

专业：人工智能

学号+姓名：

1. 给出一个解释，使得如下公式为真： $\forall x(R(c, x) \rightarrow R(c, f(c, x)))$ ，其中 c 是常元符号， f 是函数符号， R 是关系符号。

只需定义 $f(x, y) = y$ ，那么 $f(c, x) = x$ ，则公式化为 $\forall x(R(c, x) \rightarrow R(c, x))$ ，这是显然为真的。

2. 证明 $\forall x(F(x) \rightarrow G(f(x))) \wedge \forall xF(x) \wedge \exists x\neg G(x)$ 是可满足的。】

定义 $\forall xF(x) = 1, G(x) : x \geq 1, f(x) = x + 1$ ，则上述公式化为 $\forall x(1 \rightarrow G(x + 1)) \wedge \forall x1 \wedge \exists x(x < 1) \equiv \forall x(x + 1 \geq 1) \wedge \exists x(x < 1)$ ，显然成立。

3. 给下列句子分别提供一个逻辑解释，使之为假，并使另外两个句子为真：

- $\forall x\forall y\forall z[(P(x, y) \wedge P(y, z)) \rightarrow P(x, z)]$
- $\forall x\forall y[(P(x, y) \wedge P(y, x)) \rightarrow (x \equiv y)]$
- $\forall x\forall y[P(a, y) \rightarrow P(x, b)]$

▶ 第一句为假：

– 论域 $D = \{a, b, c\}$, $P(b, c) = P(c, a) = P(b, b) = P(c, c) = \text{真}$, $P(a, a) = P(a, b) = P(a, c) = P(b, a) = P(c, b) = \text{假}$

– 则由于 $P(b, c) = P(c, a) = \text{真}$ 但 $P(b, a)$ 为假，所以第一句为假。

– 第二句显然为真，且由于所有的 $P(a, *)$ 都为假，所以第三句也为真。

▶ 第二句为假：

– 论域 $D = \{a, b\}$ 在所有情况下令 $P(*, *)$ 都为真

– 那么第一、三句为真，对第二句，由于 $P(a, b) \wedge P(b, a)$ 但 $a \neq b$ ，所以第二句为假。

▶ 第三句为假：

– 论域 $D = \{a, b\}$, $P(a, b) = P(b, b) = \text{假}$, $P(a, a) = P(b, a) = \text{真}$

– 那么第一、二句为真，对第三句，由于 $P(a, b) = \text{真}$ 但 $P(b, b) = \text{假}$ ，所以第三句为假。