Electivo 3:

# Electrónica de Potencia

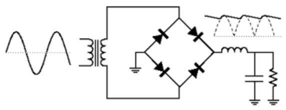
Roberto Ramírez
roramirez@utalca.cl

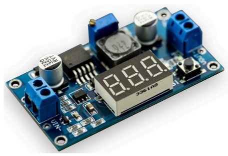
19 - Marzo - 2024

# Capítulo 1: Análisis de señales y Transformadas especiales

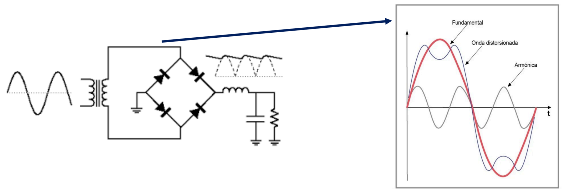
## Contenidos

- En esta clase repasaremos las definiciones de potencia para sistemas monofásicos y trifásicos.
- Además, revisaremos la importancia de los conceptos de factor de desplazamiento, potencia y distorsión para sistemas eléctricos.






- En esta clase repasaremos las definiciones de potencia para sistemas monofásicos y trifásicos.
- Además, revisaremos la importancia de los conceptos de factor de desplazamiento, potencia y distorsión para sistemas eléctricos.

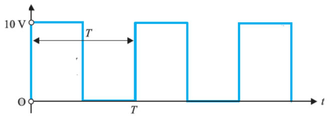




## Valor rms (valor cuadrático medio)

- Definición:

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x(t)^2 dt}$$

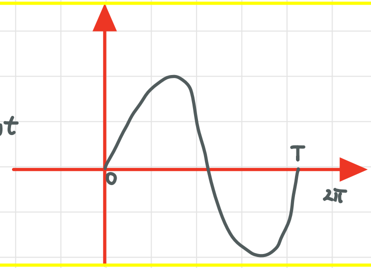
- Ejemplo
  - Calcular valor rms de la señal: $v(t) = A\sin(\omega t)$
  - Calcular valor rms de la señal:




Valor medio:

$$X_{medio} = \langle x \rangle = \bar{x} = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)^2 dt$$

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin(\omega t)\, d\omega t$$




$V$ = valor rms
$\bar{V}$ = valor medio

$$v(t) = A\sin(\omega t)$$

$$V = \sqrt{\frac{A}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin(\omega t)^2\, d\omega t}$$

$$V = \sqrt{\frac{A}{2\pi}\int_0^{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2\omega t)\right) d\omega t}$$

$$V = \sqrt{\frac{A^2}{2\pi}\,\frac{1}{2}t \Big|_0^{2\pi}}$$

$$V = \sqrt{\frac{A^2}{\cancel{2\pi}}\cdot\frac{1}{2}(\cancel{2\pi} - 0)}$$

$$V = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

$$f(t) = \begin{cases} 10 & 0 < t < 0{,}5T \\ 0 & 0{,}5 < t < T \end{cases} \qquad \begin{matrix} A & 0 < t < \Delta T \\ 0 & \Delta T < t < T \end{matrix}$$

$$F = \sqrt{\frac{A^2}{T}\int_0^{\Delta T} dt} = A\sqrt{\frac{1}{T}(\Delta T - 0)} = A\cdot\sqrt{D}$$

$$\bar{f} = A\cdot D$$

## Valor eficaz o valor cuadrático medio

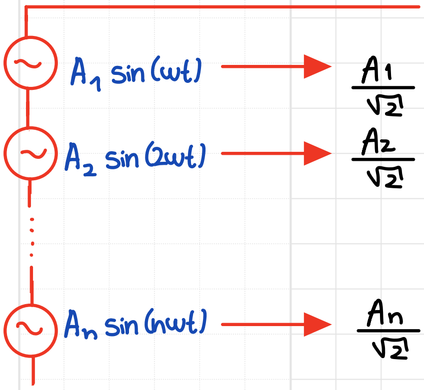
- Si una señal es igual a la suma de más de dos tensiones periódicas y ortogonales, el valor eficaz se calcula como:

$$x_{rms} = \sqrt{x_{1,rms}^2 + x_{2,rms}^2 + x_{3,rms}^2 + \ldots} = \sqrt{\sum_{n=1}^{N} x_{n,rms}^2}$$

- ¿Qué significa ser ortogonal ?
  - Valor medio del producto de las señales igual a cero.
  - Forma sencilla, señales poseen diferente frecuencia.
    - Ejemplo: $\sin(\omega(t)) \cdot \sin(2\omega(t))$

- Si una señal es igual a la suma de más de dos tensiones periódicas y ortogonales, el valor eficaz se calcula como:

$$x_{rms} = \sqrt{x_{1,rms}^2 + x_{2,rms}^2 + x_{3,rms}^2 + \ldots} = \sqrt{\sum_{n=1}^{N} x_{n,rms}^2}$$




$$\frac{A_1}{\sqrt{2}}, \quad \frac{A_2}{\sqrt{2}}, \quad \ldots, \quad \frac{A_n}{\sqrt{2}} \quad \Big\} \; V(t)$$

$$V = \sqrt{\left(\frac{A_1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{A_2}{\sqrt{2}}\right)^2 + \ldots\ldots \left(\frac{A_n}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$\sin(\underline{wt}) \cdot \sin(2wt)$$

$$\frac{1}{2}\left(\underbrace{\cos(\underbrace{wt - 2wt}_{wt})}_{0} - \underbrace{\cos(3wt)}_{0}\right)$$

valor rms de una señal continua = el mismo valor

- Determine el valor RMS de la señal,

$$x = 4 + \sin\left(\omega_1(t) + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\omega_2(t) + \frac{2\pi}{3}\right)$$

- Si:
  - $\omega_2 = \omega_1$
  - $\omega_2 = 2\omega_1$

$$X = 4 + \sin\left(w_1(t) + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(w_2(t) + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$X_{rms} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$1 \angle \frac{\pi}{3} + 1 \angle \frac{2\pi}{3}$$

$$1\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + 1\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)j + 1\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + 1\,\text{sen}\left(\frac{2\pi}{3}\right)j$$

$$\underbrace{\left(1\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + 1\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)}_{A} + \underbrace{\left(1\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) + 1\,\text{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)j}_{Bj}$$

$$A + Bj$$

$$X = 4 + \sin\left(w_1(t) + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(w_2(t) + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$X = \sqrt{4^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

# Potencia

porque es para todo instante de tiempo

- Se define la **potencia activa instantánea** al producto del voltaje por la corriente instantánea

$$p(t) = v(t)i(t)$$

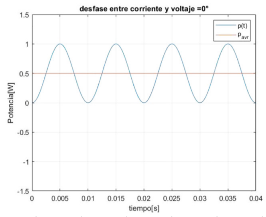
- Determine la potencia instantánea para un sistema monofásico.

$$v(t) = V \sin(\omega t + \phi_V)$$
$$i(t) = I \sin(\omega t + \phi_I)$$
$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$
$$= VI \cdot \sin(\omega t + \phi_I) \sin(\omega t + \phi_2)$$
$$= VI \cdot \frac{1}{2} \left(\cos(\phi_V - \phi_I) - \cos(2\omega t + \phi_I + \phi_V)\right)$$

$$\bar{P} = \frac{VI}{2} \cos(\phi_V - \phi_I)$$
$$= \frac{V}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I}{\sqrt{2}} \cos(\phi_V - \phi_I)$$
$$= V_{rms} I_{rms} \cos(\phi_V - \phi_I)$$

## Potencia Activa (sistema monofásico)

- La expresión anterior muestra que la potencia, en el caso monofásico, posee una segunda armónica.
  - Esta es independiente del ángulo de desfase
- El ángulo de desfase solo altera el valor medio de la potencia




## Factor de desplazamiento

- El ángulo existente entre la corriente y el voltaje se denomina **factor de desplazamiento**.
- De la expresión de potencia media, este se puede calcular como:

$$P = V_{rms} I_{rms} \cos\phi \to fd = \frac{P}{V_{rms} I_{rms}} = \frac{P}{S}$$

- S es la potencia aparente del sistema

$$\bar{P} = V_{rms} \cdot I_{rms} \cdot \underbrace{\cos(\theta_V - \theta_I)}_{fd}$$

$$\bar{P} = V_{rms} \cdot I_{rms} \cdot fd$$

$$fd = \frac{\bar{P}}{V_{rms} \cdot I_{rms}}$$

$$S = V_{rms} \cdot I_{rms}$$

$$S^2 = P^2 + \text{algo} = P^{-2} + q^{-2} + qj^{-2}$$

# Potencia reactiva

- Es la porción de la potencia que no genera trabajo útil
  - Necesaria para la generación de campos magnéticos y eléctricos en inductores y capacitores respectivamente.
  - Motores, transformadores,….
- De la expresión de potencia media y aparente, esta se puede calcular como:

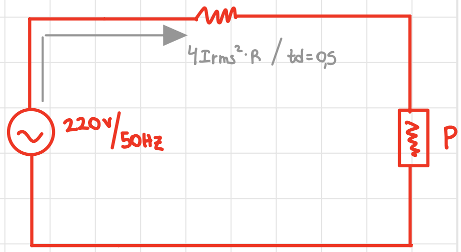
$$Qj = \sqrt{S^2 - \left(V_{rms} I_{rms} \cos(\phi)\right)^2} = V_{rms} I_{rms} \sin(\phi)\, j$$

- La expresión anterior define la potencia compleja:

$$S = V_{rms} I_{rms} \cos(\phi) + V_{rms} I_{rms} \sin(\phi)\, j = V_{rms} I_{rms}^*$$

$\bar{P} = V_{rms} \cdot I_{rms} \cdot fd$

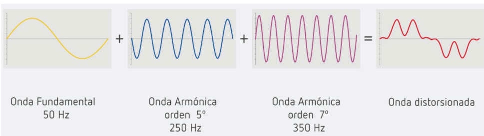
original $= I_{rms}^2 \cdot R$ / $fd = 1$




- Para una potencia constante:
  - Mayor potencia reactiva genera un menor factor de desplazamiento.
  - Un menor factor de desplazamiento implica mayores pérdidas.
    - ¿Por qué?
- Triángulo de Potencia

# Formas de onda no sinusoidales

- Los circuitos que contienen convertidores de potencia por lo general poseen formas de onda que son periódicas, pero no sinusoidales.




- Una alternativa es representar a la señal no sinusoidal como la suma de infinitas sinusoides mediante la serie de Fourier.
  - De esta manera los resultados de voltaje y corriente se obtienen mediante superposición.

- Serie de Fourier de una forma de onda periódica,

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ a_n \cos(n\omega_o t) + b_n \sin(n\omega_o t) \right]$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t)\, dt$$

$$a_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega_0 t)\, dt$$

$$b_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \sin(n\omega_0 t)\, dt$$

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ C_n \cos(n\omega_o t + \theta_n) \right]$$

$$C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

$$\theta_n = -a\tan\left(\frac{b_n}{a_n}\right)$$

- Dada la definición

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ C_n \cos(n\omega_o t + \theta_n) \right]$$

$$C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

$$\theta_n = -a\tan\left(\frac{b_n}{a_n}\right)$$

- ¿Cuál es el valor rms de $f(t)$?

$$f_{rms} = \sqrt{a_0^2 + \left(\frac{C_1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{C_2}{\sqrt{2}}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{C_n}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$f_{rms} = \sqrt{a_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n^2}$$

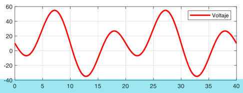
# Fuente no sinusoidal y carga lineal

Ejercicio 6: Una fuente de tensión dada por

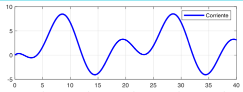
$$v(t) = 10 + 20\cos(2\pi 50t) + 30\cos(4\pi 50t - \pi)$$

Se conecta a una carga RL de 5Ω y 10mH en serie. Determine la potencia absorbida por la carga.

$V_{rms} = 27.38V$

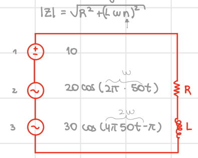



$I_{rms} = 4.04A$




$Z = R + Ljwn$

$|Z| = \sqrt{R^2 + (Lwn)^2}$




$P_1 = \frac{V^2}{|Z|} = \frac{10^2}{R} = 20$

$P_2 = \frac{\left(\frac{20}{\sqrt{2}}\right)^2}{\sqrt{R^2 + (Lwn)^2}}$

$I = \frac{\frac{20}{\sqrt{2}}}{\sqrt{R^2 + (wL)^2}} \angle -\text{atan}\left(\frac{wL}{R}\right)$

$P = \frac{(20)}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\frac{20}{\sqrt{2}}}{|Z_1|} \cdot \cos\left(\text{atan}\left(\frac{wL}{R}\right)\right)$

Potencia Activa: 83.5737 W
Potencia Aparente: 111.9645 VA
Factor de potencia: 0.74

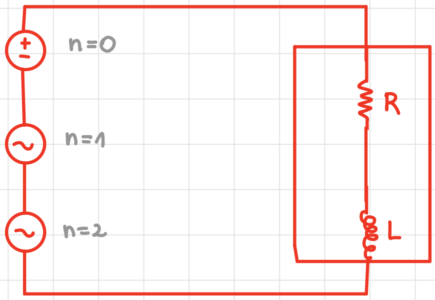
---

*** Forma 1:**

$10$

$\frac{20}{\sqrt{2}} \angle 0$

$\frac{30}{\sqrt{2}} \angle -\pi$

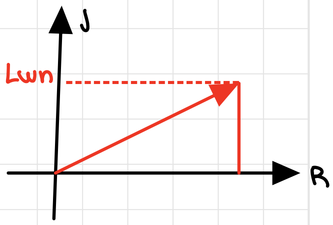



$Z_n = R + jwL \cdot n$

$Z_0 = R$

$Z_1 = R + jwL$

$Z_2 = R + j\,2wL$




$I_0 = \frac{10}{Z_0} = \frac{10}{5} = 2A$

$I_1 = \frac{\frac{20}{\sqrt{2}}\angle 0}{Z_1} = \frac{\frac{20}{\sqrt{2}}\angle 0}{\sqrt{R^2 + (wL)^2} \angle \text{atan}\left(\frac{wL}{R}\right)} = \frac{\frac{20}{\sqrt{2}}}{|Z_1|} \angle -\text{atan}\left(\frac{wL}{R}\right)$

$I_3 = \frac{\frac{30}{\sqrt{2}} \angle -\pi}{\sqrt{R^2 + (2wL)^2} \angle \text{atan}\left(\frac{2wL}{R}\right)} = \frac{\frac{30}{\sqrt{2}}}{|Z_2|} \angle -\pi - \text{atan}\left(\frac{2wL}{R}\right)$

$P_0 = 10 \cdot I_0$

$P_1 = \frac{20}{\sqrt{2}} \cdot |I_1| \cos\left(\text{atan}\left(\frac{wL}{R}\right)\right)$

$P_2 = \frac{30}{\sqrt{2}} \cdot |I_2| \cos\left(\text{atan}\left(\frac{2wL}{R}\right)\right)$

$P_T = P_0 + P_1 + P_2$

---

*** Forma 2:**

$P_0 = R \cdot I_0^2$

$P_1 = R \cdot |I_1|^2$

$P_2 = R \cdot |I_2|^2$

$P_T = R \cdot (I_0^2 + I_1^2 + I_2^2)$

# Fuente sinusoidal y carga no lineal

**¡Una carga es no lineal si genera armónicos!**

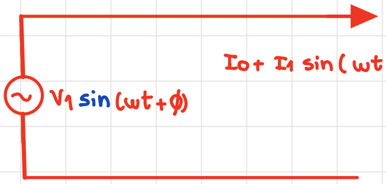
- Considere una fuente sinusoidal:

$$v(t) = V_1 \cos(\omega(t) + \theta_1)$$

conectada a una carga no lineal que consume una corriente dada por la expresión:

$$i(t) = I_o + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \sin(n\omega(t) + \phi_n)$$

Determine la potencia media absorbida por la carga (o entregada por la fuente).




$$P = V \cdot I = \underbrace{V_1 I_0 \sin(\omega t + \phi)}_{0} + \underbrace{V_1 I_1 \sin(\omega t + \phi_1)\sin(\omega t + \phi)}_{\frac{V_1 I_1}{2}} + \underbrace{V_1 I_2 \sin(\omega t + \phi)\sin(2\omega t + \phi_2)}_{0} + \underbrace{V_1 I \sin(\omega t + \phi)\sin(3\omega t + \phi_3)}_{0}$$

Pmedio $= 0 + \frac{V_1 I_1}{2} + 0 + 0$

mejor caso: pocos armónicos
peor caso: muchos armónicos

los armónicos aumentan el THD

$$\frac{P_{media}}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \qquad \frac{P_{medio}}{V_{rms} \cdot I_{rms}}$$

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2}}{I_1}$$

Total Harmonic Distorsion

- La potencia es distinta de cero solo en los términos que operan a la frecuencia de la fuente.
  - Señales ortogonales no aportan potencia
- En este caso, el factor de potencia se calcula como:

$$fp = \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{rms} I_{rms}} = \frac{V_{1,rms} I_{1,rms} \cos(\theta_1 - \phi_1)}{V_{1,rms} I_{rms}} = \frac{I_{1,rms}}{I_{rms}} \cos(\theta_1 - \phi_1) = FD \cdot fd$$

- El factor de potencia ahora incluye el efecto de los armónicos mediante el factor de distorsión,

$$FD = \frac{I_{1,rms}}{I_{rms}}$$

- La siguiente fuente de voltaje:

$$v(t) = 100\cos(2\pi 50 t)$$

alimenta una carga no sinusoidal cuya serie de Fourier corresponde a,

$$i(t) = 1\cos(2\pi 50 t) + 2\cos(3 \cdot 2\pi 50 t) + 3\cos(5 \cdot 2\pi 50 t)$$

Determine:
(a) Potencia absorbida por la carga.
(b) Factor de potencia de la carga.
(c) Factor de distorsión de la corriente de carga.

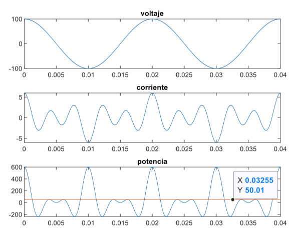
a) $\bar{P} = P_{media} = \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 50$

b) $fp = \frac{P_{media}}{S} = \frac{50}{\frac{100}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2}}$

c) $fD = \frac{1/\sqrt{2}}{\sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2}}$

$Q = \sqrt{S^2 - P^2}$

- Solución:



$\phi$ yo lo escribo así

$\theta$ el profe

## Potencia: caso trifásico

- Se define la potencia activa instantánea al producto del voltaje por la corriente instantánea.

$$p(t) = v^a(t)i^a(t) + v^b(t)i^b(t) + v^c(t)i^c(t)$$

- Determine la potencia instantánea si la corriente y el voltaje son sinusoidales de frecuencia $\omega$.

$$V_a = V\sin(\omega t)$$
$$V_b = V\sin(\omega t - 120°)$$
$$V_c = V\sin(\omega t - 240°)$$
$$i_a = I\sin(\omega t + \phi)$$
$$i_b = I\sin(\omega t + \phi - 120°)$$
$$i_c = I\sin(\omega t + \phi - 240°)$$

¿2.

$$V_a \cdot i_a = VI\sin(\omega t)\sin(\omega t + \phi) = \frac{VI}{2}(\cos(-\phi) - \cos(2\omega t + \phi))$$

$$V_b \cdot i_b = VI\sin(\omega t - 120°)\sin(\omega t + \phi - 120°) = \frac{VI}{2}(\cos(-\phi) - \cos(2\omega t + \phi - 240°))$$

$$V_c \cdot i_c = \frac{VI}{2}\sin(\omega t - 240°)\sin(\omega t + \phi - 240°) = \frac{VI}{2}(\cos(-\phi) - \cos(2\omega t + \phi - 480°))$$

$$PT(t) = V_a i_a + V_b i_b + V_c i_c$$
$$= \frac{3}{2} VI\cos(-\phi)$$
$$= 3V_{(rms)} I_{(rms)} \cos(\phi_V - \phi_I)$$

---

- Dado un vector arbitrario $\mathbf{x}$ esta dado por la expresión,

$$\mathbf{x}^{abc} = \begin{bmatrix} x^a & x^b & x^c \end{bmatrix}^T$$

Determine la expresión de la potencia activa instantánea.

$$V_a + V_b + V_c = 0$$

$$\boxed{P(t) = V^{abc^T} \cdot i^{abc}}$$

$$\boxed{\begin{pmatrix} v^a & v^b & v^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix}}$$

$$V^{abc} = \begin{pmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{pmatrix} \qquad i^{abc} = \begin{pmatrix} i^a \\ i^b \\ i^c \end{pmatrix}$$

$$V_a \cdot i_a =$$

## Potencia Aparente

- Normalmente en un sistema trifásico, la potencia aparente corresponde a,

$$|S| = 3V_{rms}I_{rms}$$

¿Cómo se aplica este resultado a nuestras nuevas definiciones?

$$|\mathbf{v}^{abc}| = \sqrt{3}V_{rms}$$
$$|\mathbf{i}^{abc}| = \sqrt{3}I_{rms}$$
$$|S| = 3V_{rms}I_{rms}$$

Potencia Aparente

$$\boxed{\begin{array}{lcl} \text{Producto cruz entre 2 vectores} & = & \text{Potencia Reactiva} \\ \text{(voltaje y corriente)} & & \text{(el nº de ese vector)} \end{array}}$$

$$V^{abc} = \begin{matrix} V\sin(\omega t) \\ V\sin(\omega t - 120^\circ) \\ V\sin(\omega t - 240^\circ) \end{matrix}$$

$$|V^{abc}|^2 = V^2\sin^2(\omega t) + V^2\sin^2(\omega t - 120^\circ) + V^2\sin^2(\omega t - 240^\circ) = \frac{3V^2}{2}$$

$$\downarrow$$

$$|V^{abc}| = \sqrt{3}\,V_{rms}$$

$$\sin^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sin(2\omega t)$$

$$\sin^2(\omega t - 120^\circ) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sin(2\omega t - 240^\circ)$$

$$\sin^2(\omega t - 240^\circ) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sin(2\omega t - 480^\circ)$$

$$|S| = 3V_{rms}\cdot I_{rms} \qquad = \underbrace{|V^{abc}|}_{\sqrt{3}V_{rms}} \cdot \underbrace{|I^{abc}|}_{\sqrt{3}I_{rms}} = 3V_{rms}\,I_{rms}$$

- Por otra parte, siempre se cumple que,

$$|\mathbf{x}|^2|\mathbf{y}|^2 = \left(\mathbf{x}^T\mathbf{y}\right)^2 + |(\mathbf{x}\times\mathbf{y})|^2$$

Donde reemplazando x por v e y por i se obtiene

$$|S|^2 = \left(p(t)\right)^2 + |(\mathbf{x}\times\mathbf{y})|^2$$

## Potencia Reactiva

- Se define la potencia reactiva instantánea como

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{v}^{abc} \times \mathbf{i}^{abc}$$

- La definición anterior indica que la potencia reactiva instantánea es un vector perpendicular a la corriente y voltaje del sistema.
- Sin embargo, ¿como se relaciona esta expresión con lo aprendido anteriormente?
  - Desarrollemos…

## Factor de potencia (instantáneo)

- Definidas las potencias activa, reactiva y aparente, se define el factor de potencia como,

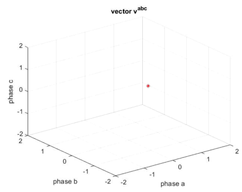
$$fp = \frac{p}{S} = \frac{\left(\mathbf{v}^{abc}\right)^T\mathbf{i}^{abc}}{\sqrt{p^2 + |\mathbf{q}(t)|^2}} = \frac{\left(\mathbf{v}^{abc}\right)^T\mathbf{i}^{abc}}{\sqrt{|\mathbf{v}^{abc}|^2|\mathbf{i}^{abc}|^2}}$$

# Transformaciones espaciales

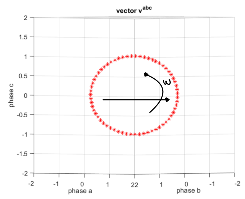
en el espacio representa un círculo cuyo radio es

$$\sqrt{3}\,V_{rms} \longrightarrow \sqrt{3}\,X_{rms}$$

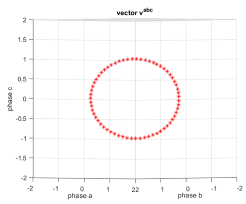
- Cada fase del sistema trifásico puede ser considerado un eje coordenado.
- En este caso, ¿que ocurre al graficar un voltaje balanceado?



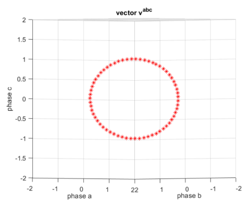

- La gráfica corresponde a un vector que rota a la frecuencia de red.
- Note que el recorrido del vector se encuentra sobre un plano perpendicular al vector (1,1,1).

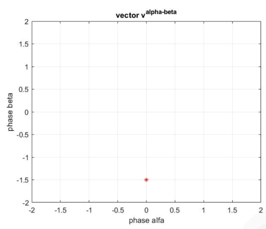



- Pregunta: ¿ Son necesarios tres ejes coordenados para describir dicho circulo?
  - ¡NO!, basta con dos ejes.

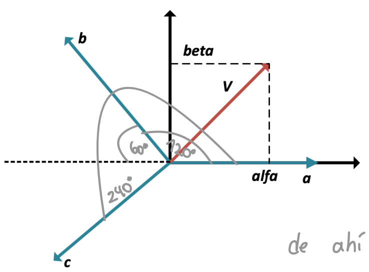



- Para describir el sistema con dos ejes coordenados podemos utilizar la transformada alfa-beta.
  - **Tri**fásico a **Bi**fásico



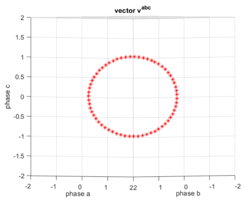

- Para describir el sistema con dos ejes coordenados podemos utilizar la transformada alfa-beta.
  - **Tri**fásico a **Bi**fásico

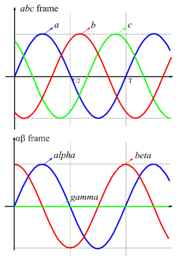



$$T_{\alpha\beta-abc} = k\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

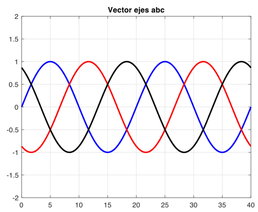
de ahí proviene el $1 \quad -\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2}$

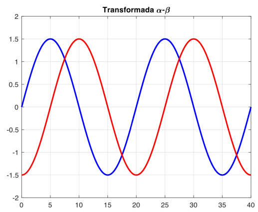
- El resultado de la transformada es una señal **alfa** igual a la fase $a$, mientras que **beta** es una señal desfasada 90°.



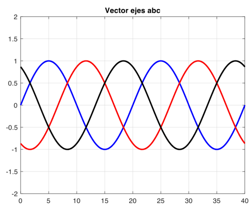

- El valor de $k$ indica si la transformada es variante en amplitud o potencia.
  - Revisemos el caso donde $k = 1$.

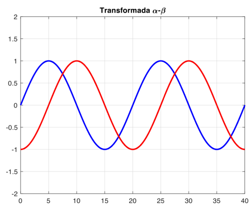


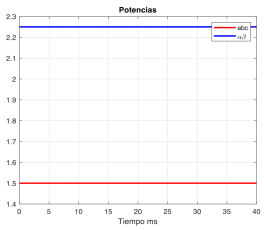

La amplitud de las señales en ***alfa-beta*** es igual a 1.5 veces la amplitud de la señal original en ejes ***abc***

- De acuerdo al resultado anterior, si **$k$=2/3** la transformada es **invariante en amplitud**.
  - ¿ Cuánto es el módulo del vector en *alfa-beta* ?




- ¿ Que ocurre con la potencia en ejes alfa-beta?
  - Revisemos caso k=1




**¿ Cuál debería ser el valor de *k* para que la potencia en ambos sistemas sea la misma?**

$$p^{abc} = (v^{abc})^T \cdot i^{abc}$$

$$p^{\alpha\beta} = (v^{\alpha\beta})^T \cdot i^{\alpha\beta}$$

$$p^{abc} \neq p^{\alpha\beta}$$

$k=1$

$\sqrt{\frac{3}{2}}$ X

$\boxed{\sqrt{3} \text{ X}_{ims}}$

## Revisando caso K=1

$$V^{\alpha\beta} = K\begin{pmatrix} \frac{3}{2} V\cos(\omega t) \\ \frac{3}{2} V\sin(\omega t) \end{pmatrix} \quad I^{\alpha\beta} = K\begin{pmatrix} \frac{3}{2} I\cos(\omega t) \\ \frac{3}{2} I\sin(\omega t) \end{pmatrix}$$

$$V^{\alpha\beta^T} \cdot I^{\alpha\beta} = K^2 \frac{9}{4} VI\,(\cos^2(\omega t)) + K^2 \cdot \frac{9}{4} \sin^2(\omega t)\, VI$$

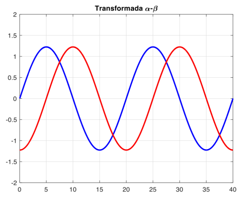
$$V^{\alpha\beta^T} \cdot I^{\alpha\beta} = K^2 \frac{9}{4} VI$$

$$V^{\alpha\beta^T} \cdot I^{\alpha\beta} = \frac{3}{2} VI = K^2 \frac{9}{4} VI = V^{\alpha\beta^T} I^{\alpha\beta}$$

$$\frac{3}{2} = K^2 \frac{9}{4} \longrightarrow \boxed{K = \sqrt{\frac{2}{3}}}$$

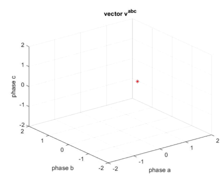
09-04-2024

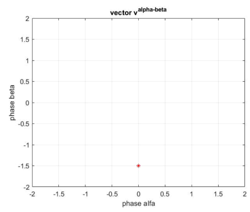
- El resultado demuestra que el valor de $k$ debe ser igual $\sqrt{2/3}$.
- En este caso la amplitud desde el eje *abc* a eje *alfa-beta* se ve multiplicada por un factor de $\sqrt{3/2}$.




  - ¿Cuál es el módulo del vector en ejes *alfa-beta*?

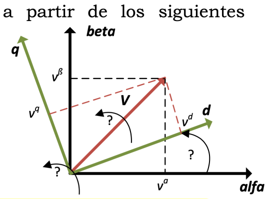
- Representar un sistema en ejes *abc* o *alfa-beta* implica hacer uso de un sistema coordenado estacionario.
  - En este caso el vector de voltaje gira a una velocidad ω.



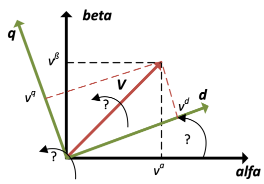




- El resultado son variables que no son constantes en estado estacionario.
  - Cada coordenada, independiente del eje, es variante en el tiempo.
- ¡Solución!
  - Representar el vector en un sistema que gire (rotatorio) a la misma frecuencia.
    - ¿ Que implica esto ?

- Este sistema rotatorio se denomina sistema *dq0*, y consiste en definir un sistema solidario al vector rotatorio.
- En este caso todas las señales que "giran" a la misma frecuencia se ven estáticas con respecto al sistema.
- La transformada se puede deducir a partir de los siguientes sistemas estacionarios y rotatorios:




- La transformada *dq0* no es más que una matriz de rotación que relaciona el sistema *alfa-beta* con el sistema rotatorio *dq0*.

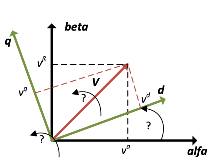


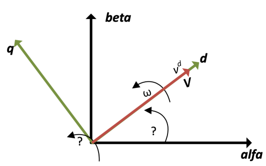

$$T_{dq-\alpha\beta} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & +\sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

En matriz de rotación puedo calcular los parámetros!

Suma utilidad en sistemas trifásicos en general

- El ángulo $\theta$ se obtiene sincronizando la transformada con un vector de referencia.
  - Lo veremos más adelante en el curso.
- ¿Qué ocurre cuando la transformada esta sincronizada con un vector?




implica que la componente q vale 0

- Desarrolle la transformada *dq0* sincronizada con $\theta(t)$ para los siguientes vectores en *alfa-beta:*

  - a) $V_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} Vcos(\theta(t)) \\ Vsin(\theta(t)) \end{bmatrix}$
  - b) $I_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} Icos(\theta(t)+x) \\ Isin(\theta(t)+x) \end{bmatrix}$

  Diferencia entre ambas señales: que una está desfasada

- Si la transformada se sincroniza con un vector, el ángulo de las componentes *dq* de los otros vectores indican el desfase de dichos vectores con respecto al de referencia.

$$R = \begin{pmatrix} C\theta & S\theta \\ -S\theta & C\theta \end{pmatrix}$$

$$V^{dq} = \begin{pmatrix} C\theta & S\theta \\ -S\theta & C\theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} VC\theta \\ VS\theta \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} VC\theta^2 + VS\theta^2 \\ -VC\theta S\theta + VS\theta C\theta \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} V \\ 0 \end{pmatrix} //$$

$$I^{dq} = \begin{pmatrix} C\theta & S\theta \\ -S\theta & C\theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} IC(\theta+x) \\ IS(\theta+x) \end{pmatrix}$$

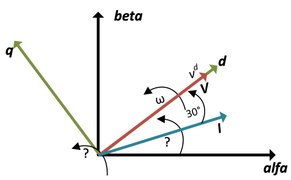
$$= \begin{pmatrix} IC\theta C(\theta+x) + IS\theta S(\theta+x) \\ IS(\theta+x)C\theta - IC(\theta+x)S\theta \end{pmatrix}$$

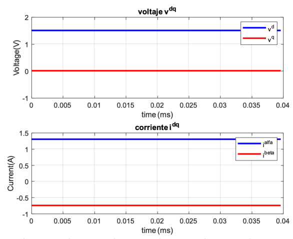
$$= \begin{pmatrix} ICos(-\cancel{\theta}+\cancel{\theta}+x) \\ Isin(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ICos\,x \\ ISen\,x \end{pmatrix} //$$

$$\angle I^{dq} = \arctan\left(\frac{Isin(x)}{Icos(x)}\right)$$

$$= x$$

- Ejemplo : los siguientes vectores de corriente y voltaje, son representados en ejes *dq0* con una transformada sincronizada con el voltaje **V**:
  - Cada vector es de amplitud 1.




- La invariabilidad en amplitud y potencia, según el valor de *k*, en la transformada alfa-beta previa se mantienen.
- Si $k = 2/3$ se mantiene una transformada invariante en amplitud.

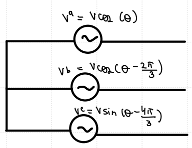
$$X = \sqrt{(x^d)^2 + (x^q)^2}, \quad P = \frac{3}{2}(v^{dq})^T(i^{dq})$$

- Si $k = \sqrt{\frac{2}{3}}$ se mantiene una transformada invariante en potencia:

$$X = \sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{(x^d)^2 + (x^q)^2}, \quad P = (v^{dq})^T(i^{dq})$$

- Las definiciones de potencia activa, reactiva, aparente y factor de potencia se mantienen idénticas que en el caso de usar sistemas estacionarios *abc o alfa-beta*, **si y solo si**, se usa una transformada invariante en potencia.
- Así:
  - $p(t) = (v^{dq})^T(i^{dq})$
  - $q(t) = (v^{dq})x\,(i^{dq})$
  - $s(t) = |v^{dq}||i^{dq}|$
  - $fp(t) = \frac{p_{dq}}{s_{dq}} = \frac{p_{abc}}{s_{abc}}$

En condición ideal:




$$T^{\alpha\beta-abc} = V^{abc}\begin{pmatrix} V\cos\theta \\ V\sin\theta \end{pmatrix}$$

# PLL: Phase locked loop

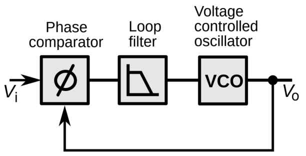
- Anteriormente aplicamos la transformada *dq* para un ángulo arbitrario θ(t); sin embargo…

# Sincronización…

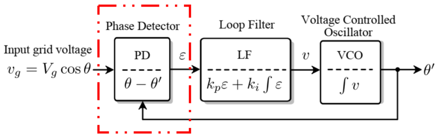
- Anteriormente aplicamos la transformada *dq* para un ángulo arbitrario θ(t); sin embargo… **¿de dónde lo obtenemos ? y ¿cómo lo calculamos?**

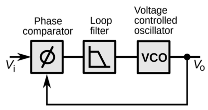
# PLL: Phase-locked loop

- Anteriormente aplicamos la transformada *dq* para un ángulo arbitrario θ(t); sin embargo… **¿de dónde lo obtenemos ? y ¿cómo lo calculamos?**
- Para ello hacemos uso de un **PLL**




- Anteriormente aplicamos la transformada *dq* para un ángulo arbitrario θ(t); sin embargo… **¿de dónde lo obtenemos ? y ¿cómo lo calculamos?**
- Para ello hacemos uso de un PLL




¿ Cómo generar esta diferencia ?

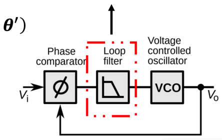
- Comparador de fase o Detector de fase se implementa a través de un multiplicador sinusoidal.

$$e = v_g \cos(\theta) * \mathbf{sin}(\boldsymbol{\theta'})$$

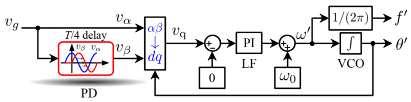
- ¿Dónde está la diferencia?

$$e = \frac{1}{2} v_g \sin(\theta + \theta') - \frac{1}{2} v_g\, \boldsymbol{sin}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta'})$$

- ¿Problemas?
  - 2do armónico.

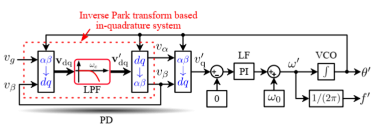



- Existen diferentes formas de mitigar el problema del segundo armónico, lo que da origen a diferentes aproximaciones de PLL.

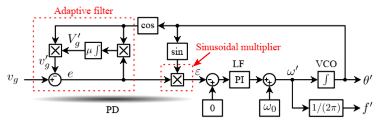



**T/4 Delay PLL [1]**

- Existen diferentes formas de mitigar el problema del segundo armónico, lo que da origen a diferentes aproximaciones de PLL.



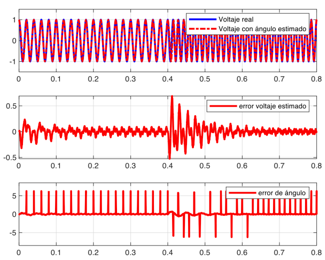

**IPT-PLL [1]**




**EPLL [1]**

- Revisemos un ejemplo de un PLL básico implementado en Matlab.

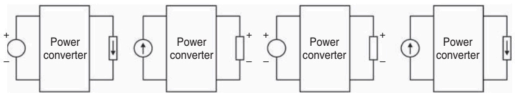
```
%PD
ek = vref(cont,1)*sin(theta_est);

%Low-pass filter
uk= uk1 + q0*ek + q1*ek1;

uk1=uk;
ek1=ek;

% VCO
theta_est = theta_ref_k1 + Ts*(uk+2*pi*50);
theta_ref_k1 = mod(theta_est,2*pi);
```



# Capítulo 2: Convertidores Monofásicos

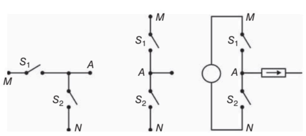
## Tipos de convertidores

- Convertidores conectan fuentes y cargas (u otras cargas).
  - Fuentes: voltaje (**V**) y corriente (**I**).
  - Carga: voltaje (capacitiva) y corriente (inductiva)
- Conexión fuente-carga debe obedecer:
  - **V-I-V-I**
  - **I-V-I-V**
  - Conexiones intermedias obligan a la existencia de un inductor (**V-V**) o capacitor intermedio (**I-I**).

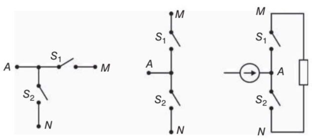



## Celdas básicas

- Un mínimo de dos interruptores (switches) son necesarios para la conexión entre una fuente y carga.
  - Salvo carga resistiva.
- Esto permite definir algunas **celdas básicas**



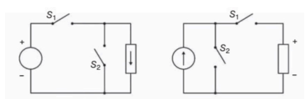

Celdas Voltaje-Corriente (**V-I**)



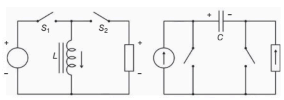

Celdas Corriente-Voltaje (**I-V**)

## Celdas básicas: Conexiones

- Ejemplos de conexión:




**V-I y I-V**



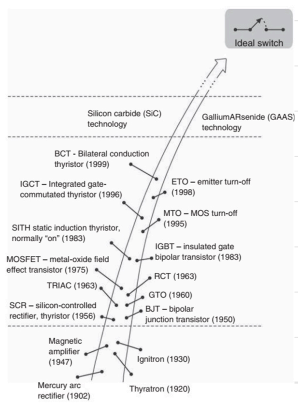

**V-V y I-I**

- Note que se han incluido inductores y capacitores en el caso de conexiones **V-V** e **I-I**, respectivamente.
  - ¿ Por qué no al revés ?

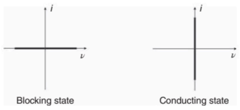
## Switches ideales

- Representaciones anteriores consideran switches ideales bidireccionales.
  - Corrientes y voltajes en ambos sentidos.
- Sin embargo, el caso real no es así, y dispositivos semiconductores son empleados para estas tareas.

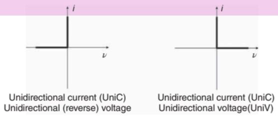

- Representaciones anteriores consideran switches ideales bidireccionales.
  - Corrientes y voltajes en ambos sentidos.
- Sin embargo, el caso real no es así, y dispositivos semiconductores son empleados para estas tareas.

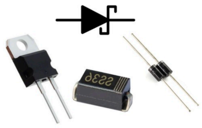



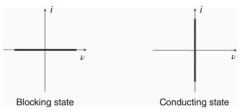
# Switches: Características Estacionarias



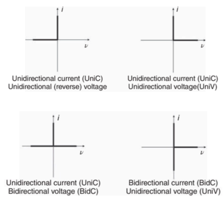

Condiciones ideales

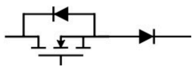


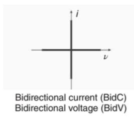


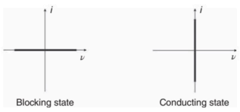

Condiciones ideales



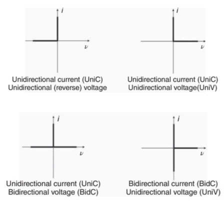



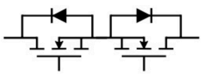
¿ Es posible hacer el sistema bidireccional en voltaje y corriente ?



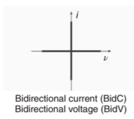




Condiciones ideales



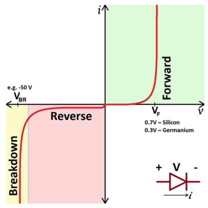



Configuración Bidireccional

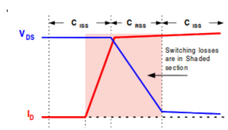


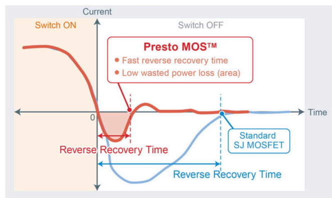

# Switches: Características Reales

- Las Características no ideales más comunes
  - Voltaje directo e inverso.
  - Voltaje no repetitivo directo e inverso (condiciones dinámicas).
  - Corriente de conducción (promedio).
  - Corriente de conducción RMS.




- Las Características no ideales más comunes
  - Tiempo de encendido y apagado (recovery time).

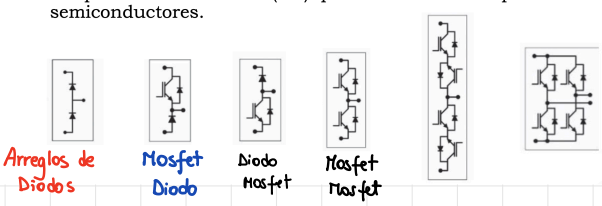



- Las Características no ideales más comunes
  - Voltaje directo e inverso.
  - Voltaje no repetitivo directo e inverso (condiciones dinámicas).
  - Corriente de conducción (promedio).
  - Corriente de conducción RMS.
  - Tiempo de encendido y apagado (recovery time).
  - $\frac{dv}{dt}$ y $\frac{di}{dt}$.
  - **Frecuencia de conmutación (depende del recovery time).**
  - Pérdidas.
    - ¿ Cuales ?

## Configuraciones básicas

- Los convertidores de potencia normalmente formados por la combinación de topologías más simples
  - Bloques de construcción (BC) que hacen uso de dispositivos semiconductores.



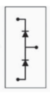

$\underbrace{\text{Arreglos de Diodos} \quad \text{Mosfet Diodo}}_{}$

Diodos conducen sólo si los polarizo en directa → Compuerta lógica OR

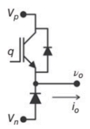
| $q_o$ | $i_o$ | $V_o$ |
|---|---|---|
| 0 | $i_o < 0$ | $V_p$ |
| 0 | $i_o > 0$ | $V_n$ |
| 1 | $i_o < 0$ | $V_p$ |
| 1 | $i_o > 0$ | $V_p$ |

## Configuraciones básicas: Análisis

- Primer CB corresponde a un arreglo de diodos.
  - En este caso no hay señales de control, y la conducción depende de los potenciales aplicados a cada respectivo ánodo.
- Note que, para voltajes positivos, este sistema se comporta como una compuerta lógica ….



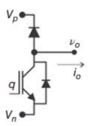
- En este caso la celda posee una entrada controlable $q$.
- ¿Cuál es el voltaje de salida para cada valor de $q$ y la corriente de carga $i_o$ ?



| row | $q$ | $i_o$ | $v_o$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | > 0 | $V_p$ |
| 2 | 1 | < 0 | $V_p$ |
| 3 | 0 | > 0 | $V_n$ |
| 4 | 0 | < 0 | $V_p$ |

$V_o = q \cdot V_p + (1 - q)\, V_n$ } Circuito controlable cuando $i > 0$

- Repita el análisis anterior para el bloque siguiente:

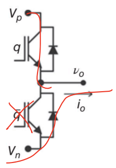


| row | $q$ | $i_o$ | $v_o$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | > 0 | $V_n$ |
| 2 | 1 | < 0 | $V_n$ |
| 3 | 0 | > 0 | $V_n$ |
| 4 | 0 | < 0 | $V_p$ |

$i_o < 0$

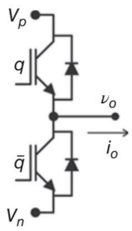
$V_o(q) = q V_n + (1 - q) V_p$ } $i_o < 0$

- Repita el análisis anterior para la siguiente configuración:



| $q$ | $i_o$ | $V_o$ |
|---|---|---|
| 0 | >0 | $V_n$ |
| 1 | <0 | $V_p$ |
| 0 | <0 | $V_n$ |
| 1 | >0 | $V_p$ |

$V_o = q \cdot V_p + (1 - q)\, V_n$

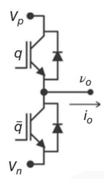


| row | $q$ | $i_o$ | $v_o$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | > 0 | $V_p$ |
| 2 | 1 | < 0 | $V_p$ |
| 3 | 0 | > 0 | $V_n$ |
| 4 | 0 | < 0 | $V_n$ |

- Si reemplazamos el voltaje $V_n$ por cero, el voltaje de salida $V_o$ queda definido como:

$$V_o = V_p(q) + V_n(1 - q)$$

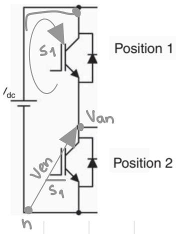
- ¿ En que caso se daría dicha condición ?
  - Conectando una fuente de voltaje.



**Esta configuración básica la emplearemos para explicar algunos conceptos básicos de electrónica de potencia.**

## Configuraciones básicas: 2L-LEG

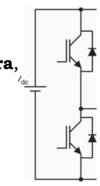
- Determine el voltaje de salida:



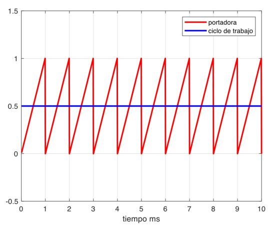

$V_{an} = S_1 \cdot V_{dc}$

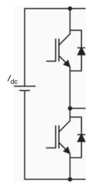
## 2L-LEG : Modulación

- Una de las formas de encender o apagar los switches es mediante modulación.
  - Existen otras…
- **Modulación PWM**.
  - Modular es codificar información a través de una señal portadora.
  - Utilizaremos una **señal diente de sierra** como **portadora**, y una **señal continua** como **información**.

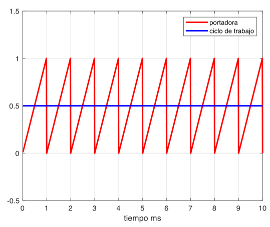


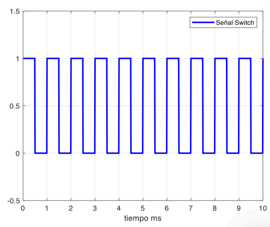

- Portadora y ciclo de trabajo



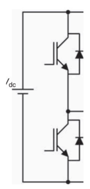



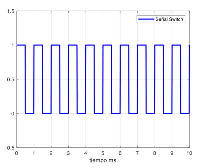

- Portadora y ciclo de trabajo

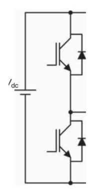


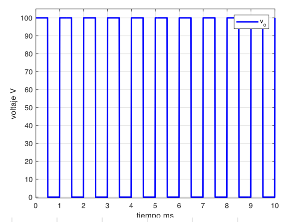




- ¿ Cómo es el voltaje de salida  si el voltaje dc es de 100V ?

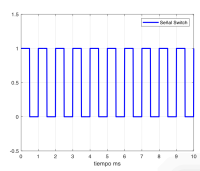


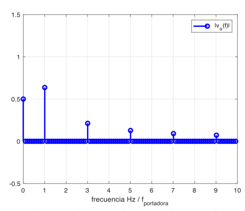



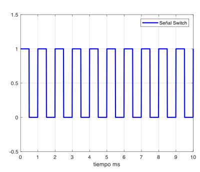



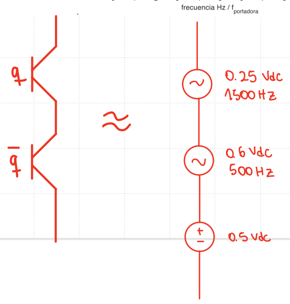

$V_o = V_{dc}(q)$



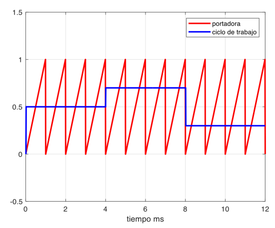

- ¿ Dónde está la información contenida ?
  - En el valor medio de la señal.
    - El ancho del pulso contiene la información (PWM)

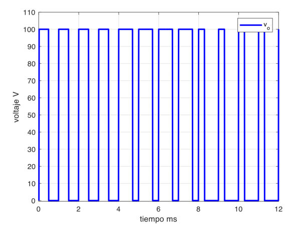


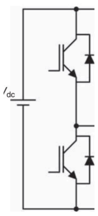

- Si se desea variar el voltaje de salida, solo es necesario cambiar el ciclo de trabajo.

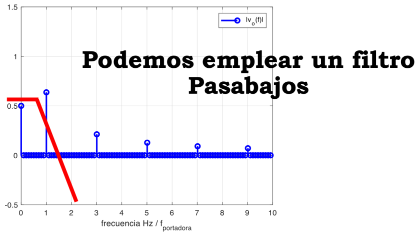


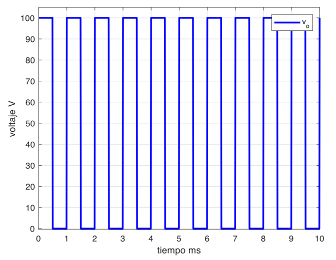
# 2L-LEG : Aplicación

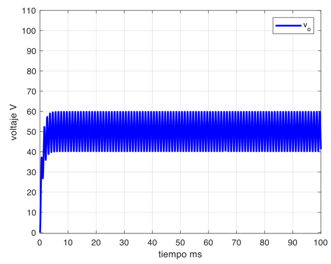
- El bloque estudiado puede ser empleado para generar un voltaje continuo en la salida.
  - ¿ Cómo ?

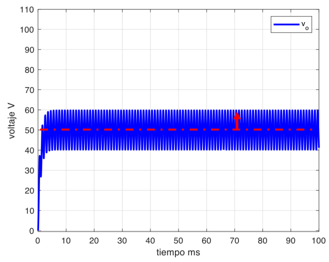


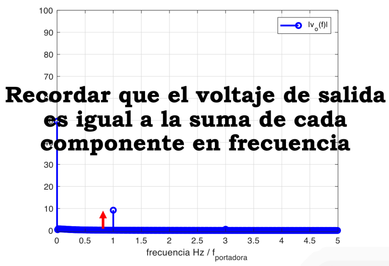


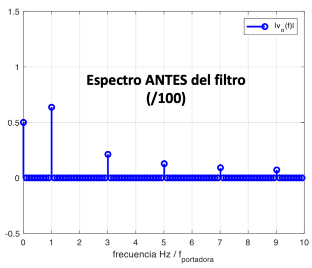

- Utilizando el filtro descrito anteriormente

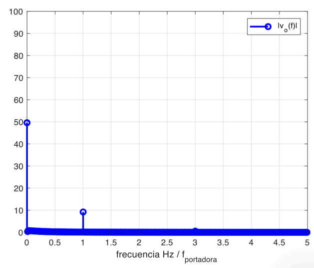


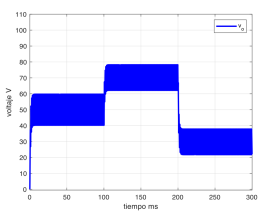



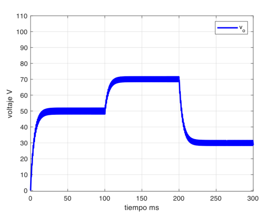



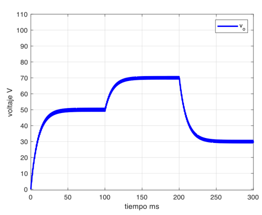




- Disminuyendo la frecuencia de corte del filtro podemos reducir el contenido armónico.

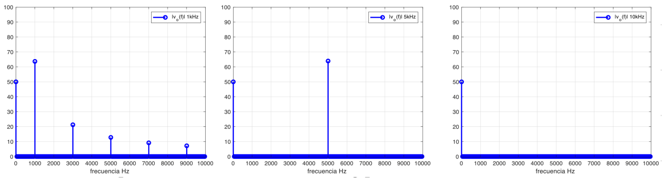






## 2L-LEG : modelo promedio

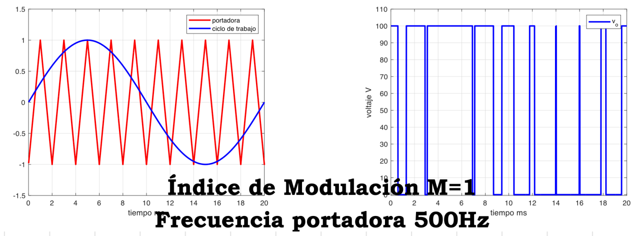
- El voltaje de salida puede ser descompuesto en una **componente continua** (duty cycle) de **interés** más armónicos que dependen de la portadora.
  - Si la portadora tiende a infinito, ¿qué ocurre con los armónicos?




- Un **modelo promedio** solo considera la **frecuencia de interés**, en nuestro caso, la componente DC.

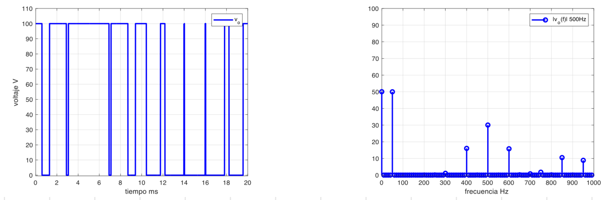
## 2L-LEG : moduladora sinusoidal

- ¿ Qué ocurre si el ciclo de trabajo varía como una señal sinusoidal ?
  - Debemos cambiar la señal portadora.

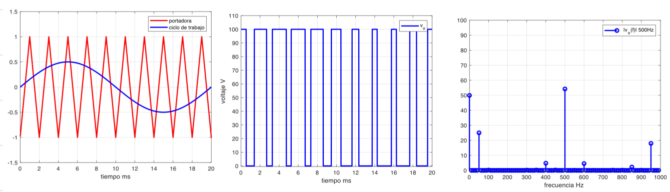



**Índice de Modulación M=1**
**Frecuencia portadora 500Hz**

- La señal resultante posee un valor medio igual a $\frac{v_{dc}}{2}$ o $\frac{1}{2}$ desde el punto de vista del switch.
- La amplitud del **voltaje de fase** a frecuencia fundamental es la **mitad** de la **amplitud de la señal moduladora**.



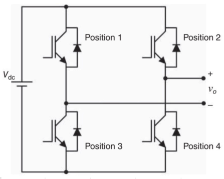

- En el caso anterior, ¿ Cuál sería el modelo promedio ?
  - Otro caso M=0.5.




$$v_o = s_1 V_{dc} \approx \frac{1}{2} m(t) V_{dc}$$

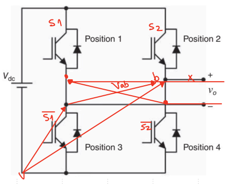
## H-bridge

- ¿ Como podríamos mejorar el rendimiento de este convertidor simple ?
  - Conectando en serie dos de estas celdas básicas.




## H-bridge: función de conmutación

- Obtenga la función de conmutación del H-bridge y el voltaje de salida.



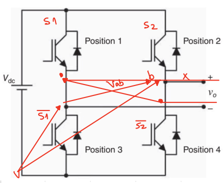

$V_o = V_{on} - V_{bn}$

$= \underline{(S_1 - S_2)} V_{dc}$

$S \; V_{dc}$

## H-bridge: modelo promedio

- A partir del modelo conmutado, se puede deducir el modelo promedio, ¿Cómo? ¿ Se necesita algún cambio ?




$V_o = \frac{1}{2}(m_a - m_b)\,V_{dc}$

$V_o = \frac{1}{2}(2m_a)\,V_{dc}$

$V_o = m_a\,V_{dc}$ //

$$s = s_1 - s_2$$
$$v_o = (s_1 - s_2)V_{dc} = sV_{dc}$$

$S_1 \approx \frac{1}{2} + \frac{1}{2} m_a$

$S_2 \approx \frac{1}{2} + \frac{1}{2} m_b$

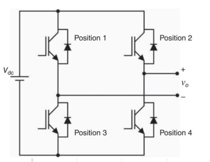
$S_1 - S_2$

$\cancel{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} m_a - \cancel{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} m_b$

$\frac{1}{2}(m_a - m_b)$

## H-bridge: modulación

- Misma idea que en el caso de contar con una pierna.
  - Comparar una moduladora con una señal triangular
- En este caso, **¡ cada pierna su moduladora !**

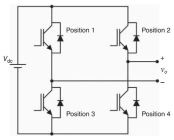
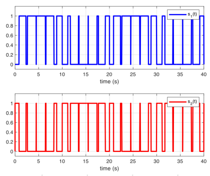


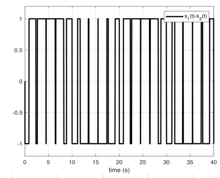

$$s = s_1 - s_2$$
$$v_o = (s_1 - s_2)V_{dc} = sV_{dc}$$

## H-bridge: modulación bipolar

- El voltaje de salida posee dos valores $+V_{dc}$ y $-V_{dc}$.
- Regla de modulación:
  - $S_1 = (m > \text{tri})\,?\,1 : 0$
  - $S_2 = (m < \text{tri})\,?\,1 : 0$

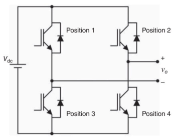
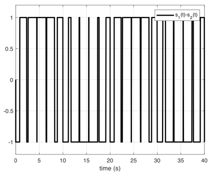
**Índice de Modulación M=1**
**Frecuencia portadora 500Hz**

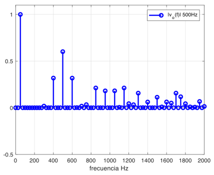



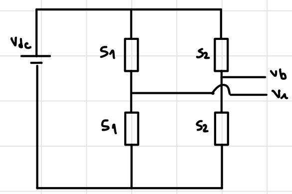



- El voltaje de salida posee dos valores $+V_{dc}$ y $-V_{dc}$.
- Regla de modulación:
  - $S_1 = (m > \text{tri})\,?\,1 : 0$
  - $S_2 = (m < \text{tri})\,?\,1 : 0$

**Índice de Modulación M=1**
**Frecuencia portadora 500Hz**




$V_a = \frac{1}{2} m_a \cdot V_{dc} + \frac{1}{2} V_{dc}$

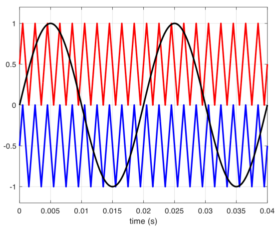
$V_b = \frac{1}{2} m_b \cdot V_{dc} + \frac{1}{2} V_{dc}$

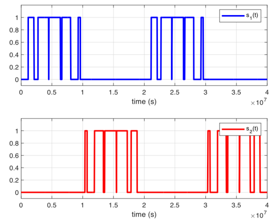
$V_o = V_a - V_b$

$= \frac{1}{2}(m_a - m_b)\,V_{dc}$

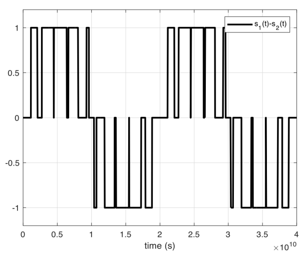
## H-bridge: modulación por nivel

- El voltaje de salida posee tres valores $+V_{dc}$, 0, $-V_{dc}$.
- Se requieren dos señales portadoras

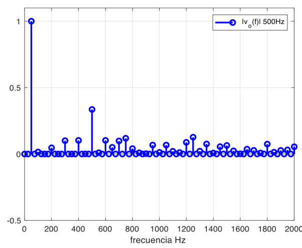





- Regla de modulación:
  - $S_1 = (m > \text{tri}_{up})\,?\,1 : 0$
  - $S_2 = (m < \text{tri}_{low})\,?\,1 : 0$



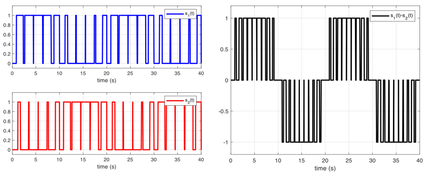

**Índice de Modulación M=1**
**Frecuencia portadora 500Hz**



## H-bridge: modulación unipolar

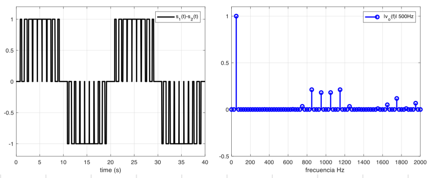
- El voltaje de salida posee tres valores $+V_{dc}$, 0, $-V_{dc}$.
- Regla de modulación:
  - $S_1 = (m > \text{tri})\ ?1:0$
  - $S_2 = (-m > \text{tri})\ ?1:0$

**Índice de Modulación M=1**
**Frecuencia portadora 500Hz**




- El voltaje de salida posee tres valores $+V_{dc}$, 0, $-V_{dc}$.
- Regla de modulación:
  - $S_1 = (m > \text{tri})\ ?1:0$
  - $S_2 = (-m > \text{tri})\ ?1:0$

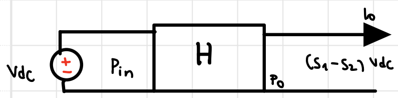
**Índice de Modulación M=1**
**Frecuencia portadora 500Hz**

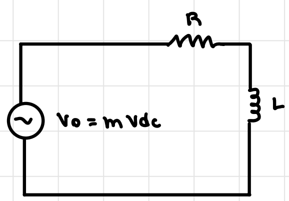
## H-bridge: Resumen

- Modulación Bipolar
  - Tensiones entre $\pm V_{dc}$
  - Cada switch conmuta a la frecuencia de portadora.
  - Espectro armónico de salida a la frecuencia de portadora.
- Modulación Unipolar
  - Tensiones de salida $-V_{dc}, 0, +V_{dc}$
  - Cada switch conmuta a la frecuencia de portadora.
  - Espectro armónico de salida al doble de la frecuencia de portadora.
- ¿ Depende el modelo promedio de la técnica de modulación?

**Puente H**




≈




$P_{in} = P_o$

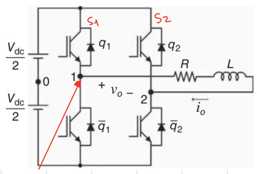
$V_{dc} \cdot i_{dc} = V_o \cdot I_o$

$V_{dc} \cdot i_{dc} = V_{dc} \cdot m \cdot I_o$

$i_{dc} = m \cdot i_o$

## H-bridge: Ecuaciones con carga RL

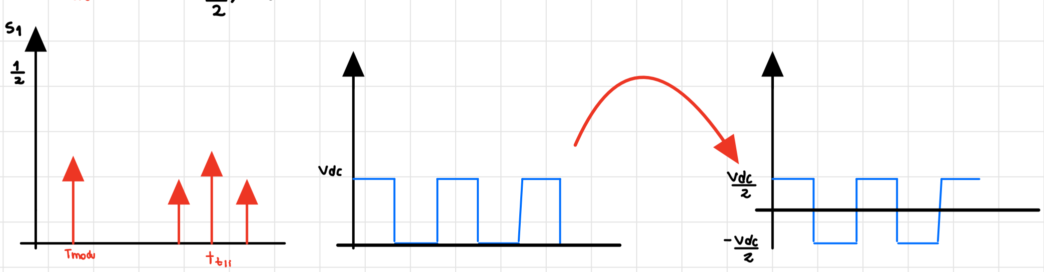
- Dado el circuito de la figura, determine:
  - A) Función de conmutación.
  - B) Modelo promedio.
  - C) Corriente de carga.
  - D) Factor de potencia del convertidor.
  - E) Potencia consumida por la carga.




a)

$$V_{ao} = \left(S_1 \cdot \frac{V_{dc}}{2} - \frac{V_{dc}}{2}\right)$$

$$V_{ao} = \left(S_1 - \frac{1}{2}\right) V_{dc}$$




$$V_{ao} = \left(S_1 \cdot \frac{V_{dc}}{2} - \frac{V_{dc}}{2}\right) \xrightarrow{\text{promedio}} \frac{1}{2}\, m_a V_{dc} \quad \text{modulación a}$$

$$V_{ao} = \left(S_1 - \frac{1}{2}\right) V_{dc}$$

desfaso Ma 180° (por eso queda negativo)

$$V_{bo} = \left(S_2 - \frac{1}{2}\right) V_{dc} \longrightarrow -\frac{1}{2}\, m_a V_{dc} \quad \text{modulación b}$$

$\frac{1}{2}$ ma Vdc $-\left(-\frac{1}{2}\text{ ma Vdc}\right)$

$\frac{1}{2}$ ma Vdc $+ \frac{1}{2}$ ma Vdc

ma Vdc

Función de conmutación

$$V_o = V_{ao} - V_{bo} = (S_1 - S_2)\frac{V_{dc}}{2} \longrightarrow m_e \cdot V_{dc}$$

Resto ma − mb

general

b) Modelo promedio:
Frecuencia que quiero analizar

---

$$P_{in} = P_o$$

$$V_{dc} \cdot i_{dc} = V_o \cdot i_o$$

$$\cancel{V_{dc}} \cdot i_{dc} = \cancel{V_{dc}} \cdot m_e \cdot i_o$$

$$\boxed{i_{dc} = m_e \cdot i_o}$$

Extra: si quiero saber la corriente de la batería

---

c)

$$m_e = M \sin(\omega t + \phi_u)$$

$$V_o = m_e \cdot V_{dc}$$

−90° para pasar a coseno

$$= M V_{dc} \sin(\omega t + \phi_u)$$

posible desfase (o generalmente)

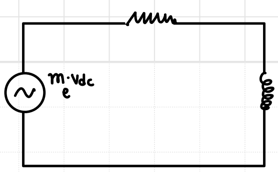
$$V_{o\,rms} = \frac{M V_{dc}}{\sqrt{2}} \angle \phi_u \quad \text{fasor}$$

$$P_{in} = P_o$$

$$I_o \angle \phi_{Io} = \frac{V_{o\,rms} \angle \phi_{Vo}}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2} \angle \operatorname{atan}\left(\frac{\omega L}{R}\right)}$$

$$= \frac{M \frac{V_{dc}}{\sqrt{2}}}{\sqrt{Z}} \angle \phi_u - \operatorname{atan}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

Modelo promedio lo transformo a un circuito simple




$$I = \frac{V}{R} \longrightarrow \frac{V}{Z}$$

$$P = I_{o\,rms}^2 \cdot R$$

< = menor

∠ = fasor

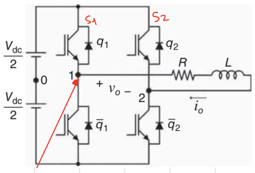
Z = impedancia

$m_e$ = índice de modulación

$V_o = V_a - V_b$

## H-bridge: Ecuaciones con carga RL

- Dado el circuito de la figura, determine:
  - A) Función de conmutación.
  - B) Modelo promedio.
  - C) Corriente de carga.
  - D) Factor de ~~potencia~~ del convertidor.
  - E) Potencia consumida por la carga.




$$\frac{P_1}{S_1}$$

formula F. d

D) **Factor de desplazamiento:**

para tenerlo en rms

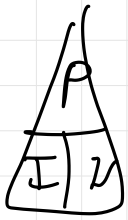
$$V_o = \frac{M V_{dc}}{\sqrt{2}} \angle \phi_M$$

$$I_o = \frac{M \frac{V_{dc}}{\sqrt{2}}}{\sqrt{Z}} \angle \phi_M - \operatorname{atan}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

$$f_d = \cos(\phi_{V_o} - \phi_{I_o})$$

$$\cos\left(\cancel{\phi_M} - \left(\cancel{\phi_M} - \operatorname{atan}\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right)\right)$$

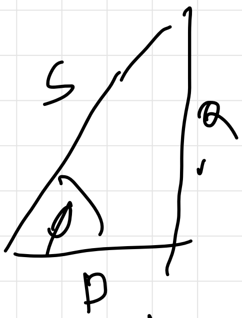
$$f_d = \cos\left(\operatorname{atan}\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right)$$




E) $S \,|\, P \,|\, Q$

$$S = V_{rms} I_{rms}$$

$$P = S \cdot f_d = S \cdot \cos(\phi_V - \phi_I)$$




$$Q = S \cdot \operatorname{sen}(\phi_V - \phi_I)$$

$$\operatorname{sen}(\phi_V - \phi_I) = \frac{Q}{S}$$

$$I_{orms} \cdot V_{orms} = S$$

$$P = I_{orms} \cdot V_{orms} \cdot \cos\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

$$\frac{M V_{dc}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\frac{M V_{dc}}{\sqrt{2}}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

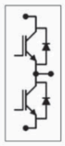
$$\omega = 2\pi f$$

# Capítulo 3: Half-Bridge y Topologías Derivadas

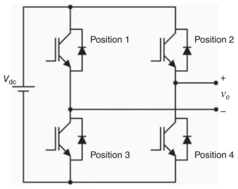
07 - Mayo -24

## Tipos de convertidores

- Previamente revisamos el convertidor Half-Bridge (medio puente).



- A partir de esta estructura construimos un Full-bridge (puente completo).




**Modelo conmutado** :

$$s = s_1 - s_2$$

$$v_o = (s_1 - s_2)V_{dc} = sV_{dc}$$

**Modelo Promedio** :

$$v_o = m(t)V_{dc}$$

## Aplicación: Filtro activo

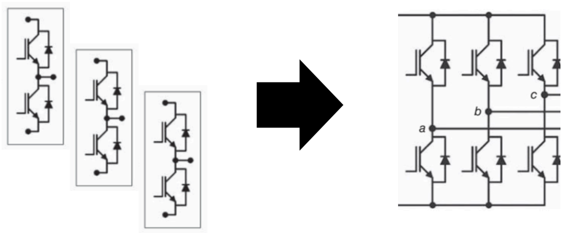
- El inversor puede proporcionar la corriente reactiva a la carga para que la red opere con factor de potencia unitario.

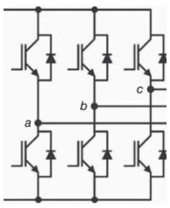
## Aplicación: Rectificador controlado

- La topología monofásica opera como un rectificador que permite controlar el voltaje de salida DC.

## Convertidor trifásico

- Un convertidor trifásico puede ser generado a partir de tres Half-Bridges.



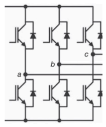

**Preguntas**:

¿ Cuál es la función de conmutación ?

¿ Modelo promedio para SPWM ?

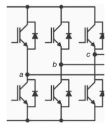
### Convertidor trifásico: Función de conmutación

- **Desarrollo:**



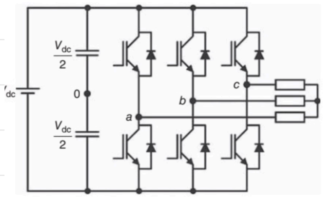
### Convertidor trifásico: Modelo promedio

- **Desarrollo:**



## Convertidor trifásico: Carga RL

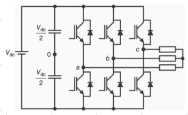
- ¿ Que consideraciones se deben tener al momento de conectar una carga ?
  - El voltaje de fase instantáneo del convertidor no es igual al voltaje de fase instantáneo de la carga.




**¿ Como cambia el análisis ?**

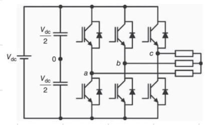
### Convertidor trifásico: Carga RL modelo conmutado

- **Desarrollo:**



### Convertidor trifásico: Carga RL modelo promedio

- **Desarrollo:**



## Convertidor trifásico: Transformaciones de ejes

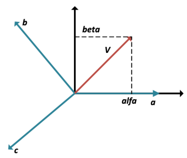
- Las ecuaciones estudiadas se encuentran en un eje de referencia estacionario.
  - Para entradas variantes en el tiempo, señales variantes en el tiempo en estado estacionario.
- Además, ¿ Son necesarias tres ecuaciones para describir el comportamiento del sistema ?
  - No.
- Para solventar ambos problemas podemos reescribir las ecuaciones en coordenadas de Clark para reducir el número de ecuaciones, y posteriormente utilizar Park para obtener un sistema continuo en estado estacionario.

- Dado el vector $\mathbf{x}^{abc}$ su equivalente en ejes $\alpha\beta$, empleando notación compleja, está dado por

$$\mathbf{x}^{\alpha\beta} = x^a + x^b e^{\frac{2\pi}{3}j} + x^c e^{\frac{4\pi}{3}j}$$

**Descomposición de cada eje abc en los vectores unitatios asociados al sistema $\alpha\beta$**

- Lo anterior es equivalente a:

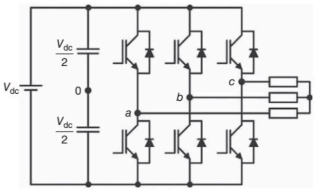



$$\mathbf{x}^{\alpha\beta} = T_{\alpha\beta-abc}\mathbf{x}^{\text{abc}}$$

$$T_{\alpha\beta-abc} = k\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

## Convertidor trifásico: Inversor con carga RL ejes $\alpha\beta$

- **Desarrollo:**




## Convertidor trifásico: Transformaciones de ejes

- En el caso de pasar de un sistema estacionario a uno rotatorio se debe considerar que la transformada es no lineal y depende del ángulo de referencia.
- Así, $\mathbf{x}^{\alpha\beta}$ puede ser escrito en ejes rotatorios dq como:

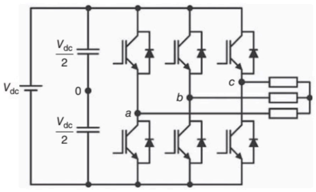
$$\mathbf{x}^{dq} = \mathbf{x}^{\alpha\beta}\, e^{-\theta(t)j}$$

- Lo anterior es equivalente a :

$$\mathbf{x}^{dq} = T_{dq-\alpha\beta}\mathbf{x}^{\alpha\beta} \qquad T_{dq-\alpha\beta} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & +\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## Convertidor trifásico: Inversor con carga RL ejes $dq$

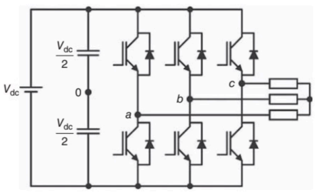
- **Desarrollo:**




## Convertidor trifásico: Puntos de operación

- Puntos de operación en ejes dq se obtienen haciendo la derivada nula.
- Esto nos permite determinar la entrada que nos permite operar en una determinada condición de corriente o voltaje.
- Además, podemos sacar ventajas al realizar nuestro análisis al considerar las definiciones de potencia vistas en el capítulo 1

- Determine la entrada al sistema que permite operar con un factor de potencia unitario y que el inversor entregue 1kW de potencia a la red. Se empleó una transformada invariante en potencia.




## Convertidor trifásico: Modulación

- Diferentes esquemas de modulación pueden ser empleados como SPWM, SVPWM, modulación min/max.
- Revisemos caso a caso…

## Convertidor trifásico: Modulación SPWM

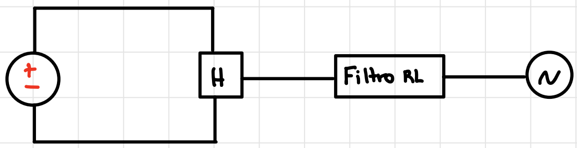
- La generación de las señales de control (disparo) del convertidor se obtiene comparando las señales moduladoras de cada fase con una señal portadora.
  - Esta señal se escoge con una frecuencia de conmutación múltiplo impar de 3.
- Las señales a cada switch se obtienen como:

$$S_1(t) = m_a(t) > tri(t)$$

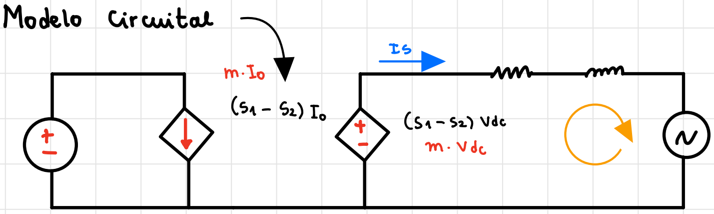
$$S_3(t) = m_b(t) > tri(t)$$

$$S_5(t) = m_c(t) > tri(t)$$

- Las señales moduladoras poseen la misma amplitud y presentan un desfase de 120° entre ellas.




Modelo Circuital




$V_{dc} = 220\sqrt{2} \cdot 1{,}5\ [V]$ $\quad L = 10\ [mH]$ $\quad R = 5\ [\Omega]$

$W = 2\pi \cdot 50$ $\quad P = 4\ [kW]$ $\quad V_{rms} = 220\ [V_{rms}]$

① $P = I_{rms}^2 \cdot R + V_{rms} \cdot I_{rms} \cdot \cancel{\cos(\phi_V - \phi_I)}$ 1

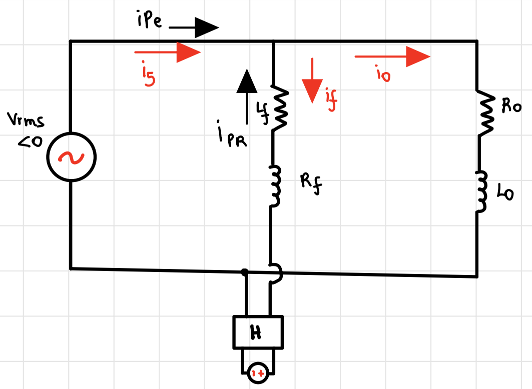
$P = I_{rms}^2 \cdot R + V_{rms} \cdot I_{rms}$

Conosco

② $M_{rms} \cdot V_{dc} \measuredangle \phi_M = R \cdot I_{rms} \measuredangle 0 + j\omega L\, I_{rms} \measuredangle 0 + V_s \measuredangle 0$

$M_{rms} \measuredangle \phi_M = \frac{1}{V_{dc}} \cdot \left( R \cdot I_{rms} \measuredangle 0 + j\omega L\, I_{rms} \measuredangle 0 + V_s \measuredangle 0 \right)$

---




$fp = \cos\left(a\tan\left(\frac{wL_o}{R_o}\right)\right)$

$I_{orms} = \frac{V_{srms}}{\sqrt{R_o^2 + (wL_o)^2}}$

$P_o = I_{orms}^2 \cdot R_o$

$P_o = P_s = V_{srms} \cdot I_{srms} \cdot \quad I_{s\,rms} = \frac{I_o^2 \cdot R_o}{V_{srms}}$

$I_s = I_f + I_o$

$I_{srms} \measuredangle 0 = I_f \measuredangle \phi_f + I_{orms} \measuredangle -a\tan\left(\frac{wL_o}{R_o}\right)$

$I_f \measuredangle \phi_f = I_{srms} \measuredangle 0 - I_{orms} \measuredangle -a\tan\left(\frac{wL_o}{R_o}\right)$

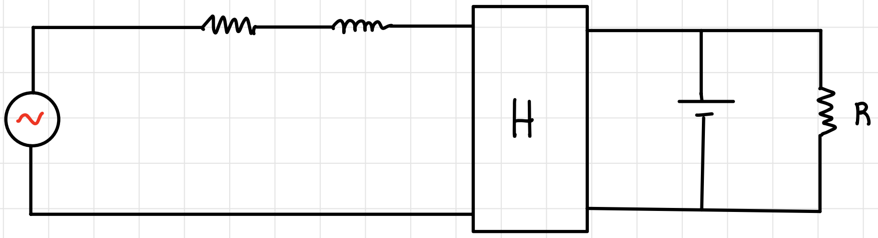
$V_{srms} \measuredangle 0 = R_f I_f \measuredangle \phi_f + j w L_f I_f \measuredangle \phi_f + V_o \measuredangle 0$

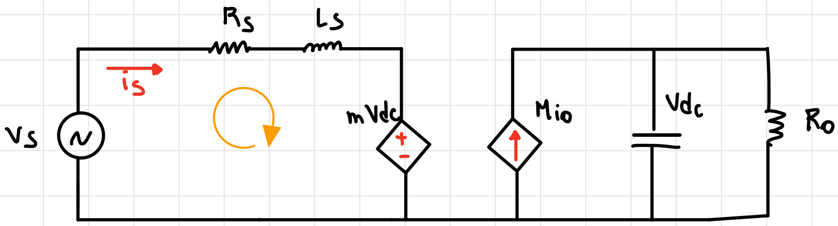
$V_o \measuredangle 0 = V_{srms} \measuredangle 0 - R_f I_f \measuredangle \phi_f - j w L_f I_f \measuredangle \phi_f$

$M_{rms} V_{dc} \measuredangle \phi_o = \ \ldots$

$M_{rms} \measuredangle \phi_o = \frac{1}{V_{dc}}\ (\cdot/\cdot)$

---




$$V_s \angle 0 = R i_s \angle 0 - JwL\, i_s \angle 0 - V_o \angle \phi_o$$

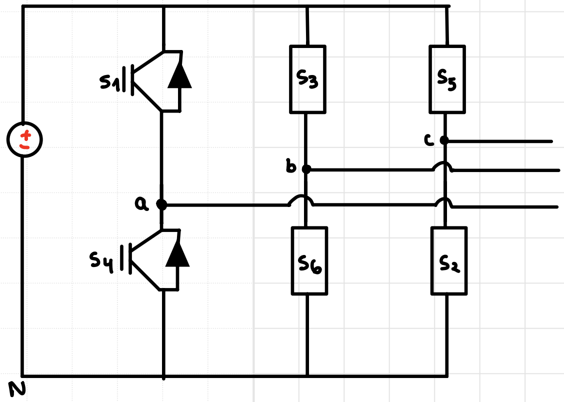
$$V_o \angle \phi_o = M V_{dc} \angle 0$$

$$P_o = V_s I_s$$

$$= R_s \cdot I_s^2 + \frac{V_{dc}^2}{R_o}$$

# Conversor Trifásico

15 - Mayo - 2024




$$V_{aN} = V_{dc} \cdot S_1 \qquad V_{ab} = V_{aN} - V_{bN} = (S_1 - S_3)V_{dc}$$
$$V_{bN} = V_{dc} \cdot S_3 \qquad V_{bc} = V_{bN} - V_{cN} = (S_3 - S_5)V_{dc}$$
$$V_{cN} = V_{dc} \cdot S_5 \qquad V_{ca} = V_{cN} - V_{aN} = (S_5 - S_1)V_{dc}$$

$$S_1 = \frac{1}{2} M_a + 1$$

$$V_{aN} = \frac{1}{2} M_a \cdot V_{dc} + \frac{1}{2} V_{dc}$$
$$V_{bN} = \frac{1}{2} M_b \cdot V_{dc} + \frac{1}{2} V_{dc}$$
$$V_{cN} = \frac{1}{2} M_c \cdot V_{dc} + \frac{1}{2} V_{dc}$$

$$V_{ab} = \frac{1}{2} M_a \cdot V_{dc} + \frac{1}{2} V_{dc} - \frac{1}{2} M_b \cdot V_{dc} - \frac{1}{2} V_{dc}$$
$$= \frac{V_{dc}}{2} (M_a - M_b)$$

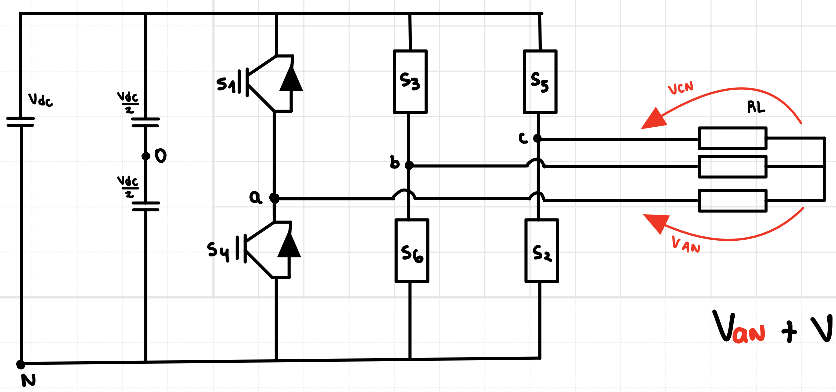
$$M_a = \underset{\text{Amplitud}}{M} \sin(\omega t + \phi_m)$$

$$M_b = M \sin(\omega t + \phi_m - \frac{2\pi}{3})$$

$$M_c = M \sin(\omega t + \phi_m - \frac{4\pi}{3})$$

$$V_{ab} = \frac{M V_{dc}}{2} \left(\sin(\omega t + \cancelto{0}{\phi_m}) - \sin(\omega t + \cancelto{0}{\phi_m} - \frac{2\pi}{3})\right)$$
$$= \frac{M V_{dc}}{2} \left(\sin(\omega t) - \sin(\omega t) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \cos(\omega t)\right)$$
$$= \frac{1}{2} M \cdot \sqrt{3}\, V_{dc} \cdot \cos(\text{algo})$$

$$|V_{ab}| = 0{,}86 \cdot M \cdot V_{dc} \qquad \text{Si } M = 1 \qquad |V_{ab}| = 0{,}86 \cdot V_{dc}$$




$$V_{aN} = V_{an} + V_{nN}$$
$$V_{bN} = V_{an} + V_{nN}$$
$$V_{cN} = V_{an} + V_{nN}$$

$$V_{aN} + V_{bN} + V_{cN} = V_{an} + V_{bn} + V_{cn} + 3V_{nN}$$

$$V_{nM} = \frac{1}{3}\left(V_{aN} + V_{bN} + V_{cN}\right)$$

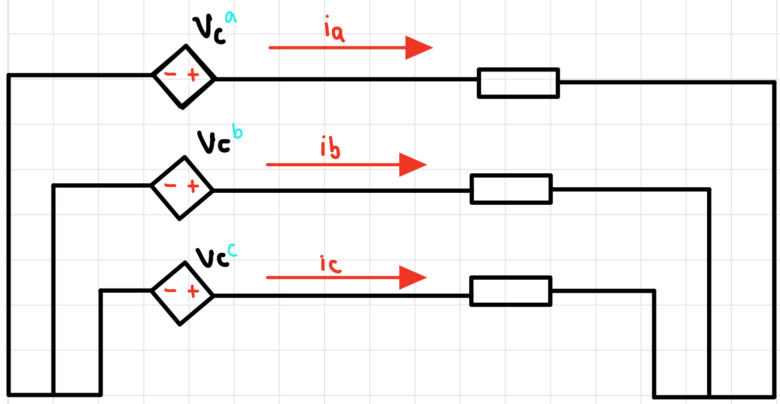
$$V_{aN} = S_1 \cdot V_{dc} - \frac{S_2 \cdot V_{dc}}{3} - \frac{S_3 \cdot V_{dc}}{3} - \frac{S_5 V_{dc}}{3}$$

$$= \left(\frac{2}{3} S_1 - \frac{S_3}{3} - \frac{S_5}{3}\right) V_{dc}$$

$$V_{bN} = \left(\frac{-1}{3} S_1 + \frac{2}{3} S_2 - \frac{1}{3} S_5\right) V_{dc}$$

$$V_{cN} = \left(\frac{-1}{3} S_1 - \frac{1}{3} S_3 + \frac{2}{3} S_5\right) V_{dc}$$

$$\begin{pmatrix} V_{aN} \\ V_{bN} \\ V_{cN} \end{pmatrix} = \frac{1}{3} V_{dc} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 \\ S_3 \\ S_5 \end{pmatrix}$$




$$V_c^a = (2 S_1 - S_3 - S_5) \frac{1}{3} V_{dc}$$

$$= \left(2\left(\frac{1}{2} M_a + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} M_b - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} M_c - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{3} V_{dc}$$

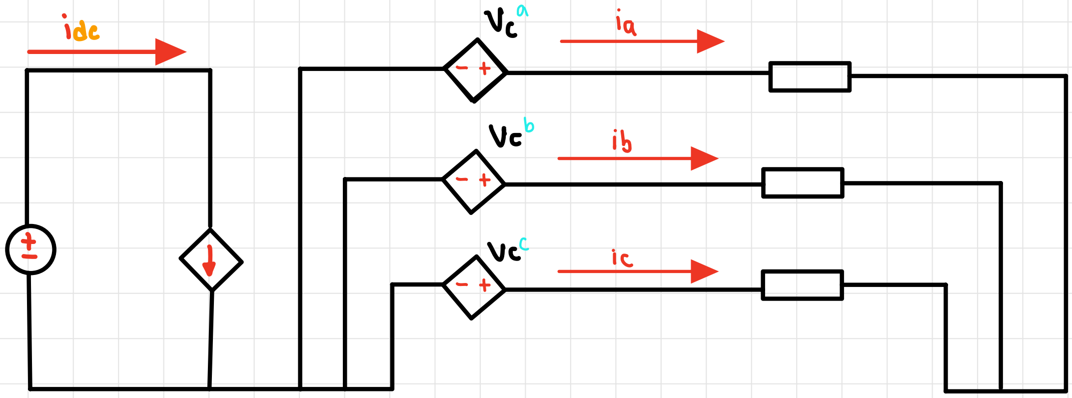
$$= \left(m_a \quad \frac{1}{2} m_b - \frac{1}{2} m_c\right) \frac{1}{3} V_{dc}$$

$$= \left(\frac{3}{2} m_a \underbrace{- \frac{1}{2} m_a - \frac{1}{2} m_b - \frac{1}{2} m_c}_{0}\right) \frac{V_{dc}}{3}$$

$$= \frac{1}{2} m_a V_{dc}$$

$$|V^{ab}| = \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} M_a V_{dc}$$

$$= \underbrace{\frac{\sqrt{3}}{2}}_{(0.866\ldots\ldots)} M_a V_{dc}$$




$$V_{dc} \cdot i_{dc} = V_c^a \cdot i_a + V_c^b \cdot i_b + V_c^c \cdot i_c$$

$$V_{dc} \cdot i_{dc} = \frac{1}{2} M \cdot V_{dc} \cdot \sin(\omega t) \cdot I \sin(\omega t + \phi)$$
$$+ \frac{1}{2} M \cdot V_{dc} \cdot \sin(\omega t - 120^\circ) \cdot I \sin(\omega t - 120^\circ + \phi)$$
$$+ \frac{1}{2} M \cdot V_{dc} \cdot \sin(\omega t - 240^\circ) \cdot I \sin(\omega t - 240^\circ + \phi)$$

$$i_{dc} = \frac{3}{2} M \cdot V_{dc} \cdot \cos(\phi) + \ldots$$

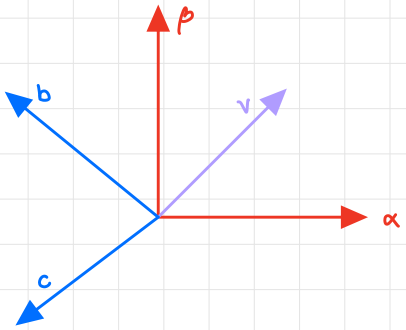
Demostrar

# Conversor Trifásico:

## C.T Transformaciones de ejes

Dado un vector $x^{abc}$ su equivalente en $\alpha\beta$:

$$x^{\alpha\beta} = x^{a} + x^{b} e^{\frac{2\pi}{3} j} + x^{c} e^{\frac{4\pi}{3} j}$$




$$x^{\alpha\beta} = T_{\alpha\beta-abc} \cdot x^{abc}$$

$$T_{\alpha\beta-abc} = K \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

## C.T Inversor con carga RL ejes $\alpha\beta$

$$x^{abc} = \begin{bmatrix} x^{a} \\ x^{b} \\ x^{c} \end{bmatrix} \qquad Vc^{abc} = R \cdot i^{abc} + L \cdot \frac{di^{abc}}{dt} \quad / \; T_{\alpha\beta-abc}$$

$$T_{\alpha\beta-abc} \cdot Vc^{abc} = R \cdot T_{\alpha\beta-abc} \cdot i^{abc} - L \cdot T_{\alpha\beta-abc} \cdot \frac{di^{abc}}{dt}$$

$$Vc^{\alpha\beta} = R \cdot i^{\alpha\beta} + L \frac{di^{\alpha\beta}}{dt}$$

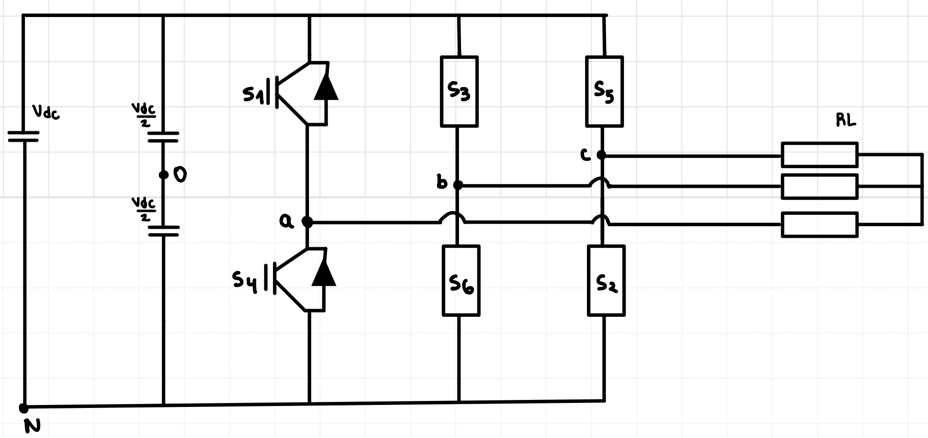
Así mismo $dq \rightarrow \alpha\beta$

$$x^{dq} = x^{\alpha\beta} \cdot e^{-\phi(t) j} \longrightarrow (x^{\alpha} + x^{\beta} j) \cdot (\cos(\phi) - \sin(\phi) j)$$

$$x^{\alpha} \cdot c\phi - x^{\alpha} s\phi j + x^{\beta} c\phi j + x^{\beta} s\phi$$

$$x^{\alpha} \cdot c\phi + x^{\beta} s\phi j + (-x^{\alpha} c\phi j + x^{\beta} s\phi) j$$

Inversor con carga RL ejes $dq$



a) $$x^{abc} = R\,i^{abc} + L\frac{di^{abc}}{dt}$$

b) $$x^{\alpha\beta} = R\,i^{\alpha\beta} + L\frac{di^{\alpha\beta}}{dt}$$

c) $$x^{\alpha\beta} = R\,i^{\alpha\beta} + L\frac{di^{\alpha\beta}}{dt} \quad \Big/ e^{-\phi J}$$

$$x^{\alpha\beta}e^{-\phi J} = R\,i^{\alpha\beta}e^{-\phi J} + L\frac{di^{\alpha\beta}}{dt}e^{-\phi J}$$

$$x^{dq} = R\,i^{dq} + L\underbrace{\left(\frac{di^{\alpha\beta}}{dt}e^{-\phi J}\right)}_{\text{¿?}}$$

$$\frac{d(x^{\alpha\beta}e^{-\phi J})}{dt} = \dot{x}^{\alpha\beta}e^{-\phi J} - \dot{\phi}Je^{-\phi J}x^{\alpha\beta}$$

$$\dot{x}^{\alpha\beta}e^{-\phi J} = \frac{d}{dt}\left(x^{\alpha\beta}e^{-\phi J}\right) + \dot{\phi}Je^{-\phi J}x^{\alpha\beta}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(x^{dq}\right) + \omega J x^{dq}$$

$$x^{dq} = R\,i^{dq} + L\left(\frac{di^{dq}}{dt} + \omega J i^{dq}\right)$$

$$x^{d} + x^{q}J = R\,i^{d} + R\,i^{q}J + L\frac{di^{d}}{dt} + L\frac{di^{q}}{dt}J + L\omega J i^{d} - L\omega i^{q}$$

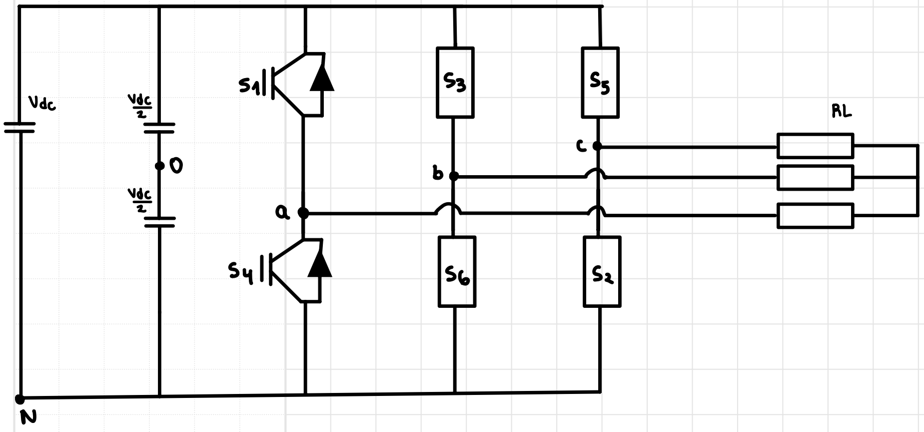
$$\to x^{d} = R\,i^{d} + L\frac{di^{d}}{dt} - \omega L i^{q}$$

$$\to x^{q} = R\,i^{q} + L\frac{di^{q}}{dt} - \omega L i^{d}$$

Forma Matricial

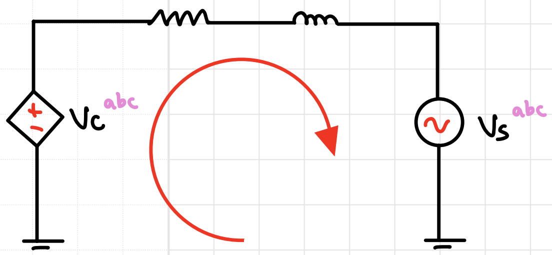
$$\begin{pmatrix} x^{d} \\ x^{q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix}\begin{pmatrix} i^{d} \\ i^{q} \end{pmatrix} + L\begin{pmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} i^{d} \\ i^{q} \end{pmatrix} + L\begin{pmatrix} \frac{di}{dt}^{d} \\ \frac{di}{dt}^{q} \end{pmatrix}$$

# C.T Puntos de Operación




$$P_{abc} = P^{dq} = P^{\alpha\beta}$$

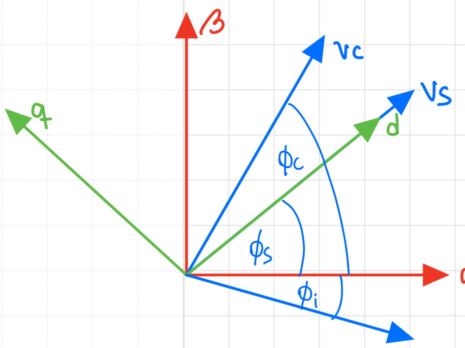
$$P_{abc} = i^d \cdot v^d + i^q \cdot v^q$$
$$= v^\alpha \cdot i^\alpha + v^\beta \cdot i^\beta$$




a) $Vc^{abc} = R \cdot i^{abc} + L \dfrac{di}{dt}^{abc} + Vs^{abc}$

b) $Vc^{\alpha\beta} = R \cdot i^{\alpha\beta} + L \dfrac{di}{dt}^{\alpha\beta} + Vs^{\alpha\beta}$

c) $Vc^{dq} = R \cdot i^{dq} + L \dfrac{di}{dt}^{dq} + Vs^{dq}$




Si me sincronizo con la red y el factor de potencia es unitario

$$P_{abc} = i^d \cdot Vs^d + i^q \cdot Vs^q$$

$$\therefore i^q = 0$$

$$P = i^d \cdot Vs^d$$

Si es invariante en **Amplitud** $\quad V = \sqrt{V^{d^2} + V^{q^2}}$

Si es invariante en **Potencia** $\quad V = \sqrt{\dfrac{2}{3}} - \sqrt{V^{d^2} + V^{q^2}}$

Si $V^q = 0$

$$V = \sqrt{\frac{2}{3}} - V^d$$

$$\sqrt{3}\,\frac{V}{\sqrt{2}} = \sqrt{3} \cdot V_{rms} = V^d$$

$$P = i^d \cdot Vs^d \longrightarrow i^d = \frac{P}{Vs^d}$$

$$Vc^d = Ri^d - \cancelto{0}{L\omega i^q} + Vs^d + L\cancelto{0}{\frac{di^d}{dt}}$$

$$Vc^q = \cancelto{0}{Ri^q} - L\omega i^d + \cancelto{0}{Vs^q} + L\cancelto{0}{\frac{di^q}{dt}}$$

$$Vc^d = Ri^d + Vs^d \qquad Vc^d = \frac{1}{2} m^d V_{dc}$$

$$Vc^q = L\omega i^d \qquad Vc^q = \frac{1}{2} m^q V_{dc}$$

$$m^d = \frac{2Vc^d}{V_{dc}} \qquad m^q = \frac{2Vc^q}{V_{dc}}$$

$$M = \sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{m^{d^2} + m^{q^2}} \qquad \phi_m = \operatorname{atan}\left(\frac{m^q}{m^d}\right)$$