

1. 将如下句子翻译为命题公式：

- 今天下雨或天晴，但不会两者都发生。
 - $p = \text{今天下雨}, q = \text{天晴}$
 - $p \vee q \wedge \neg(p \wedge q)$
- 如果有一个请求，那么该请求最终被接受，或者不会有任何进展。
 - $p = \text{有一个请求}, q = \text{该请求最终被接受}, r = \text{不会有任何进展}$
 - $p \rightarrow q \vee r$
- 癌症不会被治愈，除非可以确定其原因，并且找到了抗癌新药。
 - $p = \text{癌症被治愈}, q = \text{可以确定其原因}, r = \text{找到了抗癌新药}$
 - $p \rightarrow q \wedge r$
- 只有当小明努力学习并且认真考试，他才能取得好成绩。
 - $p = \text{小明努力学习}, q = \text{认真考试}, r = \text{取得好成绩}$
 - $(p \wedge q) \rightarrow r$

2. 用真值表证明 $\neg p \vee q$ 和 $p \rightarrow q$ 是等值的。

p	q	$\neg p \vee q$	$p \rightarrow q$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	1	1

3. (证明定理 3.3) 设 Φ 是命题公式。那么， Φ 是可满足的，当且仅当 $\neg\Phi$ 不是有效的； Φ 是有效的，当且仅当 $\neg\Phi$ 不是可满足的。

- Φ 是可满足的 $\Leftrightarrow \exists v, s.t. \Phi^v = 1 \Leftrightarrow \neg(\forall v, \Phi^v = 0) \Leftrightarrow \neg(\forall v, (\neg\Phi)^v = 1) \Leftrightarrow \neg \models \neg\Phi$
- Φ 是有效的 $\Leftrightarrow \forall v, \Phi^v = 1 \Leftrightarrow \neg(\exists v, s.t. (\neg\Phi)^v = 1) \Leftrightarrow \neg(\neg\Phi \text{ 是可满足的}) \Leftrightarrow \neg\Phi$ 不是可满足的。

4. 给定 $\phi \equiv \psi$ ，且 ϕ 是 φ 的一部分。把 φ 中的 ϕ 换成 ψ 得到 φ' 。我们有 $\varphi \equiv \varphi'$ 。

- 由于 $\phi \equiv \psi$ ，即在任何赋值 v 下， $\phi^v \equiv \psi^v$ 。因此在替换后，公式 φ' 的结构仅在 ϕ 的部分进行了替换，而真值不受影响，因此 $\varphi \equiv \varphi'$ 。

5. 证明：

- $p \rightarrow (q \wedge r) \mid = \mid (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$

►

p	q	r	$q \wedge r$	$p \rightarrow (q \wedge r)$	$p \rightarrow q$	$p \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	F	F
T	F	T	F	F	F	T	F
T	F	F	F	F	F	F	F
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	F	T	T	T	T
F	F	T	F	T	T	T	T
F	F	F	F	T	T	T	T

► 利用真值表即证。

• $(p \wedge q) \rightarrow r \mid = \mid (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$

►

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow r$	$p \rightarrow r$	$q \rightarrow r$	$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$
0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1

► 利用真值表即证。