

人工智能逻辑 课后练习 2 2025/02/25

专业：人工智能（图灵班）

学号+姓名：

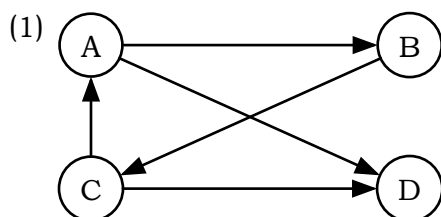
1. 设 R 是集合 A 上的一个等价关系。证明： R 的传递闭包也是一个等价关系。

1. 自反性：由于 R 具有自反性，所以对于任意 $a \in A$ ，有 aRa ，而对于 $R' \supseteq R$ ，也有 $aR'a$ ，则 R' 具有自反性。
2. 对称性：假设 $xR'y$ ，由传递闭包的定义，存在 n 个元素 x_1, x_2, \dots, x_n ，使得 $xRx_1Rx_2R\dots Rx_nRy$ ，由于 R 具有对称性，所以 $yRx_nR\dots Rx_2Rx_1Rx$ ，则 $yR'x$ ，则 R' 具有对称性。
3. 传递性：显然， R' 具有传递性。
4. 综上所述， R' 是等价关系。

2. 已知一个有向图，其邻接矩阵为：

	A	B	C	D
A	0	1	0	1
B	0	0	1	0
C	1	0	0	1
D	0	0	0	0

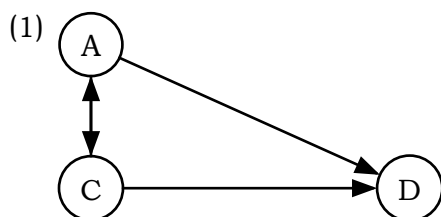
(1) 画出该图；



(2) 找出该图的所有强连通分量；

- (1) 强连通分量为 $\{A, B, C\}, \{D\}$

(3) 画出该图的缩减图。



3. 设 $G = (V, E)$ 是一个无向图。定义一个函数 $f: V \rightarrow \{0, 1\}$ ，使得对于图中任意两个相邻的顶点 u 和 v ， $f(u) \neq f(v)$ 。如果这样的函数 f 存在，证明该图是二分图；反之，如果图 G 是二分图，证明这样的函数 f 一定存在。

- 若存在满足条件的 f ，将顶点集 V 分为两个集合 V_1 和 V_2 ，使得对于任意 $u \in V_1, v \in V_2$ ，有 $f(u) = 0, f(v) = 1$ ，明显 $V_1 \cap V_2 = \emptyset$ ，且对于相邻的顶点 u, v ，有 $f(u) \neq f(v)$ ，即 $u \in V_1, v \in V_2$ （或 $u \in V_2, v \in V_1$ ），所以 G 是二分图。

- 若 G 是二分图，将顶点集分为两个（满足二分图性质，即 $\forall (u, v) \in G, u \in V_1 \text{ 且 } v \in V_2$ （或相反））子集 V_1 和 V_2 ，定义函数 f 为：对于任意 $u \in V$ ，若 $u \in V_1$ ，则 $f(u) = 0$ ，否则 $f(u) = 1$ ，则对于任意相邻的顶点 u, v ，有 $f(u) \neq f(v)$ ，所以 f 满足条件。

4. 考虑一个自动驾驶汽车的情境：

- (1) 刹车失灵
- (2) 左侧小孩闯红灯
- (3) 右侧四位行人正常过斑马线

在这样的情景中，自动驾驶汽车为了做出伦理决策，需要用到哪些知识？如何表示这些知识并运用这些知识进行推理？

用到的知识：

1. 交通规则：红灯停，绿灯行，行人优先，等等
2. 伦理道德：尽量减少伤害，保护弱势群体

使用符号化表示这些知识：

- p : 交通规则
- q : 伦理道德
- r : 刹车失灵
- s : 左侧小孩闯红灯
- t : 右侧四位行人正常过斑马线
- M : 行驶向小孩的方向
- N : 行驶向行人的方向

可推理得到： $p, t \rightarrow \neg N, \neg N \rightarrow M, q, r, s \rightarrow M$

推理得到应该行驶向小孩的方向。