu fazoda berilgan 2 ta Killing vektor maydonini qaraylik

$$X_1 = -x_4\frac{\partial}{\partial x_2} + x_2\frac{\partial}{\partial x_4}$$

$$X_2 = -x_3\frac{\partial}{\partial x_1} + x_1\frac{\partial}{\partial x_3}$$

Bu vektorlarning D invalyutiv ekanligini tekshiraylik. Bu vektor maydonlarining Li qavsi $[X_1, X_2] = 0$ boB'ladi.

Demak, bu oilaning integral sirtlari ikki oB'lchamli torlardan iborat.

$$\begin{cases} x_2 = 0 \\ x_4 = 0 \\ x_1^2 + x_3^2 = 1 \end{cases}$$

da x_1, x_3 tekisliklardagi aylanalar boB'ladi.

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_3 = 0 \\ x_2^2 + x_4^2 = 1 \end{cases}$$

da x_2, x_4 tekisliklardagi aylanalar boB'ladi.

Teorema. Bu oilaning orbitalari singulyar qatlamalar hosil qiladi, uning regulyar qatlamlari ikki oB'lchovli toB'rlar, ikkita singulyar qatlamlari esa aylanalardan iborat boB'ladi.

References

1. А.Я. Нарманов, Дифференциал геометрия, Ташкент, Университет, 2003.
2. П.Оливер, Приложения группа Ли К дифференциальным уравнениям.

TO‘RINCHI TARTIBLI INTEGRO-DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN TESKARI MASALA

Bozorova Madinaxon Murodjon qizi[1]
Omonova Dinora Dilshodjon qizi[2]
[1 2]Farg‘ona davlat universiteti, Farg‘ona, O‘zbekiston;
madinaxonbozorova225@gmail.com, dinoraomonova707@gmail.com

So‘ngi vaqtlarda noma‘lum manbali differensial tenglamalar bilan shug‘illanishga bo‘lgan qiziqish ortib bormoqda. Bunga sabab ko‘plab issiqlik taqalish va diffuziya jarayonlarini matematik modelini tuzish noma’lum manbali differensial tenglama uchun qo‘yiladigan masalalarga keltiriladi. Odatda, bunday differensial tenglamalar uchun teskari masalalar ko‘plab tadqiqotchilar tomonidan o‘rganilgan. Ammo yuqori tartibli integro-differensial tenglamalar uchun teskari masalalar kam o‘rganilgan. Shu sababdan biz ushbu ishda biz to‘rtinchi tartibli integro - differensial tenglama uchun bir teskari masalani bayon qilamiz.

$(0, 1)$ oraliqda ushbu

$$y^{(4)}(x) - \lambda I_{0x}^{\gamma} y(x) = kf(x) \tag{1}$$

to‘rtinchi tartibli integro-differensial tenglamani qaraylik, bu yerda $y(x)$ - noma’lum funksiya, k – noma’lum son, $f(x)$ - berilgan uzluksiz funksiya, λ, γ - berilgan haqiqiy sonlar bo‘lib, $\gamma > 0$, $I_{0x}^{\gamma} y\left(x\right)$- Riman-Liuvill ma’nosida γ (kasr) tartibli integral operator [1],

$$I_{0x}^{\gamma} y\left(x\right) = \frac{1}{\Gamma\left(\gamma\right)} \int\limits_{0}^{x} \left(x-t\right)^{\gamma-1} y\left(t\right) dt,$$

$\Gamma(z)$- Eylerning gamma funksiyasi [2].

A **masala.** Shunday $y\left(x\right)$ funksiya va k – son topilsinki, u quyidagi xossalarga ega bo‘lsin:

1) (0, 1) oraliqda (1) tenglamani qanoatlantirsin;

2) $C^3\left[0,1\right] \cap C^4\left(0,1\right)$ sinfga tegishli bo‘lsin;

3) $x = 0,\ x = 1$ nuqtalarda esa

$$y\left(0\right) = A_1,\ \ y'\left(0\right) = A_2,\ \ y''\left(1\right) = B_1,\ \ y'''\left(1\right) = B_2 \tag{2}$$

chegaraviy

$$y\left(1\right) = ay\left(\xi\right) + b \tag{3}$$

nolokal shartni qanoatlantirsin, bu yerda $A_1, A_2, B_1, B_2,\ a,\ b$ va ξ – o‘zgarmas haqiqiy sonlar bo‘lib, $0 < \xi < 1$.

Odatda (3) shartni Bitsadze – Samariskiy tipidagi shart deyiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. **Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J.** *Theory and applications of fractional differential equations* (North-Holland Mathematics Studies, 204). Amsterdam: Elsevier, 2006. - 523 p.

2. **Бейтмен Г., Эрдейи А.** *Высшие трансцендентные функции. Эллиптические и автоморфные функции. Функции Ламе и Матье. Ортогональные полиномы.* - Москва: Наука, 1967. -300 с.

Uch o’lchamli sferada singulyar qatlamalar

Chorshanbiyev Anvar

O’zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O’zbekiston

chorshanbiyevanvar555@gmail.com

Biz to’rt o’lchamli $R^4(x,y,z,w)$ fazoda

$$x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = 1$$

tenglama bilan aniqlanuvchi sferani qaraylik. Bu sferada quyidagi ikkita vektor maydonlarni qaraymiz:

$$\begin{cases} X = -y\frac{\partial}{\partial x} + x\frac{\partial}{\partial y} \\ Y = -w\frac{\partial}{\partial z} + z\frac{\partial}{\partial w} \end{cases}$$

Endi bu ikkala vektor maydonlar uchun Li kommutatorini hisoblaymiz. Ikkita vektor maydon uchun Li kommutatorini hisoblash formulasi quyidagicha bo'ladi:

$$[X,Y]^i = \sum_{j=1}^{n}(Y^j\frac{\partial X^i}{\partial x_j} - X^j\frac{\partial Y^i}{\partial x_j})$$

yuqoridagi formula yordamida Li kommutatorini hisoblaymiz. Natijada biz hisoblashlardan X,Y vektor maydonlarning Li kommutatori [X,Y]=0 ekanligini ko'ramiz.

X vektor maydonning integral chizig'ini topish uchun

$$\begin{cases} x' = -y \\ y' = x \\ z' = 0 \\ w' = 0 \end{cases}$$

sistemani yechish kerak. Bu sistemaning yechimi

$$\begin{cases} x(t) = xcost - ysint \\ y(t) = xsint + ycost \\ z(t) = z \\ w(t) = w \end{cases}$$

ko'rinishda bo'ladi.

Y vektor maydonning integral chizig'ini topish uchun

$$\begin{cases} x' = 0 \\ y' = 0 \\ z' = -w \\ w' = z \end{cases}$$

sistemani yechish kerak. Bu sistemaning yechimi

$$\begin{cases} x(s) = x \\ y(s) = y \\ z(s) = zcoss - wsins \\ w(s) = zsins + wcoss \end{cases}$$

ko'rinishda bo'ladi.

Berilgan X vektor maydonning maxsus nuqtalari

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z^2 + w^2 = 1 \end{cases}$$

tenglamalar bilan berilgan aylanadan iborat bo'ladi.

Y vektor maydonning maxsus nuqtalari

$$\begin{cases} z = 0 \\ w = 0 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

tenglamalar bilan berilgan aylanadan iborat bo'ladi.

Teorema. X va Y vektor maydonlarning orbitalari uch o'lchamli sferada singulyar qatlama hosil qiladi. Bu qatlamaning regulyar qatlamlari ikki o'lchamli torlardan , singulyar qatlamlari esa aylanalardan iborat.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. A.Narmanov and S.Saitova. On the geometry of Killing vector fields. Differential equations, 2014, vol. 50, pp. 1584-1591-2014.

2. П.Олвер. приложения групп Ли к дифференциалным уравнениямю Москва. Мир, 1989. 639 с.

3. I.Tamura. Topology of Foliations : An Introduction, American Mathematical Society. Providence, Rhode Island, 1992. http://bookre.org/reader?file=582002.

Boshqaruvda qarorlar qabul qilish masalalarini matematik modellashtirish.

O.R.Djabbarov [1], L.B.Ruzimurodova [2]

[1,2]Qarshi davlat universiteti;

oybekjabborov1987@mail.ru

Boshqaruv qarorlarini ishlab chiqish muhim jarayon bo'lib, u boshqaruvning asosiy funksiyalarini (rejalashtirish, tashkillashtirish, motivatsiya, nazorat kabilar) bog'laydi. Boshqaruv qarori boshqarilayotgan sistemaning faoliyatining obyektiv qonunlariga asoslangan, tizimining amaldagi holati haqidagi ma'lumotlar tahliliga asoslangan holda jamoa faoliyatining muammoli vaziyatdan (yechim talab qilayotgan holatdan) chiqish dasturini aniqlaydi [1-4].

Tabiat va jamiyatdagi obyektlar hamda ularning xossalari kuzatilayotganda ular to'g'risida dastlabki tushunchalar hosil bo'ladi. Bu tushunchalar oddiy so'zlashuv tilida, turli rasmlar, sxemalar, belgilar, formulalar orqali ifodalanishi mumkin. Huddi ana shunday ifodalash model, modellar yordamida kuzatilayotgan obyektni bilish esa - modellashtirish deyiladi.

Masalaning matematik modeli: $x_{ij} -\ i-$ davogarni, $j-$ lavozimga tayinlanishi, 1-tayinlandi, 0- tayinlanmadi. $i = 1,2,3,4$; $j = 1,2,3,4-$ lavozimlar. $c_{ij} - i-$davogarning $j-$ lavozimga o'tish xarajatlari.

$$f = 2x_{11} + 4x_{12} + 3x_{13} + 5x_{14} + 4x_{21} + 6x_{22} + 2x_3 + x_{24} + 6x_{31} + 9x_{32} + 4x_{33} +$$

$$+7x_{34} + 8x_{41} + 8x_{42} + 6x_{43} + 9x_{44} \to \min \tag{1}$$

masalalarini kompyuterda modellashtish uchun QM dasturini imkoniyatlari quyidagicha foydalanib ishga taqsimlash maslalalarini yechishimiz mumkin bo'ladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. Учебник. Изд 3-е- М.: Университетская книга, Логос,2006.
2. Башкатова Ю.И. УПРАВЛЕНЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ: Учебное пособие– М.: МЭСИ, 2005. – 184 с.
3. Колпаков В. М. , Теория и практика принятия управленческих решений: Учеб. пособие. — 2е изд., перераб. и доп. — К.: МАУП, 2004. — 504 с.
4. Голубков Е.П. Технология принятия управленческих решений. – М.: Издательство «Дело и Сервис», 2005. – 544 с.

Subriman fazolarda bir o‘lchamli sath sirtlari

Djanabayev K.D.[1], Bayturayev A.M.[2]

[1]O’zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O’zbekiston;
akimchik84@mail.ru
[2]O’zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O’zbekiston;
abayturayev@gmail.com

O‘rganilayotgan ishda silliq bog‘lanishli M Riman ko‘pxilligining TM urinma fazosida Xyormander shartlarini qanoatlantiruvchi gorizontal qism fazo deb ataluvchi HM qism fazo ajratilgan fazo, ya’ni Karno-Karateodori fazosi qaraladi.

Ta’rif. Topologik o‘lchami n bo‘lgan bog‘lanishli riman C^∞-ko‘pxillik Karno-Karateodori fazosi deyiladi, agar uning TM urinma fazosida shunday qism

$$HM = H_1M \subset H_2M \subset ... \subset H_NM = TM$$

fazolar berilgan bo‘lib, har bir $p \in M$ nuqtaning $U \in M$ atrofi topilib, bu atrofda quyidagi ikkita shartlarni qanoatlantiruvchi C^∞-silliq $X_1, X_2, ..., X_n$ vektor maydonlar aniqlangan bo‘lsa.

Har bir $v \in U$ uchun 1) $H_iM(v) = H_i(v) = span\{X_1(v), X_2(v), ..., X_{dimH_i}(v)\}$ to‘plam T_vM fazonong qism fazosi bo‘lib, o‘lchami o‘zgarmas $n_i = dimH_i$, $i = 1, ..., N$;

2)$H_{j+1} = span\{H_j, [H_1, H_j], [H_2, H_{j-1}], ..., [H_k, H_{j+1-k}]\}$, bu yerda $k = \frac{[j+1]}{2}, j = 1, ..., N-1$.

Karno-Karateodori fazosi M da ixtiyoriy ikkita nuqtani gorizontal chiziq, ya’ni har bir nuqtasidagi urinma vektori HM fazoda yotuvchi bo‘lakli-silliq chiziq bilan tutashtirish mumkin. Bundan esa tabiiy ravishda $x, y \in M$ nuqtalarni tutashtiruvchi gorizontal chiziqlar uzunliklarining aniq quyi chegarasi kabi aniqlanadigan $d_c(x, y)$ Karno-Karateodori metrikasi hosil bo‘ladi.

Bu d_c metrikaga nisbatan Karno-Karateodori fazolarining geometriyasi lokal ravishda Karno gruppalari geometriyasiga yaqinlashadi.

Ta’rif. Karno-Karateodori fazolarining $f : M \to N$ uzluksiz akslantirishi g nuqtada *hc-differensiallanuvchi* deyiladi, agar u lokal Karno gruppalarining $L_g : G^g \to G^{f(g)}$, $L_g(HG^g) \subset HG^{f(g)}$ gomomorfizmlari bilan approksimatsiyalansa, ya’ni $d_c^N(f(x), L_g(x)) = o\left(d_c^M(g, x)\right)$ munosabat o‘rinli bo‘lsa.

Gomomorfizm L_g qaralatotgan f akslantirishning hc-differensiali deyiladi va $\hat{D}f(g)$ kabi belgilanadi. Agar akslantirish g nuqtaning atrofida hc-differensiallanuvchi va

$\hat{D}f(u)$ differensial u ga uzluksiz bog'liq bo'lsa, u holda f akslantirish uzluksiz hc-differensiallanuvchi deyiladi.

Teorema. Aytaylik, $f : M \to R^N-$ uzluksiz hc-differensiallanuvchi akslantirish bo'lib, $\hat{D}f(u)$ differensialning rangi maksimal bo'lsin. U holda ixtiyoriy $g \in f^{-1}(0)$ nuqta uchun shunday $U(g)$ atrof topilib, $f^{-1}(0) \cap U(g)$ kesishma sodda jordan chizig'ining obrazi bo'lib, topologik o'lchami birga teng bo'ladi.

References

1. Basalayev S.G. Poverxnosti urovnya otobrajeniy prostranstv Karno-Karateodori, Vestnik NGU. Seriya: mexanika, matematika, informatika. 2013. T 13 vipusk 4.

NATURAL SONLAR SISTEMASI KENGAYTMASI AKSIOMALARI

Fozilov Sh.I[1], Yo'ldosheva M.Z[2]
[1]NamDU, Namangan, Uzbekistan;
shavkatmanager@gmail.com
[2]NamDU, Namangan, Uzbekistan;
yoldoshevamaftuna17@gmail.com

Natural sonlar matematika va tegishli fanlarning yuragi hisoblanadi. Sonlar o'lchovi sifatida amaliy qo'llanilishidan tashqari, natural sonlar katta nazariy ahamiyatga ega. Ular ratsional sonlar kabi yuqori darajadagi raqamlar konstruktsiyalari uchun asos bo'lib xizmat qiladi[1]. Tyuring nazariy informatika fanida natural sonlar ham muhim rol o'ynaydi[2]. Tyuring mashinalari tomonidan qabul qilingan tillar kabi hisoblanuvchi sanab o'tiladigan to'plamlar tushunchasi natural sonlar bilan chambarchas bog'liq.

Matematikada natural sonlar to'plami uchun ikkita konventsiya mavjud. Natural sonlar an'anaviy ta'rifga ko'ra {1,2,3,...} musbat butun sonlar to'plami sifatida tasvirlanishi mumkin; yoki birinchi marta XIX asrda paydo bo'lgan ta'rifga ko'ra {1,2,3,...} manfiy bo'lmagan butun sonlar to'plami[3], ya'ni, N={0,1,2,3,...} yoki N* = {0,1,2,3,...}.

Peano aksiomalari natural sonlar sistemasining har qanday ta'rifi qanoatlantirish kerak bo'lgan zarur va yetarli shartlarni bildiradi[3]. Biroq, bu aksiomalar zarur va yetarli bo'lishi mumkinligi hisobga olinsa, natural sonlar sistemasi uchun ko'proq xususiyatlar yoki aksiomalar o'rganilmaganmi? Agar mavjud bo'lsa, ular yetarli va zarurmi? Aynan shu munosabat bilan biz Peano aksiomalari kabi bir qadar yetarli va zarur bo'lgan ikkita aksiomani taklif qilamiz:

1-aksioma: N* ning juft va toq bo'limlarining o'zaro bog'liqligi (bir xil kardinallik) birlikni beradi.

2-aksioma: X va Y N* ning juft va toq bo'limlari teng kardinalliklarga ega bo'lsin. Y dagi X va X dagi Y ning chiziqli regressiya chiziqlari teng va mos ravishda $X = Y + 1$ va $Y = X + 1$ ga teng.

Adabiyotlar

1. S. Jaeger, Computational Complexity on Signed Numbers, 2011.
2. A.Turing, On Computable numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem. Proc. Of the London Mathematical Society. 42(2)(1936), 230-265.
3. Aitken, Chapter 1: The Peano Axioms. MATH 378, CSUSM. SPRING, 2009.

QAVARIQ QOPLAMA PERIMETRI O'RTA QIYMATINING ASIMPTOTIK QIYMATI

Hamdamova S.Z

Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston
Hamdamovasurayyo369@gmail.com

Qavariq qoplama, tekislikdagi qavariq sohada tekis taqsimlangan tanlanmaning aniqlanish sohasini asosli va asimptotik siljimagan bahosidir. Shuningdek, qavariq qoplama taqsimot qonun aniqlanish sohasining etarli bahosi ham bo'ladi. Shunung uchun, o'tgan asrning 60-90 yillarida bir guruh nemis olimlari qavariq qoplama funksionallarini tadbiqi bilan qiziqib qoldilarva qator qiziqarli asimptotik natijalar oldilar(masalan,qarang [1]).

Ushbu maqolada biz [1,2] maqolada qilingan tadqiqotlarni davom ettirib, parabola ichida bir jinsli bo'lmagan Puasson nuqtaviy jarayonidan yaralgan qavariq qoplama perimetri sonli xarakteristikalarning asimptotik qiymatlari bo'yocha olingan natijalarni keltiramiz.

Faraz qilaylik,

$$R_n = \left\{(x,y): \ \frac{x^2}{2b_n} \leq y\right\}. \tag{1}$$

bo'lsin. Bu yerda b_n

$$nx^{\left(\beta+\frac{1}{2}\right)}L(x) = 1 \tag{2}$$

tenglamaning eng kichik ildizi, $L(x)$ - Karamata ma'nosida s.o'.f. bo'lib u quyidagidek integral ifodaga ega

$$L(u) = \exp\left(\int_1^u \frac{\varepsilon(t)}{t}dt\right), \ \varepsilon(t) \to 0, \ t \to \infty. \tag{3}$$

bo'lsin.

R_n parabola ichida, bir jinsli bo'lmagan Puasson nuqtaviy jarayondan yaralgan qavariq qoplama perimetri bilan parabola yoyi orasidagi farqini ifodalovchi qavariq qoplama funksionali matematik kutilmasining asimptotik qiymatini bosh hadi logorifmik tezlik bilan cheksizlikka intilishi isbotlandi.Bundan tashqari, uchlar jarayoni kuchli qorishmali xossasi isbotlandiva ularning funksionallari uchun martingal bo'lgan jarayonlar qurildi.

Olingan natijalar [1,2] ishlarda qilingan natijalarni umumlashtiradi va birlik doira ichida qutb koordinatasi sistemasida berilgan nuqtalarda iborat bo'lib, burchak koordinatasi aylanada tekis taqsimlangan, radial koordinatasi taqsimoti esa unga bog'liq bo'lmay, taqsimotning dum qismi doira chegarasi yaqinida tekis o'zgaruvchi funksiya bo'lgan tanlanma nuqtalardan yaralgan qavariq qoplamaning funksionallari haqidagi limit teoremmalarni isbotlash uchun ishlatilishi mumkin.

Adabiyotlar

1. B. Efron, The convex hull of a random set of points, Biometrika, 52, (1965) 331–343.
2. I.M. Khamdamov, Properties of convex hull generated by inhomogeneous Poisson point process, Ufimsk. Mat. Zh., 12(3),(2020) 83–98.

Bozor segmentatsiyasi.

Xasanboyeva Shahnozaxon Bozorboy qizi
O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
hasanboyeva98@gmail.com

Bozor segmentatsiyasi, bir bozorni bir nechta qismlarga (yoki segmentlarga) ajratish protsessi hisoblanadi. Bu, sotish yo'nalishlarini tahlil qilishda, bir mahsulotning savdo bozoridagi o'ziga xos xususiyatlarini aniqlash va shunday qilib mahsulotlarni bir-biridan ajratishda yordam beradi.Bozor segmentatsiyasi, marketing strategiyalarini rivojlantirishda katta ahamiyatga ega. Mahsulotning qaysi bozor segmentiga taalluqli bo'lsa, marketing kompaniyalari shu bozor segmenti uchun maxsus tadbirlar va reklama kampaniyalari tuzishadi. Shunday qilib, bozor segmentatsiyasi, marketing xizmatlarini o'rnatish, sotish-tanlov strategiyalarini ishlab chiqish va tashkil etishda yordam beradi.

Bozor segmentatsiyasing asosiy usullaridan biri bu klaster usulidir. Quyidagi statistik ma'lumotlar yordamida statistik taxlil otkazaylik. Bunda ieraxit statistik taxlil usulidan foydalanamiz bu usulda o'xshash ob'yektlar yoki ob'yektlar orasidagi masofa qisqa bo'lganlarini avval ikkita qoshni ob'yektlarni birlashtiradi huddi shu jarayon takrorlanish natjasida klasterlarga ajrabib chiqiladi. SPSS darsturi yordamida ieraxik statistik taxlil o'tkazib viloyatlarni qishloq xojalik mahsulotlarini ishlab chiqarish hajmi jixatdan mos ravoshda klasterlarga ajratib olishimiz mumkin.

Bundan ko'rishimiz mumkin, 1-klaster: Qoraqalpog'iston Respublikasi, Jizzax viloyati ,Qashqadaryo viloyati, Navoiy viloyati,Sirdaryo viloyati , Xorazm viloyati 2-klaster: Andijon viloyati 3-klaster: Buxoro viloyati, Namangan viloyati, Toshkent viloyati , Farg'ona viloyati, Surxondaryo viloyati 4-klaster: Samarqand viloyati

Ushbu dendogramma yordamida klasterlarga ajratilish tarixini ko'rishimiz mumkin. Viloyatlar kesimida qishloq ho'jalik mahsulotlari ishlab chiqarilish hajmi ierarxik taxlil yordamida 4 ta klasterga ajratildi va bu ajratish natijasida iqtisodiy xulosalar chiqarildi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. **Б.Г. Миркин** *Высшая школа экономики. Т. 4: МЕТОДЫ КЛАСТЕР-АНАЛИЗА ДЛЯ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ: ОБЗОР. -М.:Москва, 2011.-88 с.*
2. **https://pidru4niki.com/ .** *Основные методы сегментирования рынка*

Tarmoqlanuvchi jarayonlar uchun funksional limit teoremalar

N.B.Hayitova[1]
[1]O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
nafisahayitova24@gmail.com

Faraz qilaylik bizga $Z(0) = 1$ holatdan boshlanuvchi $Z(n), n = 0, 1, ...$ Galton-Vatson tarmoqlanuvchi jarayonlari berilgan bovЂ™lsin. Bunday jarayonlar ko'plab olimlar tomonidan, xususan, A.N.Kolmogorov, Xarris, V.Feller, S.Karlin, F.Spitzer, E.Seneta, Peyks, Yaglom va ko'plab taniqli olimlar tomonidan o'rganilgan. Bunda asosan $Z(n)$ miqdor taqsimoti asimptotikasi, jarayonning so'nish ehtimolligiga baholar masalalari ko'rilgan va ko'plab muhim natijalar olingan. Ammo ko'plab amaliy masalalarni yechishda jarayonning boshlang'ich momentida birdan emas, balki $N(N > 1)$ holatdan boshlanishi mumkin.

Shunday hollarda bitta zarracha avlodalar soni dispersiyasi mavjud bo'lganda V.Feller kritik holda $Z([n,t]), t \in [0,1]$ jarayon taqsimoti $X(t)$ jarayon taqsimotiga yaqinlashishini ko'rsatdi, bunda $X(t)$ jarayon

$$dX(t) = \sigma\sqrt{X(t)}dw(t)$$

stoxatistik tenglamaning yechimi.

Joffe va Spitzerlar subkritik holda boshlang'ich holatda $Z(0) = cm^{-n}$ ta zarracha bo'lsa $Z(n)$ taqsimoti uchun limit holatni aniqladi, bunda t bilan bitta zarracha avlodlarining o'rtacha soni.

Ushbu ishda biz kritik jarayonlarini qaraymiz va $Z(0) \sim an$ ($a \in R$ - fiksirlangan son), $Z(n) > 0$ shartida $Z([n,t]), 0 \leq t \leq 1$ jarayon chekli taqsimotlarini asimptotikasini keltiramiz.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Athreya.K.B , Ney P.E Branching processes Springer 1972.149p.
2. Б.А.Севастьянов. Ветвящиеся процессы.М.,Наука,1972.

Ba'zi beshinchi darajali Volterra tipidagi stoxastik operatorlar dinamikasi.

Isaboyeva D. I[1], Kurganov Рљ.A.[2]

[1]O'zbekiston milliy universteti, O'zbekiston, Toshkent.

[2]O'zbekiston milliy universteti, O'zbekiston, Toshkent.

$S^2 = \{(x,y,z) \in R^3 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x+y+z = 1\}$ simpleksda quyidagi beshinchi darajali Volterra tipidagi stoxastik operatorlar oilasini qaraymiz:

Agar $m = n = 0$ bo'lsa, (1) operator (1) ko'rinishda bo'ladi va quyidagi teorema o'rinli:

Teorema. 1)(2) operatorlar oilasi uchun S^2 simpleks qirralari nuqtalari qo'zg'almas nuqtalardir.

2) Agar $t \geq \frac{2}{5}$ bo'lsa, ixtiyoriy ichki nuqta traektoriyasi $M_2(0,1,0)$ nuqtaga yaqinlashadi.

3) Agar $t < \frac{2}{5}$ bo'lsa, (2) operatorlar oilasi itaruvchi ichki qo'zg'almas $C_0\left(\frac{2-5t}{6-5t}, \frac{2}{6-5t}, \frac{2}{6-5t}\right)$ nuqtaga ega bo'ladi va bu nuqtadan PIP° farqli ichki boshlang'ich nuqtalar traektoriyasi limit nuqtalar to'plami simpleks chegarasida yotadi.

Agar $m = n = \frac{1}{2}$ bo'lsa, (1) operator (2) ko'rinishda bo'ladi va quyidagi teorema o'rinli:

Teorema. 1)(3) operatorlar oilasi uchun S^2 simpleks qirralari nuqtalari qo'zg'almas nuqtalardir.

2) Agar $t \geq \frac{2}{5}$ bo'lsa, ixtiyoriy ichki nuqta traektoriyasi $M_3(0,0,1)$ nuqtaga yaqinlashadi.

3) Agar $t > \frac{2}{5}$ bo'lsa, (3) operatorlar oilasi itaruvchi ichki qo'zg'almas PsPëP»P°CЃPë $C_0\left(\frac{5t-2}{5t-1}, \frac{1/2}{5t-1}, \frac{1/2}{5t-1}\right)$ nuqtaga ega bo'ladi va bu nuqtadan farqli ichki boshlang'ich nuqtalar traektoriyasi limit nuqtalari to'plami simpleks chegarasida yotadi.

Adabiyotlar

1. U.U.Jamilov, K.A.Kurganov. On-non ergodicity of volterra Cubic stochastic operator. Доклады А.Н.Республики Узбекистан 2017.3 стр.8-11.
2. U.U.Jamilov, K.A.Kurganov. On a Non-Volterra Cubic Stochastic Operator.Lobachevski Journal of Mathematics,2021,Vol 42, No.12.
3. K.A.Kurganov, U.U.Jamilov,M.O.Okhunova. On a Family of Volterra Cubic Stochastic Operators. Lobachevski Journal of Mathematics,2021,Vol 42, No.12.
4. Курганов К.А., Исабоева Д.И. Динамика семейства стохаетических операторов вольтерровского типа пятой степени. Теоретические основы и прикладные задачи современной математики I. Андижан,28 марта,2022 стр- 432
5. Курганов К.А., Исабоева Д.И. О некоторых семействах стохаетических операторов вольтерровского типа пятой степени. Mathematics, mechanics and intellectual technologies, Tashkent-2022.No-76

Uch o'lchamli nilpotent algebralarning avtomorfizmlari

Jo'rayev Avazbek

Namangan davlat universiteti, Namangan, Uzbekistan;
jorayevavazbek96@gmail.com

Avtomorfizm - matematikadagi fundamental tushunchalardan biri. Avtomorfizm algebrada muhim ahamiyatga ega. Abstrakt algebrada matematik obyekt gruppa, halqa yoki vektor fazo kabi algebraik struktura bo'ladi. Avtomorfizm o'z-o'ziga sodda biektiv gomomorfizm hisoblanadi. Avtomorfizm gruppalar nazariyasi, sonlar nazariyasi kabi sohalarda juda katta tadbiqqa ega. Avtomorfizmning ko'plab umumlashmalari mavjud. Eng asosiy umumlashmasi bu lokal va 2-lokal umumlashmalari hisoblanadi. So'ngi yillarda ko'plab olimlar lokal va 2-lokal avtomorfizmlarga oid ko'plab maqolalar chop ettirishdi [1-3]. Quyida biz uch o'lchamli barcha nilpotent algebralarning tasnifini keltiramiz.

Teorema-1. [4] *Ixtiyoriy uch o'lchamli kompleks nilpotent assotsiativ algebra bazislari* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *bo'lgan quyidagi o'zaro izomorf bo'lmagan algebralarning biriga izomorf bo'ladi:*
$A_1: \ \ e_1^2 = e_2,\ e_2^2 = e_3 \qquad A_2: \ \ e_1^2 = e_2,\ e_2e_1 = e_2^2 = e_3 \qquad A_3: \ \ e_1^2 = e_2,\ e_2e_1 = e_3$
$A_4(\alpha): \ \ e_1^2 = e_2,\ e_1e_2 = e_3\ e_2e_1 = \alpha e_3 \ \ A_5: \ \ e_1^2 = e_2, \quad A_6: \ \ e_1^2 = e_3,\ e_2^2 = e_3$
$A_7: \ \ e_1e_2 = e_3,\ e_2e_1 = -e_3 \qquad A_8(\alpha): \ \ e_1^2 = \alpha e_3,\ e_2e_1 = e_3\ e_2^2 = e_3$
va qoldirib ketilgan ko'paytmalar nolga teng.

Ta'rif. Algebrani o'zini o'ziga mos qo'yuvchi $\varphi : A \to A$ chiziqli akslantirish ixtiyoriy $x, y \in A$ elementlar uchun $\varphi(xy) = \varphi(x)\varphi(y)$ shartni bajarsa, u holda φ akslantirish avtomorfizm deb ataladi.

Ushbu ishda barcha uch o'lchamli kompleks nilpotent algebralarning avtomorfizmlari tasnif qilingan.

Teorema-2. $A_1, A_2, A_3, A_4(\alpha)$ *assotsiativ algebralarning avtomorfizmlari matritsalari mos ravishda quyidagilardan iborat bo'ladi:*

A

$$A_1 : \varphi_1 \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{11}^2 & 0 \\ a_{31} & a_{32}^2 a_{11}^4 & \end{pmatrix}_{a_{21}a_{22}=0} \qquad A_2 : \varphi_2 = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{11}^2 & 0 \\ a_{31} & a_{32}^2 & a_{11}^3 \end{pmatrix}_{a_{21}a_{11}^2=0;\ a_{21}(a_{11}+a_{21})=a_{32};\ a_{11}^2=a_{11}}$$

$$A_3 : \varphi_3 = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{11}^2 & 0 \\ a_{31} & a_{32}^2 & a_{11}^3 \end{pmatrix}_{a_{21}a_{22}=a_{32}} \qquad A_4 : \varphi_4 = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{11}^2 & 0 \\ a_{31} & (1+\alpha)a_{11}a_{21} & a_{11}^3 \end{pmatrix}$$

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Ayupov Sh.A.,Kudaybergenov K.K., 2-Local automorphisms on finite dimensional Lie algebras, Linear Algebra and its Aplications, 507, 121-131 (2016).
2. Ayupov Sh.A.,Kudaybergenov K.K.,Omirov B.A., Local and 2-local derivations and automorphisms on simple Leibniz algebras, Bull.Malays.Math.Sci.Soc.,(2019). https://doi.org/10.1007/s40840-019-00799-5.
3. Kadison R.V., Local derivations, Journal of Algebra.,Vol.130,p.494-509 (1990).
4. De Graaf W.A. Classification of nilpotent associative algebras of small dimension. Int. J. Algebra Comput. 28(1), 2018, 133-16

Hilfer ma'nosidagi kasr tartibli tenglamalar uchun Koshi masalasi. Teskari masala

L.Jovliyeva[1], D.Boboqulova[2]

[1]O'zbekiston Milliy Universiteti magistranti, Toshkent shahar,Universitet Ko'chasi, 4 uy, Toshkent 100174;

laylojo3@gmail.com

[2]Olmazor tumani 185-maktab o'qituvchisi, Toshkent shahar, Olmazor tumani, G'alaba ko'chasi, 3A uy, Toshkent 100069;

e-mail2@address2

Bizga quyidagi teskari masala berilgan bo'lsin.

$$\begin{cases} D_t^{\alpha,\beta} u(t) + Au(t) = f, \\ \lim\limits_{t\to+0} I_{0+}^{1-\beta} u(t) = \varphi, \quad t > 0. \end{cases} \tag{1}$$

va biz quyidagicha shart kiritamiz:

$$u(\tau) = \psi, \ \ 0 < t < T, \tag{2}$$

biz bilmagan element $f \in H$, issiqlik manbalarini tavsiflovchi ψ, $\varphi \in H$ elementlar va $T > 0$ o'zgarmas son.

Ta'rif. (1) tenglamada $\{u(t), f\}$ noma'lum funksilayar $u(t) \in C((0,T); H)$ va $f \in H$ bilan $Au(t) \in C((0,T); H)$ va (1) va (2) shartlarni qanoatlantiruvchi yechimga teskari masala deyiladi.

Teorema. ψ, $\varphi \in D(A)$ bo'lsin. U holda (1) va (.2) teskari masalani qanoatlantiruvchi $\{u(t), f\}$ yagona yechim bo'ladi va bu yechim quyidagi ko'rinishda

$$u(t) = \sum_{k=1}^{\infty} (\varphi_k t^{1-\beta} E_{\alpha,\beta}(-\lambda_k t^\alpha) + (f_k t^\alpha E_{\alpha,\alpha-1}(-\lambda_k t^\alpha)\nu^k)). \tag{3}$$

va

$$f_k = \frac{\psi_k}{\tau^\alpha E_{\alpha,\,\alpha+1}(-\lambda_k \tau^\alpha)} - \frac{\varphi_k \tau^{\beta-1} E_{\alpha,\,\beta}(-\lambda_k \tau^\alpha)}{\tau^\alpha E_{\alpha,\,\alpha+1}(-\lambda_k \tau^\alpha)}. \tag{4}$$

va

$$f = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{\psi_k}{\tau^\alpha E_{\alpha,\,\alpha+1}(-\lambda_k \tau^\alpha)} - \frac{\varphi_k \tau^{\beta-1} E_{\alpha,\,\beta}(-\lambda_k \tau^\alpha)}{\tau^\alpha E_{\alpha,\,\alpha+1}(-\lambda_k \tau^\alpha)} \right) \nu_k \tag{5}$$

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J. Theory and applications of fractional differential equations, Elsevier, North-Holland, Mathematics studies. 2006.
2. Ashurov R., Cabada A., Turmetov B. Operator method for construction of solutions of linear fractional differential equations with constant coefficients. // Frac. Calculus Appl. Anal. 2016.

Kritik tarmoqlanuvchi jarayonlar shartli taqsimoti uchun limit teorema

Gavhar Karimova [1]

[1]O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
karimovagavhar.1997@gmail.com

Faraz qilaylik $\{p_k, k = 0, 1, ...\}$ diskret tasodifiy miqdor berilgan bo'lsin va F(s) unga mos hosil qiluvchi funksiya bo'lsin:

$$F(s) = \sum_{k=0}^{\propto} p_k s^k, 0 \leq s \leq 1$$

$\{\xi_{i,j}, i, j = 1, 2, ...\}$ tasodifiy miqdorlar o'zaro bog'liqsiz ,manfiymas butun qiymatlar qabul qiluvchi va bir xil $\{p_k, k = 0, 1, ...\}$ taqsimotga ega bo'lsin. $Z(n), n \geq 0$ tasodifiy miqdorlar

$$Z(k) = \sum_{Z=1}^{Z(k-1)} \xi_{k,j}, Z(0) = 1, k \in N$$

rekurrent munosabat bilan aniqlangan Galton-Vatson tarmoqlanuvchi jarayoni bo'lsin. $F_n(s)$ bilan $F(s)$ hosil qiluvchi funksiyaning n-tartibli iteratsiyasini belgilaymiz. Xarris$F'(1) = 1, F''(1) <\propto$ shartlarida $(1 - F_k(0))Z(k)$ tasodifiy miqdorni $Z(k+m) > 0$ shartidagi taqsimoti agar avval $m \to\propto$ va keyin $k \to\propto$ dagi limit $1 - e^{-x} - xe^{-x}, x > 0$ taqsimotdan iborat ekanligini ko'rsatgan. Ushbu ishda biz $(1 - F_k(0))Z(k)$ miqdorning $\{Z(k) > 0, Z(k+m) = 0\}$ shartidagi taqsimoti asimptotikasini aniqladik.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Харрис .Т. «Введение в теории ветвящихся процессов».М.:Мир,1966, 355стр.
2. Б.А.Севастьянов. Ветвящиеся процессы.М.,Наука,1972.

$\mathbb{C}^2$ FAZODA LI SHARI HAJMI

Kenjayeva Nasiba Rajab qizi
O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
nasibakenjayeva9904@gmail.com

Ushbu ishda $\mathbb{C}^2$ fazoda to'rtinchi tip klassik $\Re_{IV}(n)$ soha (Li shari) hajmini hisoblash masalasini ko'rib chiqamiz.

To'rtinchi tip klassik soha quyidagi shartni qanoatlantiruvchi vektorlar to'plamidir:

$$\Re_{IV}(n) = \{z \in \mathbb{C}^2 : |zz'|^2 - 2\overline{z}z' + 1 > 0, |zz'| < 1\}.$$

Bu yerda z - n o'lchamli vektor, z' - z vektorning transponerlangani, $\overline{z}$ - z vektorning kompleks qo'shmasi. Li shari ostovi esa ushbu ifoda orqali aniqlanadi:

$$\mathbb{X}_{IV}(n) = \{z \in \mathbb{C}^2 : |zz'|^2 - 2\overline{z}z' + 1 = 0, |zz'| = 1\}.$$

Umumiy holda Li shari hajmi ([1] ga asosan) quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$L_n(\alpha,\beta) = \int_{\Re_{IV}(n)} (1 - \overline{z}z' - \sqrt{(\overline{z}z')^2 - |zz'|^2})^{\alpha} \times$$

$$\times (1 - \overline{z}z' \sqrt{(\overline{z}z')^2 - |zz'|^2})^{\beta} \dot{z} = \frac{\pi^n \quad \Gamma(\alpha+1)}{2^{n-1}(\alpha+\beta+n)\Gamma(\alpha+n)}, \quad n \in N \tag{101}$$

bu yerda $\alpha > -1$ va $\beta > -(n+\alpha)$.
(1)- tenglikdan foydalangan holda $\mathbb{C}^2$ fazoda Li shari hajmi hisoblash teoremasini keltiramiz.

Teorema. *Ushbu $\alpha > -1$ va $\beta > -(n+\alpha)$ sonlar uchun quyidagi*

$$L_2(\alpha,\beta) = \int_{\Re_{IV}(2)} (1 - \overline{z}z' - \sqrt{(\overline{z}z')^2 - |zz'|^2})^{\alpha} \times$$

$$\times (1 - \overline{z}z' \sqrt{(\overline{z}z')^2 - |zz'|^2})^{\beta} \dot{z} = \frac{\pi^2}{2(\alpha+\beta+2)(\alpha+1)} \tag{102}$$

tenglik o'rinli.

Xususan $\alpha = \beta = 0$ bo'lgan holda to'rtinchi tip klassik $\Re_{IV}(2)$ soha hajmini hisoblash formulasi kelib chiqadi:

$$V(\Re_{IV}(2)) = \frac{\pi^2}{4}. \tag{103}$$

References

1. L. K. Hua, “Harmonic analysis of functions of several complex variables in classical domains”, Inostr. Lit., M., (1959)
2. G. Xudoyberganov,“Matematik analizdan ma'ruzalar” 2-qism, Toshkent-2010.

SILLIQ FUNKSIYALARNING FURYE KOEFFITSIYENTLARINI BAHOLASH

A.R.Khalmukhamedov[1], **R.A.Ergasheva**[2]

[1]National University, Tashkent, Uzbekistan;
khalmukhamedov@gmail.com
[2]National University, Tashkent, Uzbekistan;
RaximaxonErgasheva1997@gmail.com

Chegarasi silliq va chegraralangan ixtiyoriy $G \subset \mathbb{R}^6$ sohani qaraylik. $L_2(G)$ fazoda aniqlanish sohasi $D(L) = C_0^\infty(G)$ bo'lgan quyidagi

$$L(x, D) = -\Delta_x - \Delta_y + \frac{\eta(|x|)}{|x|} + \frac{\eta(|y|)}{|y|} + \frac{\eta(|x-y|)}{|x-y|} \tag{1}$$

Shredinger operatorini ko'raylik, bu yerda $\Delta_x = \partial^2/\partial x_1^2 + \partial^2/\partial x_2^2 + \partial^2/\partial x_3^2$ va $\Delta_y = \partial^2/\partial y_1^2 + \partial^2/\partial y_2^2 + \partial^2/\partial y_3^2$ – Laplas operatorlari, va $\eta(t) \in C_0^\infty([0,\infty))$ esa $0 \leq t \leq R$ da $\eta(t) \equiv 1$, $t2R$ da $\eta(t) \equiv 0$ bo'lgan funksiya, hamda $R \in (0,1)$ fiksirlangan haqiqiy son.

L - simmetrik va quyidan chegaralangan operator, shu sababli L operatorning hech bo'lmaganda bitta o'z-o'ziga qo'shma diskret spektrga ega bo'lgan $\hat{L}$ kengaytmasi mavjud. $\hat{L}$ operatorning xos sonalrini $\{\lambda_n\}$ kabi va ularga mos xos funksiyalarni esa $\{u_n(x,y)\}$ kabi belgilaylik. Ma'lumki $\{u_n(x,y)\}$ funksiyalar $L_2(G)$ fazoda ortonormal sistema tashkil qiladi. Har bir $f \in L_2(G)$ funksiya uchun uning Furye koeffitsiyentlari $n = 1, 2, \ldots$ da

$$f_n = \int\limits_G f(x,y) u_n(x,y) dxdy \tag{2}$$

kabi aniqlanadi.

Quyidagi $S = S_1 \bigcup S_2 \bigcup S_3$, $S_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^6 : \ x = 0\}$, $S_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^3 : \ y = 0\}$ va $S_3 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^6 : \ x = y\}$ to'plamlarni qaraymiz. Ravshanki bu to'plamlar $\mathbb{R}^6$ fazoda o'lchamlari $\dim S_j = 3$, $j = 1, 2, 3$ bo'lgan ko'pxilliklar bo'ladi. $L_2^s(G)$, $s \geq 0$ orqali Liuvill fazolarini belgilaymiz.

Ushbu ishning asosiy natijasi quyidagi teoremada keltirilgan.

Teorema. *Aytaylik $f \in C_0^\infty(G \setminus S)$ istalgan funksiya, $K = suppf(x,y)$ va $d = dist(S, K)$ bo'lsin. U holda har qanday $s \in \mathbb{N}$ uchun shunday $C = C(s) > 0$ o'zgarmas son mavjudki, $n = 1, 2, \ldots$ da*

$$\lambda_n^s |f_n| \leq \frac{C(s)}{d^{2s-1}} ||f||_{L_2^{2s}(G)} \tag{3}$$

tengsizlik o'rinli.

Shuni ta'kidlash joizki, teorema shartlariga ko'ra doimo $d \geq R > 0$ va (3) baho $f(x,y)$ funksiyaning Furye qatori xususiy yig'indilarining $f(x,y)$ funksiyaga yaqinlashishini tekshirishda muhim rol o'ynaydi. Potensiali ko'pxilliklarda singularlikka ega bo'lgan Shredinger operatori bilan bogliq spekrtal yoyilamalar bo'yicha natijalar [1] da berilgan. L operator ko'p zarrachali Shredinger operatorininig xususiy holi bo'ladi [2].

Adabiyotlar

1. Разложение по собственным функциям оператора Шредингера с сингулярным потенциалом. Дифференциальные уравнения, 1984, Т.20, №9, 1642 – 1645.
2. A.R. Khalmukhamedov, A.A. Rakhimov, E. Kuchkarov, On the lower bound of spectrum of the Schroodinger's operator for some multi-particle systems, Malaysian Journal of Mathematical Sciences, 2016 T.10, №2, P. 61-74.

KASR TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMALARGA QO'YILGAM ARALASH MASALALAR

Kuchkorov E.I.[1], Abduvaliyeva Sh.Q.[2]
[1]O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekistan;
e_kuchkorov@mail.ru
[2]O'zbekiston Milliy unversiteti, Tashkent, O'zbekistan;
abduvaliyevashahnoza56@gmail.com

Quyidagi issiqlik tarqalish tenglamasini qaraylik:

$$\partial_t^\alpha u(x,t) = k(x)u_{xx}(x,t),\ x \in (0,l),\ t \in (0,T), \tag{1}$$

$$u(0,t) = u(l,t) = 0,\ t \in [0,T],\ u(x,0) = \varphi(x),\ 0 \leq x \leq l, \tag{2}$$

bu yerda $k(x) = a^2\theta(x)\theta(l/2-x) + b^2\theta(x-l/2)\theta(l-x)$, $\alpha \in (0,1)$, vaqt bo'yicha olingan hosila Kaputo ma'nosida tushuniladi, ya'ni $\partial_t^\alpha u(x,t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)}\int\limits_0^t \frac{1}{(t-s)^\alpha} \cdot \frac{\partial u(x,s)}{\partial s} ds$, $\theta(x)$ – Heviasayda funksiyasi. Ravshanki $\varphi(0) = \varphi(l) = 0$ va $u(l/2-0,t) = u(l/2+0,t)$ va $u_x(l/2-0) = u_x(x/2+0,t)$ shartlar barcha $t \in (0,T)$ da bajarilishi zarur.

Vaqt bo'yicha hosila kasrt tartibli bo'lgan parabolik tipdagi tenglamalar bilan bog'liq bo'lgan to'g'ri va teskari masalalar bugungi kunda dolzarb ilmiy tadqiqot obyektlari bo'lib kelmoqda [1],[2],[3].

Aytaylik $H_0^m(0,l)$ Sobolev fazosi, $C\Big((0,T), H_0^m(0,l)\Big)$, $m \in \mathbb{N}$ fazo esa qiymatlari $H_0^m(0,l)$ fazoda bo'lgan t bo'yicha yzluksiz funksialar sinfi bo'lsin. Ushbu ishda olingan asosiy natijani keltiramiz.

Teorema. *Aytaylik $\varphi \in H_0^1(0,l)$ bo'lsin. Agar a/b son ratsional son bo'lsa (*1)-(2) *masalaning yechimi mavjud va yagona.*

Teoremaning natijasi $k(x)$ funksiya silliq bo'lganda, ya'ni $a = b$ bo'lsa avvalgi ishlardan kelib chiqadi. Shuni ta'kidlaymizki (1) tenglamaning koeffitsiyenti $k(x)$ funksiya $x = l/2$ nuqtada birinchi tur uzilishga ega. Mualliflarga ma'lum bo'lgani shuki, bu hol boshqa mualliflar tomonidan qaralmagan.

Bu ko'rinishdagi masalalar issiqlik o'tkazuvchanligi turli xil bo'lgan ikkita turli xil muhitda issiqlik almashish jarayonini tavsiflaydi.

Adabiyotlar

1. Sh. Alimov, R. Ashurov, Inverse problem of determining an order of the Caputo time-fractional derivative for a subdiffusion equation, J. Inverse Ill-Posed Probl. 2020;

28(5): 651– 658.
2. Sh. Alimov, R. Ashurov. On the backward problems in time for time-fractional subdiffusion equations. Fractional Differential Calculus Volume 11, Number 2 (2021), 203– 217.
3. Sakamoto K and Yamamoto M, Initial value/boundary value problems for fractional diffusion-wave equations and applications to some inverse problems, J. Math. Anal. Appl. 382 (2011) 426 – 447.

VAQT BO'YICHA HOSILA KASR TARTIBLI DIFFUZIYA TENGLAMASI HAQIDA

Kuchkorov E.I.[1], Abduvaliyeva Sh.Q.[2]
[1]O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekistan;
e_kuchkorov@mail.ru
[2]O'zbekiston Milliy unversiteti, Tashkent, O'zbekistan;
abduvaliyevashahnoza56@gmail.com

Quyidagi issiqlik tarqalish tenglamasini qaraylik:

$$\partial_t^\alpha u(x,t) = u_{xx}(x,t) + q(x)k(x)u(x,t),\ x \in (0,l),\ t \in (0,T), \tag{1}$$

$$u(0,t) = u(l,t) = 0,\ t \in [0,T],\ u(x,0) = \varphi(x),\ 0 \le x \le l, \tag{2}$$

bu yerda $q \in C(0,l)$ va $k(x) = a^2\theta(x)\theta(l/2-x) + b^2\theta(x-l/2)\theta(l-x)$, $\alpha \in (0,1)$, vaqt bo'yicha olingan hosila Kaputo ma'nosida, ya'ni

$$\partial_t^\alpha u(x,t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int\limits_0^t \frac{1}{(t-s)^\alpha} \cdot \frac{\partial u(x,s)}{\partial s} ds,$$

$\theta(x)$ – Heviasayda funksiyasi.

Kasr tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalar bilan bog'liq to'g'ri va teskari masalalar bo'yicha muhim natijalar olingan. Bu natijalar bilan [1], [2], [3] ishlarda tanishishingiz mumkin. Biz qarayotgan holda tenglamaning koeffitsiyenti $q(x)k(x)$ funksiya $x = l/2$ nuqtada uzilishga ega.

Aytaylik $H_0^m(0,l)$ Sobolev fazosi, $C\Big((0,T), H_0^m(0,l)\Big)$, $m \in \mathbb{N}$ fazo esa qiymatlari $H_0^m(0,l)$ fazoda bo'lgan t bo'yicha yzluksiz funksialar sinfi bo'lsin. Asosiy natijani keltiramiz.

Teorema. *Aytaylik $\varphi \in H_0^1(0,l)$ bo'lsin. U holda (*1*)-(*2*) masalaning yechimi mavjud va yagona.*

Teoremaning natijasi $k(x)$ funksiya silliq bo'lganda, ya'ni $a = b$ bo'lsa avvalgi ishlardan kelib chiqadi. Shuni ta'kidlaymizki (1) tenglamaning koeffitsiyenti $k(x)$ funksiya $x = l/2$ nuqtada birinchi tur uzilishga ega.

Adabiyotlar

1. Sh. Alimov, R. Ashurov, Inverse problem of determining an order of the Caputo time-fractional derivative for a subdiffusion equation, J. Inverse Ill-Posed Probl. 2020; 28(5): 651– 658.
2. Sh. Alimov, R. Ashurov. On the backward problems in time for time-fractional subdiffusion equations. Fractional Differential Calculus Volume 11, Number 2 (2021), 203– 217.
3. Sakamoto K and Yamamoto M, Initial value/boundary value problems for fractional diffusion-wave equations and applications to some inverse problems, J. Math. Anal. Appl. 382 (2011) 426 – 447.

Kasr tartibli parabolik tenglama bilan tavsiflanuvchi issiqlik tarqalish jarayonini boshqarish haqida

Kuchkorov E.I.[1], Jangibayev I.U.[2]
[1]O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekistan;
e_kuchkorov@mail.ru
[2]O'zbekiston Milliy unversiteti, Tashkent, O'zbekistan;
ilhomjangibayev@gmail.com

Quyidagi vaqt bo'yicha hosilasi kasr tartibli bo'lgan parabolik tenglamani qaraylik:

$$\begin{cases} \partial_t^\alpha u(x,t) = u_{xx}(x,t), \quad (x,t) \in (0,l) \times (0,T), \\ u_x(0,t) = \mu(t), \quad u_x(l,t) = 0, \quad t \in (0,T), \\ u(x,0) = 0, \quad x \in (0,l), \end{cases} \tag{1}$$

bu yerda $\mu(t)$ funksiya boshqaruv funksiyasi, α esa $0 < \alpha < 1$ shartni qanoatlantiruvchi istalgan haqiqiqy son, vaqt boyicha olingan hosila esa Kaputo ma'nosida tushuniladi, ya'ni $\partial_t^\alpha u(x,t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int\limits_0^t \frac{\partial u(x,s)}{\partial s} \frac{ds}{(t-s)^\alpha}$, kabi tushuniladi, $\Gamma(\alpha)$ – Eylerning Gamma funksiyasi.

Masala. Berilgan $\theta(t)$ funksiya uchun shunday boshqaruv funksiyasi $\mu(t)$ ni topish kerakki, bunda (1) masala yagona yechimga ega bo'lsin va yechim uchun

$$\frac{1}{l} \int\limits_0^l u(x,t)dx = \theta(t), \quad t > 0 \tag{2}$$

shart bajarilsin.

Vaqt bo'yicha hosila butun son bo'lganda, ya'ni $\alpha = 1$ holda o'rtacha temperaturani boshqarish masalalarini tadqiq qilish bo'yicha ko'plab natijalar olingan. Bu bo'yicha umumiy ma'lumotlar ([1],[2],[3],[4]) ishlarda batafsil keltirilgan.

Ushbi ishda [1],[2] ishda ishlab chiqilgan usuldan foydalanib quyidagi natija olingan. $W_2^2(R)$ – Sobolev fazosi bo'lsin.

Teorema. Aytaylik $\theta \in W_2^2(R)$ istalgan funksiya bo'lsin. U holda shunday $\mu(t)$ boshqaruv funksiyasi mavjudki, bunda (1)-(3) masala yagona yechimga ega va bu yechim uchun (2) tenglik bajariladi.

References

1. **Fattorini H.O.** *Time and norm optimal control for linear parabolic equations: necessary and sufficient conditions, Control and Estimation of Distributed Parameter Systems*, International Series of Numerical Mathematics, vol. 126, Birkhauser, Besel, pp. 151-168 (2002).
2. **Albeverio S., Alimov Sh.A.** *On one time-optimal control problem associated with the heat exchange process*. Applied Mathematics and Optimization, 47, no. 1, pp. 58-68 (2008).
3. **Alimov Sh.A., Dekhkonov F.N.** *On a control problem associated with fast heating of a thin rod*, Bulletin of National University of Uzbekistan, Vol. 2: Iss. 1, Article 1, 2019.
4. **Dekhkonov F.N.** *On a time-optimal control of thermal processes in a boundary value problem*, Lobachevskii journal of mathematics, 43:1(2022), p. 192-198.

UZILISHLI KOEFFITSIENTLI PARABOLIK TENGLAMA UCHUN CHEGARAVIY MASALA

Kuchkorov E.I.[1], Samijonov M.O.[2]
[1]O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekistan;
e_kuchkorov@mail.ru
[2]O'zbekiston Milliy unversiteti, Tashkent, O'zbekistan;
samijonovmuzaffar93@gmail.com

$L_2(G)$ fazoda aniqlanish sohasi $D(L) = C_0^\infty(G)$ bo'lgan $L(x, D) = \Delta + q(x)$ operatorni qaraymiz, bu yerda $G = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x_1 < \pi, 0 < x_2 < \pi\}$– soha,

$$q(x) = q(x_1, x_2) = \frac{\chi_R(x_2)}{|x_2|^\tau}, \quad 0 < \tau < 1/2 \tag{1}$$

potensial, $\chi_R(t) \in C_0^\infty([0, \infty))$ shundayki bunda $t \in [0, R]$ da $\chi_R(t) \equiv 0$, $t2R$ da $\chi_R(t) \equiv 0$ bo'lgan funksiya, $R \in (0, 1)$ tayinlangan son. L operator simmetrik, uning diskret spektrga ega bo'lgan biror o'z-o'ziga qo'shma kengatmasini $\hat{L}$ orqali belgilaymiz. $\hat{L}$ operatorning xos sonlarini $\{\mu_n^2\}_{n=1}^\infty$ kabi, xos funksiyalarini esa $\{\omega_n(x)\}_{n=1}^\infty$ orqali belgilaymiz. Ma'lumki $\{\omega_n(x)\}_{n=1}^\infty$ funksiyalar sistemasi $L_2(G)$ fazoda ortonormal bazis tashkil qiladi.

Quyidagi chegaraviy masalani qaraymiz:

$$u_t(x, t) = L(x, t)u(x, t), \quad (x, t) \in G \times (0, T) \tag{2}$$

$$u(x, t)\Big|_{\partial G} = 0, \quad t \in [0, T], \tag{3}$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad x \in G. \tag{4}$$

Chegaraviy (2)-(4) masalani Furye usulida yechamiz. Boshlang'ich $\varphi(x)$ funksiyaning $\omega_n(x)$ xos funksiyalar bo'yicha Furye koeffitsientlarini $\varphi_n = \int\limits_G \varphi(x)\omega_n(x)dx$ kabi belgilaymiz.

Teorema. *Faraz qilaylik $\varphi \in C^1(G)$ va $\varphi(x)|_{\partial G} = 0$ bo'lsin. U holda* (2)-(4) *masalaning yechimi $u(x, t)$ mavjud va yagona, hamda yechim*

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n e^{-\mu_n^2 t} \omega_n(x) \tag{5}$$

ko'rinishda ifodalanadi.

Bu natija koeffitsiyenti uzilishli bo'lgan parabolik tenglamalar uchun teskari masalani yechishning birinchi bosqichi hisoblanadi. Teskari masalani yechishda [1],[2],[3] ishlarda ishlab chiqilgan usuldan foydalaniladi.

References

1. Р. Латтес, Ж.-Л. Лионс, Метод квазиобращения и его приложения, Москва 1970, Издательство Мир, - 336 С.
2. Sh. Alimov, R. Ashurov. On the backward problems in time for time-fractional subdiffusion equations. Fractional Differential Calculus Volume 11, Number 2 (2021), 203– 217.
3. J.J. Liu, M. Yamamoto, A backward problem for the time-fractional diffusion equation, Applicable Analysis, 89:11, 1769-1788.

PARABOLIK TENGLAMA UCHUN TESKARI MASALANI YECHISHNING lIONS -lATTES USULI HAQIDA

Kuchkorov E.I.[1], Samijonov M.O.[2]
[1]O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekistan;
e_kuchkorov@mail.ru
[2]O'zbekiston Milliy unversiteti, Tashkent, O'zbekistan;
samijonovmuzaffar93@gmail.com

$L_2(G)$ fazoda aniqlanish sohasi $D(L) = C_0^\infty(G)$ bo'lgan $L(x, D) = \Delta - q(x)$ operatorni qaraymiz, bu yerda $G = \{x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x_1 < \pi, 0 < x_2 < \pi\}$– soha, $q(x) = \chi_R(x_2)|x_2|^{-\tau}, \quad 0 < \tau < 1/2$, $\chi_R(t) \in C_0^\infty([0, \infty))$ shundayki bunda $t \in [0, R]$ da $\chi_R(t) \equiv 1$, $t2R$ da $\chi_R(t) \equiv 0$ bo'lgan funksiya, $R \in (0, 1)$ tayinlangan son.

Quyidagi chegaraviy masalani qaraymiz:

$$\begin{cases} u_t(x,t) = L(x,t)u(x,t), \quad (x,t) \in G \times (0,T); \\ u(x,t)\Big|_{\partial G} = 0, \quad t \in [0,T], \\ u(x,0) = \varphi(x), \quad x \in G. \end{cases} \tag{1}$$

Aytaylik $u(x, t)$ funksiya (2) masalaning yechimi bo'lsin. Faraz qilaylik

$$u(x,T) = g(x) \tag{2}$$

ma'lum bo'lsin. Berilgan $g(x) \in L_2(G)$ funksiyaga mos $\varphi(x) \in L_2(\Omega)$ funksiyani topish masalasini qaraymiz. Bu masala teskari masala. Parabolik tipdagi tenglamalar bilan bog'liq shu ko'rinishdagi teskari masalani yechishning usullaridan biri Lattes-Lionsning kvazi teskarilash usilidir. Quyidagi yordamchi masalani qaraymiz:

$$\begin{cases} u_t(x,t) = (L + \alpha L^2)u(x,t), \quad (x,t) \in G \times (0,T); \\ u(x,t)\Big|_{\partial G} = 0, \quad t \in [0,T], \\ u(x,T) = g(x), \quad x \in G. \end{cases} \tag{3}$$

$u_\alpha(x, t, g)$ bilan (3) masalaning yechimini belgilaylik, bu yerda α parametr. Isbotlash mumkinki (3) tenglama yagona yechimga ega. Biz bu yechimni $u_\alpha(x, t, g)$ kabi belgilaymiz.

Teorema. *Aytaylik* $||g - \overline{g}||_{L_2(G)} < \delta$ *bo'lsin. U holda shunday* $\overline{\varphi}_{\alpha(\delta)}(x) = u_\alpha(x, t, \overline{g}) \in L_2(G)$ *funksiyalar ketmaketligi mavjudki bunda istalgan* $\delta \to 0$ *uchun shunday* $\alpha(\delta) \to 0$ *sonlar topiladiki* $||\varphi(x) - \overline{\varphi}_{\alpha(\delta)}||_{L_2(G)} \to 0$ *bo'ladi.*

Teskari masalani yechishda [1],[2],[3] ishlarda ishlab chiqilgan usuldan foydalaniladi.

References

1. Р. Латтес, Ж.-Л. Лионс, Метод квазиобращения и его приложения, Москва 1970, Издательство Мир, - 336 С.
2. Sh. Alimov, R. Ashurov. On the backward problems in time for time-fractional subdiffusion equations. Fractional Differential Calculus Volume 11, Number 2 (2021), 203– 217.
3. J.J. Liu, M. Yamamoto, A backward problem for the time-fractional diffusion equation, Applicable Analysis, 89:11, 1769-1788.

BO'LAKLI SILLIQ FUNKSIYANING FURYE QATORINING YAQNILASHISHI HAQIDA

Kuchkorov E.I.[1], Shermuxamedob B.A.[2]
[1]O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekistan;
e_kuchkorov@mail.ru
[2]O'zbekiston Milliy unversiteti, Tashkent, O'zbekistan;
shermuxammedovbaxtiyor47@gmail.com

Ω – tekislikdagi markazi koordinata boshida radiusi R ga teng bo'lgan doira, $q(x, y) = q(\sqrt{x^2 + y^2}) \in L_2(\Omega)$ bo'lgan, nomanfiy istalgan radial simmetrik funksiya bo'lsin. $L_2(\Omega)$ fazoda aniqlanish sohasi $D(L) = C_0^\infty(\Omega)$ bo'lgan quyidagi $Lu = -\Delta u + q(r)u$ opertorni qaraymiz. Shuni ta'kidlash joizki, qaralayotgan operatorning potensiali $q(r)$, nol nuqtada maxsuslikka ega bo'lishi mumkin.

Aytaylik $u(x, y)$ funksiyalar

$$\begin{cases} \Delta u(x, y) + \lambda u(x, y) = q(x, y)u(x, y), \\ u(x, y)|_{\partial\Omega} = 0, \end{cases} \tag{1}$$

masalaning noldan farqli yechimi bo'lsin. Biz bu funksiyalarni xos funksiyalar deb ataymiz. Ma'lumki L operator simmetrik bo'ladi va uni K.Fridrixs teoremasiga asosan o'z-o'ziga qo'shma kengaytirish mumkin. Bizning holimizda L operatorning barcha xos sonlari va xos funksiyalari oshkor topiladi. Agar karraliligini ham hisoblasak (1) operatorning xos sonlarini o'sish tartibida $\{0 < \lambda_1 < \lambda_2 \leq \lambda_3 \leq \ldots\}$ kabi, ularga mos xos funksiyalarni esa $u_n(x, y)$ bilan belgilaymiz. Istalgan $f \in L_2(\Omega)$ funksiyaning $u_n(x, y)$ xos funksiyalar bo'yicha Furye koeffitsiyentini f_n bilan belgilaymiz. Berilgan f funksiya Furye qatorining qismiy yig'indisi deb

$$E_\lambda f(x, y) = \sum_{\lambda_n < \lambda} f_n u_n(x, y) \tag{2}$$

yig'indiga aytamiz. Aytaylik G– soha, chegarasi $\partial G = \{(x, y) \in \Omega : \; b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2\}$ ellipsdan iborat qism soha bo'lsin. G sohaning xarakteristik funksiyasini χ_G orqali belgilaylik, ya'ni $\chi_G(x, y) = 1$ agar $(x, y) \in G$, $\chi_G(x, y) = 0$ agar $(x, y) \in \Omega \setminus \overline{G}$ va $\chi_G(x, y) = 1/2$ agar $(x, y) \in \partial G$ bo'lsa.

Teorema. Aytaylik $q \in L_2(\Omega)$ va $\alpha \in (0, 1/2)$ bo'lsin. U holda istalgan $(x, y) \in \Omega$ nuqtada $f(x, y) = \chi_G(x, y)$ bo'lakli silliq funksiyaning Furye qatori yaqinlashadi:

$$\lim_{\lambda\to\infty} \lambda^{-\alpha}|E_\lambda f(x, y) - f(x, y)| = 0.$$

Teoremaning isboti har bir xos funksiya uchun o'rinli bo'lgan Titchmarshning o'rta qiymat formulasi va Sh. Alimov tomonidan ishlab chiqilgan usulga asoslanadi, bunda L operatorning xos funksiyalarining oshkor ko'rinishidan va $q(r)$ potensialning sferik simmetrikligidan foydalaniladi.

References

1.**Alimov, Sh. A**. *On the smoothness of mean values of functions with summable spectral expansion.* Differ. Equ. 48, No. 4, 506-516 (2012).
2.**Alimov, Sh. A**. *On spectral expansions of piecewise smooth functions depending on the geodesic distance.* Differ.Equ. 46, No. 6, 827-839 (2010).
3. **Pinsky M.A., Stanton N.K**., and **Trapa P.E**., *Fourier Series of Radial Functions in Several Variables,* J. Funct. Analysis, 1993, vol. 116, pp. 111 - 132.
4. **Кучкоров Э.И**. *О равномерной сходимости спектрального разложения кусочно-гладкой функции по собственным функциям оператора Шроедингера с сингулярными коэффициентами*, Вестник НУУз. 2006. №2. С.42-47.
5. **Кучкоров Э.И**. *Равномерная сходимость спектральных разложений кусочно-гладких функций в двумерной области, отвечающих оператору Шроедингера с потенциалом удовлетворяющим условию Штумеля.* Вестник УзМУ, 2013 г. №26, С. 90-95.

Kasr tartibli tenglamalarda manba funksiyasini topish bo'yicha teskari masala

Latipova Sh.[1]
[1]O'zbekiston Milliy universiteti magistranti;
latipovashahnoza971@gmail.com

Ushbu tezisda kasr tartibli xususiy hosilali differensial tenglamaning o'ng tomonini topish bo'yicha teskari masala o'rganilgan. Quyidagi masalani qaraylik,

$$D_t^p u(x,t) - a^2 u_{xx}(x,t) = f(x), \qquad 0 < t \le T, \tag{1}$$

$$u(x,+0) = \varphi(x), \qquad 0 < x < l, \tag{2}$$

$$u(0,t) = 0, \qquad 0 < t \le T, \tag{3}$$

$$u(l,t) = 0, \qquad 0 < t \le T. \tag{4}$$

bu yerda $\varphi(x)$ berilgan funksiyalar, $a-$ o'zgarmas son, $\xi-$ fiksirlangan nuqta, D_t^p- Caputo ma'nosidagi ρ, $0 < \rho < 1$ [1] tartibli kasr tartibli hosila belgilangan.

Faraz qilaylik (1) - (4) masalada $u(x, t)$ funksiyadan tashqari $f(x)$ funksiya ham noma'lum bo'lsin. Bu masalani yechish uchun bizga qo'shimcha shart kerak boladi. Biz qo'shimcha shart sifatida quyidagi shartni olamiz:

$$u(x,\tau) = \psi(x), \qquad 0 < \tau < T. \tag{5}$$

Ushbu (1) - (5) masalada $u(x,t)$ va $f(x)$ funksiyalarni topish masalasiga tenglamaning o'ng tomonini topish bo'yicha teskari masala deb ataladi. Ushbu maqolada (1) - (5) masalaning yechimi mavjud va uning yagonaligi isbotlangan.

References

1 A.A. Kilbas, H.M. Srivastava, J.J. Trujillo, Theory and Applications of Fractional Differential Equations, Elsevier (2006).

2 R. Ashurov, Yu. Fayziev, "On the nolocal boundary value problems for time-fractional equations,"Fractal and Fractional, 6, 41 (2022).

Markaziy limit teoremada yaqinlashish tezligining bahosi

M. A. Maxmadiyorova[1]

[1]O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
maxmadiyorovamaftuna275@gmail.com

Faraz qilaylik $\{X_i, i = 1,2,...\}$ bog'liqsiz bir xil taqsimlangan ikkinchi momenti mavjud tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi bo'lsin. Umumiylikka zarar keltirmagan holda

$$EX_1 = 0, EX_1^2 = \sigma^2 > 0, v(t) = Ee^{itX_1}, F_n(x) = P\left(\frac{1}{\sigma\sqrt{n}}\sum_{i=1}^{n} X_j < x\right)$$

deb faraz qilamiz. Bu holda tasodifiy miqdorlar yig'indisining taqsimoti $F_n(x)$ uchun markaziy limit teorema o'rinli bo'lib, uni asimptotik normal deyiladi. Amaliyotda juda ko'p masalalar shu yaqinlashish tezligini hisobga olish bilan bog'liq bo'ladi.

Ushbu maqola markaziy limit teoremalardagi yaqinlashish tezligini baholashga bag'ishlangan.

Teorema. Agar qadaydir butun $k \geq 3$ uchun $E|X_1|^k <\propto$ bo'lsa , u holda barcha x va n lar uchun

$$(1+|x|)^{-k-1}\int |y|^{k+1}dV(y)(\sup_{|t|\geq\sigma}|v(t)|+\frac{1}{2n})^n n^{k*(k+1)/2}(1+|x|)^{-k-1}$$

o'rinli bo'ladi, bu yerda $\delta = \frac{\sigma^2}{12E|X_1|^3}$ va c(k) - faqat k ga bog'liqli musbat o'zgarmas son.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. В.В.Петров. Суммs независимых случайных величин. Издательство Наука, Москва, 1972, 416с.

G_δ va F_σ to'plamlar xossalari

Maxmatqulova Hikoyat

O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston

hikoyatmaxmatqulova@gmail.com

X topologik fazoda Borel to'plamlari deb quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi φ oilasini tushunamiz:

1. φ oilasi X fazoning barcha ochiq qism to'plamlarini o'z ichiga oladi;
2. agar $A\epsilon\varphi$ bo'lsa, $X\backslash A\epsilon\varphi$
3. agar $i = 1, 2, ...$ uchun $A_i\epsilon\varphi$ bo'lsa, $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i\epsilon\varphi$.

Borel to'plamlarini aniqlashda 1 shart o'rnini 1' shart bilan almashtirish mumkin, ya'ni φ oilasi X fazoning barcha yopiq to'plamlarini o'z ichiga oladi, 3 shart esa 3' shart bilan almashtirilishi mumkin, ya'ni agar $i = 1, 2, ...$ uchun $A_i\epsilon\varphi$ bo'lsa, $\bigcap\limits_{i=1}^{\infty} A_i\epsilon\varphi$.

Aslida, 1' va 2 shartlarni birlashtirish 1 va 2 shartlarni birlashtirish bilan ekvivalent. 2 va 3' shartlarni birlashtirish esa, 2 va 3 shartlarni birlashtirish bilan ekvivalentdir.

Borel to'plamlari ochiq va yopiq to'plamlardan iborat, demak yopiq to'plamlarning sanoqli sondagi birlashmasi va ochiq to'plamlarning sanoqli sondagi kesishmasi ham borel to'plamiga tegishli.

Ochiq to'plamlarning sanoqli sondagi kesishmasi G_δ - to'plamlari deb nomlanadi. Ikkita G_δ - to'plamini birlashtirish G_δ to'plam hisoblanadi. G_δ - to'plamning sanoqli kesishmasi G_δ - to'plam bo'ladi.

Yopiq to'plamlarning sanoqli sondagi birlashmasi F_σ - to'plam deyiladi. Ikkita F_σ - to'plamlarning kesishishi yana F_σ - to'plam bo'ladi. F_σ - to'plamlarning sanoqli birlashmasi F_σ - to'plam bo'ladi.F_σ - to'plamlarning qo'shmasi G_δ - to'plamlari hisoblanadi va aksincha.

Teorema: G_δ - to'plam to'g'ri ko'paytmada saqlanadi.

Isbot. $K = \bigcap\limits_{i=1}^{\infty} S_i, S_i$ - ochiq to'plamlar, $A = \bigcap\limits_{i=1}^{\infty} A_j, A_j$ - ochiq to'plamlar bo'lsin. $K \times A = \bigcap\limits_{i=1}^{\infty} S_i \times \bigcap\limits_{i=1}^{\infty} A_j = \bigcap\limits_{i=1}^{\infty}(\bigcap\limits_{j=1}^{\infty}(S_i \times A_j)$ tengliklar o'rinli.

Natija: Agar $K \subset X$ to'plam to'g'ri kp'paytmada G_δ - tipdagi to'plam bo'lsa, u holda K^n to'plam ham G_δ - tipdagi to'plam bo'ladi.

Teorema: F_σ - to'plam to'g'ri ko'paytmada saqlanadi.

Isbot. $M = \bigcup\limits_{i=1}^{\infty} U_i, U_i$ - yopiq to'plamlar, $N = \bigcup\limits_{i=1}^{\infty} V_j, V_j$ - yopiq to'plamlar bo'lsin. $M \times N = \bigcup\limits_{i=1}^{\infty} U_i \times \bigcup\limits_{i=1}^{\infty} V_j = \bigcup\limits_{i=1}^{\infty}(\bigcup\limits_{j=1}^{\infty}(U_i \times V_j)$ tengliklar o'rinli.

Natija : Agar $M \subset X$ to'plam to'g'ri ko'paytmada F_σ - tipdagi to'plam bo'lsa, u holda M^n to'plam ham F_σ - tipdagi to'plam bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Энгелкинг Р. Общая топология. Мир, Москва, 1986, 752 стр.
2. Садовничий Ю.Б.,Бешимов Р.Б., Жураев Т.Ф. Топология, Ташкент, Университет, 2021, 200 стр.

3. Александрян Р.А., Мирзаханян Э.А. Общая топология, Москва:Высщая школоа, 1979, 336 стр.

4. Maxmatqulova H.G'. "Borel to'plamlarining xossalari". "Yosh matematiklarning yangi teoremalari-2022"Respublika ilmiy-amaliy anjumani. Namangan. 13-14 may 2022y, 61-62 bet.

S^2 SIMPLEKSDA ANIQLANGAN UZILISHGA EGA KVADRATIK STOXASTIK OPERATORNING DINAMIKASI

Mexmonbayeva G.M.[1], Xomidova S.D.[2]

[1]Namangan Davlat universiteti, Namangan, O‘zbekiston;
gulsoramexmonbayeva@gmail.com
[2]O‘zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O‘zbekiston;

Ushbu ishda S^2 simpleksda aniqlangan V operatordan hosil bo‘lgan dinamik sistemani qaraymiz.

$$S^2 = \{x = (x_1, x_2, x_3) \in R^3 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_1 + x_2 + x_3 = 1\}.$$

$$int\, S^2 = \{x = (x_1, x_2, x_3) \in S^2 : x_1 > 0, x_2 > 0, x_3 > 0\}.$$

$\boldsymbol{x}_1 = (1, 0, 0)$, $\boldsymbol{x}_2 = (0, 1, 0)$, $\boldsymbol{x}_3 = (0, 0, 1)$ nuqtalarga simpleksning uchlari deyiladi.
V operatorni quyidagicha ta’riflaymiz:

$$V(\mathbf{x}) = \begin{cases} V_1(\mathbf{x}), & y \geq z \\ V_2(\mathbf{x}), & y < z \end{cases} \tag{104}$$

bu yerda $\mathbf{x} = (x, y, z) \in S^2$, $a, b, c \in [0, 1]$ va

$$V_1 = \begin{cases} x' = x(1 - az + cy) \\ y' = y(1 - bz - cx) \\ z' = z(1 + ax + by) \end{cases} \qquad V_2 = \begin{cases} x' = x(1 - ay + cz) \\ y' = y(1 + bz + ax) \\ z' = z(1 - by - cx). \end{cases}$$

Agar $a^2 + b^2 + c^2 = 0$ bo‘lsa, u holda (104) operator ayniy bo‘ladi. Shuning uchun bu holni qaramaymiz.

$V(x) = x$ tenglikni qanoatlantiruvchi nuqtalar V operatorning qo‘zg‘almas nuqtalari deyiladi va V operatorning qo‘zg‘almas nuqtalari to‘plamini $\mathrm{Fix}(V)$ orqali belgilanadi.
Lemma 1. *Qo‘zg‘almas nuqtalar to‘plami uchun quyidagilar o‘rinli:*

1) *agar* $b \cdot c \neq 0$ *bo‘lsa, u holda* $\mathrm{Fix}(V) = \{\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{x}_3\}$*;*

2) *agar* $a = c = 0$, $b \neq 0$ *yoki* $a \cdot b \neq 0$, $c = 0$ *bo‘lsa, u holda* $\mathrm{Fix}(V) = \{\boldsymbol{x} = (x, y, z) \mid y \cdot z = 0\}$*;*

3) *agar* $b = 0$, $a \cdot c \neq 0$ *yoki* $b = a = 0$ *va* $c \neq 0$ *bo‘lsa, u holda* $\mathrm{Fix}(V) = \{\boldsymbol{x} = (x, y, z) \mid x = 0\} \cup \{\boldsymbol{x}_1\}$*;*

4) *agar* $b = c = 0$, $a \neq 0$ *bo‘lsa, u holda* $\mathrm{Fix}(V) = \{\boldsymbol{x} = (x, y, z) \mid x \cdot y \cdot z = 0\}$.

Agar $b = c = 0$ va $a \neq 0$ bo‘lsa, u holda (104) operator quyidagicha ko‘rinishda bo‘ladi:

$$V_a(\mathbf{x}) = \begin{cases} V_{1,a}(\mathbf{x}), & y \geq z \\ V_{2,a}(\mathbf{x}), & y < z \end{cases} \tag{105}$$

bu yerda

$$V_{1,a} = \begin{cases} x' = x(1 - az) \\ y' = y \\ z' = z(1 + ax) \end{cases} \qquad V_{2,a} = \begin{cases} x' = x(1 - ay) \\ y' = y(1 + ax) \\ z' = z. \end{cases}$$

Lemma 2. *$V_a(A) \subset A$ munosabatni qanoatlantiruvchi $A \subset int\, S^2$ to‘plam mavjud emas.*

Adabiyotlar

1. Usmonov J.B. On dynamics of a discontinuous Volterra operator. Uzbek Mathematical Journal, 2021, Volume 65, Issue 2, 10 p., doi:10.29229/uzmj.2021- 2-15.

Kesishmaydigan bloklar usulida dispersiyani baholash

L.E.Mo’minjonova[1]

[1]O’zbekiston Milliy universiteti, Tashkent, O’zbekiston;
mirahmedovergash@gmail.com

Farraz qilaylik $\{X_i, n \in Z\}$ statsionar tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi bo’lsin.

Berilgan $X_1, X_2, ..., X_n$ tanlanmani bloklarga ajratamiz, bunda $B_i = \{X_{p(i-1)+1}, X_{p(i-1)+2}, ..., X_{ip}\}, i = \overline{1,k}, k = \left[\frac{n}{p}\right]$ bloklardan bog’liqsiz va tasodifiy k marta bloklarni bir xil $\frac{1}{k}$ ehtimollik bilan tanlaymiz [1]. Tanlangan bloklarni ketma-ket qo’yib quyidagi butstrep tanlanmani hosil qilamiz:

$X_1^*, X_2^*, ..., X_m^*$ bu yerda $m = kp, p < n$

Markaziy limit teoremadan qo’shimcha shartlarda quyidagi munosabat kelib chiqadi:

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} (X_i - EX_i) \Rightarrow N(0, \sigma^2)$$

bu yerda $N(0, \sigma^2)$ matematik kutilmasi nol va dispersiyasi σ^2 bo’lgan Gauss tasodifiy miqdori

$$\sigma^2 = DX_1 + 2 \sum_{i=1}^{\propto} cov(X_1, X_{i+1})$$

Biz markaziy limit teorema shartlarini qanoatlantiruvchi $\{X_n, n \geq 1\}$ ketma - ketliklarni olib va yuqoridagi keltirilgan kesishmaydigan bloklar usulida σ^2 ni baholash masalasi taxlil qildik. Ma’ruzada olingan natijalar keltiriladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

[1].S.N.Lahiri. Resampling Methods for Dependent Data. Springer Series in Statistics , 2003

Ikkinchi tip klassik soha avtomorfizmlari va ularning xossalari

Q.SH. Moshoribova[1]
[1]Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston
qmasharibova@gmail.com

Q.S. Erkinboyev[2]
[2]Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti Toshkent, O'zbekiston,
Urganch davlat universiteti Urganch, O'zbekiston
qerkinboyev@gmail.com

Ikkinchi tip klassik soha: $\Re_2(m,m)$-sohaning har bir elementi ushbu:

$$I^{(m)} - Z\bar{Z} > 0$$

munosabatlarni qanoatlantiruvchi m-tartibli simmetrik kvadrat matritsalardan iborat. Bunda $I^{(m)}$ -m-tartibli birlik kvadrat matritsa, $\bar{Z}$- Z ga qo'shma matritsa.

$\Re_2(m,m)$ ikkinchi tip klassik soha avtomorfizmi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\varphi(Z) = (AZ+B)\left(\bar{B}Z+\bar{A}\right)^{-1}, \tag{106}$$

bu avtomorfizmning koeffitsiyentlari

$$\bar{A}A' - \bar{B}B' = I^{(m)},\ A'B = B'A$$

shartlarni qanoatlantiradi.
Agar $A = R,\ A^{-1}B = -P$ deb belgilab (119) akslantirishni soddalashtirsak quyidagi

$$\varphi(Z) = R(Z-P)(I-P^*Z)^{-1}\bar{R}^{-1}$$

munosabatga ega bo'lamiz.
Ushbu:

$$\varphi_P(Z) = R(Z-P)(I-P^*Z)^{-1}\bar{R}^{-1}$$

akslantirish quyidagi:

$$Z \in \Re_2(m,m), \bar{R}\left(I - \bar{P}P\right)R' = I^{(m)}, RP + P\bar{R} = 0, R = R^*$$

munosabatlar bilan berilgan bo'lsin.

Teorema. $\varphi_P(Z)$ akslantirish uchun quyidagi xossalar o'rinli:
1^0. $\varphi_P(P) = 0,\ \ \varphi_P(0) = P$;
2^0. $d(\varphi_P(P)) = RdZR', d(\varphi_P(0)) = (R^*)^{-1}dZ\bar{R}^{-1}$;
3^0. Ixtiyoriy $Z, W \in \Re_2(m,m)$ uchun ushbu:

$$\det(I - \langle\varphi_P(Z), \varphi_P(W)\rangle) = \frac{\det(I - \langle P, P^*\rangle)\cdot\det(I - \langle Z, W^*\rangle)}{\det(I - \langle Z, P^*\rangle)\cdot\det(I - \langle P, W^*\rangle)}$$

munosabat o'rinli;
4^0. Ixtiyoriy $Z \in \Re_2(m,m)$ uchun

$$\det(I - \langle\varphi_P(Z), \varphi_P(Z)\rangle) = \frac{\det(I - \langle P, P\rangle)\det(I - \langle Z, Z\rangle)}{\det(I - \langle Z, P\rangle)\det(I - \langle P, Z\rangle)}$$

5^0. $\varphi_P(\varphi_P(Z)) = Z$ (involyutsiya bo'lish xossasi);
6^0. $\varphi_P(Z)$ - gomeomorfizm bo'ladi: $\varphi_P(Z) \in Aut(\Re_2(m,m))$.

Adabiyotlar ro'yxati

1. . Шабат Б.Ю. Ввудение в комплесный анализ, ч.2. мю: Наука. 1985. 464 с.
2. É.Cartan, Sur les domaines bornes homogenes de l 'espace de n variables complexes, Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg, 11(1935), pp. 116-162.
3. Хуа Ло-кеню Гармонический анализ классических областях. М.: ИЛ, 1959. 163 с.
4. Пятецкий-Шапиро И.И. Геометрия классических областей и теория автоморфных функций. М.: ИЛ., 1961 г.
5. Г. Худайберганов, А. М. Кытманов, Б. А. Шаимкулов. Анализ в матричных областях. Монография. Красноярск: Сибирский федеральный ун-т,, 2017. 297 с.

SUPERDERIVATION SPACES OF NULL-FILIFORM LEIBNIZ SUPERALGEBRAS WITH NILINDEX $m+2$

Muhammadova Sh.S[1].

[1]National University of Uzbekiston, Tashkent, Uzbekistan
muhammadavo.sh@mail.ru

This thesis is devoted to the description of null-filiform Leibniz superalgebras with nilindex $m+2$.

Definition 1. [1]. A $\mathbb{Z}_2$-graded vector space $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\bar{0}} \oplus \mathcal{L}_{\bar{1}}$ is called a Leibniz superalgebra if it is equipped with a product $[-,-]$ which satisfies the following conditions:

1. $[\mathcal{L}_\alpha, \mathcal{L}_\beta] \subset \mathcal{L}_{\alpha+\beta}, \ \alpha, \beta \in \mathbb{Z}_2$,

2. $[x,[y,z]] = [[x,y],z] - (-1)^{\alpha+\beta}[[x,z],y]$ for any $x \in \mathcal{L}, \ y \in \mathcal{L}_\alpha, \ z \in \mathcal{L}_\beta$ *(Leibniz superidentity).*

Let consider the following sequences

$$\mathcal{L}^1 = \mathcal{L}, \ \mathcal{L}^{k+1} = [\mathcal{L}^k, \mathcal{L}].\mathcal{L}^{[1]} = \mathcal{L}, \ \mathcal{L}^{[k+1]} = [\mathcal{L}^{[k]}, \mathcal{L}^{[k]}], \ k \geq 1.$$

Definition 2. A Lie superalgebra $\mathcal{L}$ is called nilpotent if there exists $s \in \mathbb{N}$ such that $\mathcal{L}^s = 0$ and the minimal natural number of s is called nilindex of $\mathcal{L}$.

Theorem 1. [2]. Let $\mathcal{L}$ $m \geq 3$ with nilindex $m+2$. Then m is odd and $\mathcal{L}$ is isomorphic to the following superalgebra::

$$\mathcal{L}: \begin{cases} [x_1, x_1] = x_2, & \\ [y_i, x_1] = y_{i+1}, & 1 \leq i \leq m-1, \\ [x_1, y_i] = -y_{i+1}, & 1 \leq i \leq m-1, \\ [y_i, y_{m+1-i}] = (-1)^{m-i} x_2, & 1 \leq i \leq m-1. \end{cases}$$

Theorem 2. Any even superderivations of the algebra $\mathcal{L}$ has the following matrix form:

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2\alpha_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3-m}{2}\alpha_1 & \beta_2 & \beta_3 & \dots & \beta_i & \dots & \beta_m \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5-m}{2}\alpha_1 & \beta_2 & \dots & \beta_{i-1} & \dots & \beta_{m-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{2i+1-m}{2}\alpha_1 & \dots & \beta_{m-i+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \frac{m+1}{2}\alpha_1 \end{pmatrix}$$

Bibliography

1. **S.Albeverio, Sh.A.Ayupov, , B.A.Omirov,** On nilpotent and simple Leibniz algebras. Comm. Algebra 33: 159-172, (2005).
2. **L.M.Camacho, J. R.Gómez, B.A.Omirov, A.Kh.Khudoyberdiyev** Complex Nilpotent Leibniz Superalgebras with Nilindex Equal to Dimension, Communications in Algebra, 41:7, 2720-2735, (2013).

MATEMATIK LINGVISTIKADA MATNLI HUJJATLAR BOG'LIQLIGINI ULARNING TAVSIFIDAGI TOPOLOGIK XOSSALARINI TAHLIL QILISH ASOSIDA HISOBLASH

Murodullayev Muminjon Oybek o'g'li[1]

[1]Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
m.o.murodullayev@gmail.com

Ekspert tomonidan beriladigan yoki klaster tahlil algoritmlari bilan aniqlanadigan hujjatlar to'plamini klassifikatsiyalash masalasi qaraladi. Hujjatlar unda berilgan to'plamdagi kalit so'zlarning uchrash chastotasining qiymatlari orqali tavsiflanadi. Sinflarning topologik xossalari ularning xom yoki latent alomatlar fazosidagi kompaktligini hisoblash orqali aniqlanadi. Hujjatlar o'rtasidagi semantik bog'lanish sinflar juftligi va har bir sinf bo'yicha alohida kompaktlik o'lchami munosabatini baholash orqali ifodalanadi.

Hujjatlarni klassifikatsiyalash axborot izlash vazifalaridan biri bo'lib, hujjat mazmuniga ko'ra hujjatni bir necha toifalardan biriga ajratishdan iborat. Bu hujjatli tilshunoslikning vazifalaridan biridir. Klassifikatsiyalash to'liq qo'lda yoki avtomatik ravishda qo'lda yaratilgan qoidalar to'plami yordamida yoki avtomatik ravishda mashinani o'rganish texnikasidan foydalangan holda amalga oshirilishi mumkin. Matn klassifikatsiyasini klasterlashdan farqlash kerak, ikkinchi holda, matnlar ham ma'lum mezonlar bo'yicha guruhlanadi, lekin oldindan belgilangan toifalar mavjud bo'lmaydi.

Hujjatlarning mazmuniga ko'ra klassifikatsiyasi. Hujjat mazmuni (ma'nosi) belgisiga asoslanadigan klassifikatsiyalar semantik deb ataladi. Ular sohalari, mavzulari, predmetlari, muammolari bo'yicha hujjat mazmuni belgisiga ko'ra tur va kichik turlarga bo'linadi. Hujjatlarni mazmuni bo'yicha klassifikatsiyalash amaliyotda rubrikatorlar, tasniflagichlar, klassifikatsiyalash jadvallari va boshqalar yordamida amalga oshiriladi. Mavzu, shuningdek asosiy semantik jihatlar leksik birliklar (kalit so'zlar, deskriptorlar) yordamida klassifikatsiyalanishi mumkin, ular hujjatlar klassifikatsiyasini tuzish uchun asos bo'lib xizmat qilishi mumkin.

Matnni tahlil qilish ma'lumotni qidirish, so'z chastotasining taqsimlanishini o'rganish uchun leksik tahlil, hujjatlarga ishlov berish, teglash(annotatsiya), ma'lumot olish, ma'lumotlarni saralab olish olish usullarini, shu jumladan havola va assotsiatsiyani tahlil qilish, vizualizatsiya va tahminiy tahlilni o'z ichiga oladi. Asosiy maqsad, tabiiy tilni qayta ishlash (NLP), turli xil algoritmlar va tahliliy usullarni qo'llash orqali matnni tahlil qilish uchun ma'lumotlarga aylantirishdir. Ushbu jarayonning muhim bosqichi - bu to'plangan ma'lumotlarni sharhlash. Matnni tahlil qilish usullari va dasturiy ta'minoti yirik firmalar, jumladan IBM va Microsoft tomonidan ishlovberish va tahlil jarayonlarini yanada avtomatlashtirish uchun hamda qidiruv va indekslash sohasida ishlovchi turli firmalar tomonidan o'z natijalarini yaxshilash usuli sifatida ham tadqiq qilinmoqda va ishlab chiqilmoqda.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Ignatyev N. A. Structure Choice for Relations between Objects in Metric Classification Algorithms // Pattern Recognition and Image Analysis. 2018. V. 28. № 4. P. 590–597.
2. Ignatev N. A., Tuliyev U. Y. 2018. Analysis of the similarity and onnectivity degree of thematic documents based on measure of compactness. Problems of Computational and Applied Mathematics. 3(15): 1–10.

NOL-FILIFORM LEYBNITS ALGEBRALARINING KVAZI-DIFFERENSIALLASHLARI

Musayev S. X.[1]

[1]O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
sardormusayev1999@mail.ru

Ma'lumki, differensiallashlar algebralarining xususiyatlarini oʻrganishda muhim o'rin tutadi. Soʻnggi yillarda algebralar differensiallashlarining bir qator umumlashmalari fanga kiritilib, ularning tasniflari va xossalari jadal suratda oʻrganilmoqda. Jumladan, algebralarning umulashgan differensiallashlari, kvazi-differensiallashlari, markaziy differensiallashlari tushunchalarini keltirib o'tishimiz mumkin. Ushbu ishda noassosiativ algebralarning muhim sinflaridan biri bo'lgan Leybnits algebralarining kvazi-differensiallashlari haqida ma'lumot berilib, nol-filiform Leybnits algebralarining barcha kvazi-differensiallashlari tasniflanadi.

Ta'rif 1. [1] F maydonda berilgan algebraning ixtiyoriy x, y, z elementlari uchun quyidagi Leybnits ayniyati oʻrinli boʻlsa:

$$[x,[y,z]] = [[x,y],z] - [[x,z],y],$$

u holda $(L, [-,-])$ algebra Leybnits algebrasi deb ataladi.

Ta'rif 2. n o'lchamli L Leybnits algebrasi uchun $dimL^i = (n+1) - i$, $1 \le i \le n+1$ munosabat o'rinli bo'lsa, u holda L nol-filiform Leybnits algebrasi deyiladi.

Ta'rif 3. [2] Agar $D \in End(L)$ akslantirish uchun shunday $\exists D' \in End(L)$ akslantirish topilib, $[D(x), y] + [x, D(y)] = D'([x,y])$ munosabat $\forall x, y \in L$ uchun oʻrinli boʻlsa, u holda ushbu D akslantirishga Leybnits algebrasining kvazi-differensiallashi deyiladi.

Ma'lumki, har bir o'lchamda izomorfizm aniqligida yagona nol-filiform Leybnits algebrasi mavjud bo'lib, berilgan bazisda bu algebraning ko'paytmalari quyidagicha bo'ladi [3]

$$NF_n : [e_i, e_1] = e_{i+1}, \ 1 \leq i \leq n-1.$$

Ushbu teoremada nol-filiform Leybnits algebrasining kvazi-differensiallashlarining tasnifini keltiramiz.

Teorema 1. Null-filiform Leybnits algebrasining ihtiyoriy kvazi-differensiallashining matritsasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\begin{pmatrix} d_{1,1} & d_{1,2} & d_{1,3} & ... & d_{1,n} \\ 0 & d_{2,2} & d_{2,3} & ... & d_{2,n} \\ 0 & d_{3,2} & d_{3,3} & ... & d_{3,n} \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & d_{n-1,2} & d_{n-1,3} & ... & d_{n-1n} \\ 0 & 0 & 0 & ... & d_{n,n} \end{pmatrix}$$

References

1. Loday J.-L. Une version non commutative des algèbres de Lie: les algèbres de Leibniz. L'Enseignement mathimatique. (1993), 39(3-4), 269–293.
2. Gao Rui, Zhang Weiwei. Generalized Derivations of Leibniz Triple System. ISSN 2616-5783 Vol.3, Issue 11: 104-111, DOI: 10.25236/AJHSS.2020.031115
3. Ayupov Sh.A., Omirov B.A. On some classes of nilpotent Leibniz algebras, Siberian Math. J., 42, 2001, 15-24.

SHARTLI EKSTREMUM MASALARINI YECHISHDA MAPLE DASTURINING QO'LLANILISHI

Mustafoyeva F.

Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti, 100174, Toshkent, O'zbekiston;
feruzamustafoyeva581@gmail.com

Faraz qilaylik, $z = f(x, y)$ funksiya $P_0(x_0, y_0)$ nuqtaning biror U atrofida aniqlangan bo'lib, $\phi(x, y) = 0$ tenglama berilgan bo'lsin.

Ta'rif. Agar U atrofning $\phi(x, y) = 0$ tenglamani qanoatlantiruvchi barcha $P(x, y)$ nuqtalarida $f(x, y) < f(x_0, y_0)$ $(f(x, y) > f(x_0, y_0))$ tengsizlik bajarilsa, $P_0(x_0, y_0)$ nuqtada $f(x, y)$ funksiya shartli maksimum(shartli minimum)ga ega deyiladi [1].

Ushbu ishda Maple dasturi [2] yordamida shartli ekstremum masalasini yechishga doir misol va uning geometrik talqini berilgan.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Sh. Alimov, R. Ashurov, Matematik analiz, 2-qism, Toshkent, 2018.
2. S. E. Sevotchenko, T. G. Kuzimicheva, Mapleda matematik masalalrni yechish usullari (ruscha), Belgorod, 2001.

SUYUQLIK BILAN TO‘YINGAN G‘OVAK-IZOTROPIK FAZODA QALIN IZOTROPIK SFERIK QATLAMDAN NOSTATSIONAR BO‘YLAMA TO‘LQINNING TARQALISHI

Musurmonova O.M.[1], Eshmurodov M.R.[2], Karimov M.M.[3]
[1,2,3] Qarshi davlat universiteti, Qarshi, O‘zbeksiton;
mmo_2704@mail.ru, muhiddin017464@gmail.com, muzaffarkarimov8803@gmail.com

Ushbu ishda suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak-izotropik muhitda ikki konsentrik sferik sirtlar bilan chegaralangan qalin izotropik sferik qatlamdan nostatsionar bo‘ylama to‘lqin tarqalishi masalasi qaralgan.

Aytaylik, suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak-izotropik fazoda mos ravishda radiuslari R_1 va R_2 bo‘lgan ikki konsentrik sferik sirtlar bilan chegaralangan izotiropik qatlam joylashgan bo‘lsin ($R_1 < R_2$). Sferik qatlam qalinligi h ga teng ($h = R_2 - R_1$). Suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak-izotropik muhit va sferik qatlam harakati (r, θ, ϑ) sferik koordinatalar sistemasida qaraladi.

Vaqtning boshlang‘ich $\tau = 0$ momentida sferik qatlamning ichki sirtiga o‘q simmetrik berilgan normal $p(\tau, \theta)$ kuchi ta’sir etadi:

$$\sigma_{rr}^{(1)}\Big|_{r=R_1} = p(\tau, \theta).$$

Suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak-izotropik muhit izotropik sferik qatlam bilan o‘zaro quyidagicha kontakt shartlarga ega:

$$\sigma_{rr}^{(1)}\Big|_{r=R_2} = \sigma_{rr}^{(2)}\Big|_{r=R_2},\ \ \sigma_{rr}^{(1)}\Big|_{r=R_2} = \sigma_{m}^{(2)}\Big|_{r=R_2},\ \ u_1^{(1)}\Big|_{r=R_2} = u_1^{(2)}\Big|_{r=R_2},\ \ u_1^{(1)}\Big|_{r=R_2} = v_1^{(2)}\Big|_{r=R_2},$$

bu yerda yuqori indekslardan “1” orqali qatlamga tegishli, “2” orqali esa muhitga tegishli funksiyalar belgilangan.

Izotropik qatlamda ko‘chish potensiali φ_1 bilan bitta bo‘ylama to‘lqin tarqaladi va qatlam harakati φ_1 potensialga nisbatan to‘lqin tenglamasi bilan tasvirlanadi. Suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak-izotropik muhitda esa ikkita bo‘ylama to‘lqin tarqaladi: birinchisi qattiq qismda, ikkinchisi esa suyuqlik qismida. Bu holda muhit harakati esa φ_2 va φ_3 potensiallarga nisbatan to‘lqin tenglamalari bilan tasvirlanadi. Boshlang‘ich shartlar bir jinsli. Boshlang‘ich-chegaraviy masala vaqt bo‘yicha Laplas integral almashtirishlari va o‘zgaruvchilarni to‘liq bo‘lmagan ajratish usuli bilan yechiladi. Tasvirlar fazosida berilgan va noma’lum funksiyalar $P_n(\cos\theta)$ Lejandr ortogonal ko‘phadlari [1] bo‘yicha cheksiz qatorlarga yoyilib, masala qatorlar koeffitsiyentlariga nisbatan cheksiz algebraik tenglamalar sistemasiga keltiriladi. Sistemaning yechimi eksponentalar bo‘yicha cheksiz qatorlar ko‘rinishida izlanib, bu qatorlar koeffitsentlargan nisbatan rekurrent munosabatlar va boshlang‘ich shartlar olingan. Bu munosabatlar qatorlar koeffitsentlari va izlanayotgan yechimni Laplas almashtirishlari parametrining ratsional funksiyalari ko‘rinishda aniqlashga va ularning tasvirlaridan originalga o‘tishda qoldiqlar nazariyasidan foydalanish imkonini beradi [2]. Tasvir fazosida kuchlanish tenzori va ko‘chish vektori komponentalari uchun formulalar olingan.

Adabiyotlar

1. Кузнецов Д.С. Специальные функции. – М.: Высшая школа, 1985. – 423 с.
2. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функции комплексного переменного.– М.: Наука, 1987. – 688 с.

Yer shari meridianning bir gradusli yoyi uzunligini hisoblashning Beruniy usuli

Narmuratov N.K.
O'zMU, Toshkent, O'zbekiston;
NarkulNarmuratov1966@mail.ru

O'zining noyob asarlari hamda olamshumul kashfiyotlari bilan jahon ilm-fani va madaniyati rivojiga beqiyos hissa qo'shgan buyuk mutafakkir va qomusiy olim, Ilk Renessans davrining yorqin namoyandasi Abu Rayhon Beruniy(973-1048) tavalludining 1050 yilligini xalqaro miqyosda keng nishonlash maqsadida 2022 yil 25 avgustda O'zbekiston Respublikasi Prezidentining PQ-361-son qarori e'lon qilindi.

Ushbu maqolada uning yer shari meridianining bir gradusli yoyi uzunligini hisoblashga doir ishi bayon etilgan.

Beruniy "Qonuni Mas'udiy"asarining V maqolasida Yer shari meridianinpng bir gradusli yoyi uzunligini aniqlashni ko'rsatadi. Beruniy eng avval o'zidan oldin o'tgan olimlarnpng bu masala bilan shug'ullangailiklarini va ularning metodlariii bayon etadi.

So'ngra Beruniy bu masalani hal etish uchun o'zining yangi metodini bayon etadi. U o'lchov ishlarini o'tkazadi. Eng avval Yer shari radiusini juda oddiy metoddan foydalanib aniqlaydi. U Hindiston tog'laridan biriga chiqadi. Tog'ning balandligi h = 2,05 (ziro'). Tog'dan ufqqa yo'nalgan qarash chizig'i bilan o'zi turgan matematik gorizont ME tekisligi orasidagi burchak α ni o'lchaydi. H - tog' balandligi, α - o'lchangan burchak, R - yer radiusi. Tog' balandligini ma'lum hisoblab, Beruniy α burchakni o'lchab, Yer radiusini hisobladi. Hozirgi belgilashlar bo'yicha bu hisoblashlar quyidagicha bo'ladi: uchburchak MOF dan $R = (R + h)\cos\alpha$ yoki $R = h\cos\alpha/(1 - \cos\alpha)$ dan foydalanib, Beruniy yer shari eng katta aylanasining uzunligini ham hisoblaydi.

Beruniy hisoblashlar o'tkaznb, quyidagi natijalarn hosil qilgan: Yer shari radiusi 1 081,66 farsang (1 farsang - 6 km ga yaqin), diametri 2 163,33 farsang, katta aylanasi uzunlign 6 800 farsang, Yer shari sirti 14 712 720 kv farsang, hajmi 1 667 744 242 kub farsang. Farsang 3 mil ga teng boʻlganidan Yer shari aylanasining uzunligi 20 400 arab mil ga teng bo'ladi va uning 1 yoyi uzunligi 56,6 mil ga teng bo'ladi. Beruniy tomonidan hisoblangan bu qiymat, ya'ni meridianning 1^0li yoyi uzunligi 56,6 mil dan o'rta asr Sharq astronomiya fani asosiy miqdor sifatida foydalanadi. Bu miqdor hozirgi sistemaga ko'chirilganda 113 km bo'ladi. Ma'lumki, hozirgi o'lchamlarda meridiannipg 1^0li yoyi uzunligi 110,938 km hisoblanadi. Hozirgi zamon olimlari, Yer kattaligini aniq o'lchash sohasida Beruniy tomonidan olingan natijalar, o'rta asrlarda matematika va astronomiya sohasida erishilgan katta yutuqlardan biri deb hisoblaydilar.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Abu Reyxan al - Beruni. Geodeziya, "Fan 1982, s.166.
2. Ahadova M. Beruniy va uning matematikaga oid ishlari. O?zbekiston "Fan"nashrnyoti, 1976, 31 bet.

Kesishadigan bloklar usulida dispersiyani baholash

Nashvandov Xumoyun[1]
[1]O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
Nashvandovxumoyun1@gmail.com

$\{X_n, n \geq 1\}$ statsionar tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi berilsin. Berilgan $X_1, X_2, ..., X_n$ tanlanmani $B_1, B_2, .., B_{n-1}$ bloklarga ajratamiz, bunda $B_i = \{X_i, X_{i+1}, ..., X_{i+p-1}\}, i = 1, n-p+1$ $B_i, i = 1, n-p+1$ bloklardan bog'liqsiz va tasodifiy k marta bloklarni bir xil ehtimollik bilan tanlaymiz. Tanlangan bloklarni ketma-ket qo'yib quyidagi butstrep tanlanmani hosil qilamiz [1]:

$$X_1^*, X_2^*, ..., X_{kp}^*$$

Markaziy limit teoremadan qo'shimcha shartlarda ifoda yaqinlashish o'rinli ekanligi kelib chiqadi.

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} (X_i - EX_i) \Rightarrow N(0, \sigma^2)$$

foydalanamiz, bu yerda $N(0, \sigma^2)$ matematik kutilmasi nol va dispersiyasi σ^2 bo'lgan Gauss tasodifiy miqdori

$$\sigma^2 = DX_1 + 2 \sum_{i=1}^{\propto} cov(X_i, X_{i+1})$$

Biz quyidagi ketma-ketlikni ko'ramiz:

$$X_n = \alpha X_{n-1} + \varepsilon_n$$

bu yerda $\alpha \in (-1, 1), \{\varepsilon_n, n \in Z\}, \varepsilon_n \sim N(0, 1)$.

Yuqoridagi keltirilgan kesishadigan bloklar usulida σ^2 ni baholash masalasi ko'rilgan. Ma'ruzada olingan natijalar keltiriladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

[1]. S.N.Lahiri. Resampling Methods for Dependent Data. Springer Series in Statistics , 2003

Ikki o'lchamli haqiqiy Yordan algebralarining avtomorfizmlarining tasnifi

Nishonova Xosiyatxon[1]
[1]Andijon Davlat Universiteti, Andijon, Uzbekistan;
nishonovaxosiyatxon905@gmail.com

Avtomorfizm - matematikadagi fundamental tushunchalardan biri. Avtomorfizm algebrada muhim ahamiyatga ega. Abstrakt algebrada matematik obyekt gruppa, halqa yoki vektor fazo kabi algebraik struktura bo'ladi. Avtomorfizm o'z-o'ziga sodda biektiv gomomorfizm hisoblanadi. Avtomorfizm gruppalar nazariyasi, sonlar nazariyasi kabi sohalarda juda katta tadbiqqa ega. Ushbu tezisda 2 o'lchamli haqiqiy Yordan algebralarining avtomorfizmlari tasnif qilingan.

Quyidagi teoremada 2-o'lchamli haqiqiy Yordan algebralarining klassifikatsiyasi keltirilgan.

Teorema. *Ixtiyoriy 2- o'lchamli haqiqiy Yordan algebrasi bazizlari* e_1, e_2, n_1 *bo'lgan [1-2] quyidagi o'zaro izamorf bo'lmagan algebralarning biriga izamorf bo'ladi:*

$$B_1: \quad e_1^2 = e_1,\ e_1n_1 = n_1,\ n_1^2 = 0$$

$$B_2: \quad e_1^2 = e_1,\ e_1n_1 = \frac{1}{2}n_1,\ n_1^2 = 0$$

$$B_3: \quad n_1^2 = n_2,\ n_1n_2 = n_0,\ n_1^2 = 0$$

$$B_4: \quad e_1^2 = e_1,\ e_1e_2 = e_2,\ e_2^2 = -e_1$$

Ta'rif. Algebrani o'zini o'ziga mos qo'yuvchi $\varphi : A \to A$ chiziqli akslantirish ixtiyoriy $x, y \in A$ elementlar uchun $\varphi(xy) = \varphi(x)\varphi(y)$ shartni bajarsa, u holda φ akslantirish avtomorfizm deb ataladi.

Quyida ikki o'lchamli haqiqiy Yordan algebralarining avtomorfizmlari matritsalari keltirilgan.

Teorema.B_1, B_2, B_3, B_3, B_4 *haqiqiy Yordan algebralarining avtomorfizm matritsalari quyidagilardan iborat:*

$$B_1: \quad \varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a_{22} \end{pmatrix} \qquad B_2: \quad \varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a_{22} \end{pmatrix}$$

$a_{22} \neq 0$

$$B_3: \quad \varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a_{21} & 1 \end{pmatrix} \qquad B_4: \quad \varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Foydalanilgan adabiyotlar

1. I Kashuba. M Martin.The variety of three-dimensional real Jordan algebras.Journal of Algebra and Its Applications Vol.15,8 (2016) www.worldscientific.com DOI:10.1142/S0219498816501589

2. Ayupov Sh.A.,Kudaybergenov K.K.,Omirov B.A.,local and 2-local derivations and automorphisms on simple Leibniz algebras, Bull.Malays.Math.Sci.Soc.,(2019). https://doi.org/10.1007/s40840-019-00799-5.

Uch o'lchamli haqiqiy Yordan algebralarining avtomorfizmlarining tasnifi

Nishonova Xosiyatxon[1]

[1]Andijon Davlat Universiteti, Andijon, Uzbekistan;
nishonovaxosiyatxon905@gmail.com

Matematikani asosiy tushunchalaridan biri bu avtomorfizmdir. Algebrada avtomorfizm muhim ahamiyatga ega. Abstrakt algebrada matematik obyekt gruppa, halqa yoki vektor fazo kabi algebraik struktura bo'ladi. O'z-o'ziga sodda biektiv gomomorfizm-avtomorfizm hisoblanadi. Gruppalar nazariyasi, sonlar nazariyasi kabi sohalarda avtomorfizm juda katta tadbiqqa ega.Assotsiativ algebralarning avtomorfizmlari ham xuddi shu usulda topiladi. Ushbu tezisda 3 o'lchamli haqiqiy Yordan algebralarining avtomorfizmlari tasnif qilingan.

Quyidagi teoremada 3-o'lchamli haqiqiy Yordan algebralarining klassifikatsiyasi keltirilgan.

Teorema-1. *Ixtiyoriy 3- o'lchamli haqiqiy Yordan algebrasi bazizlari* e_1, n_1, n_2 *bo'lgan quyidagi o'zaro izamorf bo'lmagan algebralarning biriga izamorf bo'ladi:*[2]

$J_1: \quad e_1^2 = e_1,\ e_1 n_i = n_i,\ n_1^2 = n_2, i = 1, 2 \qquad J_2: \quad e_1^2 = e_1,\ e_1 n_1 = \frac{1}{2} n_1,\ n_1^2 = n_2$
$J_3: \quad e_1^2 = e_1,\ n_1^2 = e_1 n_2 = n_2, e_1 n_1 = \frac{1}{2} n_1 \qquad J_4: \quad e_1^2 = e_1,\ e_1 n_1 = \frac{1}{2} n_1,\ e_1 n_2 = n_2$

Ta'rif. Algebrani o'zini o'ziga mos qo'yuvchi $\varphi : A \to A$ chiziqli akslantirish ixtiyoriy $x, y \in A$ elementlar uchun $\varphi(xy) = \varphi(x)\varphi(y)$ shartni bajarsa, u holda φ akslantirish avtomorfizm deb ataladi.[1] Quyida ikki o'lchamli haqiqiy Yordan algebralarining avtomorfizmlari matritsalari keltirilgan.

Teorema-2.J_1, J_2, J_3, J_4 *haqiqiy Yordan algebralarining avtomorfizm matritsalari quyidagilardan iborat:*

$$J_1: \quad \varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & a_{32} & 1 \end{pmatrix} \qquad J_2: \quad \varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \pm\sqrt{a_{31}} & \pm\sqrt{a_{33}} & 0 \\ a_{31} & \sqrt{a_{31}a_{33}} & a_{33} \end{pmatrix}$$

$a_{33}a_{31 \neq 0}$

$$J_3: \quad \varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{22}^2 \end{pmatrix}$$

$a_{22} \neq 0$

$$J_4: \quad \varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

$a_{22}a_{33} \neq 0$

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Abdulatipova M Uch o'lchamli assotsiativ algebralarning avtomorfizmlari."Yosh matematiklarning yangi teoremalari-2022.Namangan,O'zbekiston,13-14 May,2022 yil.

2.I Kashuba. M Martin.The variety of three-dimensional real Jordan algebras.Journal of Algebra and Its Applications Vol.15,8 (2016) www.worldscientific.com DOI:10.1142/S0219498816501589

LORAN-XARTOGS QATORLARI VA ULARNING YAQINLASHISH SOHASI

Nurmuxamedova U. B.
Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent.
umidanurmukhamedova111@gmail.com

Ushbu maqola faqatgina koeffitsiyentlarining golomorfligini talab qilgan holda Loran-Xartogs qatorlari va ularning yaqinlashish sohalarini topish masalalarini o'rganishga bag'ishlangan.

Ma'lumki, ko'p kompleks o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi va ularning tadbiqlarida funksiyalarni golomorf davom ettirish masalalarini o'rganish muhim ahamiyatga ega. Xartogs teoremasiga ko'ra, agar $'D \times \{|z_n| < r\} \subset C^{n-1}_{'z} \times C_{z_n}$ sohada golomorf bo'lgan $f('z, z_n)$ funksiya har bir fiksirlangan $'z \in' D$ uchun z_n o'zgaruvchi bo'yicha $|z_n| < R, R > r > 0$, doirada golomorf bo'lsa, u holda bu funksiya $'D \times \{|z_n| < R\}$ sohada barcha o'zgaruvchilari bo'yicha birgalikda golomorf bo'ladi[1].

Xartogsning bu teoremasi hozirga kelib juda ko'p yo'nalishlarda umumlashtirilgan. Xartogs teoremasi va uning umumlashmalarini isbotlashda asosiy vazifani Xartogs qatorlari bajaradi. Shu munosabat bilan Xartogs qatorlari va ularning umumlashmasi bo'lgan Loran-Xartogs qatorlarini, ularning yaqinlashish sohalarini o'rganish katta ahamiyat kasb etadi.

Aytaylik, bizga yopiq, hech yerda zich bo'lmagan va to'ldiruvchisi bog'lamli bo'lgan $S \subset D$ to'plam berilgan bo'lsin. Unda quyidagi tasdiq o'rinli bo'ladi.

Teorema. Aytaylik, bizga

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_k(z) w^k \tag{1}$$

Loran-Xartogs qatori berilgan bo'lib, quyidagi shartlar bajarilsin:

1) $c_k(z) \in O(D \setminus S)$, $D \subset C^n$ va $k = 0, \pm 1, \pm 2, ...$

2) har bir fiksirlangan $z \in D \setminus S$ uchun (1) qator $0 < r(z) < |w| < R(z)$ halqada yaqinlashadi.

U holda shunday yopiq hech yerda zich bo'lmagan $\widetilde{S} \subset D$ ($\widetilde{S} \supset S$) to'plam topiladiki, (1) qator $\{(z, w) : z \in D \setminus \widetilde{S}, r^*(z) < |w| < R_*(z)\}$ to'plamda tekis yaqinlashadi va uning yig'indisi shu to'plamda golomorf funksiyani ifodalaydi. Bu yerda $r^*(z) = \overline{lim}_{w \to z} r(w)$ va $R_*(z) = \underline{lim}_{w \to z} R(w)$ lar mos ravishda $r(z)$ va $R(z)$ radius funksiyalarning yuqori va quyi regulyarizatsiyalari.

Izoh. $S = \varnothing$ bo'lgan hol [2] da o'rganilgan.

Adabiyotlar.

1.Hartogs F. Zur theorie der analytischen Funktione nmehrerer Veranderlichen//Math. Ann. 1906. v. 62. p. 1-88.

2.Tuychiyev T.T. ONEXTENSION OF THE LAURENT - HARTOGS SERIES. Abstracts of the VI international conference "MODERN PROBLEMS OF THE APPLIED MATHEMATICS AND INFORMATION TECHNOLOGY - AL - KHOREZMIY 2018". NUU, Tashkent, September 13-15, 2018. P. 155-157.

ISSIQLIK O'TKAZISH MASALASIGA NISBATAN KO'P QIYMATLI AKSLANTIRISHNING INVARIANTLILIGI

Olimjonova M[1]

[1]O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
olimjonova2022@mail.ru

Ushbu ishda, manba boshqariladigan, parabolik tipdagi tenglama bilan ifodalanadigan masalaga nisbatan $D:[0,T]\to 2^R$ ko'p qiymatli akslantirishning invariant bo'lishligi tadqiq etiladi [1].

Ma'lumki, $\Omega\subset R^n, n\geq 1$ chegaralangan sohada issiqlik tarqalish masalasi quyidagi ko'rinishda yoziladi [1]:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}=\Delta u(x,t)+\mu(x,t),\ 0<t\leq T,\ x\in\Omega \tag{1}$$

$$u(x,t)=0,\ \ 0\leq t\leq T,\ x\in\partial\Omega, \tag{2}$$

$$u(x,0)=u^0(x),\ x\in\Omega. \tag{3}$$

bu yerda $\Delta-$Laplas operatori, $u=u(x,t)-$no'malum funktsiya, $u^0(\cdot)\in L_2(\Omega)-$boshlang'ich holat funktsiyasi, $\partial\Omega$ esa Ω sohaning chegarasi. $\mu(x,t)-$mos ravishda isitish yoki sovutish qurilmalari boshqaruv funktsiyasi.

Ma'lumki [1], Laplas operatori uchun xos qiymatlar λ_k, ya'ni $0<\lambda_1\leq\lambda_2\leq...,\lambda_k\to\infty$, va mos ravishda xos funktsiya $\varphi_k(x), x\in\Omega, L_2(\Omega)$ da ortonormal sistema tashkil etadi.

(1)-(3) masalaning yechimi $u=u(x,t)$ ni Furье metodi bilan aniqlaymiz. Agar $f_k(\cdot)$ orqali $f(\cdot)$ funktsiyaning $\varphi_k(x), x\in\Omega$ ga nisbatan Furье koeffitsenti bo'lsa, u holda (1)-(3) masalaning yechimi mos ravishda quyidagicha bo'ladi [1]:

$$u(x,t)=\sum_{k=1}^{\infty}\left[e^{-\lambda_k t}u_k^0+\int_0^t e^{-\lambda_k(t-\tau)}\mu_k(\tau)d\tau\right]\varphi_k(x), x\in\Omega, t\geq 0.$$

$\langle u(\cdot,t)\rangle=\|u(\cdot,t)\|_{L_2(\Omega)}$ ва $M=\{\mu(\cdot,\cdot)|\|\mu(\cdot,t)\|^2_{L_2(\Omega)}\leq\rho^2+2l\int_0^t\|\mu(\cdot,s)\|^2_{L_2(\Omega)}ds,\ 0\leq t\leq T\}$ bo'lsin.

Tasdiq. Agar $\rho\leq\lambda_1(1-2lT)b$ tengsizlik o'rinli bo'lsa $D(t)=[0,b], 0\leq t\leq T$ ko'p qiymatli akslantirish (1)-(3) masalaga nisbatan kuchli invariant bo'ladi.

Adabiyotlar

1. Tukhtasinov M., Mustapokulov Kh., G.Ibragimov. Invariant Constant Multi-Valued Mapping for the Heat Conductivity Problem. // Malaysian Journal of Mathematical Sciences 13(1): 61-74 (2019).
2. Samatov B., Ibragimov G., I.V.Khodjibayeva. Pursuit-Evasion Differential Games With Gronwall-Type Constraints On Controls. // Ural Mathematical Journal, Vol. 6, No. 2, 2020, pp. 95-107.

YUKLANGAN KASR TARTIBLI INTEGRO-DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN NOLOKAL SHARTLI MASALA

Omonova Dinora Dilshodjon qizi[1]
Bozorova Madinaxon Murodjon qizi[2]
[1 2]Farg‘ona davlat universiteti, Farg‘ona, O‘zbekiston;
dinoraomonova707@gmail.com, madinaxonbozorova225@gmail.com

So'ngi vaqtlarda noma‘lum funksiyani biror qiymati qatnashgan differensial tengalamalar bilan shug'ullanishga bo‘lgan qiziqish ortib bormoqda. Bunga sabab ko‘plab issiqlik tarqalish va diffuziya jarayonlarini matematik modelini tuzish funksiyani biror qiymati qatnashgan differensial tenglama uchun qo‘yiladigan masalalarga keltiriladi. Odatda, bunday turdagi tenglamalar yuklangan differensial tenglama deb yuritiladi. Shu sababdan biz ushbu ishda biz yuklangan kasr tartibli integro - differensial tenglama uchun bir masalani bayon qilamiz.

(0,1) oraliqda ushbu

$$D_{0x}^{\alpha,\beta}y(x) - \lambda I_{0x}^{\gamma}y(x) = y(x_0) \tag{1}$$

kasr tartibli integro-differensial tenglamani qaraylik, bu yerda $y(x)$ - noma'lum funksiya, $\alpha, \beta, \lambda, \gamma, x_0$-o‘zgarmas haqiqiy sonlar bo‘lib, $0 < \alpha < 1, 0 \leq \beta \leq 1, \gamma > 0$, $x_0 \in (0,1)$ $D_{0x}^{\alpha,\beta}y(x)-$ Hilfer ma'nosidagi kasr tartibli hosila bo‘lib,

$$D_{0x}^{\alpha,\beta}y(x) = I_{0x}^{\beta(1-\alpha)}\frac{d}{dx}I_{0x}^{(1-\beta)(1-\alpha)}y(x) \tag{2}$$

$I_{0x}^{\gamma}y\left(x\right)$ esa Riman-Liuvill ma'nosida γ (kasr) tartibli integral operator [1],

$$I_{0x}^{\gamma}y\left(x\right) = \frac{1}{\Gamma\left(\gamma\right)}\int\limits_{0}^{x}\left(x-t\right)^{\gamma-1}y\left(t\right)dt,$$

$\Gamma(z)$ - Eylerning gamma funksiyasi [2].

A **masala.** Shunday $y(x)$ funksiya topilsinki, u quyidagi xossalarga ega bo'lsin:

1) $x^{(1-\beta)(1-\alpha)}y(x) \in C[0,1]$, $D_{0x}^{\alpha,\beta}y(x) \in C(0,1)$ sinfga tegishli

2) $y(x)$ funksiya (1) tenglamani qanoatlantirsin;

3)

$$\lim_{x\to 0} x^{(1-\alpha)(1-\beta)}y(x) = Ay(1) + B \tag{3}$$

bu yerda $A,\ B$ - berilgan o‘zgarmas haqiqiy sonlar.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. **Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J.** *Theory and applications of fractional differential equations* (North-Holland Mathematics Studies, 204). Amsterdam: Elsevier, 2006. - 523 p.

2. **Бейтмен Г., Эрдейи А.** *Высшие трансцендентные функции. Эллиптические и автоморфные функции. Функции Ламе и Матье. Ортогональные полиномы.* - Москва: Наука, 1967. -300 с.

ELASTIKLIKNING FAZOVIY MASALALARIDA TURLI TASHQI YUKLANISHLAR UCHUN KUCHLANISHLARNI ANIQLASH

РовЂ™latova U.A.
O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston
umidapulatova27@gmail.com

Elastiklikning fazoviy masalalarini ковЂ™chishlarda emas, balki kuchlanishlarda yechish bizga qidirilayotgan kuchlanish qiymatlarini aniqroq topish imkonini yaratadi. Fazoviy masalalarni kuchlanishda yechish uchun 6 ta xususiy hosilali Beltrami-Mitchell differensial tenglamalar sistemasi va parallelepipedning 6 ta yon yoqlarida овЂ™rinli бовЂ™lgan 36 chegaraviy shartlarni qanoatlantirishi zarur.

$$\nabla^2\sigma_{ij} + \frac{1}{1+\nu}\sigma_{kk,ij} = 0 \tag{107}$$

$$\sigma_{ij}n_{ij}|_E = S_i, \sigma_{ij,j}|_E = 0 \tag{108}$$

Izlanayotgan yechimni x va y овЂ™zgaruvchilar бовЂ™yicha bazis funksiyalar yordamida Furye qatoriga yoyib olamiz.

$$\sigma_{\alpha\beta} = \sum_{n=0}^{\propto}\sum_{m=0}^{\propto} z_{\alpha\beta nm}(z)\phi_{\alpha\beta nm}(x,y) \tag{109}$$

Qaralayotgan parallelepipedning yon yoqlarida овЂ™rinli бовЂ™lgan chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi bazis funksiyalarni quyidagicha tanlab olamiz:

$$\phi_{\alpha\beta nm}(x,y) = [(sin\frac{n\pi x}{a} - \frac{1}{3}sin\frac{3n\pi x}{a})(sin\frac{m\pi y}{b} - \frac{1}{3}sin\frac{3m\pi y}{b})]_{,\alpha\beta} \tag{110}$$

Tashqi yuklanishlarni

$$q_1 = \pm q_0,\ q_2 = \pm q_0 xy(x-1)(y-1),\ q_3 = \pm q_0 sin\frac{\pi x}{a}sin\frac{\pi y}{b} \tag{111}$$

ga teng бовЂ™lgandagi holatini ковЂ™rib chiqamiz.

$$\begin{bmatrix}\sigma_{\alpha\beta}\\ q_1\\ q_2\\ q_3\end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{\propto}\sum_{m=0}^{\propto}\begin{bmatrix}z_{\alpha\beta nm}(z)\\ q_{1nm}\\ q_{2nm}\\ q_{3nm}\end{bmatrix}\phi_{\alpha\beta nm}(x,y) \tag{112}$$

(3)-yechim (1)-(2) qanoatlantirish orqali (6) tashqi ta'sirlar uchun tegishli yechimlarni olishimiz mumkin.

IKKINCHI TARTIBLI XUSUSIY HOSILALI BUZILADIGAN DIFFERENSIAL TENGLAMALAR UCHUN CHEGARAVIY MASALA

Qodiraliyev Asadbek Ikromali o‘g‘li[1]

[1]Farg‘ona davlat universiteti, Farg‘ona, O‘zbekiston;
qodiraliyevasadbek31@gmail.com

Ma’lumki, xususiy hosilali differensial tenglamanlar ko‘plab jarayonlarni matematik modelashtirishda muhim ahamiyat kasb etadi. Buziladigan ikkinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalar o‘rganish o‘tgan asrdan boshlangan bo‘lib, hozirda katta tezlikda rivojlanmoqda.

Oxirgi yillarda kasr tartibli differensial operatorlarini o‘z ichiga olgan differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni o‘rganishga bo‘lgan qiziqish ortgan. Shu sababli biz ushbu ishda ikkinchi tartibli xususiy hosilali buziladigan bir differensial tenglama uchun bir chegaraviy masalani bayon qilamiz.

Ushbu $\Omega = \{(x,t) : 0 < x < 1, 0 < t < T\}$ sohada

$$ {}_CD_{0t}^{\alpha} u\,(x,t) - \left[x^{\beta} u_x\,(x,t)\right]_x = f\,(x,t)\,, \tag{1}$$

soha chegarasida buziladigan differensial tenglamani qaraylik, bu yerda ${}_CD_{0t}^{\alpha}$ - Kaputo ma’nosidagi kasr tartibili operator [1]:

$$ {}_CD_{0t}^{\alpha} u(x,t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int\limits_0^t \frac{u_z(x,z)}{(t-z)^{\alpha}} dz,$$

$u(x,t)$ - noma’lum funksiyalar, $f(x,t)$ - berilgan funksiya, $\Gamma\,(z)$ - Eylerning gamma funksiya [2], α, β, T - o‘zgarmas haqiqiy sonlar bo‘lib, $0 \le \beta < 1$, $0 < \alpha < 1$, $T > 0$.

B **masala.** Shunday $u\,(x,t)$ funksiya topilsinki u quydagi xossalarga ega bo‘lsin:

1) $u\,(x,t)$, $x^{\beta} u_x\,(x,t) \in C\left(\overline{\Omega}\right)$, $\left[x^{\beta} u_x\,(x,t)\right]_x$, ${}_CD_{0t}^{\alpha} u\,(x,t) \in C\,(\Omega)$;

2) Ω sohada (1) tenglamani qanoatlantiradi;

3) Ω soha chegarasida esa ushbu

$$ u\,(x,0) = \varphi\,(x)\,, \quad x \in [0,1]\,; \tag{2}$$

$$ \lim_{x\to 0} x^{\beta} u_x\,(x,t) = 0, \quad u\,(1,t) = 0, \quad t \in [0,T]\,; \tag{3}$$

chegaraviy shartlarni qanoatlantiradi, bu yerda $\varphi\,(x)$ – berilgan funksiya.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. **Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J.** *Theory and applications of fractional differential equations* (North-Holland Mathematics Studies, 204). Amsterdam: Elsevier, 2006. - 523 p.

2. **Бейтмен Г., Эрдейи А.** *Высшие трансцендентные функции. Эллиптические и автоморфные функции. Функции Ламе и Матье. Ортогональные полиномы.* - Москва: Наука, 1967. -300 с.

ANALITIK FUNKSIYALAR FAKTORIZATSIYASI HAQIDA

Qodirova M., Otaboyev T.

Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti, 100174, Toshkent, O'zbekiston;
tolib.fgi@gmail.com

Barcha zamonlarda matematiklar ixtiyoriy funksiyani oddiy elementar funksiyalar kombinatsiyasi ковЂ™rinishida ifodalashga harakat qilganlar. Masalan, qadimda matematiklar ko'phadlar uchun buni quyidagich amalga oshirganlar:

$$p(z) = a_0 z^m + a_1 z^{m-1} + ... + a_m = a_0(z - \alpha_1)(z - \alpha_2)...(z - \alpha_m).$$

Analitik funksiyalar uchun ushbu yo'nalishdagi fundamental natija Veyershtrass teoremasidir [1].

Agar $f(z) \not\equiv 0$ analitik funksiyaning nollari cheksiz ko'p bo'lsa, u holda masala ancha murakkablashadi.

1-teorema. Aytaylik $D \subset \mathbb{C}$ ixtiyoriy soha, $f(z) \in \mathcal{O}(D)$ вовЂ™lsin. $a_1, a_2, ..., a_k, ...$ lar uning nollari bo'lib, $a_k \to \partial D$ bo'lsin, shuningdek, $\beta_k \in \partial D$ nuqta a_k ga eng yaqin nuqta вовЂ™lsin, $|a_k - \beta_k| \to 0$. U holda shunday $p_1, p_2, ..., p_k, ... \in \mathbb{N}$ natural sonlar ketma-ketligi topiladiki,

$$\prod_{k=1}^{\infty} \left(\frac{z - a_k}{z - \beta_k}\right) e^{\frac{a_k - \beta_k}{z - \beta_k} + \frac{1}{2}\left(\frac{a_k - \beta_k}{z - \beta_k}\right)^2 + ... + \frac{1}{p_k}\left(\frac{a_k - \beta_k}{z - \beta_k}\right)^{p_k}}$$

cheksiz ковЂ™paytma yaqinlashadi va D sohada analitik bo'lgan va faqatgina $a_1, a_2, ..., a_k, ...$ nuqtalarda nolga aylanuvchi funksiyani ifodalaydi. Bundan tashqari, $f(z)$ funksiyani quyidagicha ifodalash mumkin вовЂ™ladi:

$$f(z) = \varphi(z) \prod_{k=1}^{\infty} \left(\frac{z - a_k}{z - \beta_k}\right) e^{\frac{a_k - \beta_k}{z - \beta_k} + \frac{1}{2}\left(\frac{a_k - \beta_k}{z - \beta_k}\right)^2 + ... + \frac{1}{p_k}\left(\frac{a_k - \beta_k}{z - \beta_k}\right)^{p_k}}, \varphi(z) \neq 0.$$

A.Sadullayev tomonidan quyidagi masala qo'yilgan [2]:

Masala. Birlik doira $U = \{|z| < 1\}$ uchun qachon $p_k = p$ lar k ga bog'liq bo'lmaydi? Qanday $a_1, a_2, ..., a_k, ...$ ketma-ketliklar va qanaqa $f(z)$ funksiyalar uchun?

Quyidagi teorema o'rinli.

2-teorema. Aytaylik $a_k = r_k e^{i\varphi_k} \in U$ — hadlarining modullari kamaymaydigan tarzda tartiblangan ketma-ketlik va $\beta_k = e^{i\varphi_k} \in \partial U$ bo'lsin. U holda shunday $\{p_k\} \subset \mathbb{N}$ ketma-ketlik topiladiki, ushbu

$$\prod_{k=1}^{\infty} \left(\frac{z - a_k}{z - \beta_k}\right) e^{\frac{a_k - \beta_k}{z - \beta_k} + \frac{1}{2}\left(\frac{a_k - \beta_k}{z - \beta_k}\right)^2 + ... + \frac{1}{p_k}\left(\frac{a_k - \beta_k}{z - \beta_k}\right)^{p_k}}$$

cheksiz ko'paytma U birlik doirada yaqinlashadi va nollari a_k nuqtalarda bo'lgan golomorf funksiyani ifodalaydi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Б. В. Шабат, Введение в комплексный анализ, часть 1, Москва, Наука, 1985.

2. А. Садуллаев, Факторизация аналитических функций, Материалы

Республиканской научно-практической конференции «Актуальные вопросы алгебры и анализа», Термез, 18-19 ноября 2022 года.

GIPERBOLIK TIPDAGI TENGLAMALAR UCHUN BITTA YARIM TEKISLIKDAGI XARAKTERISTIKALARDA BERILGAN CHEGARAVIY MASALA YECHIMINING YAGONALIGI HAQIDA

Qo'ldasheva Shoxsanam Ravshanjon qizi[1]

[1]Farg'ona davlat universiteti, Farg'ona, O'zbekiston;
qoldashevashohsanam10@gmail.com

Ushbu

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0 \tag{1}$$

tenglama uchun quyidagi $AC_1: \ \ x + at = 0$ $BC_1: \ \ x - at = 1$, $AC_1: \ \ x - at = 0$, $BC_2: \ \ x + at = 1$ xarakteristikalar bilan chegaralangan D sohada bitta yarim tekislikda joylashgan va turli xarakteristik chiziqlar oilasiga mansub ikkita xarakteristikalardagi noma'lum funksiyaning qiymatlarini bog'lovchi nolokal shartli chegaraviy masala tadqiq etilgan. [1] da giperbolik tipdagi tenglamalar uchun nolokal shartli chegaraviy masalalar, [2],[3] da esa tipi va tartibi buziladigan giperbolik tipdagi tenglamalar uchun xarakteristik to'rtburchakda chegaraviy masalalar tadqiq etilgan.

Masalaning qo'yilishi. Quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi $U(x,y)$ funksiya topilsin: 1)$U(x,y) \in C(\overline{D}) \cap C^2(D_1 \cap D_2)$ 2)Ixtiyoriy $x \in (0,1)$ uchun $\lim\limits_{y\to+0} U_y(x,y)$ limit mavjud va $\lim\limits_{y\to-0} U_y(x,y) = \lim\limits_{y\to+0} U_y(x,0), \quad 0 < x < 1$ ulash shartini qanoatlantiradi; 3)D_1 va D_2 sohalarda (1) tenglamani qanoatlantiradi; 4)

$$a_j(x)U(\theta_{0j}) + b_j(x)U(\theta_{1j}) = d_j(x), \ j = 1,2\ , 0 \le x \le 1,$$

chegaraviy shartlarni qanoatlantirsin, bu yerda $a_j(x),\ b_j(x),\ d_j(x) \in C\,[0,1] \cap C^3(0,1)-$ berilgan funksiyalar bo'lib, $a_j^2(x) + b_j^2(x) \neq 0, \ \ j = 1,2.$

Yuqoridagi masalanining yechimini yagonaligi haqidagi quyidagi teorema isbotlangan.

Teorema. Aytaylik, quyidagi shartlardan biri bajarilsin: 1) $a_j(x) \equiv 0, \ \ j = 1,2$; 2) $b_j(x) \equiv 0, \ \ j = 1,2$; 3)$a_j(x) \equiv 0, b_k(x) \equiv 0, \ j \neq k, \ \ j,k = 1,2$; 4)$a_j(x) \equiv 0$, $a_k(x) \neq 0$, $b_k(x) \neq 0$, $j \neq k$, $P(1) = \frac{a_2(1)}{a_2(1)+2b_2(1)} < 0$, $P^{'}(1) = \left(\frac{a_2(x)}{a_2(x)+2b_2(x)}\right)^{'}\Big|_{x=1} > 0, \quad 0 < x < 1$; 5) $b_j(x) \equiv 0$, $a_k(x) \neq 0$, $b_k(x) \neq 0$, $\ j = k$, $j = 1,2$; 6) $a_j(x){\neq}0$, $b_j(x){\neq}0$, $j = 1,2$; $[g_j(1) + q_j(0)]\, {g_j}^{'}(x) \le 0$ yoki $[g_j(1) + q_j(0)]\, {q_j}^{'}(x) 0)$, $g_j'(x) \cdot q_j'(x) \le 0, \ 0 < x < 1$. U holda, agar, qo'yilgan masalaning yechimi mavjud bo'lsa, u yagonadir.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. **Кумыкова С.К.** *Краевая задача со смещением для вырождающегося внутри области гиперболического уравнения* // Дифференциальные уравнения. -1980.-Т. 16. N1 - С. 93-104.

2. **Уринов А.К., Абдукодиров А.Т.** *Нелокальная краевая задача со смещением для уравнения гиперболического типа, вырождающегося внутри области.* //

Доклады Адыгской (Черкесской) международной академии наук, Нальчик.-2005.- Том 7.-N2.-C.68-73.
3. **Уринов А.К., Абдукодиров А.Т.** *Нелокальная краевая задача со смещением для одного вырождающегося гиперболического уравнения* // Узбекский математический журнал. Ташкент.- 2005.- N 4.- C.102-110.

$\mathbb{Q}_p$ DA $x^2 + c$ AKSLANTIRISHNING QO‘ZG‘ALMAS NUQTALARI HAQIDA

Quchkarov Q.A.[1], **Usmonov J.B.**[2]
[1,2]National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan;
kudrat.kuchkarov.0077@mail.ru
javohir0107@mail.ru

$\mathbb{Q}$ ratsional sonlar maydoni va p tayinlangan biror tub son bo‘lsin. Har qanday $x \neq 0$ ratsional sonni $x = p^r \frac{n}{m}$ ko‘rinishda tasvirlash mumkin, bu yerda $r, n \in \mathbb{Z}$, $m \in \mathbb{N}$ va p, n, m lar o‘zaro tub sonlar. x sonining p-adik normasi $|x|_p = p^{-r}$ va $|0|_p = 0$ kabi aniqlanadi. Ushbu norma quyidagi kuchli uchburchak tengsizligini qanoatlantiradi

$$|x + y|_p \leq \max\{|x|_p, |y|_p\}.$$

$\mathbb{Q}$ maydonning p-adik normaga nisbatan to‘ldirmasiga p-adik sonlar maydoni deyiladi va $\mathbb{Q}_p$ kabi belgilanadi.

Quyidagi

$$f(x) = x^2 + c, \quad x, c \in \mathbb{Q}_p$$

akslantirishni qaraylik.

$\mathbb{Q}_p$ da $f(x)$ asklantirishning qo‘zg‘almas nuqtalari

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4c}}{2}$$

ko‘rinishda bo‘ladi. Biroq har qanday $\mathbb{Q}_p$ da $\sqrt{1-4c}$ mavjud emas. Shuning uchun qo‘zg‘almas nuqtalarini topishda quyidagi tasdiq muhimdir.

Tasdiq 1. $f(x)$ *akslantirish*

1) agar $|c|_p < 1$ bo‘lsa, u holda ixtiyoriy p tub son uchun $\mathbb{Q}_p$ da $\sqrt{1-4c}$ mavjud;

2) agar $|c|_p > 1$ bo‘lsa,

- *$p = 2$ da, $c = p^{-k}(a_0 + a_1 2 + a_2 2^2 + \cdots)$ uchun k–juft va $x_0 = 1$ bo‘lganda $\mathbb{Q}_2$ da $\sqrt{1-4c}$ mavjud;*
- *$p \geq 3$ da, agar $p = \frac{n^2+4}{s}$ tenglikni qanoatlantiruvchi $n \in \{1, 2, ..., p\}$ va $s \in \mathbb{N}$ sonlar mavjud bo‘lsa, u holda $\mathbb{Q}_p$ da $\sqrt{1-4c}$ mavjud;*

3) agar $|c|_p = 1$ bo‘lsa,

- *$p \in \{2, 3\}$ uchun $\mathbb{Q}_p$ da $\sqrt{1-4c}$ mavjud emas;*
- *$p \geq 5$ da, $c = a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \cdots$ $(a_0 \neq 0)$ uchun $x^2 \equiv 1 - 4a_0 \pmod p$ taqqoslaman yechimga ega bo‘lsa, u holda $\mathbb{Q}_p$ da $\sqrt{1-4c}$ mavjud.*

Adabiyotlar

1. V.S. Vladimirov, I.V. Volovich, E.I. Zelenov, p-Adic Analysis and Mathematical Physics, World Scientific, Singapore, 1994.

RISKLI SUG'URTALARDA SUG'URTA ZAXIRALARI TUSHUNCHASI, SUG'URTA ZAXIRALARINING ROLI VA AHAMIYATI

Qo'chqorova Ziyodaxon
Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston milliy universiteti
abbosbaxromovich77@gmail.com

Iqtisodiy, moliyaviy va ijtimoiy sohalarda bo'lsin, biz har doim, har qadamda risk bilan yuzma-yuz bo'lamiz. Risk bizni xotirjam, behavotir ishlashga, yashashga qo'ymaydi, maqsadga erishishga to'sqinlik qiladi.

Risk - umumiy ma'noda, ro'y berishi yoki ro'y bermasligi mumkin bo'lgan, nazorat qilib bo'lmaydigan tasodifiy hodisa, xavf-xatar degani. Sug'urta riski (qaltisligi) bu tomonlarning irodasiga bog'liq bo'lmagan holda, ro'y berishi mumkin va xohlanmagan, talofat (zarar) keltiruvchi tasodifiy hodisadir (xavf-xatardir). Risk sug'urta munosabatlarining asosidir. Sug'urta tashkilotlarining, o'z navbatida aktuar matematikaning asosiy ishi sug'urta risklaridir. Sug'urta riski - sug'urta shartnomasida nazarda tutilgan, ro'y berishi mumkin, xavfli va tasodifiy hodisa bo'lib, uning ro'y berishiga sug'urta olib boriladi. Sug'urta zaxirasi ta'riflarini ko'rib chiqaylik.

Sug'urta zaxiralari - sug'urta qildiruvchi tomonidan so'm yoki xorijiy valyutada to'langan sug'urta mukofotlari hisobiga sug'urtalovchi tomonidan shakllantiriladigan hamda sug'urtalovchining balansida aktiv yoki majburiyat ko'rinishida hisobga olinadigan, sug'urta to'lovlari bo'yicha moliyaviy majburiyatlarni bajarish, zararlarni bartaraf etish bo'yicha xarajatlar va ogohlantirish chora-tadbirlarini moliyalashtirish uchun zarur bo'lgan mablag'lardir.

Sug'urta zaxirasi - sug'urta hodisasi ro'y berganda sug'urta to'lovlarini amalga oshirish uchun sug'urta badallari hisobidan, sug'urta kompaniyasi tomonidan shakllantiriladigan jamg'arma. Demak, zaxira sug'urtalanuvchi bo'lgan ko'p sonli korxonalar, tadbirkorlar, yuridik va jismoniy shaxslarning to'lagan sug'urta mukofotlari evaziga shakllantiriladi. Yuqorida ta'kidlanganidek, sug'urta mukofotlari sug'urta hodisalarining yuz berish ehtimoli inobatga olingan holda hisoblab chiqiladi. Demak, shakllantirilgan sug'urta zaxirasi sug'urtalovchining o'z zimmasidagi javobgarlikka muvofiq bo'lishi zarur.

Masalan, sug'urta tashkiloti 100 ta 50000\$ lik uyni yong'inda sug'urtalashi zarur. Bir yilda 100 ta uydan 2 tasida yong'in yuz berishi ehtimoli bor. Demak, sug'urta tashkilotining zaxirasi 100000\$ dan ($2 * 50000\$ = 100000\$$) kam bo'lishi mumkin emas. Barcha uy egalari uchun sug'urta mukofotlari esa muvofiq ravishda 1000\$ ni ($100000/100 = 1000$) tashkil etadi. Bu holatda shartli ravishda sug'urta tashkilotining xarajatlari hisobga olinmagan. Sug'urta tashkiloti o'z xarajatlarini sug'urta mukofotlarida hisobga oladigan bo'lsa, uning summasi yana bir oz oshadi. Zaxiraning miqdori oldinda turgan to'lovlarni to'liq qoplash uchun yetarli bo'lishi zarur. Zaxiralar sug'urta kompaniyasi moliyaviy barqarorligi va majburiyatlarining bahosidir.

Sug'urtalovchining samarali faoliyatini, moliyaviy barqarorligini va to'lov qobiliyatining zarur darajasini saqlab turish uchun boshqaruv hisobotining sifatini oshirish kerak, bu esa sug'urta tashkiloti aksiyadorlari va rahbariyatiga yanada oqilona qarorlar qabul qilish imkonini beradi.

Bundan tashqari, sug'urtaning ijtimoiy-iqtisodiy funksiyalarni bajarishi nuqtai nazaridan moliyaviy axborot sifatini va faoliyatning shaffofligini oshirish sug'urtalovchining moliyaviy hisobotlardan foydalanuvchilari bo'lgan amaldagi va bo'lajak mijozlari uchun ham muhim ahamiyatga ega.

Sug'urtada moliyaviy resurslar harakatining tabiati sug'urtalovchining qo'shimcha daromad olish uchun joylashtirilishi mumkin bo'lgan ma'lum vaqt davomida o'z ixtiyorida vaqtincha bo'sh pul mablag'lariga ega bo'lishiga olib keladi. Sug'urta zaxiralari yoki sug'urta jamg'armasi Moliya vazirligi tomonidan chiqarilgan buyruq asosida shakllantiriladi, chunki sug'urtalovchilar sug'urta kompaniyasi yig'ilgan mablag'larni qanchalik mohirona va malakali boshqarishini va bu sug'urta shartnomalari bo'yicha majburiyatlarning bajarilishiga xavf tug'dirishini nazorat qila olmaydi.

Sug'urta zaxiralari sug'urta to'lovlarini o'z vaqtida to'lash kafolati hisoblanadi. Shu bilan birga, zaxiralar vaqtincha bo'sh pul mablag'larining juda katta miqdorini ifodalashini aniq tushunish kerak. Bundan kelib chiqadiki, sug'urta kompaniyasi to'playdigan mablag'lar sug'urta majburiyatlarini to'lamaslik xavfi nolga teng bo'lishi uchun eng xavfsiz tarzda joylashtirilishi kerak.

Sug'urta tashkilotlari sug'urtalanuvchi tomonidan to'langan sug'urta mukofoti evaziga sug'urta hodisasi yuz bergan taqdirda sug'urta qoplamasini to'lash majburiyatini qabul qiladi. Qabul qilingan sug'urta majburiyatlarining bajarilishini ta'minlash uchun sug'urtalovchilar ham so'mda, ham chet el valutasida to'langan sug'urta mukofotlaridan sug'urta zaxiralarini shakllantiradi hamda joylashtiradilar. Sug'urta zaxiralarining mablag'lari qat'iy maqsadlarda, ya'ni sug'urta hodisasi yuz bergan taqdirda, uning natijasida yetgan zararni qoplash uchun sarflanadi.

Sug'urtalovchilar faoliyatini tavsiflovchi barcha moliyaviy va statistik ko'rsatkichlar orasida sug'urta zaxiralari toifasi bilan ifodalangan ko'rsatkichlar alohida o'rin tutadi. Ularning hajmi kelgusi sug'urta to'lovlari ko'lamini aniqlash imkonini beradi. Bu esa boshqa majburiyatlar va daromadlar bilan birgalikda sug'urtalovchining joriy sanadagi faoliyati qanchalik muvaffaqiyatli ekanligini baholash imkonini beradi. Zaxiralar miqdorining sug'urtalovchining foydasiga (moliyaviy natijaga) bevosita ta'siri sug'urtalovchi tomonidan to'lanadigan va davlatga tushadigan daromad solig'ini to'g'ri aniqlash uchun zaxiralar qiymatini belgilaydi.

Sug'urta zaxiralarining harakatiga ko'ra, sug'urta kompaniyasining qaysi yo'nalishda harakat qilayotganini aniqlash mumkin va kompaniyaning umumiy moliyaviy natijasi ularni hisoblashning savodxonligi va yetarliligiga bog'liq. Shuni tushunish juda muhimki, agar yo'qotishlar zaxirasi kam baholansa, unga tushmagan yo'qotishlar qoplanmagan holda qoladi yoki dastlab boshqa ehtiyojlar uchun mo'ljallangan bo'sh pul mablag'lari hisobidan to'lanadi. Agar zaxira juda yuqori baholansa, kompaniya ushbu chorakda kamroq foyda oladi.

Shunday qilib, sug'urta zaxirasining to'g'ri taqsimlanishi sug'urta tashkiloti faoliyatining oqilona yuritilishini ta'minlaydi. Agar sug'urta tashkilotlari yetarli zaxirani shakllantirmay turib faoliyat yuritsa, u holda sug'urtalanuvchi obyektlarga zarar yetgan paytda sug'urtani qoplab berish ko'plab muammolarga uchrashi, bu o'z-o'zidan turli xil sud jarayonlariga olib kelishi, iqtisodiyotga ortiqcha xarajatlar bo'lishiga olib kelishi mumkin. Shu sababli, bu davlat tomonidan qonunan qat'iy tartibga solinishi zarur hisoblanadi.

MARKAZIY LIMIT TEOREMADA YAQINLASHISH TEZLIGI HAQIDA

Rahmonova Dono Abdimalik qizi[1]

[1]M.Ulug'bek nomidagi O'zbekiston milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
e-mail: donoxonrahmonova.6997@gmail.com

Bizga $\{X_i, \mathrm{i} = 1, 2, ...\}$ bogвЂ™liqsiz bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi berilgan boвЂ™lsin. Faraz qilamiz $EX_i = 0$ va $DX_i = \sigma^2 < \infty$ shartlar bajarilsin. Quyidagi belgilanishlarni kiritamiz.

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i, F_n\left(x\right) = P\left(\frac{1}{\sigma\sqrt{n}}\sum_{i=1}^{n} X_i < x\right), \text{P¤}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}dt$$

Markaziy limit teoremasidan [1] quyidagi munosabat oвЂ™rinli ekanligi kelib chiqadi.

$$\Delta_n = sup_x|F_n(x) - \text{P¤}(x)| \to 0, n \to \infty \ (1)$$

Biz (1) munosabatdagi yaqinlashish tezligini oвЂ™rganamiz. Buning uchun har xil n larda (Masalan, n=25, n=50, n=100) X_i tasodifiy miqdorlar diskret boвЂ™lgan hollarda $\Delta_n$ning nolga qanday yaqinlashishi tahlil qilingan. MaвЂ™ruzada olingan natijalar keltiriladi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. В.В.Петров. Предельные теоремы для сумм независимых случайных величин. Москва (1987)128-144.

Sussman teoremasi va Hopf qatlamlanishi

Rasulova Feruza Abdurasul qizi

O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston

rasulovshohrux26@gmail.com

Bizga M silliq ko'pxillik va D silliq vektor maydonlar oilasi berilgan bo'lsin. Bu D oila bitta yoki bir nechta silliq vektor maydonlar iborat bo'lishi mumkin.

Ta'rif 1. Berilgan D vektor maydonlar oilasining x nuqtadan o'tadigan $L(x)$ orbitasi shunday $y \in M$ nuqtalar to'plamiga aytiladiki, ular uchun $t_1, t_2, ..., t_k$ haqiqiy sonlar hamda D oilaning $X_{i_1}, X_{i_2}, ..., X_{i_k}$ vektor maydonlar mavjud (bu yerda k-ixtiyoriy natural son) ya'ni quyidagicha ko'rinishda bo'ladi.

$$y = X_{i_k}^{t_k}\left(X_{i_{k-1}}^{t_{k-1}}..\left((X_{i_1}^{t_1}(x)\right)...)\right)$$

Teorema 1. M silliq ko'pxillikdagi D silliq vektorlar oilasidagi ixtiyoriy p nuqtaning orbitasi har doim qismko'pxillik bo'ladi.

Teorema 2. Agar D_j oila M_j ko'pxillikdagi vektor maydonlar to'plami bo'lsa, (bu yerda $j = 0, 1$) va $\phi : M_0 \to M_1$ $\phi_* D_0 = D_1$ ni qanoatlantiradi. ϕ akslantirish D_0 oilalarini

D oilasiga o'tkazadi. Har bir orbitada ϕ o'zgarmas rank ga ega. Agar ikkala oiladagi vektor maydonlari to'liq(complete) bo'lsa, ϕ akslantirish har bir orbitadagi qatlamalar(fiber) to'plamidir.

Ta'rif 2. M_j da X_j maydon va $(j = 0, 1)$ va $\phi : M_0 \to M_1$ akslantirish olaylik $\phi_* X_0 = X_1$ shuni anglatadiki, bunda, barcha $m_0 \in M_0$ uchun $\phi'(m_0)X_0(m_0) = X_1(\phi(m_0))$ o'rinli bo'ladi.

Vektor maydon oilalari uchun $\phi_* D_0 = D_1$ ga ko'ra,

1. Har qanday $X_0 \in D_0$ uchun $X_1 \in D_1$ mavjudki, $\phi_* X_0 = X_1$ va
2. Har qanday $X_1 \in D_1$ uchun $X_0 \in D_0$ shunday vektor maydon mavjudki, $\phi_* X_0 = X_1$ o'rinli bo'ladi.

Misol 1. $\alpha = dy - zdx$ bo'lsin. $\alpha = 0$ bo'lgan vektor maydonlari bitta orbitaga ega. $[\partial z, \partial x + z\partial y] = \partial y$ bo'lishini ko'rsating.

Yechish.

$$dy - zdx = 0 \to 0 \;\; dy = zdx$$

$$gradf = \{z, 1, 0\}, \partial z = \{0, 1, 1\} \; \partial x + zdy = \{1, z, 0\}$$

$$D = \{\partial_1, \partial_2\}, \;\; [\partial z, \partial x + z\partial y] = \partial_3$$

Li qavsininhisoblaymiz:

$$[X, Y]^s = X^k \frac{\partial y^s}{\partial x_k} - Y^k \frac{\partial y^s}{\partial x_k}$$

$X = \{0, 0, 1\}$ va $Y = \{1, z, 0\}$ $s = 1, s = 2, s = 3$ bo'lganda Li qavslarini hisoblab quyidagi natijaga erishamiz $s = 1$ $\qquad [X, Y]^1 = 0$
$s = 2$ $\qquad [X, Y]^2 = 1$
$s = 3$ $\qquad [X, Y]^3 = 0$

$$\partial y = [\partial z, \partial x + z\partial y] = \{0, 1, 0\}$$

Demak, $\partial y = [\partial z, \partial x + z\partial y]$ bo'ladi.

Misol 2. Aylanishlar guruhi $SO(3) \to S^2$ sferaga ta'sir qiladi va $SO(3) \to S^2$ akslantirishni xaritalaymiz. Aylanish g uchun gn olish mumkin (bu yerda n-shimoliy qutb). Ushbu xarita chap o'zgarmas vektor maydonlarini chap cheksiz kichik aylanishlariga aylantiradi va bu qatlamalar to'plami Hopf qatlamlanishi bo'ladi.

Yechish.$SO(3) \to S^2$ akslantirish berilgan./ $SO(3) = \{\phi : S^2 \to S^2, \phi_* \phi_*^T = 1\}$ ko'rinishidagi ortogonal almashtirish

$$\pi^{-1}(\tilde{N}) = L_N(\overline{D})$$

$X_1 = \{0, -z, y\}$, $X_2 = \{-y, x, 0\}$,$X_3 = \{-z, 0, x\}$ vektor maydonlarning integral chiziqlarini topganimizda quyidagi ko'rinishlar hosil bo'ladi

$$\begin{cases} y^2 = -z^2 + c_1 \\ y^2 = x^2 + c_2 \\ z^2 = x^2 + c_3 \end{cases}$$

$\forall \phi \in SO(3), \exists k, m, n, \in \{1, 2, 3\}$ va $t_1, t_2, t_3 \in R^1$ berilgan bo'lsin.

$$\phi = X_k^{t_1} X_m^{t_2} X_n^{t_3}$$

S^3 to'plam kvaternion ko'paytirish guruhining aksiomalarini qanoatlantiradi. 3-fazodagi aylanishlar to'plami kompozitsiyasi bir guruh bo'lib, $SO(3)$ deb nomlangan.$r \to R$ tomonidan berilgan $\phi : S^3 \to SO(3)$ akslantirish guruh gomomorfizmidir. $SO(3)$ dagi har bir aylanish R ba'zi $r \in S^3$ (ϕ akslantirish suryektiv) uchun $R = R_r$ ko'rinishida yozilishi mumkin va har bir aylanish $R_r S^3$ da aniq ikkita oldingi tasvirga ega, ya'ni r va $\breve{}r.\phi$ akslantirish $\{1, -1\}$ ning qismgruppasi va bizda guruhlarning izomorfizmi mavjud

$$S^3/\{1, -1\} \approx SO(3)$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO′YXATI

1. P. Stefan, Accessible sets, orbits, and foliations with singularities, Proc. London Math. Soc. 29 (3) (1974) 699–713, MR0362395 (50 #14837).

2. H.J. Sussmann, Orbits of families of vector i elds and integrability of distributions, Trans. Amer. Math. Soc. 180 (1973) 171–188, MR 47 #9666.

3. H.J. Sussmann, Orbits of families of vector i elds and integrability of systems with singularities, Bull. Amer. Math. Soc. 79 (1973) 197–199, MR 46 #10020.

4. H.J. Sussmann, An extension of a theorem of Nagano on transitive Lie algebras, Proc. Amer. Math. Soc. 45 (1974) 349–356, MR 50 #8587.

TEBRANISH MASALASIGA NISBATAN KO'P QIYMATLI AKSLANTIRISHNING INVARIANTLILIGI

Safarov V.[1]

[1]O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
m_hamdam@mail.ru

Ushbu ishda, manba boshqariladigan, giperbolik tipdagi tenglama bilan ifodalanadigan masalaga nisbatan $D : [0, T] \to 2^R$ ko'p qiymatli akslantirishning invariant bo'lishligi tadqiq etiladi [1].

Ma'lumki, $\Omega \subset R^n, n \geq 1$ chegaralangan sohada tebranish masalasi quyidagi ko'rinishda yoziladi [1]:

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \Delta u(x,t) + \mu(x,t),\ 0 < t \leq T,\ x \in \Omega \tag{1}$$

$$u(x,0) = u^0(x),\ u_t(x,0) = u^1(x), x \in \Omega;\ u(x,t) = 0,\ \ 0 \leq t \leq T,\ x \in \partial\Omega, \tag{2}$$

bu yerda $\Delta-$Laplas operatori, $u = u(x,t)-$no'malum funktsiya, $u^0(\cdot) \in L_2(\Omega)-$boshlang'ich holat funktsiyasi, $\partial\Omega$ esa Ω sohaning chegarasi. $\mu(x,t)-$mos ravishda boshqaruv funktsiyasi.

Ma'lumki [1], Laplas operatori uchun xos qiymatlar λ_k, ya'ni $0 < \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq ..., \lambda_k \to \infty$, va mos ravishda xos funktsiya $\varphi_k(x), x \in \Omega, L_2(\Omega)$ da ortonormal sistema tashkil etadi.

(1)-(2) masalaning yechimi $u = u(x,t)$ ni Furьe metodi bilan aniqlaymiz. Agar $f_k(\cdot)$ orqali $f(\cdot)$ funktsiyaning $\varphi_k(x), x \in \Omega$ ga nisbatan Furьe koeffitsenti bo'lsa, u holda (1)-(2) masalaning yechimi mos ravishda quyidagicha bo'ladi [1]:

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[u_k^0 cos\sqrt{\lambda_k}t + \frac{u_k^1}{\sqrt{\lambda_k}} sin\sqrt{\lambda_k}t + \frac{1}{\sqrt{\lambda_k}} \int\limits_0^t \mu_k(\tau) sin\sqrt{\lambda_k}(t-\tau)d\tau \right] \varphi_k(x),$$

$x \in \Omega, t \geq 0.$

$\langle u(\cdot,\cdot)\rangle = \|u(\cdot,\cdot)\|_{L_2(\Omega\times[0,T])}$ ва

$M = \{\mu(\cdot,\cdot) | \|\mu(\cdot,t)\|^2_{L_2(\Omega)} \leq \rho^2 + 2l\int\limits_0^t \|\mu(\cdot,s)\|^2_{L_2(\Omega)} ds,\ 0 \leq t \leq T\}$ bo'lsin.

Tasdiq. Agar

$$\rho \leq \frac{\sqrt{(\lambda_1 b^2(1-2T) - 2c^2T)(1-2lT)}}{T}$$

tengsizlik o'rinli bo'lsa $D(t) = [0,b], 0 \leq t \leq T$ ko'p qiymatli akslantirish (1)-(3) masalaga nisbatan kuchli invariant bo'ladi.

Adabiyotlar

1. Мустапокулов Х. Инвариантное множество в управляемых колебательных системах // Вестник НУУз, N2, 2013, С.124-128.
2. Samatov B., Ibragimov G., I.V.Khodjibayeva. Pursuit-Evasion Differential Games With Gronwall-Type Constraints On Controls // Ural Mathematical Journal, Vol. 6, No. 2, 2020, pp. 95-107.

INVESTITSIYA LOYIHALARI SAMARADORLIGINI BAHOLASH

Saitqulova Maxfuza Zokir qizi
O‘zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O‘zbekiston
maxfuzasaitqulova1120@gmail.com

Investitsiya loyihasini tahlil qilish nazariyasi ishonchli va ob‘ektiv xulosagaolib keluvchi analitik usullar va ko‘rsatkichlarning muayyan tizimidan foydalanishni ko‘zda tutadi. Ko‘p hollarda investitsiya loyihalarini baholashda diskontlash kontseptsiyasini qo‘llashga asoslangan.

Diskontlashtirish deganda investitsiya yoki pul oqimlarining kelgusidagi qiymatining bugungi joriy bahoda ifodalanishi tushuniladi. [1]

Sof joriy qiymat — NPV (ingl.net present value). Sof joriy qiymat ko‘rsatkichi loyiha amalga oshirilishi natijasida firma boyligi qanchaga ko‘payganini xarakterlaydi. Sof joriy qiymat bu diskontlangan pul tushumlari bilan (albatta investitsiya natijalarida vujudga kelgan) diskontlangan xarajatlarning farqidir.

$$NPV = \frac{CF_1}{(1+K)^1} + \frac{CF_2}{(1+K)^2} + \cdots + \frac{CF_n}{(1+K)^n} - I_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+K)^t} - I_0 \qquad (113)$$

bu erda,NPV– sof joriy qiymat; K – diskontlash stavkasi; I_0 – boshlang‘ich investitsiya; $CF_t - t$ davr oxirida kelib tushgan pul oqimi.

Uzoq muddatli investitsiyalarda sof joriy qiymat ko‘rsatkichini topishda quyidagi formuladan foydalanish mumkin:

$$NPV = \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+K)^t} - \sum_{t=0}^{n} \frac{I_t}{(1+K)^t} \qquad (114)$$

Loyihalarning hayot davri cheklanmagan holatlarda hisoblashda Gorden formulasidan foydalaniladi:

$$NPV = \frac{CF_1}{(K-q)} - I_0 \tag{115}$$

Bu yerda: CF_1- pul tushumlari; q- pul tushumlarining doimiy o‘sish sur’atlari.

Agar: $NPV > 0$ bo’lsa, u holda investitsiyalarinng rentabelligi diskont miqdoridan yuqori bo‘ladi va loyiha foydali bo’ladi;

$NPV < 0$ bo‘lsa, u holda loyiha rentabelligi minimal miqdordan past bo‘ladi va foyda keltirmaydi;

$NPV = 0$ bo’lsa, u holda loyiha rentabelligi diskont stavkasiga (minimal qoplash me‘yoriga) teng bo‘ladi. Unga qo’yilgan mablag’larni to’liq qoplaydi, lekin investorga foyda keltirmaydi. [2,3,4]

Misol “Mardiboyev Zokir” FX faoliyatini boshlash uchun 140mln. so‘m investitsiya qilish talab etiladi va undan kutiladigan natija yillarbo‘yicha 30; 70; 80 va 45 mln. so‘mni tashkil etadi. O‘zgarmas sharoitda doimiy diskont stavkasi K = 13% ga teng. Fermer xo‘jaligi uchun kiritilgan sarmoya foyda keltiradimi?

NPV ni hisoblash natijasi: $NPV = \frac{30}{(1+0.13)^1} + \frac{70}{(1+0.13)^2} + \frac{80}{(1+0.13)^3} + \frac{45}{(1+0.13)^4} - 140 = 164.441229 - 140 = 24.441229$. Javob: $NPV = 24441229$ so‘m. Demak, $NPV > 0$ bo‘lganligi sababli, kiritilgan investitsiya daromad keltiradi.

Adabiyotlar

1. Царихин К.С. Показатели эффективности использования активовкомпании, "Инвестиционный банкинг 2009, N2.

2. https://com-roseltorg.ru/uz/services-banks/metod-chistoi-privedennoi-stoimosti-investicionnogo-proekta-npv/

3. Baqoev M.T., Muhamedov A.Q. Moliyaviy matematika: O‘quv qo‘llanma. –T.: Jahon iqtisodiyoti va diplomatiya universiteti, 2013-y., 256 b.

4. Abdurahmonov Sh.Sh. Investitsion loyihalar tahlili fanidan labaratoriya ishlarini bajarish bo‘yicha o‘quv uslubiy qo‘llanma. Namangan, 2021. 40 b.

Sirkulyar bloklar usulida dispersiyani baholash

Solijonova Mavluda[1]

[1]O’zbekiston Milliy universiteti, Tashkent, O’zbekiston;
Milliymatem102@gmail.com

Farraz qilaylik $\{X_n, n \in Z\}$ statsionar tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi bo’lsin.

Berilgan $X_1, X_2, ..., X_n$ tanlanmani $B_1, B_2, ..., B_n$ bloklarga ajratamiz, bunda $B_i = \{X_i, X_{i+1}, ..., X_{i+p}\}, p < n, i = \overline{1,n}$ bu yerda $i = n$ da $X_{i+k} = X_k, k = \overline{1,p}$ deb olinadi. $B_i, i = \overline{1.n}$ bloklardan bog’liqsiz va tasodifiy n marta bloklarni bir xil $\frac{1}{n}$ ehtimollik bilan tanlaymiz [1]. Tanlangan bloklarni ketma-ket qo’yib quyidagi butstrep tanlanmani hosil qilamiz:

$X_1^*, X_2^*, ..., X_m^*$ bu yerda $m = pn$

Markaziy limit teoremadan qo’shimcha shartlardan

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} (X_i - EX_i) \Rightarrow N(0, \sigma^2)$$

foydalanamiz, bu yerda $N(0, \sigma^2)$ matematik kutilmasi nol va dispersiyasi σ^2 bo'lgan Gauss tasodifiy miqdori

$$\sigma^2 = DX_1 + 2\sum_{i=1}^{\propto} cov(X_1, X_{i+1})$$

Biz quyidagi ketma-ketlikni ko'ramiz

$$X_n = \alpha X_{n-1} + \epsilon_n$$

bu yerda $\alpha \in (-1, 1), \{\epsilon_n, n \in Z\}, \epsilon_n \sim N(0, 1)$

Yuqoridagi keltirilgan sirkulyar bloklar usulida σ^2 ni baholash masalasi ko'rilgan. Ma'ruzada olingan natijalar keltiriladi. Boshqa usulda σ^2 ning bahosi [2] da keltirilgan.

Foydalanilgan adabiyotlar

[1].S.N.Lahiri. Resampling Methods for Dependent Data. Springer Series in Statistics , 2003

[2].H.Dehling , R.Fried , O.Sh.Sharipov , D.Vogel , M.Wornowizki. Estimation of variance of partial sums of dependent processes. Statistics and Probability Letters 83 (2013) 141-147

Gravitatsiya bilan juftlashgan gorizontal konformal akslantirishlar

Temirova Muattar

$O'zbekiston\ Milliy\ Universiteti,\ Toshkent,\ O'zbekiston$

$temirovamuattar95@gmail.com$

Garmonik tushunchalarni quyidagicha ta'riflash mumkin. $\psi : (M^m, g) \to (N^n, h)$ silliq akslantirish M Riman ko'pxilligida skalyar maydonni aniqlaydi.

Ta'rif 1. $\mathcal{L}_(\psi)$ o'zgaruvchanlik prinsipining statsionar nuqtasi ψ garmonik deyiladi. ψ ning yechimi

$$\frac{\delta \mathcal{L}_{maydon}}{\delta \psi} = \frac{\delta \mathcal{L}_{\psi}}{\delta_{\psi}} = 0$$

Bu yerda δ- garmonik funksional hosilani bildiradi. $\mathcal{L}_{\psi}$ ning Eyler-Lagranj tenglamalari Eells-Sampson tomonidan hisoblab chiqilgan va garmonik akslantirishning quyidagi ekvivalentlik ta'riflariga olib keladi.

Ta'rif 2. $\psi : (M^m, g) \to (N^n, h)$ yarim Riman ko'pxilliklari orasidagi akslantirish bo'lsin. Agar quyidagi ekvivalentlik shartlaridan biri bajarilsagina ψ- garmonik akslantirish deyiladi:

1. $\psi - \mathcal{L}_{\psi}$ ning statsionar nuqtasi;
2. $\tau^i(\psi) = \tilde{\nabla}\psi_* = 0$;
3.

$$\tau^i(\psi) = g^{ab}\{\psi^i_{ab} - M\Gamma^i_{ab}\psi\psi^i_c + N\Gamma^i_{jk}\psi^j_a\psi^k_b\} = -\triangle^M\psi^i + g^{ab}N\Gamma^i_{jk}\psi^j_a\psi^k_b = 0$$

bu yerda $\psi^i_a = \partial\psi^i/\partial x^a, \psi^i_{ab} = \partial^2\psi^i/\partial x^a\partial x^b$, va $i = 1, 2, ..., n$. $\mathcal{L}_{\psi}$ ga bog'langan-kuchlanish energiya tenzori mavjud bo'lib, u divergensiyasizdir.

Tasdiq 1.
1. Agar $\psi : (M^m, g) \to (N^n, h)$ akslantirish garmonik bo'lsa, u holda $S_\psi = 0$ bo'ladi..
2. Agar $\psi : (M^m, g) \to (N^n, h)$ akslantirish differsialanuvchi akslantirish bo'lsa, u holda ψ garmonik bo'ladi;
3. Har qanday $\psi : (M^m, g) \to (N^n, h)$ akslantirish uchun $S_\psi = (m-2)e(\psi)$ tenglik o'rinli.
Silliq $\psi : M^m \to N^n$ akslantirish uchun $C_\psi = \{x \in M | rank\psi_{*x} < n\}$ va $M^* - M \backslash C_\psi$ bildiradi. Har bir $x \in M^*$ uchun $T_x^V M = Ker\psi_(* x)$ va $T_x^H M = (Ker\psi_(* x)^\perp$ vertical va gorizontal bo'shliqlar aniqlanadi. $T_x^V M$ va $T_x^H M$ bo'shliqlar M^* da silliq taqsimotlar, mos ravishda V-vertikal raqsimot va H-gorizontal taqsimotni bildiradi.

Ta'rif 3. Agar C_ψ da $\psi_* = 0$ va ψ ning M^*da cheklanishi konformal submersiya bo'lsa, $\psi : (M^m, g) \to (N^n, h)$ silliq akslantirish gorizontal konformal deyiladi. Ya'ni har qanday ixtiyoriy $x \in M^*$ uchun $\psi_{*x} : T_x^H M \to T_{\psi(x)} N$ konformal va suryektivdir. ψ_*- differensial akslantirish.

Ta'rif 4. Agar N ning ochiq qism V to'plamida $\psi^{-1}(V)$ bo'sh bo'lmagan garmonik bo'lgan har bir haqiqiy qiymatli f funksiya uchun $\psi^{-1}(V) \subset M$ da haqiqiy qiymatli garmonik funksiya bo'lsa, C^2 yarim Riman ko'pxilliklari orasidagi akslantirish

$$\psi : (M^m, g) \to (N^n, h)$$

garmonik morfizm deb ataladi

Xulosa.$\psi : (M^m, g) \to (N^n, h)$ garmonik va gorizontal konformal bo'lsa, garmonik morfizm bo'ladi.

Ta'rif 5. $\psi : (M^m, g) \to (N^n, h)$ akslantirish Riman ko'pxilliklari orasidagi akslantirish bo'lsin. ψ va g ning silliq o'zgarishlariga nisbatan Eyler - Lagranj tenglamasi o'rinlidir:

$$R_{ab}^M - \frac{1}{2} R^M g_{ab} = \gamma (S_\psi)_{ab}$$

$$\nabla d\psi = 0$$

Bu yerda S_ψ -ψ akslantirish bilan bog'langan energiya tenzori, γ- o'zgarmas, R_{ab}^M- M ning Richchi tenzori komponentalari.

Ta'rif 6. M va N Riman ko'pxilliklari bo'lsin. Agar ψ va g ni qanoatlantirsa, gorizontal konformal submersiya $\psi : (M^m, g) \to (N^n, h)$ $m > n2$ gravitatsiya bilan juftlashgan deyiladi.

Tasdiq 2. M va N Riman ko'pxilliklari bo'lsin. Agar $\psi : (M^m, g) \to (N^n, h)$ $m > n2$ gravitatsiya bilan juftlashgan gorizontal konformal submersiya bo'lsa:

1.ψ- garmonik morfizm bo'ladi;

2. $Ric^M = -\gamma \psi^* h$ va $\nabla d\psi = 0$ tengliklar o'rinlidir;

3.$rank(Ric^M) = rankd\psi = n$;

4. Agar $Ric^M(V, V) = 0$ bo'lsa, $V \in C(\mathcal{V})$ bo'ladi;

5. $X \in C(\mathcal{H})$ uchun, $Ric^M(X, X) = 0$ bo'ladi, agar va faqat

$$\gamma = 0 \; va \; Ric^M(X, X) > 0 (< 0)$$

va mos ravishda $\gamma < 0 (> 0)$ bo'lganda;
Bu yerda $Ric^{M\smile} M$ va $C(\mathcal{V})$ ning Richchi tenzori, $C(\mathcal{H})$ mos ravishda $\mathcal{V}, \mathcal{H}$ taqsimotlarning vektor fazolarini bildiradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Mustafa, M.T. (2000). Applications of harmonic morphisms to gravity J. Math. Phus., 41, n. 10, 6918-6929.
2. Schimming, R., Hirschmann, T. (1988). Harmonic maps from spacetime and their coupling to gravitation. Astranom. Nachr., 309, 311 – 321.
3. Riemannian submersions. I. Pastore, Anna Maria, 1995. II. Ianus, Stere. III. Title.

IKKI O'LCHOVLI TERMO-ELASTIK MASALALARNI KUCHLANISHLARDA SONLI YECHISH

Tilovov Otajon[1], Xudoyberdiyev Jamshid[2]
[1,2]National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan;
otajontilovov95@gmail.com,jamshid33sparta@gmail.com

Bu ishda to'rtburchak soxa uchun klassik ikki o'lchovli masala ko'riladi. Sonli usul to'rtburchak soxada termoelastik masalalarni yechishda samarali hisoblanadi. Ushbu masalaga matematik va muhandislik yondashuvlarining o'zaro bog'liqligi tekshiriladi.Kuchlanishlarga nisbatan termo-elastiklikning chegaraviy masalasi deformatsiyalanuvchi qattiq jismlar mexanikasining aktual masalasi hisoblanadi. Kuchlanishlarga nisbatan chegaraviy masala odatda deformatsiyaning uzluksizlik sharti, Guk qonuni va muvozanat tenglamasi yordamida juda mashxur bo'lgan Beltrami-Mitchell tenglamalariga keltiriladi. Ma'lumki, kuchlanishlarda chegaraviy masala 6 ta Beltrami-Mitchell differensial tenglamalari, 3 ta muvozanat tenglamasi va 3 ta chegaraviy shartdan iborat. Bu masalada asosiy muomo chegaraviy shartlarning yetarli emasligida, biz bu masalani yechish uchun muvozanat tenglamasini ham chegaraviy shart sifatida qaraymiz. Bu ishda tekis termo-elastik masalalarni kuchlanishlarga nisbatan sonli yechishga bag'ishlanadi. Chegaraviy masala Beltrami-Mitchell tenglamalari yordamida to'rtburchak soha uchun tuzib chiqildi. Bunda tenglamalariz 3ta Beltrami-Mitchell tenglamasi, 2ta chegaraviy shart va to'rtbuchakning har bir tomonida bita qo'shimcha chegaraviy shartdan iborat. Diskret tenglamalar chekli ayirmali tenglamalar yordamida tuzildi va iteratsiya usuli yordamida yechiladi. Temperaturani hisobga olgan holda Beltrami-Mitchell tenglamalari quyidagicha ko'rinishga ega

$$\nabla^2 \sigma_{ij} + \frac{1}{1+\nu} S_{,ij} = -(X_{i,j} + X_{j,i}) - \frac{\nu}{1-\nu}\delta_{ij} X_{k,k} - 2\mu\alpha(T_{,ij} + \frac{1+\nu}{1-\nu}\delta_{ij}\nabla^2 T_{ij}) \quad (116)$$

(1) tenglama muvozanat tengalamasi yordamida $\sigma_{ij,j} + X_i = 0$,va hajmiy kuchlarni hisobga olmagan holda $X_i = 0$, bir qancha soddalashtirish ishalarini amalga oshirsak quyidagicha ko'rinishga keladi.

$$\nabla^2 \sigma_{ij} = 2\mu\alpha \frac{1+\nu}{1-\nu}(T_{,ij} - \delta_{ij}\nabla^2 T) \quad (117)$$

Chegaraviy shartlar quyidagicha ko'rinishga ega

$$\sigma_{ij}|_{\Sigma_1} = S_i,\, \sigma_{ij,j}|_{\Sigma} = 0 \quad (118)$$

bu yerda σ_{ij} kuchlanish tenzori, T- temperatura, α- issiqlik kengayish koeffsienti, ν, μ- Puosson va Lame koeffsienti..

Foydalanilgan Adabiyotlar

1.V.Novatsky. The Theory of Elasticity. -M.: Mir, 1975. -872 p.
2.B.E.Pobedrya., S.V. Sheshenin, T. Kholmatov. Problems in terms of stresses. Tashkent, Fan, 1988, 200 p.
3.V.V.Meleshko. Superposition method in thermal-stress problems for rectangular plates. International Applied Mechanics, Vol. 41, No. 9, 2005.
4.A.A.Khaldjigitov, A.K.Kalandarov, Yu.S.Yusupov.Coupled problems of thermoelasticity and thermoplasticity.Tashkent: "Fan va technology 2019. - 193 p.

CHEKSIZ DISPERSIYALI MARKOV TARMOQLANUVCHI JARAOYNLARI HAQIDA

A.A.Toshmuradov
O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
abbostoshmuradov39@gmail.com

Har bir zarrasi uzluksiz vaqtli Markov tarmoqlanuvchi jarayoni sxemasiga muvofiq rivojlanadigan populyatsiyani qaraymiz, bunda biror $t > 0$ vaqt momentida mavjud bo'lgan zarra o'zining kelib chiqishi va boshqa zarralardan bog'liqsiz ravishda $P_{1j}(\Delta t) = \delta_{1j} + p_j\Delta t + o\,(\Delta t)$ ehtimollik bilan j zarraga aylanadi. Shu bilan birga vaqtning har bir $t > 0$ momentida populyatsiyaga $(t, t + \Delta t)$ oraliqda $\delta_{ok} + a_k\Delta t + o\,(\Delta t)$ ehtimollik bilan $k,\ k = 0, 1, 2, ...$ ta zarra kelib qo'shiladi yoki populyatsiyadan $q_r\Delta t + o\,(\Delta t)$ ehtimollik bilan t momentda mavjud bo'lgan zarralardan $r, r = 1, \dots m$ tasi emigratsiya bo'ladi, bu yerda m - ixtiyoriy o'zgarmas natural son, δ_{ij}-Kroneker simvoli,

$$p_1 < 0,\ \sum_{j=0}^{\infty} p_j = 1,\ \sum_{k=0}^{\infty} a_k + \sum_{r=1}^{m} q_r = 0,\ \ a_0 < 0.$$

Zarralar bir-biridan, populyatsiyaning sonidan, kelib chiqishidan va migratsiya jarayonidan bog'liqsiz ravishda ko'payadi deb faraz qilamiz. Bunday jarayonning ba'zi asimptotik xossalari [1] ishda o'rganilgan. Ushbu jarayonnig t vaqtidagi zarralar sonini Z_t bilan belgilaymiz va quyidagi hosil qilsh funksiyalarini kiritamiz:

$$f(x) = \sum_{j=0}^{\infty} p_j x^j, \quad \Phi(t, x) = \sum_{j=0}^{\infty} P_{1j}(t)x^j, \ \ |x| \le 1.$$

Uzluksiz vaqtli va migratsiyali tarmoqlanuvchi jarayonlarni dispersiyasi cheksiz bo'lishi mumkin bo'lgan hollarda o'rganishda quyidagi lemma muhim ahamiyatga ega.

Lemma. Agar $f(x) = (1-x)^{1+\nu}L(1-x), 0 < \nu \le 1$ bo'lsa, bu yerda $L(1-x)$, $x \to 1-$ da sekin o'zgaruvchi funksiya (s.o'.f), u holda

$$1 - \Phi(t, x) = \frac{N(t)}{t^{1/\nu}}\left(1 - \frac{U(t, x)}{\nu t}\right)$$

bo'ladi, bu yerda $N(t)$ funksiya $t \to \infty$ da s.o'.f. va $t \to \infty$ da $\nu N^{\nu}(t)L(t^{-1/\nu}N(t)) \to 1$ minosabat o'rinli, $U(t, x)$ funksiya esa quyidagi shartlarni qanoatlantiradi:

1) $U(t,x) = U(x)(1+\alpha(t,x))$, bu yerda $t \to \infty$ intilganda $0 \le x < 1$ bo'yicha tekis ravishda $\alpha(t,x) \to 0$.

2) $\lim_{x\to 1-} U(t,x) = \nu t$ barcha $t > 0$,

3) $U(t,0) = 0$ barcha $t > 0$ lar uchun,

4) $0 \le x < 1$ bo'yicha tekis $\lim_{t\to 0+} U(t,x)/(\nu t) = x$.

Adabiyotlar

1. И.С. Бадалбаев, Т.Д. Якубов, Предельные теоремы для критического марковского ветвящегося процесса с непрерывным временем и миграцией. Рук. Деп. В ГФНТИ ГКНТ РУз. (1994), 2153, 30 стр.

BIR KVAZICHIZIQLI YUQORI TARTIBLI XUSUSIY HOSILALI DIFFERENSIAL TENGLAMA HAQIDA

Tulqinboyev Tulqinjon Azizjon o'g'li
Farg'ona davlat universiteti, Farg'ona, O'zbekiston;
tulqinjon98@mail.ru

Ushbu ishda qo'shimcha shart asosida kvazichiziqli tenglamani chiziqli tenglamaga keltirish usuli berilgan. Quyidagi kvazichiziqli

$$L(u) - k(t)u_{xx}(t,x) + u(t,x)\left[u_x(t,\xi_1) - u_x(t,\xi_2)\right] = f(t,x) \tag{1}$$

tenglamani $\Omega = \{(t,x) : t > 0, -\infty < x < \infty\}$ sohada tadqiq etamiz, bu yerda $k(t) \neq 0$, $f(t,x)$ - berilgan funksiyalar, $-\infty < \xi_1 < \xi_2 < \infty$. $L(u) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \left(\partial^i/\partial t^i\right) u(t,x)$, $n \in N$, α_i lar bir vaqtda nolga aylanmaydigan o'zgarmaslar.

Quyidagi tasdiq o'rinli:

Lemma. Agar (1) tenglama

$$\int_{\xi_1}^{\xi_2} u(t,x)dx = 0 \tag{2}$$

shartni qanoatlantirsa, uni quyidagi chiziqli tenglamaga keltirish mumkin:

$$L(u) - k(t)u_{xx}(t,x) + p(t)u(t,x) = f(t,x), \quad p(t) = \frac{1}{k(t)}\int_{\xi_1}^{\xi_2} f(t,x)dx. \tag{3}$$

`Isbot.` (2) shartning xar ikki tomoniga $L(u)$ operatorni qo'llaymiz: $\int_{\xi_1}^{\xi_2} L\left[u(t,x)\right]dx = 0$. So'ngra (1) tenglamadan foydalanib quyidagini hosil qilamiz:

$$k(t)\int_{\xi_1}^{\xi_2} u_{xx}(t,x)dx - \left[u_x(t,\xi_1) - u_x(t,\xi_2)\right]\int_{\xi_1}^{\xi_2} u(t,x)dx = -\int_{\xi_1}^{\xi_2} f(t,x)dx.$$

Bu yerdan (2) shartni xisobga olsak $k(t)\left[u_x(t,\xi_2)-u_x(t,\xi_1)\right]=-\int\limits_{\xi_1}^{\xi_2} f(t,x)dx$ hosil bo‘ladi. Ushbu ifodadan $u_x(t,\xi_1)-u_x(t,\xi_2)=\frac{1}{k(t)}\int\limits_{\xi_1}^{\xi_2} f(t,x)dx$ ni topib (1) tenglamaga qo‘ysak (3) chiziqli tenglama hosil bo‘ladi. Shuni ta’kidlash kerakki, (2) ko‘rinishdagi shart ko‘plab teskari masalalarni tadqiq etishda ishlatiladi [1, 2].

Foydalanilgan adabiyotlar

1. **B.Jin, W.Rundell.** *An inverse problem for a one-dimensional time-fractional diffusion problem.* Inverse Problems 28 (2012), doi:10.1088/0266-5611/28/7/075010.
2. **V.L.Kamynin.** *On the inverse problem of determining the right-hand side of a parabolic equation under an integral overdetermination condition.* Mathematical Notes, 77 (2005), No.4, 482-493.

Ellips va uchburchakning transfinit diametri.

Turayeva Dilorom Abdumannob qizi
O’zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O’zbekiston;
turayevad158@gmail.com

Transfinit diametr tushunchasi kompleks analizda potensiallar nazariyasining analitik sig’im tushunchasining geometrik talqin etilishi sifatida qaraladi. Bu ikki tushuncha turli ob’ektlar vositasida aniqlansada tekislikdagi kompakt to’plamlar uchun ustma-ust tushadi. Ushbu ishda ellips bilan va uchburchak bilan chegarlangan sohalarning transfinit diametri analitik sig’im orqali aniqlanishi keltiriladi.

Aytaylik, $E \subset \mathbb{C}$ chegaralangan cheksiz yopiq qism to’plam bo’lsin.

Tarif 1. E to’plamning analitik sig’imi deb quyidagiga aytiladi

$$\gamma(E)=\sup|f'(\infty)|$$

bu yerda supremum hamma $f:\mathbb{C}/E\to\mathbb{C}$, $|f|\leq 1$ shu shartlarni qanoatlantiruvchi funksiyalar bo’yicha olingan va $f'(\infty)$ quyidagiga teng

$$f'(\infty)=\lim_{z\to\infty} z(f(z)-f(\infty))$$

.

Tasdiq 1. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\leq 1$ tenglamani qanoatlantiruvchi ellips bilan chegaralangan sohaning analitik sig’imi $\frac{a+b}{2}$ ga teng bo’ladi.

Tasdiq 2. Uchlari $A_1=0$, $A_2=1$ va $ImA_3>0$ bo’lgan Π uchburchakning analitik sig’imi quyidagi

$$\gamma(\Pi)=\lim_{z\to\infty} z(q(z)-q(\infty))$$

formula bilan topiladi, bu yerda Γ markazi yuqori yarim tekislikda olingan biror c nuqtada bo’lgan va to’lig’icha yuqori yarim tekislikda yotgan doiraning chegarasi $f(z)$ va $q(z)$ funksiyalar quyidagicha aniqlangan:

$$f(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_{\Gamma}\frac{\gamma\overline{\gamma^{\alpha_1-1}(1-\gamma)^{\alpha_2-1}}}{\int_0^{\gamma}\xi^{\alpha_1-1}(1-\xi)^{\alpha_2-1}d\xi-zB(\alpha_1,\alpha_2)}d\gamma$$

$$q(z) = e^{i\varphi}\frac{f(z)+c}{f(z)+\bar{c}}$$

.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. **Б.А. Клименьевич.** *Справочное пособие по высшей математике. Т. 4: Функции комплексного переменного:теория и практика. -М.:Едиториал УРСС, 2001.-352 с.*
2. **Г.М.Голузин .** *Геометрическая теория функций комплексного переменного,Наука, М., 1966, 628 с.*

Karno gruppalari akslantirishlari sath sirtlarining parametrizatsiyasi

Umariy M.X.[1], **Bayturayev A.M.**[2]
[1]O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
mumariy@bk.ru
[2]O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
abayturayev@gmail.com

Ushbu ishda Geyzenberg gruppalarida regulyar sirtlar parametrizatsiyasi bilan $S \subset H^n$ gipersirt parametrizatsiyasi orasidagi bog'liqlik o'rganilgan.

Qaralayotgan S gipersirt $\varphi : U \subset R^{2n} \to R^1$ uzliksiz funktsiya yordamida $U \ni x \mapsto (\varphi(x), x) \in S$ kabi parametrlangan bo'lib, uzluksiz gorizontal differntsiallanuvchi $f : H^n \to R^1$ akslantirishning sath sirtiga nisbatan ichki ma'noda regulyar bo'ladi faqat va faqat agar φ nochiziqli birinchi darajali

$$\nabla^{\varphi}\varphi = w$$

differentsial tenglamalar sistemasining U to'plamdagi yechimi bo'lsa, bu yerda $w \in C^0(U; R^{2n-1})$. Agar $n = 1$ bo'lsa, bu sistema H^1 subriman fazosida Byurgersning klassik

$$\frac{\partial}{\partial t}\varphi + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial y}(\varphi)^2 = w$$

tenglamasiga aylanadi. Yuqori o'lchamli H^n, $n \geq 2$ gruppalarda vektor operator $\nabla^{\varphi} = (\nabla_2^{\varphi}, ..., \nabla_{2n}^{\varphi})$ chiziqli qism va Byurgers operatoridan iborat bo'ladi:

$$\nabla_j^{\varphi} := \begin{cases} \frac{\partial}{\partial x_j}\varphi - \frac{y_j}{2}\frac{\partial}{\partial t}, \; j = 2, ..., n \\ \frac{\partial}{\partial y_1}\varphi + \varphi\frac{\partial}{\partial t}, \; j = n+1 \\ \frac{\partial}{\partial y_{j-n}}\varphi + \frac{x_{j-n}}{2}\frac{\partial}{\partial t}, \; j = n+2, ..., 2n. \end{cases}$$

Bu o'rganilayotgan bog'lanishni Karno gruppalarida regulyar gipersirtlar va ularning parametrizatsiyasiga tadbiq etish mumkin. Buning natijasida bu parametrizatsiya gorizontal differentsiallanuvchi $f : G \to R^1$ akslantirish sath sirtini parametrlashi uchun zarur va yetarli shartlar olish mumkin, bu yerda $G = (R^n, *)-$ Karno gruppasi. Parametrizatsiya $\varphi : U \subset R^{n-1} \to R^1$ ning aniqlanish sohasida maxsus d_{φ} masofa va ∇^{φ} differentsial operatorlarni kiritib, ular yordamida ∇^{φ}-differentsiallanuvchi funktsiyalarni aniqlash mumkin.

Teorema Ushbu $U \ni x \mapsto (\varphi(x), x) \in G = (R^n, *)$, $U \subset R^{n-1}$ parametrlash usuli bilan berilgan gipersirt regulyar bo'lishi uchun φ akslantirish tekis ∇^{φ}-differentsiallanuvchi bo'lishi zarur va yetarlidir.

References

1. S.G.Basalayev, Parametrizatsiya poverxnostey urovnya veshestvennoznachnix otobrajeniy grupp Karno. Matem. trudi, 2012, tom 15, №2, str. 3-29.

Qimmatli qog‘ozlar optimal portfelini matematik modellashtirish

Usmonova D.Sh.
O‘zMU magistranti; Toshkent O‘zbekiston;
usmonovadilafruz37@gmail.com

Optimal portfel nazariyasi boshqa portfellarga qaraganda xavf (risk) minimallashtirilgan, ammo bir xil aktivlardan (qimmatbaho qog‘ozlar) tashkil topgan moliyaviy investitsiya paketini shakllantirish imkonini beradi. Portfel riskining o‘lchovi sifatida standart chetlashish (yoki dispersiya), ya‘ni portfel daromadining kutilayotgan qiymatidan og‘ish ehtimolligi qabul qilinadi. Umuman olganda optimal strukturadagi portfelning matematik modeli quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\min V_p = \sum_i \sum_j V_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

Bunda quyidagi shartlar bajariladi deb faraz qilinadi:

$$\begin{cases} \sum\limits_j x_j m_j = m_p \\ \sum_j x_j = 1 \\ x_j 0 \\ x_j \leq \delta_j \end{cases} \qquad (2)$$

Bu yerda V_p-portfel samaradorliligining variatsiyasi; V_{ij} i-va j-qimmatli qogozlar samaradorliligining kovariatsiyasi; m_j j-qimmatli qogoz samaradorliligining matematik kutilmasi; m_p–portfelning berilgan samaradorligi; x_j j-qimmatli qogozning kapital ulushi O‘zgaruvchilarning manfiy bo‘lmasligi – berilgan masalaning zaruriy sharti hisoblanadi. Agar $x_j > 0$ bo‘lsa, j- turdagi qimmatli qog‘ozga x_j miqdordagi kapitalni investitsiya qilishni tavsiya etadi. Agar $x_j < 0$ bo‘lsa, bu turdagi qimmatli qog‘oz uchun x_j miqdorda qarz olishni tavsiya etadi. To‘rtinchi shart qonuniyat talablariga javob beradi. Masalan, investitsion fond ulushidagi aktivlar tarkibi va tuzilmasida bitta xo‘jalik aksiyalarining taxminiy qiymati aktivlar qiymatining δ_j foizidan oshmasligi kerak. Boshlang‘ich vazifamiz kvadratik dasturlash masalasini ishlab chiqish. Kvadratik dasturlashning to‘g‘ri masalasi quyidagi ko‘rinishda bo‘lib,

$$\min f(x) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_{ij} x_i x_j \quad (3)$$

bunda quyidagi shartlar bajariladi:

$$\begin{cases} \varphi_j = \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + b_i \leq 0, \quad (i = \overline{1,m}) \\ x_j 0, \quad (j = \overline{1,n}) \end{cases} \qquad (4)$$

Kvadratik dasturlashning amaldagi masalasi quyidagi ko‘rinishda bo‘lib,

$$\max g(x) = -\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} d_{ij}^{-1} v_i v_j + \sum_{j=1}^{m} b_j u_j \quad (5)$$

bunda quyidagi shartlar bajariladi:

$$\begin{cases} \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}^{T} u_j + v_i 0, \quad (i = \overline{1,n}) \\ u_j 0, (j = \overline{1,m}) \end{cases}$$

bu yerda $v_i = \frac{\delta f(x)}{\delta x_i}$, u_j - Lagranj ko‘phadlari

Adabiyotlar

1. Первозванский А.А., Первозванская Т.Н. Финансовый рынок: расчет и риск. М.: Инфра-М. 1994. С. 90-97
2. Кузнецов А.В., Сакович В.А., Холод Н.И. Высшая математика. Математическое программирование. Минск: «Вышэйшая школа». 1994. С. 222-230
3. Зуховицкий С.И., Авдеева Л.И. Линейное и выпуклое программирование. М.: «Наука». 1967. С. 367-372
4. С. И. Спивак, Е. В. Саяпова, Р. Э. Ахтямов. Математическое моделирование оптимального инвестиционного портфеля. Вестник Башкирского университета. 2007. Т.12, №2 5 УДК 519.862.6

Chiziqsiz integral operatorlarning xos sonlari haqida

A.R.Xalmuxamedov[1], M.M.Habibullayev[2]
[1] O’zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O’zbekiston;
khalmukhamedov@gmail.com
[2] O’zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O’zbekiston;
mirolimhabibullayev7@gmail.com

X va Y lar K maydon ustida ikkita Banax fazosi va $F, J \in \mathbb{C}(X,Y)$ bo’lsin. $\lambda \in$ K skalyarni (J,F) juftlikning klassik xos soni deb ataymiz, agar

$$N(\lambda J - F) = \{x \in X : F(x) = \lambda J(x)\} \tag{119}$$

to’plamda $x \neq \theta$ element mavjud bo’lsa.Har qanday shunday element (J,F) ning λ ga mos keluvchi xos vektori deyiladi. Muhim bo’lgan maxsus hol, $X = Y$ va $J = I$ bo’lgan holidir, ya’ni

$$N(\lambda I - F) = \{x \in X : F(x) = \lambda x\}. \tag{120}$$

$\sigma_p(J,F)$ deb (J,F) ning barcha klassik xos sonlar to’plamini belgilaymiz va xususan $\sigma_p(I,F) = \sigma_p(F)$.
Ba’zida belgilangan xos vektorlariga mos keluvchi xos sonning qiymatlari ahamiyatlidir. Bundan $r > 0$ uchun

$$\Lambda_r(J,F) = \{\lambda \in \mathrm{K} : F(x) = \lambda J(x), \quad x \in S_r(x)\} \tag{121}$$

to'plamlarni kiritamiz va xususiy holda

$$\Lambda_r(F) = \Lambda_r(I, F) \tag{122}$$

Albatta chiziqli L operator uchun $\Lambda_r(L)$ to'plam r ga bog'liq emas. Umumiyroq holda esa agar F operator τ bir jinsli va J operator τ' bir jinsli bo'lsa, u holda

$$\Lambda_r(J, F) = \{\lambda r^{\tau-\tau'} : \lambda \in \Lambda_1(J, F)\} \tag{123}$$

Xulosa qilib aytganda, biz barcha xos vektorlarni hosil qilish uchun, ilarni faqatgina birlik sferada bilishimiz etarli.

Quyida chiziqli bo'lmagan kompakt $F : B_r(X) \to X$ operator uchun $\Lambda_r(F)$ ning strukturasini tavsiflash uchun ikkita muhim teoremani keltiramiz. Ahamiyatlisi shundaki, birinchi teorema faqat chekli o'lchamli fazolarda, ikkinchisi esa faqat cheksiz o'lchamli fazolarda o'rinli.

Teorema 1. Agar $F : B_r(R^n) \to R^n \backslash \{\theta\}$ uzluksiz bo'lsa,u holda (122) to'plamda ba'zi $\lambda_+ > 0$ va $\lambda_- < 0$ lar mavjud bo'ladi.

Teorema 2. Faraz qilaylik X cheksiz o'lchovli haqiqiy Banax fazosi va $F : B_r(X) \to X$ kompakt operator hamda

$$\inf_{\|x\|} \| F(x) \| > 0 \tag{124}$$

bo'lsin. U holda (122) to'plamda ba'zi $\lambda_+ > 0$ va $\lambda_- < 0$ lar mavjud bo'ladi.

Adabiyotlar

1. J.Appell, E.De Pascale, A.Vignoli, Nonlinear Spectral Theory, , Berlin,New York 2004.
2. Allessandro Calamai, Massimo Furi, Alfonso Vignoli, An overview on spectral theory for nonlinear operators, October 2009. Communications in Applied Analysis 13(4):509-534.

PUASSON NUQTAVIY JARAYONIDAN YARALGAN QAVARIQ QOPLAMA UCHLAR JARAYONI UCHUN STASIONAR ALMASHTIRISH

Xamdamov I.M.[1], Qarshiev U.I.[2]

[1] Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston; xamdamovi@gmail.com

[2] Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston; karshiyevumid@gmail.com

Ushbu ish, avtorning [1] ishidagi ilmiy tadqiqotlarining davomi bo'lib, bu yerda parabola ichida bir jinsli bo'lmagan Puasson taqsimotiga ega nuqtaviy jarayonidan yaralgan qavariq qoplama uchlari jarayonining tayin vaqtdagi aniq shartli taqsimot qonunidan foydalanib yangi statsionar jarayon quriladi. Shuni ta?kilash mumkinki, bunday jarayon [2,3] ilmiy maqolalarda ma?lum bir xususiy hollarda o'rganilgan.

$W_n(a)$ sakrab o'zgaruvchi nostatsionar jarayondan yangi statsionar jarayon quramiz. Faraz qilaylik $R_n\left(a\right) = X_n\left(a\right) - ab_n$, $S_n\left(a\right), = Y_n\left(a\right) - \frac{X_n^2(a)}{2b_n} + \frac{R_n^2(a)}{2b_n}, T_n\left(a\right) = \left(R_n\left(a\right), S_n\left(a\right)\right).$

Teorema. $T_n(a)$ statsionar Markov jarayoni va

1) $P\left(T_n(0)\in(dr,ds)\right)=\frac{1}{2\pi\sqrt{b_n}L(b_n)}\exp\left\{-\frac{s^{\beta+\frac{1}{2}}}{\sqrt{2\pi}L(b_n)}\int_0^1\frac{t^\beta L(b_n/(st))}{\sqrt{1-t}}dt\right\}\cdot$
$\cdot\frac{\partial}{\partial s}\left\{\left(s-\frac{r^2}{2b_n}\right)^\beta L\left(b_n\Big/\left(s-\frac{r^2}{2b_n}\right)\right)\right\}drds.$

2) $P\left(T_n(a)=(r_1,s_1)/T_n(0)=(r_0,s_0)\right)=\exp\left\{-\frac{1}{\sqrt{2\pi}L(b_n)}\left[s_1^{\beta+\frac{1}{2}}\int_{\frac{r_1}{\sqrt{2b_ns_1}}}^1\left(1-t^2\right)^\beta\cdot\right.\right.$
$\left.\left.\cdot L\left(\frac{b_n}{s_1(1-t^2)}\right)dt-s_0^{\beta+\frac{1}{2}}\int_{\frac{r_0}{\sqrt{2b_ns_0}}}^1\left(1-t^2\right)^\beta L\left(\frac{b_n}{s_0(1-t^2)}\right)dt\right]\right\}$, bu yerda $r_1=r_0-ab_n,\ \ s_1=s_0-ar_0+\frac{a^2b_n}{2}$.

3) Agar $ab_n-\sqrt{2b_ns_1}>\sqrt{2b_ns_0}$ bo'lsa $P\left(T_n(a)\in(dr_1,ds_1)/T_n(0)=(r_0,s_0)\right)=P\left(T_n(a)\in(dr_1,ds_1)\right)$ bo'ladi.

4)$P\left(T_n(a)\in(dr_2,ds_2)/T_n(0)=(r_1,s_1)\right)=$
$=\frac{1}{2\pi\sqrt{b_n}L(b_n)}\exp\left\{-\frac{1}{\sqrt{2\pi}L(b_n)}\left[s_2^{\beta+\frac{1}{2}}\int_{\frac{s_1-s_2}{a\sqrt{2b_ns_2}}+\frac{ab_n}{\sqrt{2b_ns_2}}}^1\left(1-t^2\right)^\beta L\left(\frac{b_n}{s_2(1-t^2)}\right)dt-\right.\right.$
$\left.\left.-s_1^{\beta+\frac{1}{2}}\int_{\frac{s_1-s_2}{a\sqrt{2b_ns_1}}+\frac{ab_n}{\sqrt{2b_ns_1}}}^1\left(1-t^2\right)^\beta L\left(\frac{b_n}{s_1(1-t^2)}\right)dt\right]\right\}\frac{\partial}{\partial s_2}\left\{\left(s_2-\frac{r_2^2}{2b_n}\right)^\beta L\left(\frac{b_n}{s_2-\frac{r_2^2}{2b_n}}\right)\right\}dr_2ds_2.$

Bu keltirilgan teorema I.M.Xamdamov tomonidan [3] maqoladagi hususiy holni umumlashtiradi. [3] maqoladagi shunga o'xshash teoremada $L(x)=1$ deb hisoblangan.

Adabiyotlar

1. U.I. Qarshiev, Birjinsli bo'lmagan puasson nuqtaviy jarayonidan yaralgan qavariq qoplama uchlarining taqsimoti.
2. P. Groeneboom, Limit theorems for convex hulle//Probab. Th. Rel. Fields, 1988, v.79, N3, pp.327-368.
3. I.M. Khamdamov, On Limit Theorem for the Number of Vertices of the Convex Hulls in a Unit Disk, Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics, 2020, 13(3).
4. E. Сенета, Правильно меняющиеся функции. M.: Наука,1985, 144c.

Hilbert fazosida qiymat qabul qiluvchi manfiy ortant bog'liq tasodifiy miqdorlar uchun moment tengsizliklari

Xayitova Sarvinoz[1]
[1]O'zbekiston Milliy universiteti,Toshkent, O'zbekiston;
Hayitovas@inbox.ru

Ta'rif 1. $\{X_i,\ \ 1\le i\le n\}$ tasodifiy miqdorlarning chekli sinfi

1. $\forall x_1,x_2,\ldots,x_n\in R$ uchun manfiy yuqori ortant bog'liq deyiladi agar

$$P(X_i>x_i,\ i=1,2,\ldots,n)\le\prod_{i=1}^n P(X_i>x_i)$$

tengsizlik o'rinli bo'lsa

1. $\forall x_1, x_2, \ldots, x_n \in R$ uchun manfiy quyi ortant bog'liq deyiladi agar

$$P(X_i \leq x_i,\ i = 1, 2, \ldots, n) \leq \prod_{i=1}^{n} P(X_i \leq x_i)$$

tengsizlik o'rinli bo'lsa

1. Agar bu sinf manfiy yuqori ortant bog'liq ham manfiy quyi ortant bog'liq bo'lsa u manfiy ortant bog'liq deyiladi.

Agar har bir n da $X_1, X_2, \ldots, X_n$ manfiy ortant bog'liq bo'lsa, $\{X_n,\ \ n1\}$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi manfiy ortant bog'liq deyiladi.
Ta'rif 2. $X_1, \ldots, X_n$ miqdorlar manfiy assotsirlangan bo'ladi, agar kesishmaydigan $A, B \subset \{1, 2, \ldots, n\}$ lar va koordinata bo'yicha kamaymaydigan $f : R^{|A|} \to R$, $g : R^{|B|} \to R$ funksiyalar uchun ushbu

$$Cov(f\left(X_i, i \in A\right), g\left(X_j, j \in B\right)) \leq 0$$

mavjud bo'lsa.
Biz bu ta'rifni Hilbert fazosi uchun umumlashtiramiz. H-separabel Hilbert fazosi bo'lsin. Hilbert fazosida norma quyidagicha kiritiladi:$\|f\| = \langle f, f \rangle^{1/2}$ ($\langle \cdot\ ,\ \cdot \rangle$ skalyar ko'paytma) $\{e_i,\ i1\}$ Hilbert fazosidagi ortonormal basis bo'lsin.
Hilbert fazosida qiymat qabul qiluvchi tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi $\{X_n\ \ , n1\}$ning har bir elementi yoyilmasi

$$X_n = \sum_{i=1}^{\infty} X_n^{(i)} e_i, \quad X_n = (X_n^{(1)}, X_n^{(2)}, \ldots)$$

ko'rinishga ega. Ushbu tasodifiy miqdorlar yig'indisini tuzamiz

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$$

Endi yig'indining p tartibli momenti uchun tengsizlikni keltiramiz.
Teorema 1. $1 < p \leq 2$ har bir $i = 1, 2, \ldots$ da $\{X_i,\ \ n1\}$ tasodifiy miqdorlar manfiy assotsirlangan va $EX_i = 0$ va $E\|X_i\|^P < \infty,\ i = 1, 2, \ldots$ shartlar bajarilsin. U holda

$$E\|S_n\|^p \leq C \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{\infty} E\left|X_K^{(i)}\right|^p$$

Bu yerda $C > 0$ p ga bog'liq o'zgarmas son.
Biz manfiy ortant bog'liq tasodifiy miqdorlar uchun moment tengsizliklarini Hilbert fazosida umumlashtirdik. Ma'ruzada olingan natijalar keltiriladi.

References

1. D.Qui, Q.Wu, P.Chen. Complete convergence for negatively orthant dependent random variables. Journal of inequalities and applications 2014.
2. P.E.Oliveira. Asymtotics for associated random variables. Springer Verlag Berlin Hidelberg. 2012.

3. Y.Miao, W.Xu, S.Chen va A.Adler. some limit theorems for nwgatively associated random variables. Proc. Indian Acad. Sci. (Math. Sci.) Vol. 124, No. 3, August 2014, pp. 447–456.

Ikki o'lchamli sirtlarda geodezik qatlamalar

Xayrullayeva I.F.[1], Bayturayev A.M.[2]

[1]O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
irodaxayrullayiva@gmail.com
[2]O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
abayturayev@gmail.com

Bu ishda uch o'lchamli yevklid fazosidagi ikkinchi tartibli sirtlarni koordinata tekisliklariga parallel tekisliklar yordamida kesimlari hosil qilgan bir o'lchamli qatlamalarning geometriyasi o'rganilgan.

Aytaylik, Π sirt ushbu $\vec{r} = \vec{r}(u^1, u^2)$, $(u^1, u^2) \in G \subset R^2$ parametrik tenglama bilan berilgan, $\gamma := \{P(s) \in \Pi, \overrightarrow{OP(s)} = \vec{\rho}(s) = \vec{r}(u^1(s), u^2(s)), s \in [0, s_0]\}$ esa unda yotuvchi ixtiyoriy chiziq bo'lsin. Bu yerda s tabiiy parametr bo'lganligi uchun γ chiziqning $P(s)$ nuqtadagi urinma vektori $\vec{\tau} = \frac{d\vec{\rho}}{ds}$ birlik vektor bo'ladi.

Sirt ustidagi γ chiziqning $P(s)$ nuqtadagi $k\vec{\nu}$ egrilik vektori biri Π sirtning normal $\vec{n}(s)$ vektoriga parallel, ikkinchisi urinma $T_{P(s)}\Pi$ tekisligiga parallel vektorlarning yig'indisidan

$$k\vec{\nu} = \vec{k_g} + \vec{k_n}$$

iborat bo'ladi, bu yerda $\vec{k_g}$ vektor $k\vec{\nu}$ vektorning $T_{P(s)}\Pi$ urinma tekislikdagi ortogonal proyektsiyasi.

Ta'rif [1]. Aniqlangan $\vec{k_g}$ vektor γ chiziqning $P(s)$ nuqtadagi geodezik egrilik vektori, bu vektorning uzunligi $k_g = |\vec{k_g}|$ esa γ chiziqning bu nuqtadagi geodezik egriligi deb ataladi.

Oson ko'rish mumkinki, γ chiziqning $\vec{k_g}(\gamma)$ egrilik vektori urinma $\vec{\tau}$ vektorga ortogonal bo'ladi.

Sirt ustida yotuvchi γ chiziqning ixtiyoriy $P(s)$ nuqtasidagi geodezik egriligi quyidagi

$$k_g = k|(\vec{\nu}, \vec{n}, \vec{\tau})|$$

formula yordamida hisoblanadi.

Haqiqatan ham, γ chiziqning ixtiyoriy $P(s)$ nuqtasida $\vec{e} = [\vec{n}, \vec{\tau}]$ birlik vektor $T_{P(s)}\Pi$ urinma tekislikka kollinear bo'ladi. Shuning uchun ortogonal birlik $\vec{e}$, $\vec{\tau}$ vektorlar $T_{P(s)}\Pi$ urinma tekislikka komplanar bo'ladi. U holda egrilik vektorini $\vec{k_g} = \lambda\vec{\tau} + \mu\vec{e}$ ko'rinishda yozish mumkin. Egrilik vektori urinma vektorga ortogonal bo'lganligi uchun $\lambda = 0$ bo'ladi. Bundan esa $k_g = |\mu| = |pr_{\vec{e}}k\vec{\nu}| = |\langle k\vec{\nu}, \vec{e}\rangle| = k \cdot |\langle \vec{\nu}, [\vec{n}, \vec{\tau}]\rangle| = k|(\vec{\nu}, \vec{n}, \vec{\tau})|$ ekanligi hosil bo'ladi.

Ta'rif. Agar Π sirt ustida yotuvchi γ chiziqning hamma nuqtalaridagi geodezik egriligi nolga teng bo'lsa, γ geodezik chiziq deyiladi.

Sirt ustida yotuvchi γ chiziqning geodezik chiziq bo'lishi uchun zarur va yetarli shartlar:

Π sirt ustida yotuvchi γ chiziqning geodezik chiziq bo‘lishi uchun chiziqning har bir nuqtasidagi $\vec{\nu_P}$ bosh normal vektor sirtning shu nuqtadagi $\vec{n_P}$ normal vektoriga kollinear bo‘lishi zarur va yetarlidir.

Π sirt ustida yotuvchi γ chiziqning geodezik chiziq bo‘lishi uchun chiziqning har bir nuqtasidagi S_P to‘g‘rilovchi tekisligi sirtning shu nuqtadagi $T_P\Pi$ urinma tekisligi bilan ustma-ust tushishi zarur va yetarlidir.

Π sirt ustida yotuvchi γ chiziqning geodezik chiziq bo‘lishi uchun chiziqning $\forall P \in \gamma$ nuqtasidagi Q_P yopishma tekisligi sirtning shu nuqtadagi $\vec{n_P}$ normal vektoriga kollinear bo‘lishi zarur va yetarlidir.

Ikki o‘lchamli $S^2 : x^2+y^2+z^2 = R^2$ sfera ustida faqat va faqat katta aylanalar geodezik chiziq bo‘ladi.

Bir pallali giperboloid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ ning $z = const$ tekisliklar bilan kesimlaridan faqatgina $z = 0$ tekislik bilan kesimida hosil bo‘lgan chiziq geodezik chiziq bo‘ladi.

Xopf akslantirishini qaraymiz [2]. Ma’lumki, $f : S^3 \to S^2$ Xopf akslantirishi quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$f(z_1, z_2) = \left(2Re(z_1 z_2),\, 2Im(z_1 z_2),\, |z_1|^2 - |z_2|^2)\right),$$

bu yerda $z_1 = x_1 + ix_2$, $z_2 = x_3 + ix_4-$ kompleks sonlar, yoki

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (2x_1x_3 + 2x_2x_4,\, 2x_2x_3 - 2x_1x_4,\, x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - x_4^2).$$

Xopf akslantirishini yordamida hosil qilingan qatlama Xopf qatlamasi deyiladi. Xopf qatlamasining har bir qatlami katta aylanalardan iborat, shuning uchun har bir qatlam geodezik chiziq bo‘ladi.

References

1. N.I. Jukova, A.V. Bagayev, Geodezicheskie linii na poverxnostyax, N.Novgorod, Izd.Nijegorodskogo universiteta, 2008.
2. I. Tamura, Topologiya sloyeniy, Mir, Moskva, 1979.

UCHINCHI TARTIBLI XUSUSIY HOSILALI TENGLAMA UCHUN INTEGRAL SHARTLI BIR MASALA HAQIDA

Xojakbarov G‘. N.
Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston miliy universiteti, Toshkent, O‘zbekiston;
gayratjonxojakbarov@gmail.com

(x, t) tekisligida $x = 0$, $x = l$, $t = 0$ va $x = T$ to‘g‘ri chiziqlar bilan chegaralangan soha $D = \{(x, t) : 0 < x < l,\, 0 < t < T\}$ bo‘lsin.

D sohada quyidagi uchinchi tartibli xususiy hosilali

$$u_{xxt} = f(x, t) \tag{1}$$

tenglamani qaraymiz.

Bu tenglama uchun Gursa va Darbu masalalari O.M. Joxadzening [1, 2] ishlarida o‘rganilgan.

Biz bu yerda (1) tenglama uchun integral chegaraviy shartli quyidagi masalani qaraymiz.

Masala. (1) tenglamaning D sohada aniqlangan uzluksiz va quyidagi boshlang'ich

$$u(x,0) = \varphi(x),\ 0 < x < l, \tag{2}$$

hamda integral va chegaraviy

$$\int_0^l u(x,t)dx = \mu_1(t), \quad 0 < t < T, \tag{3}$$

$$u_x(0,t) = \mu_2(t), \quad 0 < t < T, \tag{4}$$

shartni qanoatlantiruvchi $u(x,t)$ yechimi topilsin.

Bu yerda $f(x,t),\ \varphi(x),\ \mu_1(t)$, va $\mu_2(t)$ berilgan funksiyalar. Ular uchun quyidagi tengliklar

$$\varphi(0) = \mu_1(0) \text{ va } \int_0^l \varphi(x)dx = \mu_1(0)$$

o'rinli.

Mazkur maqolada (1)-(4) integral shartli noklassik masala ekvivalent tarzda Volterr integral tenglamalar sistemasiga keltirilgan. Volterr integral tenglamalar sistemasi yechimining mavjudligi va yagonaligi integral tenglamalar nazariyasiga asosan isbotlangan.

References

1. Jokhadze O. M. On a a darboux problem for a third order hyperbolic equation with multiple characteristics.//Georgian Math.Journal.1995,No 5.-P.469-490.
2. Jokhadze O. M. General boundary value problem of Darboux type in angular curvilinear domains for a third-order equation with dominated lower terms.// Siberian.math.journal 2002. vol 43, No 2.— P.295-312.

KELI DARAXTIDA KONTURLAR

Mulkijahon Xusainova[1]
[1]Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston;
m.i.xusainova1998@gmail.com

Statistik fizikada tashqi sistemalar bilan issiqlik muvozanatida bo'lgan sistemaning mikroholatlaridagi energiya qiymatlari Gibbsning kanonik taqsimoti bilan tavsiflanadi. Amerikalik olim J.U.Gibbs tomonidan muvozanat holatining taqsimot funksiyasini aniqlashda termodinamik muvozanatdagi yopiq sistema mikroholatlari teng ehtimollarga ega ekanligi isbotlangan. R.L.Dobrodushin, O.Lenford va D.Ryuellar tomonidan limit Gibbs o'lchovlarining umumiy xarakteristikasi keltirilgan. Limit Gibbs o'lchovining mavjudligi haqidagi teorema R.L. Dobrodushin tomonidan isbotlangan. Panjarali sistemalarda faza almashishlarning asosiy nazariyasi esa S.A. Pirogov va Y.G. Sinay ishlarida yoritilgan.

Kontur tushunchasi dastlab XX asrning ikkinchi yarimida Z^d da Ya.G.Sinay tomonidan kiritilgan. Fizik sitemalarni o'rganishda moddalarning kristal panjaralari strukturasiga qarab, statistik fizika modellari o'rganiladi. Bu modellar yordamida moddlarning faza almashishlarini matematik jihatdan ilmiy asoslanadi. Maqolada faza almashishlarni topishga xizmat qiluvchi metdolardan biri yani Kontur metodidan (konturlarni sanash) foydalanilgan. R.L.Dobrushin, O.E.Lanford, D.Ruelle kabi olimlarning ishlarida har bir Gibbs o'lchovlari soniga moddalarning faza almashishlari soni tengligi isbotlangan. Gibbs o'lchovlari sonini topishda konturlarni sanash usullari muhim ahamiyatga ega.

Keli daraxti T^k, bu $k \geq 1$ tartibli cheksiz daraxt bo'lib, ya'ni har bir uchidan roppa-rosa $k+1$ dona qirra chiquvchi siklsiz cheksiz grafdir.

G – berilgan graf bo'lsin. G - grafning uchlari va qirralari sonini mos ravishda $V(G)$ va $E(G)$ bilan belgilaymiz [1-2]:

Tenglamalar usuli va konturlarni sanash usullaridan foydalanamiz. Quyidagi teoremalar o'rinli.

Teorema 1[2]. $\Im^2, k \geq 0, K$ -Keli daraxtidagi bog'liq qism grafi bo'lsin, agar $|V(K)| = n$ bo'lsa, u holda $\partial|V(K)| = (k-1)n + 2$ tenglik o'rinli bo'ladi.

Teorema 2. $\Im^2, k \geq 0,$ K- Keli daraxtining bog'liq qism grafi bo'lsin. U holda

$$V_n = \sum_{i=1}^{n} (k+1)k^{i-1}$$

bo'ladi.

References

1. Botirov G.I., Rozikov U.A., Ground states of three state Potts model on Cayley tree of order two // 2008. 1. p. 8-13.

Hilfer ma'nosidagi kasr tartibli Diffrensial tenglamani Duyamel prinspi yordamida yechish

Xusainov X.Y.

M. Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston; hikmathusainov93@gmail.com

Biz ushbu ishda Riman-Liuvil va Kaputo vaqt boyicha vaqt bo'yicha kasr tartibli operatorlarining umumlashmasi bo'lgan Hilfer ma'nosidagi kasr hosilali diffrensial tenglama uchun qo'yilgan Koshi masalasini Duyamel prinsipi yordamida yechishni ko'rib chiqamiz.
Ta'rif: (Hilfer hosilasi). Bizga $\mu \in (0;1)$, $\nu \in [0;1]$, sonlari berilgan bo'lsin.U holda Hilfer hosilasi quyidagicha aniqlanadi: $D^{\mu,\nu} f(t) = \left(I^{\nu(1-\mu)} \frac{d}{dt} \left(I^{(1-\nu)(1-\mu)} f\right)\right)(t)$.
Hilfer ma'nosidagi kasr hosilali diffrensial tenglama uchun Koshi masalasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$D^{\alpha,\beta} U(t,x) + AU(t,x) = f(t,x), t > 0, x \in \mathbb{R}^1, 0 \leq \alpha \leq 1, 0 < \beta < 1$$

$$I^{(1-\alpha)(1-\beta)} U(0,x) = 0$$

Yuqoridagi Koshi masalasining yichimi Duyamel prinsipi yordamida yechadigan bo'lsak, u quyidagi Duyamel integrali orqali ifodalanadi: $U(t,\tau,x) = \int_0^t V(t,\tau,x)\,d\tau$
Bu yerda $V(t,\tau,x)$ quyidagi bir jinsli tenglama uchun Koshi masalasining yechimi

$$D^{\alpha,\beta}V(t,\tau,x) + AV(t,\tau,x) = 0, \quad t > \tau,\ x \in \mathbb{R}^n, V(t,\tau,x) = f(t,x)$$

Demak Duyamel prinsipi bir jinsli bo'lmagan kasr hosilali diffrensial tenglamani yordamchi funksiya kiritish yordamida, bir jinsli bo'lgan kasr hosilali deffrensial tenglamaga keltirib yechish usulidir.

Adabiyotlar

1. Sobir Umarov Fractional Duhamel principle .
2. Hilfer-Prabhakar Derivatives and Some Applications Applied Mathematics and Computation January 2014.

Chegaralanmagan sohalar uchun Bremerman-Dirixle masalasi haqida

Yarashev Sharof [1]
[1]O‘zbekiston Milliy universtiteti matematika fakulteti 2-kurs magistranti, Toshkent, O‘zbekiston;
sharofyarashev211@gmail.com

Ushbu maqolada chegaralanmagan sohalar uchun Bremerman-Dirixle masalasi o‘rganilib, uning yechimiga doir tasdiqlar, xususan Bremerman-Dirixle masalasining qanday sohalar uchun uzluksiz yechimga ega bo‘lishi haqidagi teorema keltirilgan.

Aytaylik, $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ chegaralangan soha bo‘lib, $h : \partial\Omega \to \mathbb{R}$ uzluksiz funksiya bo‘lsin. Bremerman [1] da quyidagi masalani qaragan:

Ω sohaning chegarasi $\partial\Omega$ da aniqlangan h funksiyani butun Ω sohaga plyurisubgarmonik davom ettirish mumkinmi?

Shu ishda Bremerman Ω soha qatвЂ™iy psevdoqavariq bo‘lgan holda masalani ijobiy hal qilgan. Tabiiyki, soha chegaralanmagan bo‘lganda Bremerman-Dirixle masalasi echimga ega bo‘ladimi degan savol tug‘iladi.

Bremerman [1] da, Ω qat'iy psevdoqavariq chegaralangan soha bo'lsa, u holda Perron-Bremerman funksiyasi $u_{\Omega,h}$ ning $\partial\Omega$ da uzluksiz bo'lgan $P_{\Omega,h}$ sinfning elementi bo'lishi va $u_{\Omega,h}|_{\partial\Omega} = h$ tenglikning bajarilishini, ya'ni $u_{\Omega,h}$ funksiyaning Bremerman-Dirixle masalasining yechimi bo'lishini isbotlagan. Uolsh esa [2] da $u_{\Omega,h}$ funksiyaning xatto $\overline{\Omega}$ da uzluksiz bo'lishini ko'rsatgan.

Umumiy holda chegaralanmagan sohalar uchun Bremerman-Dirixle masalasi yechimga ega bo'lishi shart emas. [3] da Sherbina va Tomassina qat'iy qavariq paraboloid Ω uchun shunday uzluksiz $h : \partial\Omega \to \mathbb{R}$ funksiyaga misol qurganki, Ω sohada plyurisubgarmonik u funksiya uchun albatta $u \equiv -\infty$ bo'ladi.

h funksiyaning tuzilishidan shu narsa ko‘rinadiki вЂњ$\partial\Omega$ ning katta qismidaвЂќ h funksiyaning qiymatlari manfiy bo‘ladi va shu fakt misol qurilishida asosiy vazifani bajaradi. Shu sababli biz chegaralanmagan sohalar uchun biz Bremerman-Dirixle masalasini qarayotganimizda funksiyaning chegaraviy qiymatlari manfiy bo‘lmasin degan shartni talab qilamiz. Agar bu shart talab qilinsa quyidagi mavjudlik teoremasi o‘rinli bo‘ladi.

Teorema. Aytaylik, $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ kuchli psevdoqavariq soha va $h : \partial\Omega \to [0, +\infty)$ funksiya bo‘lsin. U holda Bremerman-Dirixle masalasi $\overline{\Omega}$ da uzluksiz yechimga ega bo‘ladi.

References

1. Bremermann H.J. On a generalized Dirichlet problem for plurisubharmonic functions and pseudo-convex domains. Characterization of Silov boundaries. Trans. Amer. Math. Soc., 91(1959), 246-276.
2. Walsh J.B. Continuity of envelopes of plurisubharmonic functions. J.Math. Mech. 18(1968/1969), 143-148.
3. Shcherbina N. and Tomassini G. The Dirichlet problem for Levi-flat graphs over unbounded domains. Internat. Mat.Res. Notices. (1999), в„–3, 111-151.

KASR TARTIBLI ODDIY DIFFERINSIAL TENGLAMALARNI SONLI YECHISH

Yaxshiboyev M.U.[1], Karimov M.M.[2]
[1]Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti Samarqand filiali, Samarqand, O'zbekiston;
m.yakhshiboev@gmail.com
[2]Raqamli texnologiyalar va sun'iy intellektni rivojlantirish ilmiy-tadqiqot instituti, Toshkent, O'zbekiston;
karimovmarat704@gmail.com

Mazkur ishda
$$D_*^\alpha y\left(t\right) = f\left(t, y\left(t\right)\right), y\left(0\right) = y_0 \tag{125}$$
ko'rinishdagi masalani sonli yechish algoritmi keltiladi va python dasturlash tilidan foydalanib sonli yechimlar olish bayon qilinadi. Bu yerda $D_*^\alpha y\left(t\right)$ Kaputo ta'rifi bo'yicha α-tartibli hosila va $0 < \alpha \leq 1$. Algoritm kasr tartibli takomillashgan Eyler metodiga asoslanadi. (1) masalani yechish uchun $\{(t_j, y(t_j)\ \}$ aproksimatsiya nuqtalari to'plami qaraladi. Bu nuqtalar to'plami $[0, a]$ intervalda n ta qism interval $[t_j, t_{j+1}]$ larga bo'linadi. Har bir qism interval uzunligi $h = \frac{a}{n}$ ga teng bo'lib, $t_j = jh,\ j = 0, 1, \ldots n$
Kasr tartibli Eyler metodining asosiy formulasi [3]:
$$y(t_{j+1}) = y(t_j) + \frac{h^\alpha}{\text{P“}\left(\alpha+1\right)} f\left(t_j, y\right)), \tag{126}$$
$$t_{j+1} = t_j + h,\ j = 0, 1, 2, \ldots, n-1 \tag{127}$$
Shuningdek, mazkur masala yechimini hosil qilishda kasr tartibli integrallarni hisoblashning takomillashgan trapetsiya usuliga ham murojaat qilinadi [2,4]. Kasr tartibli integrallar uchun sonli integrallashda qo'llaniladigan trapetsiya usuli umumiy shakli quyidagicha:
$$T\left(f, h, a\right) = \left((n-1)^{\alpha+1} - \left(n-\alpha-1\right) n^\alpha\right) \frac{h^\alpha f\left(0\right)}{\text{P“}\left(\alpha+2\right)} + \frac{h^\alpha f\left(a\right)}{\text{P“}\left(\alpha+2\right)} +$$
$$\sum_{j=1}^{n-1} ((n-j+1)^{\alpha+1} - 2(n-j)^{\alpha+1} + (n-j-1)^{\alpha+1} \frac{h^\alpha f\left(t_j\right)}{\text{P“}\left(\alpha+2\right)}) \tag{128}$$
Ishda kasr tartibli oddiy differensial tenglamaning sonli yechimini olish uchun python dasturlash tili va Jupyter Notebook dasturlash muhitidan foydalanilgan.

References

1. I. Podlubny, Fractional differtial equations, Acdemic press, New York, 1999.
2. Ch.Li,F.Zeng,Numerical Methods for Fractional Calculus,Taylor and Francis Group, London, 2015
3. Z.M.Odibat,Sh.Momani,An algorithm for the numerical solution of deffirential equations of fractional order,Appl.Math. and Informatics J. 26 (2008) 15–27
4. Hoda F.Ahmed, Fractional Euler method; an effective tool for solving fractional differential equations, Journal of the Egyptian Mathematical Society, 26 (2018).
5. R.L.Burden, J.D.Faires, Nuemrical analysis, brooks/cole, Canada, 2011
6. M.Weilbeer, Efficent numerical methods for fractional differential equations and their analytical background, Institut computational mathematics,Germany,2005

IKKINCHI TARTIBLI HUSUSIY XOSILALI BUZILADIGAN DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN TESKARI MASALA

Yigitaliyeva Muazzasxon Mo‘sajon qizi[1]

[1]Farg‘ona davlat universiteti, Farg‘ona, O‘zbekiston;
muazzasxon@gmail.com

Ma’lumki, ko‘plab jarayonlarni matematik modelashtirishda xususiy hosilali differensial tenglamanlar muhim ahamiyat kasb etadi. O‘tgan asrdan boshlab buziladigan ikkinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalar o‘rganish boshlangan va anchagina boy tarixga ega.

So‘ngi yillarda kasr tartibli to‘lqin tenglamalari uchun to‘g‘ri va teskari masalalarni o‘rganishga bo‘lgan qiziqish ortgan. Shu sababli biz ushbu ishda ikkinchi tartibli xususiy hosilali buziladigan differensial tenglamalar uchun bir teskari masalani bayon qilamiz.

Ushbu $\Omega = \{(x,t) : 0 < x < 1;\ \ 0 < t < T\}$ sohaning chegarasida buziladigan quyidagi differensial tenglamani qaraylik:

$$ {}_C D_{0t}^{\alpha} u\left(x,t\right) = \left[x^{\beta} u_x\left(x,t\right)\right]_x + f\left(x\right), \tag{1}$$

bu yerda ${}_C D_{0t}^{\alpha}$ - Kaputo ma’nosidagi kasr tartibili operator [1]:

$$ {}_C D_{0t}^{\alpha} u(x,t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t \frac{u_z(x,z)}{(t-z)^{\alpha}} dz,$$

$\Gamma\left(z\right)$ -Eylerning gamma – funksiyasi [2], $u\left(x,t\right)$ va $f\left(x\right)$ - noma’lum funksiyalar, α, β, T lar esa berilgan haqiqiy sonlar bo‘lib, $0 < \alpha < 1$, $0 \le \beta < 1$, $T > 0$.

T_1 **masala.** Shunday $\{u\left(x,t\right), f\left(x\right)\}$ funksiyalar juftligi topilsinki, ular quyidagi xossalarga ega bo‘lsin:

1)$u\left(x,t\right),\ x^{\beta} u_x\left(x,t\right) \in C\left(\overline{\Omega}\right)$; ${}_C D_{0t}^{\alpha} u\left(x,t\right)$, $\left[x^{\beta} u_x\right]_x \in C\left(\Omega\right)$; $f\left(x\right) \in C\left(0,1\right) \cap L\left(0,1\right)$;

2) Ω sohada (1) tenglama ayniyatga aylanadi;

3) Ω soha chegarasida ushbu

$$ u\left(0,t\right) = 0, \quad u\left(1,t\right) = 0, \ \ t \in \left[0,T\right]; \tag{2}$$

$$ u\left(x,0\right) = \varphi_1\left(x\right), \ \ u\left(x,T\right) = \varphi_2\left(x\right), \ \ x \in \left[0,1\right] \tag{3}$$

chegaraviy shartlar bajariladi, bu yerda $\varphi_1\left(x\right)$ va $\varphi_2\left(x\right)$ - berilgan funksiyalar.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. **Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J.** *Theory and applications of fractional differential equations* (North-Holland Mathematics Studies, 204). Amsterdam: Elsevier, 2006. - 523 p.
2. **Бейтмен Г., Эрдейи А.** *Высшие трансцендентные функции. Эллиптические и автоморфные функции. Функции Ламе и Матье. Ортогональные полиномы.* - Москва: Наука, 1967. -300 с.

KOEFFITSIYENTLARI CHIZIQLI O‘ZGARUVCHILI STOXASTIK OPERATOR DINAMIKASI

Yo‘ldashev T.O.[1], Ubaydullayeva Sh.D.[2]
[1]O‘zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O‘zbekiston;
temurbek09711@gmail.com
[2]Namangan Davlat universiteti, Namangan, O‘zbekiston;
ubaydullayevashohijahon@gmail.com

[1] va [2] ishlarda koeffitsiyentlari o‘zgaruvchili kvadratik operatorlarning dinamikasi o‘rganilgan. Ushbu ishda bir o‘lchamli simpleksda aniqlangan koeffitsiyentlari uzilishga ega chiziqli o‘zgaruvchili funksiyadan iborat operatorni qaraymiz.

$$S = \{(x, y) \in R^2 : x \geq 0, y \geq 0, x + y = 1\}$$

Quyidagi $V : S \to S$ operatorni qaraylik:

$$V : \begin{cases} x' = x^2 + 2p(x)\,xy \\ y' = 2(1 - p(x))\,xy + y^2 \end{cases}$$

bu yerda,

$$p(x) = \begin{cases} ax, x \leq \frac{1}{2} \\ bx, x > \frac{1}{2}, \end{cases} \quad a, b \in [0, 1].$$

$x + y = 1$ tenglikdan quyidagi $f_{a,b}$ funksiyani hosil qilamiz,

$$f(x) \equiv f_{a,b}(x) = \begin{cases} -2ax^3 + (1 + 2a)\,x^2, & x \leq \frac{1}{2} \\ -2bx^3 + (1 + 2b)\,x^2, & x > \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Ma’lumki, $a = b = 0$ bo‘lsa, $f(x) = x$ bo‘ladi. Shu bois $a \neq 0$, $b \neq 0$ holni qaraymiz. **Teorema 1.** *$f(x)$ funksiyadan hosil bo‘lgan dinamik sistema uchun trayektoriyalar quyidagicha xarakterga ega:*

1) agar $a \in (0, 1]$, $b \in \left(0, \frac{1}{2}\right]$ bo‘lsa , u holda $\forall x^0 \in [0, 1)$ uchun $\lim\limits_{n\to\infty} f^n(x^0) = 0$;

2) agar $a \in (0, 1]$, $b \in \left(\frac{1}{2}, 1\right]$ bo‘lsa

i) $\forall x^0 \in \left[0; \frac{1}{2}\right)$ uchun $\lim\limits_{x\to\infty} f^n(x^0) = 0$;

ii) $\forall x^0 \in \left(\frac{1}{2}, 1\right]$ uchun $\lim\limits_{x\to\infty} f^n(x^0) = 1$.

Adabiyotlar

1. Abdurakhimova Sh.B., Rozikov U.A., Dynamical System of a Quadratic Stochastic Operator with Two Discontinuity Points
Mathematical Notes. 2022. Vol.111, Issue 5-6. P. 676–687.
2. Usmonov J.B., Kodirova M.A., A quadratic stochastic operator with variable coefficients Bulletin of the Institute of Mathematics. 2020. №3. P. 98–107.

S^3 SIMPLEKSDA ANIQLANGAN UZILISHGA EGA OPERATORNING QO‘ZG‘ALMAS NUQTALARI XARAKTERI

Yo‘ldosheva M.S.
O‘zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O‘zbekiston;
munisay90@gmail.com

Uch o‘lchamli standart simpleksda aniqlangan $V : S^3 \to S^3$ operatorni quyidagicha ta’riflaymiz:

$$V(\mathbf{x}) = \begin{cases} V_1((\mathbf{x})), & x_1 + x_2 \le \frac{1}{2}; \\ V_2((\mathbf{x})), & x_1 + x_2 > \frac{1}{2}, \end{cases}$$

bu yerda

$$V_1(\mathbf{x}) = \begin{cases} x_1' = x_1(1 + \alpha x_2 + \beta x_3 + \gamma x_4) \\ x_2' = x_2(1 - \alpha x_1 + \lambda x_3 + \mu x_4) \\ x_3' = x_3(1 - \beta x_1 - \lambda x_2 + \eta x_4) \\ x_4' = x_4(1 - \gamma x_1 - \mu x_2 - \eta x_3) \end{cases} \quad V_2(\mathbf{x}) = \begin{cases} x_1' = x_1(1 + \alpha x_2 - \beta x_3 - \gamma x_4) \\ x_2' = x_2(1 - \alpha x_1 - \lambda x_3 - \mu x_4) \\ x_3' = x_3(1 + \beta x_1 + \lambda x_2 - \eta x_4) \\ x_4' = x_4(1 + \gamma x_1 + \mu x_2 + \eta x_3) \end{cases}$$

parametrlar esa $\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \mu, \eta \in [-1, 1]$.

Quyidagi Tasdiq V operatorning qo‘zg‘almas nuqtalari xarakterlarini ifodalaydi.

Tasdiq 1.

- $x_1^* = (0, 0, 1, 0)$ *qo‘zg‘almas nuqta:*
  - *agar* $0 < \beta \le 1$, $0 < \lambda \le 1$, $-1 \le \eta < 0$ *bo‘lsa, u holda* x_1^* *qo‘zg‘almas nuqta – itaruvchi;*
  - *agar* $-1 \le \lambda < 0$, $0 < \eta \le 1$, $0 < \eta \le 1$ *bo ‘lsa, u holda* x_1^* *qo‘zg‘almas nuqta – tortuvchi;*
  - *aks holda,* x_1^* *qo‘zg‘almas nuqta – egar;*
- $x_2^* = (0, 0, 0, 1)$ *qo‘zg‘almas nuqta:*
  - *agar* $0 < \gamma \le 1$, $0 < \mu \le 1$, $0 < \eta \le 1$ *bo‘lsa,* x_2^* *qo‘zg‘almas nuqta – itaruvchi;*
  - *agar* $-1 \le \gamma < 0$, $-1 \le \mu < 0$, $-1 \le \eta < 0$ *bo‘lsa,* x_2^* *qo‘zg‘almas nuqta – tortuvchi;*
  - *aks holda* x_2^* *qo‘zg‘almas nuqta – egar;*
- $x_3^* = (1, 0, 0, 0)$ *qo‘zg‘almas nuqta:*

- *agar* $0 < \alpha \leq 1$, $-1 \leq \beta < 0$, $-1 \leq \gamma < 0$ *bo 'lsa,* x_3^* *qo'zg'almas nuqta – tortuvchi.*
- *agar* $-1 \leq \alpha < 0$, $0 < \beta \leq 1$, $0 < \gamma \leq 1$ *bo 'lsa,* x_3^* *qo'zg'almas nuqta – itaruvchi;*
- *aks holda* x_3^* *qo'zg'almas nuqta – egar.*

• $x_4^* = (0, 1, 0, 0)$ *qo'zg'almas nuqta:*

- *agar* $-1 \leq \alpha < 0$, $-1 \leq \mu < 0$, $-1 \leq \lambda \leq 1$ *bo 'lsa,* x_4^* *qo'zg'almas nuqta – tortuvchi;*
- *aks holda* x_4^* *qo'zg'almas nuqta – egar qo'zg'almas nuqta bo'ladi.*

Adabiyotlar

1. R.N. Ganikhodzhaev, F.M. Mukhamedov, U.A. Rozikov, *Quadratic stochastic operators and processes: results and open problems*. Inf. Dim. Anal. Quant. Prob. Rel. Fields., **14**(2) (2011), 279–335.

Kompleks giperbolik fazoning golomorf seksion egriligi

Yuldasheva Nilufar Sirojiddin qizi

O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston

saidjonovanilufar6@gmail.com

Ta'rif 1. [1,23b] Bizga J kompleks struktura bilan bilan M kompleks ko'pxillik (*) berilgan bo'lsin. Ixtiyoriy X,Y vektor maydonlar uchun

$$g(JX, JY) = g(JX, Y) \tag{129}$$

o'rinli bo'lsa , $g(.,.)$ skalyar ko'paytma J kompleks struktura bilan moslashgan Riman metrikasi deyiladi.

Ta'rif 2.[1,45b] (*) M ko'pxillik va unga g moslashgan Riman metrikasi berilgan bo'lsin. Ushbu 2-forma

$$\omega(X, Y) := g(JX, Y) \tag{130}$$

Kehler formasi deyiladi.

Agar bizga M kompleks ko'phillikda ω Keler formasi berilgan bo'lsa ω dan g ni ajratib olishimiz mumkin. Ya'ni,

$$g(X, Y) = \omega(JX, Y) \tag{131}$$

Bunda g Kehler metrikasi deyiladi

Ta'rif 3.[1,45b] ω yopiq forma bo'lsa ,(M,g) Kehler ko'pxilligi deyiladi. [1,19b](*) M dagi ixtiyoriy vektor maydonni Z=X+iY ko'rinishida yozish mumkin.[1,35b] Bizga M ning

$JX_j = Y_j$ bilan berilgan $(X_1Y_1, ..., X_mY_m)$ lokol ortonormal bazisi berilgan bo'lsin.U holda

$$Z_j =: \frac{\partial}{\partial z_j} = \frac{1}{2}(X_j - iY_j) \tag{132}$$

belgilash kiritiladi. Bu yerda $z_m = x^m + iy^m$ va $(X_1, Y_1, ..., X_m, Y_m)$ koordinatalar sistemasi $x^1, y^1, ..., x^m, y^m$ bilan moslashgan.

$$g_{jk} = (Z_j, Z_k) = 0, g_{\overline{j},\overline{k}} = (\overline{Z_j}, \overline{Z_k}) = 0 \tag{133}$$

$$g_{j,\overline{k}} = (Z_j, \overline{Z_k}) = (\overline{Z_j}, Z_k) = g_{\overline{k},j} \tag{134}$$

$$g_{j,\overline{k}} = g_{\overline{j},k} \tag{135}$$

$$dz^j \odot \overline{d}z^k = dz^j \otimes \overline{d}z^k + dz^k \otimes \overline{d}z^j \tag{136}$$

$$g = g_{j,\overline{k}} dz^j \odot \overline{d}z^k \tag{137}$$

$$\omega = ig_{j,\overline{k}} dz^j \wedge \overline{d}z^k \tag{138}$$

Endi kompleks giperbolik fazo Keler ko'pxilligi bo'lishini isbotlaymiz. Bizga

$$M = B^n = \{z \in C^n :| z |< 1\} \tag{139}$$

kompleks giperbolik fazo berilgan. [4,26b] Kompleks giperbolik fazoda Riman strukturasini quyidagicha berilgan bo'lsin:

$$g_{j,\overline{k}} = -\frac{\partial}{\partial z^i \partial \overline{z}^k} log(1- | z |^2) = \frac{(1- | z |^2)\delta_{jk} + \overline{z_j} z_k}{(1- | z |^2)^2} \tag{140}$$

U holda (10) formuladan foydalanib ω ni quyidagicha hisoblaymiz:

$$\omega = -\sqrt{-1}\partial\overline{\partial} log(1- | z |^2) = \sqrt{-1}\frac{(1- | z |^2)\delta_{jk} + \overline{z_j} z_k}{(1- | z |^2)^2} dz^j \wedge \overline{d}z^k \tag{141}$$

ωB^n ning Keler formasi bo'ladi. (9) dan foydalanib B^n ning Keler metrikasini aniqlaymiz:

$$g = \frac{(1- | z |^2)\delta_{jk} + \overline{z_j} z_k}{(1- | z |^2)^2} dz^j \odot \overline{d}z^k \tag{142}$$

Demak, Kompleks giperbolik fazo Keler ko'pxilligi bo'ladi.

Ta'rif 4:[4,23b] Bizga J ga invariant bo'lgan T_xM dagi P tekislik berilgan bo'lsin. X P dagi birlik vektor bo'lsin. U holda

$$K(P) = R(X, JX, X, JX)$$

ifoda P orqali aniqlangangolomorf seksion egrilik deyiladi. [5,44b] Bazis vektorlarda egrilik tenzori:

$$(R(u, v)w, z) = z^i w^j u^k v^l R_{ijkl}. \tag{143}$$

Egrilik tenzori koordinatalarining Kristoffel simvollari orqali ifodalanishi:

$$R^i_{jkl} = \frac{\partial \Gamma^i_{lj}}{\partial x^k} - \frac{\partial \Gamma^i_{kj}}{\partial x^l} + \Gamma^i_{lj}\Gamma^i_{kj} - \Gamma^i_{kj}\Gamma^i_{lj} \tag{144}$$

Demak R^1_{212} ni hisoblashimiz yetarli ekan

$$R^1_{212} = \frac{\partial\Gamma^1_{22}}{\partial x^1} - \frac{\partial\Gamma^1_{12}}{\partial x^2} + \Gamma^r_{22}\Gamma^1_{1r} - \Gamma^r_{12}\Gamma^2_{2r} = \frac{\partial\Gamma^1_{22}}{\partial x^1} - \frac{\partial\Gamma^1_{12}}{\partial x^2} + \Gamma^1_{22}\Gamma^1_{11} - \Gamma^1_{12}\Gamma^2_{21} + \frac{\partial\Gamma^1_{22}}{\partial x^1} - \frac{\partial\Gamma^1_{12}}{\partial x^2} + \Gamma^2_{22}\Gamma^1_{12} - \Gamma^2_{12}\Gamma^2_{22}$$

$$\Gamma^1_{12} = \Gamma^1_{21}, \qquad \Gamma^2_{21}\Gamma^2_{12}$$

$z(z_1, z_2)$, $z_1 = x_1 + ix_2$ $z_2 = x_3 + ix_4$ ekanligidan va (12) formuladan foydalanib quyidagilarni hisoblaymiz.

$$g_{11} = \frac{(1-\mid z\mid^2)\delta_{11} + \overline{z_1}z_1}{(1-\mid z\mid^2)^2} = \frac{(1-\mid z\mid^2) + \overline{z_1}z_1}{(1-\mid z\mid^2)^2} = \frac{1-(x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2)+x_1^2+x_2^2}{(1-x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2)^2} =$$

$$= \frac{1-x_3^2-x_4^2}{(1-(x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2))^2}$$

$$g_{12} = \frac{(1-\mid z\mid^2)\delta_{12} + \overline{z_1}z_2}{(1-\mid z\mid^2)^2} = \frac{x_3x_1 - ix_2x_3 + ix_1x_4 + x_2x_4}{(1-(x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2))^2}$$

$$g_{21} = \frac{x_3x_1 - ix_2x_3 + ix_1x_4 + x_2x_4}{(1-(x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2))^2} \qquad g_{22} = \frac{1-x_1^2-x_2^2}{(1-(x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2))^2}$$

(7) formuladan foydalanib

$$\Gamma^s_{ij} = \frac{1}{2}g^s k(\partial_i g_{jk} + \partial_j g_{ki} - \partial_k g_{ij})$$

formula bo'yicha Kristoffel simvollarini hisoblaymiz.

$$\Gamma^1_{11} = \frac{1}{2}g^{11}(\partial_1 g_{11} + \partial_1 g_{11} - \partial_1 g_{11}) + \frac{1}{2}g^{12}(\partial_1 g_{12} + \partial_1 g_{21} - \partial_1 g_{11})$$

Qolganlari ham shu tariqa hisoblanadi va bundan

$$K(P) = R(X, JX, X, JX) = -1$$

ekanligi kelib chiqadi. Demak giperbolik kompleks fazoning golomorf seksion egriligi

K(P)=-1 ga teng

FOYDALANGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. W. Ballmann, Lectures on KГ¤hler manifolds, ESI Lectures in Mathematics and Physics, European Mathematical Society, 2006.
2.D. Huybrechts, Complex Geometry: an introduction, Universitext, Springer, 2005.
3.A. Moroianu, Lectures on KГ¤hler geometry, London Mathematical Society Student Texts 69, Cambridge University Press, 2007.
4. Holomorphic sectional curvatures
5.Yu.D.Burago, V.A.Zalgaller Vvedenie v rimanovu geometriyu 1994

Matritsalar algebrasi va chekli o'lchamli C*-algebralar

Xolliyeva N.O

Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
nargizxolliyeva@gmail.com

A-algebra bo'lsin. Agar A-da norma bor bo'lib, $\|ab\| \leq \|a\| \cdot \|b\|$ shart bajarilsa, A-ga normalangan algebra deyiladi. To'la normalangan algebraga Banax algebrasi deyiladi. To'la normalangan *-algebraga esa Banax *-algebrasi deyiladi. Agar Banax *-algebrada $\|a^*a\| = \|a\|^2$ shart bajarilsa, unga *C*-algebrasi* deyiladi.

$n \geq 1$ butun son va $M_n(\mathbb{C})$ – n-chi tartibli kvadrat matrisalar to'plami bo'lsin. Bu to'plam matrisalar ustidagi standart amallarda ko'ra chiziqli fazo bo'lib, matrisalarni o'zaro ko'paytirish amaliga ko'ra algebrani tashkil etadi. Bu algebrada involyutsiya $a^* = (a_{i,j})^* = (\overline{a}_{j,i})$ kabi aniqlasak, $M_n(\mathbb{C})$ – *-algebra bo'ladi. Undan tashqari norma ham kiritsa bo'ladi: $a \in M_n(\mathbb{C})$ matrisa uchun $\|a\| = \max_k \sqrt{\mu_k}$ kabi aniqlangan akslantirish normaning barcha shartlarini qanoatlantiradi, bu yerda $\mu_1, \ldots, ..., \mu_n$ sonlar a^*a matrisaning xos qiymatlaridir. U holda $M_n(\mathbb{C})$ – Banax *-algebra bo'lib, C*-algebrasini ham tashkil etadi. Bu algebra chiziqli fazo sifatida n^2-o'lchamli fazo bo'lib, quyidagi $e_{j,k}$ matrisalar sistemasi uni bazisini tashkil etadi: $e_{j,k}$ matrisa j-chi qator va k-chi ustunning kesishmasi birga teng, boshqa elementlari esa nol bo'lgan matrisa bo'lib, $\sum_{i=1}^n e_{i,i} = \mathbb{1}$.

Endi $M_n(\mathbb{C})$ algebraning ba'zi qism algebralarini qaraymiz. Eslatamiz, agar biror proyektorning noldan farqli qism proyektori yo'q bo'lsa, bu proyektorga minimal proyektor yoki atom deyiladi.

Teorema 1. A to'plam $M_n(\mathbb{C})$ algebraning abel (kommutativ) qism *-algebrasi bo'lsin. Agar $\rho_1, \ldots, ..., \rho_m$ elementlar A algebraning barcha minimal proyektorlari bo'lsa, $A = \bigoplus_{j=1}^n \mathbb{C}_{\rho_j}$ tenglik o'rinlidir.

Teorema 2. A to'plam $M_n(\mathbb{C})$ algebraning qism *-algebrasi va $\rho \in A$ noldan farqli proyektor bo'lsin. Agar ρ - minimal bo'lsa, $\rho A \rho = \mathbb{C}$ o'rinli bo'ladi.

Tezisning asosiy natijasi quyidagi teorema.

Teorema 3. $H \approx \mathbb{C}^n$ va $B(H)$ to'plam H-dagi barcha chiziqli chegaralangan operatorlar algebrasi bo'lsin. U holda

1) $B(H) \approx M_n(\mathbb{C})$;

2) Agar $A \subset B(H)$ – qism *-algebra va $\rho_1, \ldots, ..., \rho_m$ elementlar A ning markaziy minimal proyektorlari bo'lsa $n_1, \ldots, ..., n_m \in \mathbb{N}$ sonlar mavjud bo'lib, $\rho_j A \rho_j \approx M_{n_j}(\mathbb{C})$ va $A \approx \bigoplus_{j=1}^m M_{n_j}(\mathbb{C})$ o'rinli bo'ladi.

Adabiyotlar

1. Ж.Диксмье, C*-алгебры и их представления. Москва, Наука. (1974) 400с.
2. Sh.A.Ayupov, A.A.Rakhimov, Sh.M.Usmanov, Jordan, Real and Lie structures in operator algebras. Kluwer Academic Publishers, MAIA, 418 (1997) 235p.

Vaqt bo'yicha kasr tartibli tenglamalar uchun nolokal masala

Amrullayeva Dilfuza
O'zbekiston Milliy universtiteti, Universitet ko'chasi, 4, 100174, Toshkent, O'zbekiston;
E-mail: amrullayevadilfuzakhon@gmail.com

Ushbu tezisda kasr tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalar uchun vaqt bo'yicha nolokal shart bilan berilgan boshlang'ich -chegaraviy masala o'rganiladi.

Quyidagi masalani qaraylik:

$$D_t^{\rho} u(x,t) - a^2 u_{xx}(x,t) = f(x,t), 0 < x \leq T \tag{1}$$

$$u(x,T) = u(x,+0) + \phi(x), 0 < x < l \tag{2}$$

$$u(0,t) = 0, 0 < t \leq T, \tag{3}$$

$$u(l,t) = 0, 0 < t \leq T \tag{4}$$

bu yerda $\phi(x), f(x,t)$ berilgan funksiyalar, $\alpha-$ ozgarmas son, $\xi-$ fiksrlangan nuqta, D_t^{ρ}- Caputo ma'nosidagi $\rho, 0 < \rho < 1$ [1] tartibli kasr tartibli hosila belgilangan. (1)-(4) masalaning yechimini topish masalasiga tog'ri masala deb ataladi.

Ushbu maqolada (1) - (4) masalaning yechimi mavjud va yagonaligi isbotlandi.

References

1. A.A. Kilbas, H.M. Srivastava, J.J. Trujillo, Theory and Applications of Fractional Differential Equations, Elsevier (2006).

2. R. Ashurov, Yu. Fayziev, "On the nolocal boundary value problems for time-fractional equations," Fractal and Fractional, 6, 41 (2022).

Chegaraviy kesimlarda berilgan funksiyalarni golomorf davom ettirish

Yo'ldoshev U.Z.
Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent;
umaryuldashev32@gmail.com

Ushbu maqola chegaraviy kesimlarda polyar maxsusliklarga ega bo'lgan funksiyaning birgalikdagi maxsusliklarini o'rganishga bag'ishlangan.

Ma'lumki, ko'p kompleks o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi va ularning tadbiqlarida funksiyalarni golomorf davom ettirish yoki berilgan to'plamning golomorflik qobig'ini topish masalalari muhim ahamiyatga ega.

Aytaylik, $D \subset C^n$ va $G \subset C^m$ sohalar berilgan bo'lib, $A \subset \partial D$ va $B \subset \partial G$ bo'lsin. Ushbu

$$W = ((D \cup A) \times B) \cup (A \times (B \cup G))$$

to'plamni qaraymiz.

Ushbu dokladda quyidagi masala qaraladi: chegaraviy A va B to'plamlar yordamida aniqlangan W ko'rinishdagi to'plamlarning golomorflik qobig'ini topish mumkinmi? Golomorflik qobig'ini topish mumkin bo'lsa, u qanday ko'rinishga ega bo'ladi?

$A = D$ va $B = G$ bo'lgan eng sodda holda qo'yilgan masala 1906 yilda birinchi bo'lib F.Xartogsning fundamental teoremasi yordamida yechilgan (masalan [1] ga qarang). Agar $A \subset D$ va $B \subset G$ bo'lsa W to'plamning golomorflik qobig'ini topish masalasi 1976 yilda V.O.Zaxaryuta tomonidan hal etilgan. Boshqa umumiy chegaraviy hollarda esa, ya'ni $A \subset \overline{D}$ va $B \subset \overline{G}$ bo'lgan hollarda W to'plamning golomorflik qobig'ini topish masalalari A.A.Gonchar, E.M.Chirka, A.S.Sa-dullayev, S.A.Imomqulov, T.T.To'ychiyev va boshqalar tomonidan o'rganilgan.

Hozirgi vaqtga kelib A va B to'plamning har biri chegarada yotganda, ya'ni $A \subset \partial D$ va $B \subset \partial G$ bo'lganda W to'plamning golomorflik qobig'ini topish masalasi dolzarb bo'lib, ushbu maqola ham shu masalani o'rganishga bag'ishlangan.

Ta'rif. Agar chegaralangan $D \subset C^n$ sohaning har bir chegaraviy $\xi \in \partial B$ nuqtasida Gyolder shartini qanoatlantiruvchi uzluksiz vektor funksiya bo'lgan tashqi birlik vektor ν_ξ mavjud bo'lsa, unda D soha **Lyapunov sohasi** deb ataladi.

Teorema. Aytaylik, $'D \subset C^{n-1}$ chegaralangan Lyapunov sohasi bo'lib, $f('z, z_n)$ funksiya $D \setminus S = ('D \times U_n) \setminus S$ sohada golomorf va $\overline{D} \setminus S$ da uzluksiz bo'lsin, bu yerda S to'plam D dagi yopiq va plyuripolyar to'plam. Agar $E \subset \partial' D$ to'plam uchun $mesE > 0$ bo'lib, ixtiyoriy fiksirlangan $'a \in E$ da $f('a, z_n)$ funksiya z_n o'zgaruvchining funksiyasi sifatida butun tekislikning polyar to'plamdan boshqa barcha nuqtalariga golomorf davom etsa, u holda $f('z, z_n)$ funksiya $('D \times C) \setminus \tilde{S}$ sohaga golomorf davom etadi.Bu yerda $\tilde{S}$ to'plam $'D \times C$ da yopiq plyuripolyar to'plam bo'lib, $\tilde{S} \cap D \in S$ bo'ladi.

Izoh. $S = \varnothing$ bo'lgan hol [2] da qaralgan.

Adabiyotlar.

1.Садуллаев А.С, Имомкулов С. Продолжение голоморфных и плюригармонических функций с тонкими особенностями на параллельных сечениях. Труды МИРАН,2006,т.253,с. 158-174.

2.Туйчиев Т.Т, Имомкулов С. А. Продолжение голоморфных функций с особенностями конечной ёмкости на граничном пучке комплексных прямых. Узб. Мат. журн, 2004,№3, с. 39-46.

Construction of optimal difference formula in the Hilbert space

Boltaev Aziz[1,2], **Abdulkhakimova Dilafruz**[2]

V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics, UzAS, Tashkent, Uzbekistan,
aziz_boltayev@mail.ru;
National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, Uzbekistan,
xolmatovadilafuruz@gmail.com

Abstract: In this paper, we consider the problem of constructing new optimal difference formulas for finding an approximate solution of the initial problem for an ordinary differential equation in a Hilbert space $W_2^{(2,0)}(0,1)$. First, we study the construction of an optimal Adams-Bashforth-type explicit difference formula in the Hilbert space $W_2^{(2,0)}(0,1)$.

Here we minimize the norm of the error functional with respect to the coefficients and obtain a system of linear algebraic equations for the coefficients of the difference formulas.

Keywords: Hilbert space, initial problem, multi-step method, error functional, optimal difference formula.

We know that the solution of many practical problems leads to the solution of differential equations or their systems. Although differential equations have so many applications, only a small number of them can be solved with precision using elementary functions and their combinations. Even in the analytical analysis of differential equations, their application can be inconvenient due to the complexity of the obtained solution. If it is impossible to find an analytical solution to a differential equation, or if it is very difficult to obtain, we can try to find an approximate solution.

In this paper, we consider the problem of an approximate solution of a first-order linear ordinary differential equation

$$y' = f(x, y),\ x \in [0, 1] \tag{1}$$

with initial condition

$$y(0) = y_0. \tag{2}$$

Suppose that $f(x, y)$ is an appropriate function and differential equation (1) with initial condition (2) has a unique solution on the segment $[0, 1]$.

For an approximate solution of problem (1)-(2), we divide the segment $[0, 1]$ into N pieces of length $h = \frac{1}{N}$ and find the approximate values y_n functions $y(x)$ for $n = 0, 1, ..., N$ at nodes $x_n = nh$.

The classical method for the approximate solution of the initial problem (1)-(2) is the Euler method. Using this method, the approximate solution of the differential equation is calculated as follows: to find the approximate value y_{n+1} of the function at the node x_{n+1} is used approximate value y_n at node x_n:

$$y_{n+1} = y_n + hy', \tag{3}$$

where $y'_n = f(x_n, y_n)$, so that y_{n+1} is a linear combination of the values $y(x)$ of the unknown function and its first order derivative at the node x_n.

Everyone knows that there are many methods for solving the initial problem for the ordinary differential equation (1). For example, the initial problem can be solved using the Euler, Runge-Kutta, Adams-Bashfort and Adams-Multon formulas of various degrees [1]. In [2] by Ahmad Fadli Nurullah Rasedi et al., they discussed the order and step size strategies of a variable step size algorithm. Estimates of the stability and convergence of the method are also established. In [3] M.Adekoya Odunayo and Z.O. Ogunwobi has shown that the Adam-Bashforth-Multon method is better than the Milne Simpson method at solving a second-order differential equation. Some studies have raised the question of whether the Nordsieck technique for changing the step size in the Adams-Bashforth method is equivalent to the explicit continuous Adams-Bashforth method. And in the work N.S. Hoang and R.B. Sige [4] they provided a complete proof that the two approaches are indeed equivalent. The papers [5] and [6] show the potential superiority of semi-explicit and semi-implicit methods over conventional linear multi-step algorithms.

However, it is very important to choose the correct one among these formulas for solving the initial problem, and this is not always possible. Also in this work, in contrast to the above-mentioned works, exact estimates of the error of the formula are obtained.

Our goal in this paper is to construct new difference formulas that are exact on trigonometry functions and optimal on the Hilbert space $W_2^{(2,0)}(0,1)$. Here, using the discrete analogue of the differential operator $\frac{d^4}{dx^4}+2\frac{d^2}{dx^2}+1$, the optimal difference formula is constructed. Also, these formulas can be used to solve certain classes of problems with great accuracy.

References

1. Burden R.L., Faires D.J., Numerical Analysis. - Boston, Cengage Learning, 2016, 896 p.
2. Ahmad Fadly Nurullah Rasedee, Mohammad Hasan Abdul Sathar, Siti Raihana Hamzah, Norizarina Ishak, Tze Jin Wong, Lee Feng Koo and Siti Nur Iqmal Ibrahim. Two-point block variable order step size multistep method for solving higher order ordinary differential equations directly. Journal of King Saud University - Science, vol.33, 2021, 101376, https://doi.org/10.1016/j.jksus.2021.101376.
3. Adekoya Odunayo M. and Z.O. Ogunwobi. Comparison of Adams-BashforthMoulton Method and Milne-Simpson Method on Second Order Ordinary Differential Equation. Turkish Journal of Analysis and Number Theory, vol.9, no.1, 2021: 1-8., https://doi:10.12691/tjant-9-1-1.
4. N.S. Hoang, R.B. Sidje. On the equivalence of the continuous AdamsBashforth method and Nordsiecks technique for changing the step size. Applied Mathematics Letters, 2013, 26, pp. 725-728.
5. Loic Beuken, Olivier Cheffert, Aleksandra Tutueva, Denis Butusov and Vincent Legat. Numerical Stability and Performance of Semi-Explicit and Semi-Implicit PredictorCorrector Methods. Mathematics, 2022, 10(12), https://doi.org/10.3390/math10122015.
6. Aleksandra Tutueva and Denis Butusov. Stability Analysis and Optimization of Semi-Explicit PredictorCorrector Methods. Mathematics, 2021, 9, 2463. https://doi.org/10.3390/math9192463.

Vaznli $\mathcal{P}$ o‘lchov haqida bir teorema

Abdullayeva F.E.[1], Aytjanova G.T.[2]

[1]O‘zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O‘zbekiston;
farogata557@gmail.com
[2]O‘zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O‘zbekiston;
gulaim2003qar@gmail.com

$\mathbb{C}^n$ kompleks fazoda $(n-1,n-1)$-bidarajali qat’iy musbat α differensial formani tayinlaymiz.

Ta’rif 1. $D\subset\mathbb{C}^n$ sohada berilgan $u(z)\in L^1_{loc}(D)$ funksiya uchun quyidagi shartlar

1) u yuqoridan yarim uzluksiz, ya’ni $\overline{\lim\limits_{z\to z^0}}\,u(z)=\lim\limits_{\varepsilon\to 0}\sup\limits_{B(z^0,\varepsilon)}u(z)\le u(z^0)$;

2) $F\,(D)$ −asosiy finit funksiyalar fazosidan olingan $\forall\,\omega 0$ uchun,

$$[dd^c u \wedge \alpha]\,(\omega) = \int u\, \wedge \alpha\, \wedge dd^c \omega$$

oqim musbat bo‘lsa, u holda u ga $\alpha-$subgarmonik funksiya deyiladi.

D sohadagi α subgarmonk funksiyalar sinfini $\alpha - sh(D)$ orqali belgilaymiz.

Aytaylik, $D \subset \mathbb{C}^n$ soha $E \subset D$ to‘plam berilgan bo‘lsin. Quyidagi

$$\mathcal{U}(E,D) = \{u \in \alpha - sh(D):\; u\,|_D \leq 0,\; u\,|_E \leq -1\}$$

funksiyalar sinfini ko‘rib chiqamiz va $\omega_\alpha(w,E,D) = \sup\{u(w):\; u \in \mathcal{U}(E,D)\}$ ni olamiz.

Ta’rif 2. Quyidagiga

$$\omega^*(z,E,D) = \overline{\lim_{w\to z}}\, \omega_\alpha(w,E,D),$$

E to‘plamning, D sohaga nisbatan $\mathcal{P}$ o‘lchovi deb ataladi.

Ushbu $\mathcal{P}$ o‘lchov va uning xossalari [1] maqolada batafsil keltirilgan.

Endi biz vaznli $\mathcal{P}$ o‘lchov tushunchasini kiritamiz. E to‘plamda $\psi(z)$–manfiy funksiya berilgan bo‘lsin.

Ushbu $\mathcal{U}(E,D,\psi) = \{u \in \alpha - sh(D):\; u\,|_D \leq 0,\; u\,|_E \leq \psi(z)\}$ funksiyalar sinfini qaraylik.

Ta’rif 3. Quyidagiga

$$\omega^*(z,E,D,\psi) = \big\{\sup\{u(z): u \in \mathcal{U}(E,D,\psi)\}\big\}^*$$

E to‘plamning, D sohaga nisbatan vaznli $\mathcal{P}$ o‘lchovi deb ataladi.

Vaznli $\mathcal{P}$ o‘lchov bir qator xossalarga ega, quyida shu xossalarni keltiramiz.

Agar $E_1 \subset E_2$, bo‘lsa unda $\omega^*(z,E_1,D)\omega^*(z,E_2,D)$ bo‘ladi;

Agar $E \subset D_1 \subset D_2$, bo‘lsa $\omega^*(z,E,D_1)\omega^*(z,E,D_2)$ bo‘ladi.

Teorema. $U \subset D$ ochiq to‘plam va $\psi(z) \in C(U)$ bo‘lsin. U holda $\omega^*(z,U,D,\psi) \equiv \omega(z,U,D,\psi)$ tenglik o‘rinli.

Adabiyotlar

1. Шарипов Р. $\mathcal{P}$ мера и $\mathcal{P}$ емкость в классе α-субгармонических функций. ДАН РУз, 2019, 3, 11–15.

2. Ваисова М. Теория потенциала в классе α-субгармонических функций. УзМЖ, 2016, 3, 46–52.

C*-алгебраларни таснифи

Жураев А.

Mirzo Ulug’bek nomidagi O’zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O’zbekiston; jorayev@gmail.com

C*-алгебралари 1933 йилда В.Гейзенберг ва П.Йордан илмий ишларида квант механикасидаги кузатиланаетган физик объектлар алгебрасини моделлаштириш жараенида юзага келган булиб, операторлар назариясини пайдо булишига сабаб булган. Бошлангичда бу назария, асосан Джон фон Нейман томонидан ривожлантирилган булиб, унинг бу ишлари «операторлар халкаси» номли кетма-кет чоп этилган бир неча катта маколаларида акс этган. У асосан C*-алгебраларининг махсус холи: W*-алгебраларини урганган булиб, бу алгебралар кунимизда фон Нейман алгебралари хам деб номланади. Хозирги кунда бу алгебралар назарияси етарлича яхши ривожланган булсада, бу сохада уз ечимини кутаетган талайгина масалалар хали хам мавжуддир [1], [2].

Таъриф. $\|a^*a\| = \|a\|^2$ $(\forall a \in A)$ шартини каноатлантирадиган Банах *-алгебрасига A га C*-алгебра дейилади.

Мисол 1. $M = M_n(\mathbb{C}) = \{A = (a_{ij})_1^n : \ a_{ij} \in \mathbb{C}\}$ туплам $A + B = (a_{ij} + b_{ij})$ ва $\lambda A = (\lambda a_{ij})$ амалларига кура чизикли фазо булиб, матрицаларни стандарт купайтмасига кура алгебра булади, хамда $A^* = (\overline{a}_{ji})$ га кура эса *-алгебра булади. Норма $\|A\| = \max_k \sqrt{\lambda_k}$ (λ_k -лар A^*A матрицанинг хос сонлари) каби аникланиб, $\|A^*A\| = \|A\|^2$ тенглик хам бажарилиб, бу алгебра C*-алгебраси хам булади. Ундан ташкари купайтириш амали учун, умумий холда $AB \neq BA$ эканидан, M нокоммутатив C*-алгебрадир.

Мисол 2. X – локал компакт туплам булсин. Куйидагини тупламни караймиз: $\mathcal{A} = C_0(X) = \{f : X \to \mathbb{C} \ \ | \ \ f$ – узлуксиз ва $f(\infty) = 0\}$. Бу ерда: $f(\infty) = 0 \ :\Leftrightarrow \ \forall\varepsilon > 0, \ \ \exists K \subset X$ – компакт: $|f(x)| < \varepsilon, \ \forall x \in X \setminus K$. Тушунарлики, агар X – компакт булса, бу шарт хар доим бажарилиб, $C_0(X) = C(X)$, яъни у барча узлуксиз функциялар фазоси булади. $\mathcal{A} = C_0(X)$ да амаллар куйидагича киритилади:

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x), \quad (\lambda f)(x) = \lambda f(x), \quad (f \cdot g)(x) = f(x)g(x),$$
$$f^*(x) = \overline{f(x)}, \qquad \|f\| = \sup_{x\in X} |f(x)|.$$

Бу амалларга кура $\mathcal{A} = C_0(X)$ фазо C*-алгебра булади. Хар x учун $f(x)$ ва $g(x)$ -лар комплекс сон эканидан $f(x)g(x) = g(x)f(x)$ булиб, $\mathcal{A}$ коммутатив C*-алгебра булади. Ундан ташкари: $\mathbb{1} \in \mathcal{A} \ \Leftrightarrow \ X$ – компакт.

Яъни, умумий холда, $\mathcal{A}$ – бирлик элементсиз коммутатив C*-алгебрадир. Агар, юкорида, инволюция $f^*(x) = \overline{f(-x)}$ каби аникланган булганда эди, у холда бу фазо Банах *-алгебраси булади, лекин C*-алгебраси булмайди. Чунки $\|f^*f\| = \|f\|^2$ шарт бажарилмайди. Масалан, куйидаги узлуксиз функция учун бу шарт бажарилмайди:

$$f_0(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$$

$\mathcal{A}$ – C*-алгебра булсин. Агар $\varphi : \mathcal{A} \to \mathbb{C}$ функционал учун $\varphi(a^*a) \geq 0$ $(\forall a \in \mathcal{A})$ шарт бажарилса, φ -га *мусбат* функционал дейилади. Агар φ – мусбат ва чизикли булиб, $\|\varphi\| = 1$ булса, φ -га *холат* дейилади. H – комплекс гильберт фазоси учун $B(H)$ – H-даги барча чизикли чегараланган операторлар алгебраси булсин. Бу фазо $(T_1 + T_2)(x) = T_1(x) + T_2(x)$, $(\lambda T)(x) = \lambda T(x)$, $(T_1 \cdot T_2)(x) = T_1(T_2(x))$, $\|T\| = \sup_{\|x\|\leq 1} \|T(x)\|$ амалларга кура C*-алгебра булади. Бунла T^* оператор T нинг кушма операторидир. Маълумки, агар алгебрани бирлик элементи йук булса, маълум конструкция билан унга бирлик элементни кушса булади. Шунинг учун алгебра бирлик элементли деб фараз килишимиз мумкин.

Теорема. $\mathcal{A}$ – бирлик элементли C*-алгебра ва функционал $\varphi : \mathcal{A} \to \mathbb{C}$ алгебранинг бирор холати булсин. У холда шундай $H := H_\varphi$ – комплекс гильберт фазоси мавжудки, $\pi := \pi_\varphi : \mathcal{A} \to B(H)$ каби чизикли акслантириш бор булиб, $\pi(ab) = \pi(a)\pi(b)$, $\pi(a^*) = \pi(a)^*$ $(\forall a, b \in \mathcal{A})$ (яъни *-морфизм) бажарилиб, хамда шундай $\xi := \xi_\varphi \in H$ вектор хам мавжуд булиб, $\varphi(a) = \big(\xi, \pi(a)\xi\big)$ $(\forall a \in \mathcal{A})$ ва $\overline{\pi(\mathcal{A})\xi} = H$.

Яъни, хар кандай C*-алгебрани изоморфизм аниклигида бирор $B(H)$ ни ичига текис топология (яъни норма) буйича епик шаклда жойлаштириш мумкиндир, ва демак, абстракт C*-алгебраларни хам бирор гильберт фазосидаги операторлар алгебраси сифатида карашимиз мумкин экан: $\mathcal{A} \hookrightarrow B(H)$.

Адабиетлар

1. Ж.Диксмье, C*-алгебры и их представления. Москва, Наука. (1974) 400с.
2. Sh.A.Ayupov, A.A.Rakhimov, Sh.M.Usmanov, Jordan, Real and Lie structures in operator algebras. Kluwer Academic Publishers, MAIA, 418 (1997) 235p.

6-DIMENSIONAL PATH ALGEBRAS OF SOME QUIVERS

Yokubjonov F.[1]
[1]Namangan State University, Namangan, Uzbekistan;
fayzulloyoqubjonov2@gmail.com

A quiver Q is a finite directed graph. Specifically $Q = (Q_0, Q_1, s, t)$ consists of the following four data:

i) A finite set Q_0 called the *vertex set*.

ii) A finite set Q_1 called the *edge set*.

iii) A function $s : Q_1 \to Q_0$ called the *source function*.

iv) A function $t : Q_1 \to Q_0$ called the *target function*.

A (possibly empty) sequence of edges $p = \alpha_n \alpha_{n-1} \dots \alpha_1$ is called a *path* in Q if $t(\alpha_i) = s(\alpha_{i+1})$ for all appropriate i. Note that paths are read right to left as in composition of functions.

Definition. Let k be a field and Q a quiver. Define kQ to be the k-vector space that has as its basis the set of all paths in Q. If p and q are two paths in Q define their product pq to be the composition of the paths p and q if $t(q) = s(p)$ and 0 otherwise. We extend this operation to arbitrary vectors in kQ by distributivity. As composition of paths is associative this gives kQ the structure of an associative k-algebra. It is called the *path algebra* of the quiver Q.

Proposition. The path algebras of quivers given on the left are isomorphic to the algebra given on the right.

References

1. W. Crawley-Boevey, Lectures on Representations of Quivers, notes available at www.maths.leeds.ac.uk/Љрmtwc/quivlecs.pdf.
2. G. Mazolla, The algebraic and geometric classification of associative algebras of dimension five. manuscripte math. 27, 81-101, (1979) .

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ДВЕ СТРЕЛКИ АЛЕКСАНДРОВА

Уролова Мохинур Файзулла кизи [1]
[1]Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека;
moxinur.19@mail.ru

≪Одна стрелка≫ П.С.Александрова [1]. Рассмотрим полуинтервал $[0,1)$ числовой прямой. Введем в $[0,1)$ следующую топологию:

все полуинтервалы $[\alpha,\beta), 0 \leq \alpha < 1, 0 < \beta \leq 1$, по определению, образуют базу этой топологии. Полученное топологическое пространство обозначим через X^{*}.

≪Две стрелки≫ П.С.Александрова [1]. Рассмотрим два интервала $X = [0,1), X' = (0,1]$, расположенные друг под другом. Множество всех точек этих двух интервалов обозначим через X^{**}. Определим в X^{**} топологию следующим образом. Базу топологии составляют всевозможные множества вида

$$U_1 = [\alpha,\beta) \cup (\alpha^{'},\beta^{'}),\ U_2 = (\alpha,\beta) \cup (\alpha^{'},\beta^{'}].$$

Здесь $[\alpha,\beta)-$ полуинтервал в X, а $(\alpha^{'},\beta^{'})-$ проекция интервала (α,β) на $X^{'}$; $(\alpha^{'},\beta^{'}]-$ полуинтервал в $X^{'}$, а $(\alpha,\beta)-$ проекция интервала $(\alpha^{'},\beta^{'})$ в X. Легко показать, что $X^{**}-$ компакт.

Мы говорим, что топологическое пространство X локально сепарабельно в точке $x \in X$, если x имеет сепарабельную окрестность. Топологическое пространство X называется локально сепарабельным, если оно локально сепарабельно в каждой точке $x \in X$. Локальную плотность в точке $x \in X$ обозначим через $ld(x,X)$, которая определяется следующим образом:

$$ld(x,X) = \min\{d(Ox) : \quad \text{где } Ox - \text{окрестность точки} x\}.$$

Локальная плотность [2] пространства X есть точная верхняя грань всех кардинальных чисел $ld(x,X)$ для $x \in X$. Это кардинальное число обозначим через $ld(X)$, т.е. $ld(X) = \sup\{ld(x,X) : \quad x \in X\}$.

Теснота точки x в топологическом пространстве X есть наименьшее кардинальное число $\tau\aleph_0$ со следующим свойством: если $x \in [C]$, то существует такое $C_0 \subset C$, что $|C_0| \leq \tau$ и $x \in C_0$. Это кардинальное число обозначается $t(x,X)$. Теснота топологического пространства X есть точная верхняя грань всех чисел $t(x,X)$, $x \in X$. Это кардинальное число обозначается $t(X)$ [2].

Теорема. Пусть $X-$ две стрелки Александрова. Тогда
1) $ld\,(X^{**}) = \aleph_0$;
2) $ldw\,(X^{**}) = \aleph_0$;
3) $t\,(X^{**}) = \aleph_0$.

Литература

1. Энгелькинг Р. Общая топология. Мир, Москва, 1986, 752 стр.
2. Архангельский А.В., Пономарев В.И. Основы общей топологии в задачах и упражнениях. Москва: Наука. 1974. 424 с.
3. Садовничий Ю.В., Бешимов Р.Б., Жураев Т.Ф. Топология, Ташкент, 2021, Университет, 200 стр.

Kommutativ haqiqiy W*-algebralar

Quziboyev S.
Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
quziboyevsiroj@gmail.com

$\forall a \in A$ uchun $\|a^*a\| = \|a\|^2$ va $\exists(\mathbb{1} + a^*a)^{-1}$ shartlarini qanoatlantiruvchi haqiqiy Banah *-algebra A ga haqiqiy $C*$-algebra deyiladi. Masalan, n-chi tartibli haqiqiy $M_n(\mathbb{R})$ va kvaternion $M_n(\mathbb{Q})$ matritsalar fazolari nokommutativ haqiqiy $C*$-algebra bo'ladi. Agar X - lokal kompakt to'plam va $C_0(X)$ esa X aniqlangan uzluksiz va cheksizlikda nol bo'ladigan haqiqiy funksiyalar fazosi bo'lsa, u $(f+g)(x) = f(x)+g(x)$, $(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$, $(f \cdot g)(x) = f(x)g(x)$, $f^*(x) = \overline{f(x)}$ va $\|f\| = \sup_{x\in X}|f(x)|$ amallarga ko'ra kommutativ haqiqiy C*-algebra bo'ladi.

H - kompleks Gilbert fazosi va $B(H)$ - undagi barcha chiziqli, chegaralangan operatorlar algebrasi bo'lsin. Agar $R \subset B(H)$ - haqiqiy qism *-algebra bo'lib, kuchsiz topologiyaga ko'ra yopiq va $R \cap iR = \{0\}$, $\mathbb{1} \in R$ shartlarini qanoatlantirsa, R ga haqiqiy $W*$-algebra deyiladi. Yuqoridagi misollar haqiqiy $W*$-algebra uchun ham misol bo'lib, haqiqiy $W*$-algebralar haqiqiy $C*$-algebraning xususiy holidir [1], [2].

Теорема. Har qanday kommutativ haqiqiy $W*$-algebralar o'zaro izomorf bo'lmagan $L^\infty_{\mathbb{R}}(\Omega,\nu)$ va $L^\infty_{\mathbb{C}}(\Omega,\nu)$ algebralarning to'g'ri yig'indisiga izomorfdir.

Bu yerda bu algebralar, Ω - giper-Stoun kompakt to'plamda mohiyatan chegaralangan, mos ravishda, haqiqiy va kompleks ν-Radon-o'lchovli funksiyalar fazosidir.

Adabiyotlar

1. Sh.A.Ayupov, A.A.Rakhimov, Sh.M.Usmanov, Jordan, Real and Lie structures in operator algebras. Kluwer Academic Publishers, MAIA, 418 (1997) 235p.
2. B.R.Li, Real Operator Algebras. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.: (2003) 241p.

Компьютерный анализ мелкомасштабных возмущений на фоне пульсирующего диска

Ж.М. Ганиев, С.Н. Нуритдинов
Национальный университет Узбекистана, Физический факультет, Кафедра Астрономии и астрофизики, Узбекистан
ganiev_jakhongir@mail.ru

Компьютерный анализ эволюции самогравитирующих систем и методы прикладной математики занимают важное место в астрофизических исследованиях, проблемах поиска в них новых видов неустойчивостей и обработке данных наблюдений. Исследование происхождения мелкомасштабных структурных образований дискообразных самогравитирующих систем требует анализа устойчивости различных мод возмущений высокого порядка. Однако, до сих пор никем не изучена роль мелкомасштабных возмущений на фоне стационарных и нестационарных дисков. Также не выполнен анализ проблемы происхождения наблюдаемых различных нестационарных мелкомасштабных образований, причем отсутствует и соответствующая нелинейная теория их формирования. Кроме того, остается не ясным каковыми могут быть критерии формирования наблюдаемых мелкомасштабных образований и каковы их физические механизмы происхождения. Отсюда вытекает актуальность проблемы построения нелинейно нестационарных моделей и исследования на их фоне мелкомасштабных возмущений. С этой целью нами была построена нелинейно – нестационарная пульсирующая модель самогравитирующего диска с анизотропной диаграммой скоростей

$$\Psi_{Aniz} = \frac{\sigma_0}{\pi}\left[1 + \Omega \cdot (xv_y - yv_x)\right] \cdot \chi\left(\left(1 - \mathrm{r}^2/\Pi^2\right)\left(1 - \Pi^2 \mathrm{v}_\perp^2\right) - \Pi^2(\mathrm{v}_r - \mathrm{v}_a)^2\right). \qquad (1)$$

Здесь Ω - безразмерный параметр, характеризующий степень твердотельного вращения диска, $0 \le \Omega \le 1$. v_r и $v_\perp$ - радиальная и тангенциальная скорости частиц, функция $\Pi(t)$ имеет смысл коэффициент растяжения и сжатия $\Pi\,(\mathrm{t}) = (1{+}\lambda\cos\psi){\cdot}\left(1-\lambda^2\right)^{-1}$, $t = (\psi{+}\lambda\sin\psi){\cdot}\left(1-\lambda^2\right)^{-3/2}$, $v_a = -\lambda\sqrt{1-\lambda^2}r\sin\psi/\Pi^2$. Модель пульсирует с амплитудой $\lambda = 1 - (2T/\,|U|)_0$, где $(2T/\,|U|)_0$ является вириальным параметром. Для построенной модели нами выведено нестационарное дисперсионное уравнение (НДУ) в общем виде.

Здесь мы приводим результаты компьютерного анализа НДУ и их сравнения, а также численные значения и критерии 20 видов неустойчивостей с помощью пакета программ для секториальных (m;N=10;10, 11;11, 12;12, 13;13, 14;14, 15;15), тессеральных (m;N=4;10, 9;17, 16;18, 15;21, 12;20, 14;20, 16;20, 18;20) и для умеренно мелкомасштабных мод колебаний при значениях m=2 и N=10, 12, 14, 16, 18, 20. Для каждой из этих мод колебаний получены критические диаграммы “вириальный параметр ? степень вращения” и вычислены соответствующие инкременты неустойчивостей.

AJRALGAN YADROLI GAMMERSHTEYN TIPIDAGI INTEGRAL OPERATORNING MUSBAT QO’ZG’ALMAS NUQTALARI

Murodullayeva Farog’at Tolib qizi
Qarshi davlat universiteti, Karshi shahri;
faroghat2020@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu ishda ajralgan yadroli Gammershteyn tipiga mansub nochiziqli integral operatorining musbat qo’zg’almas nuqtalari soni $k = 2$ holatda o’rganilgan.

Biz $C[0,1]$ chiziqli fazoda ushbu to’plamlarni aniqlaylik:

$$C_+[0,1] = \{f(t) \in C[0,1]; f(t)0, \forall t \in [0,1]\},$$
$$C_>[0,1] = \{f(t) \in C[0,1]; f(t) > 0, \forall t \in [0,1]\}.$$

Har bir $k \in N \backslash \{1\}$ uchun $H_k : C\,[0,1] \to C\,[0,1]$ integral operatorni quyidagicha aniqlaylik:

$$(H_k f)\,(t) = \int_0^1 K\,(t,u) f^k\,(u)\,du$$

bu yerda $K\,(t,u)$ uzluksiz qatiiy musbat funksiya, ya’ni $K\,(t,u) \in C_>\,([0,1] \times [0,1])$.

Qaralayotgan H_k nochiziqli integral operator Gammershteyn tipiga mansub bo'lib, uning musbat qo'zg'almas nuqtalari statistik mexanika masalalarida uchraydigan ba'zi modellar uchun translatsion-invariant Gibbs o'lchovlarini ifodalaydi [1-3].

Biz yadroni ajraluvchan simmetrik holatda qaraylik, ya'ni

$$K(t,u) = \phi(t)\varphi(u) + \varphi(t)\phi(u) \tag{1}$$

bu yerda $\phi(t)$ va $\varphi(t)$ funksiyalar $C_{>}[0,1]$ da aniqlangan va o'zaro chiziqli erkli.

Teorema. *Yadrosi (1) ko'rinishdagi H_2 Gammaershteyn tipidagi integral operator yagona musbat qo'zg'almas nuqtaga ega bo'ladi.*

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Rozikov U.A. and Eshkabilov Yu.Kh. On models with uncountable set of spin values on a Cayley tree: Integral equations //Math. Phys. Anal. Geom. - 2010. -13. - P.275-286.
2. Eshkabilov Yu.Kh., Rozikov U.A., Botirov G.I. "Phase transition for a model with uncountable set of spin values on Cayley tree"// Lobachevskii J. Math.-2013.- 34:3-P.256-263.
3. Eshkabilov Yu.Kh., Nodirov Sh.D., Haydarov F.H. Positive fixed points of quadratic operators and Gibbs Measures // Positivity-2016.- 20(4)-P.929-943.

Holatga bog'liq immigratsiyali tarmoqlanuvchi jarayonning ba'zi xossalari

Suvonqulova D.S.[1,*], Azimov J.B.[2,]**
[1]O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
[*]suvonqulovadurdona1@gmail.com
[2]Toshkent davlat transport universiteti, Toshkent, O'zbekiston;
[**]azimovjb@mail.ru

Holatga bogliq bo'lgan immigratsiyali Galton-Vatson tarmoqlanuvchi tasodifiy jarayonini ko'rib chiqamiz. Aytaylik, μ_n – Galton-Vatson jarayonining n- vaqt momentidagi zarralar soni bo'lsin ($n = 0, 1, 2, ..., \mu_0 = 1$). Ma'lumki, Galton-Vatson jarayonini $F(x) = \sum_{j=0}^{\infty} p_j x^j$, $p_j = P\{\mu_1 = j\}$, $j = 0.1, ..., |x| \le 1$, $\sum_{j=0}^{\infty} p_j = 1$ hosil qilish funksiyasi orqali aniqlash mumkin.

Endi maxsus tipdagi immigratsiyaga ega tarmoqlanuvchi tasodifiy jarayonlarga to'xtalib o'tamiz. Agar biror butun m soni uchun $\mu_n = k$, $0 \le k \le m$ bo'lsa, u holda shu $n-$ momentda jarayonga a_{kj} ehtimollik bilan j sondagi zarralar kelib qo'shiladi, qo'shilgan zarralar sonininig evolyutsiyasi keyinchalik $F(x)$ hosil qilish funksiyali odatdagi Galton-Vatson jarayoni qonuniga bo'ysunadi. Shunday qilib immigratsiya $m+1$ ta hosil qiluvchi funksiya bilan beriladi: $A_k(x) = \sum_{j=0}^{\infty} a_{kj} x^j, |x| \le 1$, $\sum_{j=0}^{\infty} a_{kj} = 1$, $k = 0, 1, 2, ..., m$.

Bunday jarayonning $n-$ vaqtdagi zarralar soni Z_n bo'lsin. Aniqlik uchun $Z_0 = 0$ deb qabul qilamiz. Ushbu jarayon bir nechta holatga bog'liq immigratsiyali tarmoqlanuvchi jarayon deb yuritiladi. Ma'lumki, bir nechta holatga bog'liq immigratsiyali tarmoqlanuvchi $\{Z_n, n0\}$ jarayon, holatlari soni sanoqli va o'tish ehtimolliklari

$$p_{ij} = P\{Z_{n+1} = j\,|Z_n = i\} = \begin{cases} p_j^{*i}, & im+1, \\ \sum_{k=0}^{j} a_{ik} p_{j-k}^{*i}, & 0 \le i \le m \end{cases}$$

bo'lgan bir jinsli Markov zanjirini tashkil etadi, bu yerda *-kompozitsiya belgisi.

Nakagava va Sato [1] ishida m=0 bo'lgan holda, Z_n tarmoqlanuvchi tasodifiy jarayon holatlarining klassifikatsiyasi keltirilgan. Quyidagi teorema Nakagava va Sato ishi natijasini $m > 0$ hol uchun umumlashtiradi.

Teorema. *Faraz qilaylik $\{Z_n\}$ tarmoqlanuvchi jarayon Markov zanjiri sifatida keltirilmaydigan va aperiodik bo'lsin:*
a) Bu Markov zanjiri musbat qaytuvchan bo'lishi uchun barcha $k = 0, 1, 2, ..., m$ lar uchun $F'(1) \leq 1$ va

$$\int_0^1 \frac{1 - A_k(u)}{F(u) - u} du < \infty$$

bo'lishi zarur va yetarli.
b) Agar $F'(1) = 1$, $F''(1) < \infty$ va $A_k'(1) < \infty$ bo'lsa, u holda $\{Z_n\}$ -nol qaytuvchan bo'ladi.
c) Agar $F'(1) > 1$ bo'lsa, $\{Z_n\}$ qaytmaydigan Markov zanjiri bo'ladi.

Adabiyotlar

1. T. Nakagava, N. Sato, *A Galton-Watson process with state-dependent immigration,* Res. Repts Nagaoka Techn. Coll., 9 (4) (1974) 177–182.

Yashil iqtisodiyotni iqtisodiy o'sishga tasiri

Murodov S.N.[1]

[1]Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy Universiteti Matematika fakulteti "Matematik analiz"kafedresi magistranti; Toshkent; O'zbekiston
*8898sardormurodov@gmail.com

Iqtisodiyotning rivojlanishi uchun uning turli bo'limlari, tarmoqlari va sohalari o'rtasida o'zaro mutanosiblikni ta'minlanmasligi mamlakatda iqtisodiy resurslardan samarasiz foydalanishga bu esa o'z navbatida iqtisodiy inqirozlarni yuzaga kelishiga, ishsizlik va inflatsiya darajasining oshib ketishiga va aholining ijtimoiy-iqtisodiy turmush darajasiga salbiy ta'sir ko'rsatishiga sabab bo'ladi.

Ma'lumki, iqtisodiy o'sishga erishishda, iqtisodiyotda modernizatsiyalash jarayoni va tarkibiy o'zgarishlarni amalga oshirishda, "Yashil iqtisodiyot"ni rivojlantirishda energetika tarmog'ida resurslardan tejamkorlik bilan foydalanish alohida ahamiyat kasb etadi. Energetika tarmog'ida resurslar samaradorligiga erishish talabning o'zgarishiga va yangi turdagi mahsulotlarni ishlab chiqarishga xizmat qiladi. "Yashil energetika"ga o'tish, innovatsion uskuna va texnologiyalarga talabni rag'batlantiradi. Bu esa milliy iqtisodiyotga "Yashil" tamoyillarni tatbiq etish uchun muhim hisoblanadi. O'zbekistonda kremniy zahiralarining mavjudligi fotoelektrik batareyalarni ishlab chiqarish istiqbolini yaratadi. Yoqilg'i-energetika resurslarining etishmovchiligi va ularga bo'lgan narxlarning o'zgaruvchanligi sharoitida, mamlakatimiz aholisining hamda iqtisodiyotimiz asosiy tarmoqlarida energetika resurslaridan oqilona foydalanish, shuningdek, an'anaviy energiya manbalaridan muqobil energiya manbalariga o'tishga qaratilgan chora-tadbirlar izchil amalga oshirishirish kerak bo'ladi. Yangi "Yashil" me'yor va standartlarga o'tilishi istemolchilarni iqtisodiy madaniyati va moliyaviy savodxonligini oshishiga ijobiy ta'sir ko'rsatadi va yuqori energiya samaradorligiga ega bo'lgan tovarlarga talabning ortishiga sabab bo'ladi hamda talab va taklifning ijobiy o'zgarishlarga olib keladi.

Adabiyotlar ro'yxati

1. A.V. Vaxabov, Sh.X. Xajibakiev "Yashil iqtisodiyot"asosida barqaror iqtisodiy o'sishni ta'minlashning nazariy va amaliy jihatlari, "XXI asr: fan va ta'lim masalalari" ilmiy elektron jurnali, №2, 2017 yil.

INVESTIGATION OF LOPSIDED INSTABILITY BY METHODS OF APPLIED MATHEMATICS

A.U.Omonov, S.N.Nuritdinov

National University of Uzbekistan, Faculty of Physics, Department of Astronomy and Astrophysics, Uzbekistan;

abbosomonov998@gmail.com, nur200848@mail.ru

Many objects in the Universe, including our planet Earth, have a lopsided nature, where the cores of these objects are clearly displaced from their geometric center. This phenomenon is associated with gravitational instability at an early stage in the evolution of these objects. It is necessary a mathematical modeling of the early stage evolution studying based on physical laws of instability and determine the corresponding exact criterion. Then we can study the evolution of the lopsided perturbation against the background of non-linearly non-stationary object model [1-3]. We consider this phenomenon for non-stationary spiral galaxies. We build a mathematical model of these objects in the phase space. So, we constructed a phase model of the pulsating state of these objects with an anisotropic velocity diagram in the following form: (*)

Here ν is parameter of superposition, Ω is a rotation parameter of the model, $0 \leq \Omega \leq 1$. χ is the Heaviside function, v_r and $v_\perp$ are the radial and tangential particle velocities, the function $\Pi(t)$ has the meaning of the pulsation coefficient of the model $\Pi(t) = (1+\lambda\cos\psi)\cdot(1-\lambda^2)^{-1}$, $t = (\psi + \lambda\sin\psi)\cdot(1-\lambda^2)^{-3/2}$, $v_a = -\lambda\sqrt{1-\lambda^2} r \sin\psi/\Pi^2$, $v_b = \Omega r/\Pi^2$. Expanding the perturbation in the Fourier series, we study the evolution of the harmonic with the radial wave number N=3 and the azimuthal wave number m=1, which is responsible for the formation of lopsided structures [4]. We have found the corresponding non-stationary dispersion equation. More precisely, for this case we have a system of inhomogeneous second-order differential equations with variable coefficients. We integrated this system using the RADA software package and found the critical dependence of the virial parameter on the degree of rotation of the model, from which it is easy to derive the corresponding instability criterion.

References

1. J.Binney and S.Tremaine,"Galactic dynamics",Princeton University Press (2017).
2. A.M.Fridman and V.L.Polyachenko, Physics of Gravitating Systems, Springer (1984).

3. Nuritdinov S.N. Nonlinear models and physics of instability of nonequilibrium self-gravitating systems. Tashkent, 2003.
4. K.T.Mirtadjieva, S.N.Nuritdinov, J.K.Ruzibaev and Muhammad Khalid Astrophysics,Vol.54, No.2,p.213-230,2011.