数値解析・最適化工学特論　課題１

提出日：2024/07/09

M223303

井口実紅

1. からラグランジュの未定乗数法を用いてをもとめ次の関数を導出しなさい。

：データの真値、Δ：真値との誤差、：データとするとは

と書ける。

に式(1)を代入すると、

uをパラメータとしたときの制約条件は以下のようになる。

制約条件と式(2)を用いてラグランジュの未定乗数法を計算する。

式(3)をで微分。

式(5)を制約条件に代入する。

式(2)に式(5)(6)を代入。

よって、

1. x=300cosθ, y=200sinθで表される楕円上の点列を次のように生成しなさい。また、生成した点列を描画してその分布を確認しなさい。

N=2として表示した際の図を図1に示す。

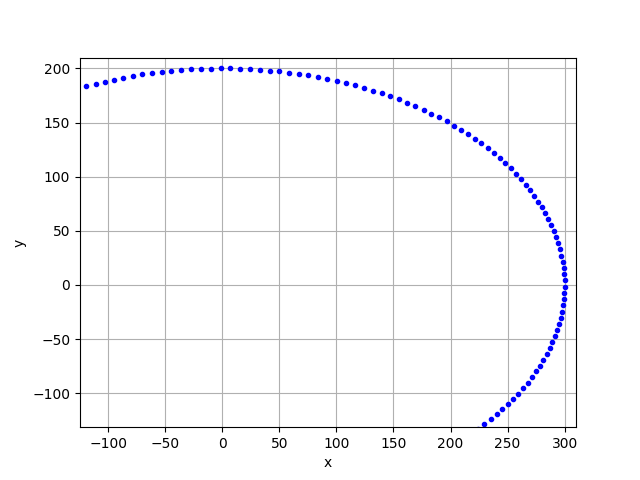


図1　N＝100で生成した楕円

1. 課題2で生成した点列のx座標、y座標にそれぞれ独立に、平均μ = 0、標準偏差σ = 3.0の正規分布に従う誤差を加えたデータを作成しなさい。それを確認するために課題2の描画結果と重ねて描画しなさい。

真値と誤差を加えた点を重ねた際の結果を図2に示す。

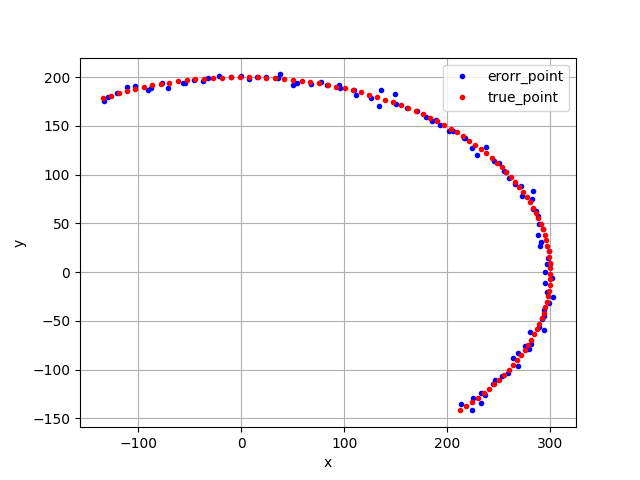


図2　２に誤差を加えた点を重ねた楕円

1. 課題3のσの値を0.1からまで0.1刻みで変化させたデータを作成し、そのデータに対して最小2乗法と最尤推定法によって楕円のパラメータを推定しなさい。このとき、同一のσの値に対して異なる誤差を付加したデータを1000回生成して、パラメータを推定し、RMS誤差を計算して、横軸にσの値、縦軸にRMS誤差としたグラフを描画しなさい。ただし、の値は適切と思われる値を自分で設定しなさい。

最小二乗法と最尤推定法でのパラメータ推定の方法を示す。

・最小二乗法

M=を計算し、計算した最小固有値に対する固有ベクトルから求めた。

　　・最尤推定法

　　　, L=とし、(M-L)u=0となる０を反復法で計算する。uの変化量が以下になるまで計算を行った。

　　・RMS誤差

　　　u：真値、：推定値としてのそれぞれの単位ベクトル

　　　を用いて式(8)より、RMS誤差を求められる。

　　最小二乗法と最尤推定法を用いて楕円のパラメータを推定し、としたとき

の結果を図3に示す。

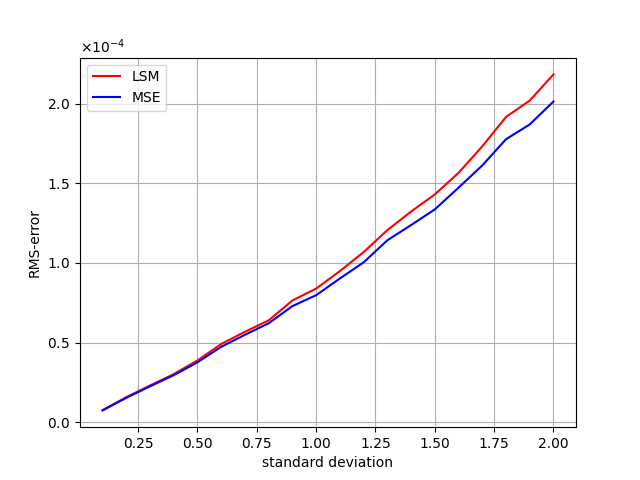


図3　最小二乗法と最尤推定法のRMS誤差

　　　赤いラインが最小二乗法、青いラインが最尤推定法のRMS誤差である。σが大きくなるにつれ最小二乗法のRMS誤差が最尤推定法と比べ、大きくなっていることがわかる。このことから最尤推定法の方がより、誤差から受ける推定の影響が小さいといえる。

1. 課題4で作成したグラフ上にKCR下界を描画しなさい。

KCR下界

パラメータの真値を利用し、を計算する。

の固有値を用いて式(9)より計算する。

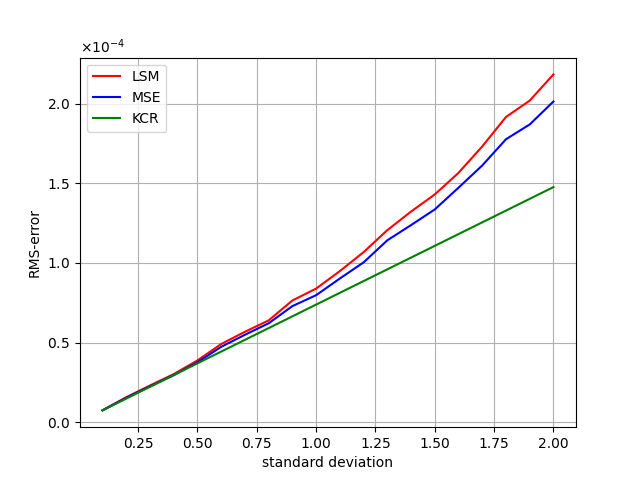
図４に、３の結果にKCR下界を重ねたものを示す。

図4　3の結果にKCR下界を加えた結果

　　　緑のラインはKCR下界を示すものである。図4からKCR下界は最小二乗法及び、最尤推定法よりも、低い値を常に示している。これは、KCR下界が精度限界を表す指標となるものだからである。RMS誤差をKCR下界に近づけるためにはできる限りσの値を小さくする必要がある。