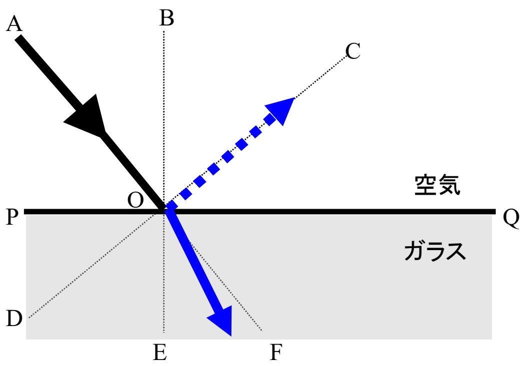
問題解答

問 11-8-1.

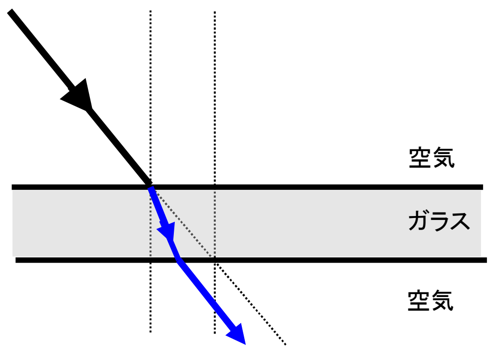
1) 屈折率の定義より，$n_{空気\to ガラス} = 1.50 = c/v_2 = \lambda/\lambda_2 = \sin i / \sin r'$ となり，媒質 2 での光の速さ $v_2 = c/1.50 = 2.00\times10^8$ m/s,

波長 $\lambda_2 = \lambda/1.50 = 5333$ Å，周波数 $f_2 = f = c/\lambda = 3.00\times10^8/(8.00\times10^{-7}) = 3.75\times10^{14}$ Hz.

2)



5)



3) ∠AOB　　4) $\sin r' = \sin i/n_{空気\to ガラス} = \sin 45°/1.50 = 0.47142$, → $r' = \arcsin(0.47142) = 28.13° \sim 28.1°$.

6) $\sin i_C = n_{ガラス\to 空気} = 1/1.50 = 0.66667$, → 臨界入射角 $i_C = \arcsin(0.6667) = 41.81 \sim 41.8°$.

問 11-8-2.

1) 下の図より，$\sin i = k_{1x}/k_1$ → $k_{1x} = k_1 \sin i = (2\pi/\lambda_1) \sin i$.

2) 下の図より，$\sin r' = k_{2x}/k_2$ → $k_{2x} = k_2 \sin r' = (2\pi/\lambda_2) \sin r'$.

3) 屈折率の定義より，$n_{1\to2} = \lambda_1/\lambda_2 = \sin i / \sin r'$ → $n_{1\to2} = \sin i / \sin r' = (k_{1x}\lambda_1)/(k_{2x}\lambda_2) = (k_{1x}/k_{2x})\, n_{1\to2}$

→ $k_{1x}/k_{2x} = 1$ → $k_{1x} = k_{2x}$ (境界と平行となる波数成分は等しい)

問 11-8-3.

屈折率　$n_{1\to2} = v_1/v_2 = \sin i_1 / \sin r'_2$，$n_{2\to3} = v_2/v_3 = \sin i_2 / \sin r'_3$ (境界は平行なので，屈折角 r'_2 = 入射角 i_2)

1) 上の関係式より，$\sin r'_3 = \sin i_2/ n_{2\to3} = \sin r'_2 / n_{2\to3} = (\sin i_1/ n_{1\to2})/ n_{2\to3} = \sin i_1/(n_{1\to2}\, n_{2\to3}) = \sin i_1/(v_1/v_3)$

$= v_3 \sin i_1/ v_1$ → $r'_3 = \arcsin(v_3 \sin i_1/ v_1)$, $i_2 = r'_2 = \arcsin(v_2 \sin i_1/ v_1)$.

2) 媒質 2 は関係しない． → $\theta'_{\mathrm{ref}\ 3} = \arcsin(v_3 \sin \theta_{\mathrm{in}\ 1}/ v_1)$.

問 11-9-1.

1) 周波数 $f = 500$ Hz なので，波長 $\lambda = v/f = 330/500 = 0.66$ m，同位相で音が出ているので，強めあう条件は，(11-9-1)式より求める． → $a - b = m\lambda$

→ $b = a - m\lambda = 3.0 - 0.66\, m =$ 0.36 m ($m = 4$ のとき), 1.02 m ($m = 3$ のとき), 1.68 m ($m = 2$ のとき).

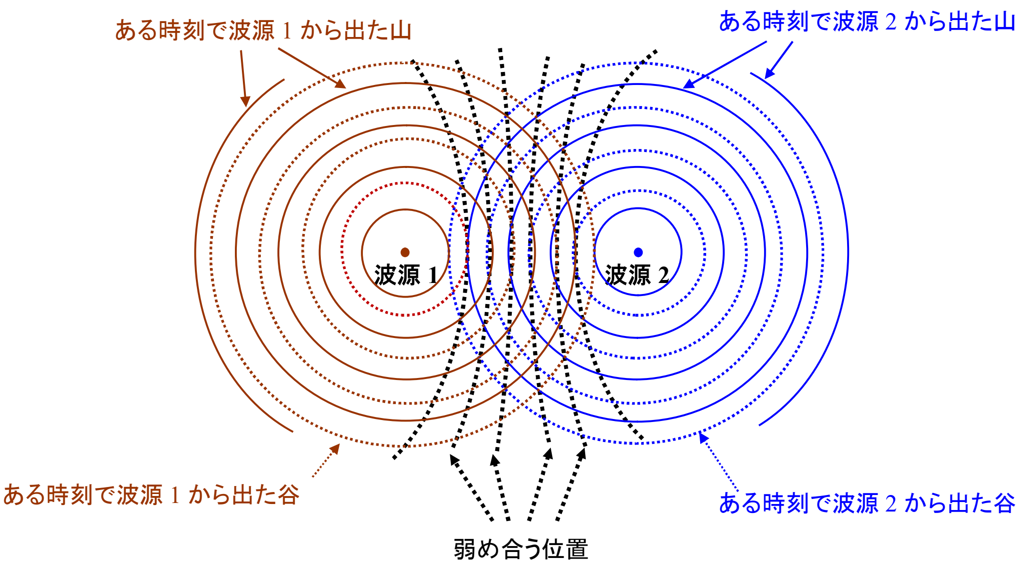
2) 周波数 $f = 1000$ Hz なので，波長 $\lambda = v/f = 330/1000 = 0.33$ m，同位相で音が出ているので，強めあう条件は，(11-9-1)式より求める． → $a - b = a - (L - a) = 2a - L = m\lambda$ → $a = (L + m\lambda)/2$

→ $a = (1.8 + 0.33\, m)/2 = 1.0/2 =$ 0.075 m ($m = -5$ のとき), 0.42 m ($m = -4$ のとき), 0.405 m ($m = -3$ のとき).

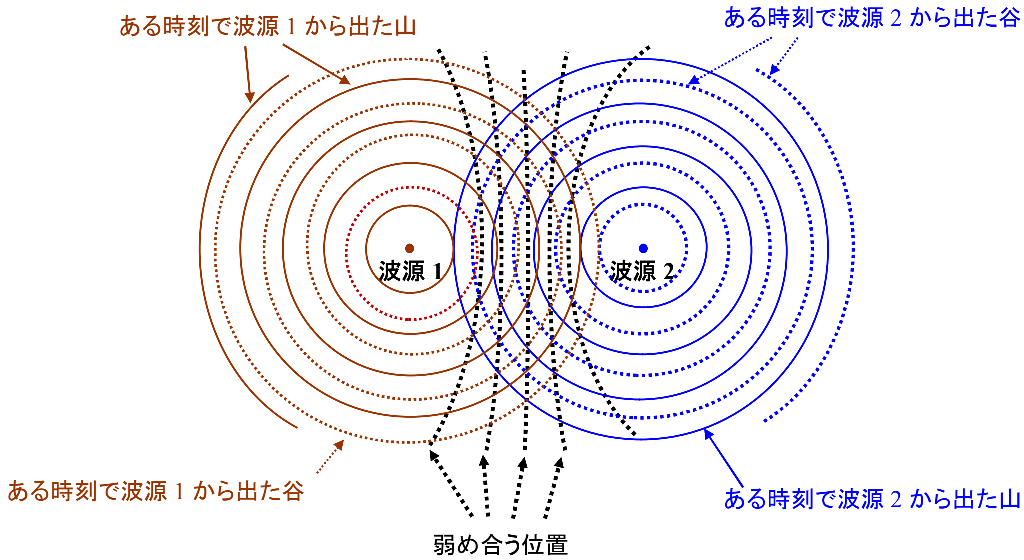
問 11-9-2.

同位相でも逆位相でも山と谷がぶつかる地点が弱めあう場所となる.

同位相



逆位相



問 11-9-3.

1) 2 つの音源の振動数の差 $= f_1 - f_2 = 450 - 446 = 4$ Hz $\quad\rightarrow\quad$ 1 秒間に 4 回のうなりが聞こえる

2) うなりの 1 秒間あたりの回数より, $|f_A - f_C| = 4$ Hz $\quad\rightarrow\quad f_C = 440 \pm 4 = 444$, or 436 Hz,

$|f_B - f_C| = 2$ Hz $\quad\rightarrow\quad f_C = 446 \pm 2 = 448$, or 444 Hz, したがって, $f_C = 444$ Hz.

12. 章

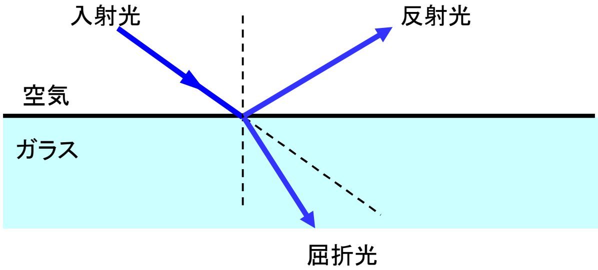
問 12-1-1. 光の速さは空気中と真空中ではほぼ同じ値なので，その速さ $c = 3.00\times10^{8}$ m/s より，

空気中の周波数 $f = c/\lambda = 3.00\times10^{8}/(5.00\times10^{-7}) = 1.50\times10^{15}$ Hz，この周波数は屈折光でも変わらない．

ガラスの屈折率 $n = c/v = \lambda/\lambda' = 1.50$ より，ガラス中の光の速さ $v = c/\underline{n} = 2.00\times10^{8}$ m/s,

ガラス中での光の波長 $\lambda' = \lambda/n = 5.00\times10^{-7}/1.50 = 3.33\times10^{-7}$ m ~ 3330 Å = 333 nm.

問 12-1-2. 入射角 i，屈折角 r'，とすると，屈折の法則より，屈折率 $n = c/v = \sin i/\sin r'$ の関係が成立する．屈折率 $n = c/v > 1$ なので「$i > r'$」の関係が成り立つ．一方，反射角 r は反射の法則より「 $i = r$」が成り立つので，反射光と屈折光は図のようになる．

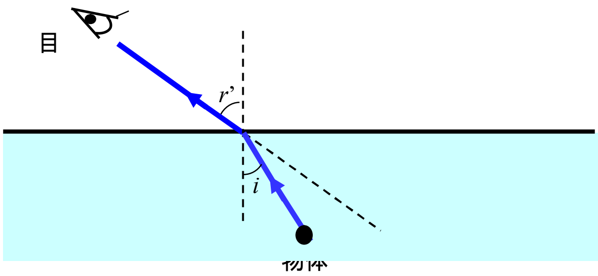


問 12-1-3. 石英ガラスでの臨界入射角 $i_C = \arcsin(1/n) = \arcsin(1/1.46) = 43.230° \sim 43.2°$,

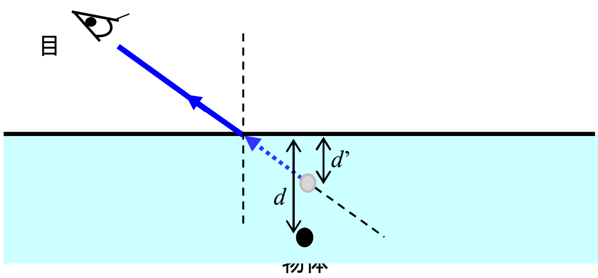
ダイヤモンドでの臨界入射角 $i_C = \arcsin(1/n) = \arcsin(1/2.42) = 24.407° \sim 24.4°$

問 12-1-4. 目で水中にある物体を見るが，逆に水中にある物体から出た光が境界で屈折して，目に入る．このとき，光線の軌跡は上の問 12-1-2.のような経路で目に入る．目で水中の物体を見たときは，人は光が直線的にしか進まないと錯覚し，点線上から光が到達し，物体はそこにあると感じる

実際の光の経路

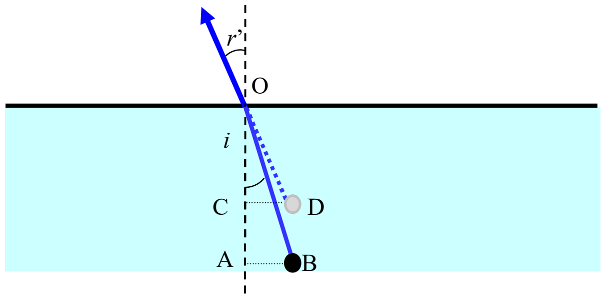


人が感じる光の経路



上の図から，物体と目は水面に対し垂直に近いので，入射角 i や屈折角 r' は微小な角度とする．水面から物体が実際にある深さを d とし，人が感じる深さを d' としよう．下の図では，点 O は光線が境界を横切る点，点 B は物体が実際にあ

る位置，点 D は人から見える物体がある位置，OA は物体が実際にある深さ d，OC は人から見える物体の深さ d'である．

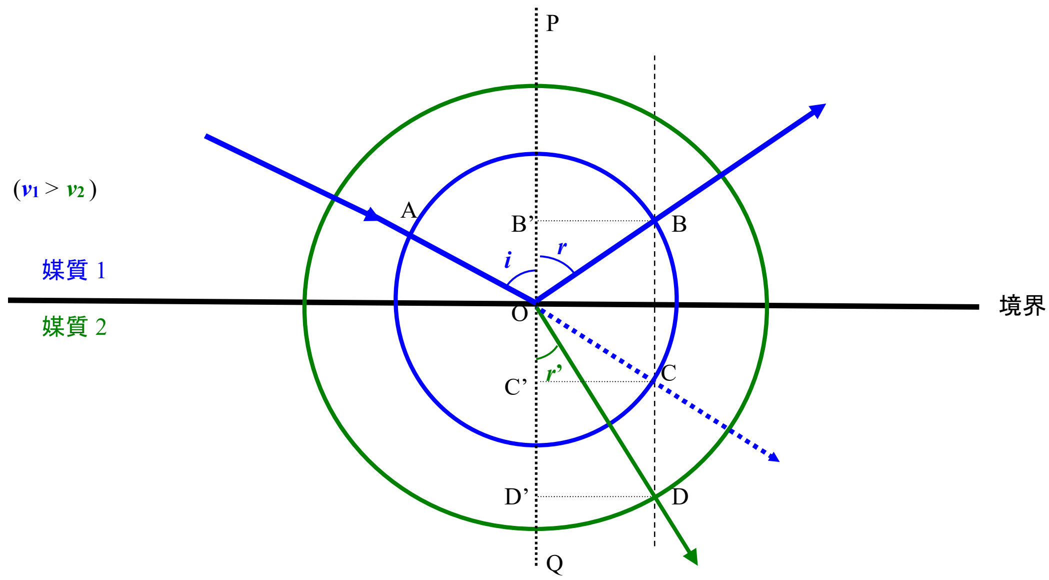


入射角 i と屈折角 r'は微小角なので，$\sin i \sim \tan i = \mathrm{AB/OA}$，$\angle\mathrm{COD} = r'$ なので，$\sin r' \sim \tan r' = \mathrm{CD/OC}$ が成り立つ．したがって，屈折の法則より下の関係式が成り立つ(水の屈折率 $n_{水} = c/v_{水} = 1/n_{水\to空気}$)．屈折率$n_{水} > 1$ なので，$d' < d$ となり，実際より物体の像は浅く見える．

$$n_{水\to空気} = v_{水}/c = \sin i / \sin r' \sim \frac{\mathrm{AB/OA}}{\mathrm{CD/OC}} = \frac{\mathrm{OC}}{\mathrm{OA}} = \frac{d'}{d} \to \quad d' = n_{水\to空気}\, d = \frac{d}{n_{水}}$$

＊ 図を用いた「反射の法則」と「屈折の法則」の説明

(12-1-4)式上の屈折の法則に対して，絶対屈折率 n_1，n_2 を用いて表すと，「 $\boldsymbol{n_1 \sin i = n_2 \sin r'}$ 」が成り立つ． 下の図に入射光と反射光を青色の矢印(入射光が反射・屈折しないで直進すると仮定した光線を青の点線の矢印)で，屈折光を緑色の矢印で，また，半径 n_1 の円を青色で，半径 n_2 の円を緑色で描いた．このとき，入射角 $\boldsymbol{i} = \angle\mathrm{AOP} = \angle\mathrm{COQ}$，反射角 $\boldsymbol{i'} = \angle\mathrm{BOP}$，屈折角 $\boldsymbol{r'} = \angle\mathrm{DOQ}$ である．



上の図より，$\mathrm{BB'} = n_1 \sin r = \mathrm{CC'} = n_1 \sin i = \mathrm{AB'} = \mathrm{DD'} = n_2 \sin r'$ が確認でき，「反射の法則」と「屈折の法則」で反射光と屈折光の進む向きがわかる．

問 12-1-5.

1) 二重スリットとスクリーン間の長さ ℓ を大きくすると，(12-1-6)式より，干渉縞の間隔 x は大きくなる.

2) 二重スリットの間の長さ d を大きくすると，(12-1-6)式より，干渉縞の間隔 x は小さくなる.

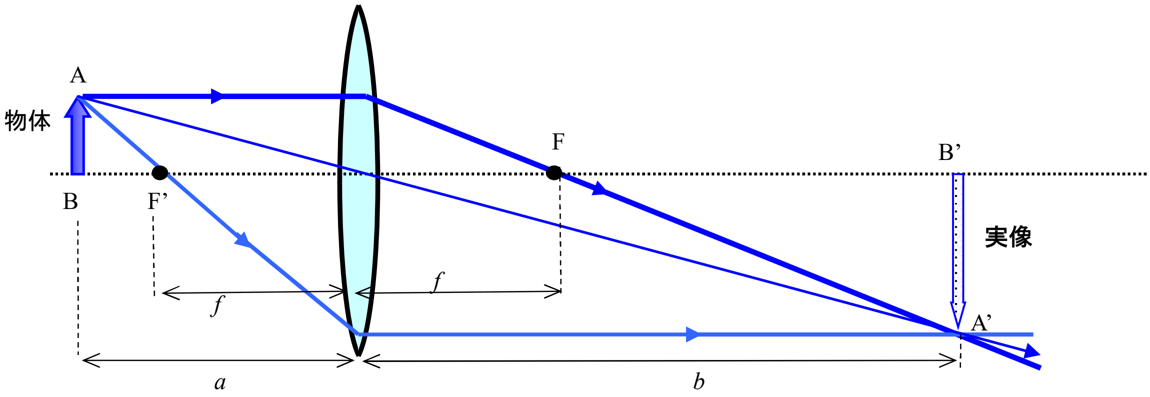
3) 赤色光のほうが緑色光より波長 λ が大きいので，干渉縞の間隔 x は大きくなる.

問 12-2-1.

1) 物体の位置はレンズからの長さ $a = 8.0$ cm で，焦点距離 $f = 6.0$ cm より長い($a > f$). そのため，「実像」ができる.

レンズの公式(12-2-1)式より，レンズから実像までの長さ $b = af/(a-f) = 24$ cm,

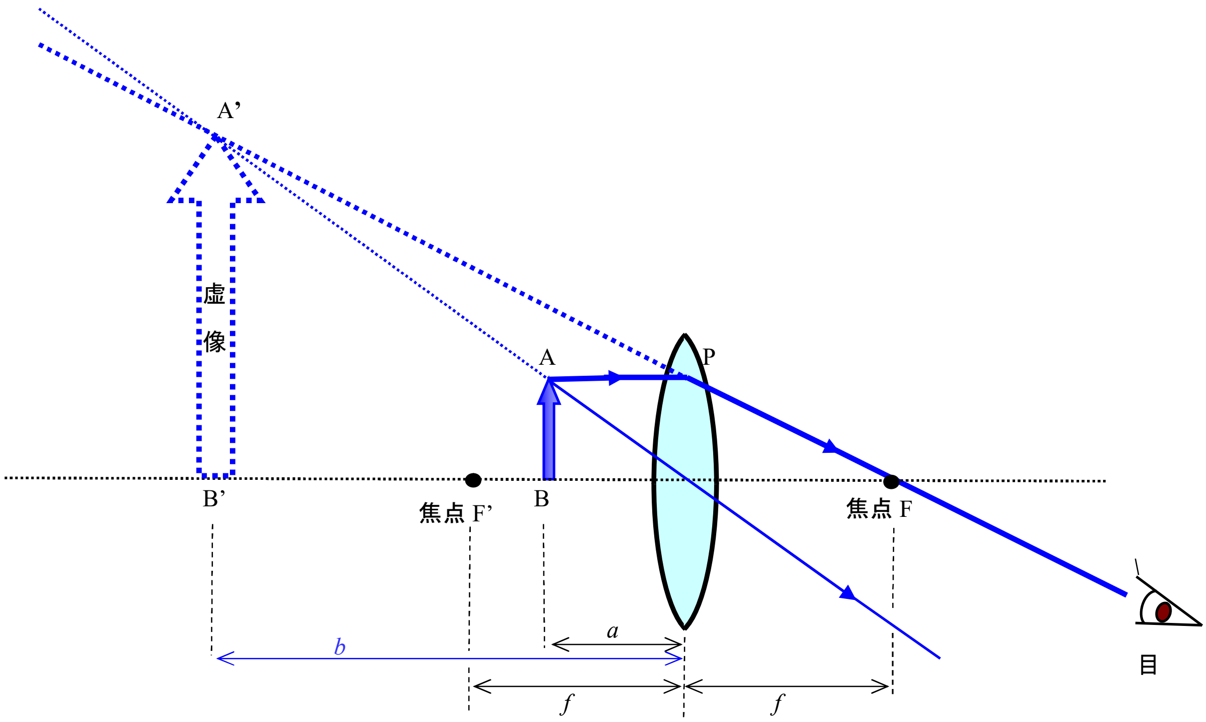
倍率 $= |A'B'/AB| = b/a = 24/8 = 3$ 倍で，実像の大きさ $= A'B' = 6$ cm.



2) 物体の位置はレンズからの長さ $a = 4.0$ cm で，焦点距離 $f = 6.0$ cm より短い($a < f$). そのため，「虚像」ができる.

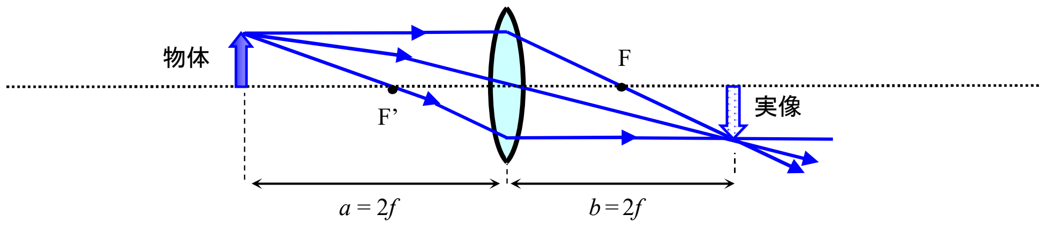
レンズの公式(12-2-3)式より，レンズから実像までの長さ $b = af/(f-a) = 12$ cm,

倍率 $= |A'B'/AB| = b/a = 12/4 = 3$ 倍で，虚像の大きさ $= A'B' =$ 倍率×AB $= 3×2$ cm $= 6$ cm.

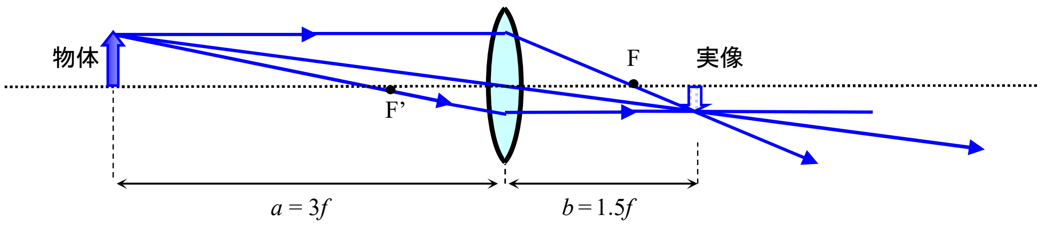


問 12-2-2.

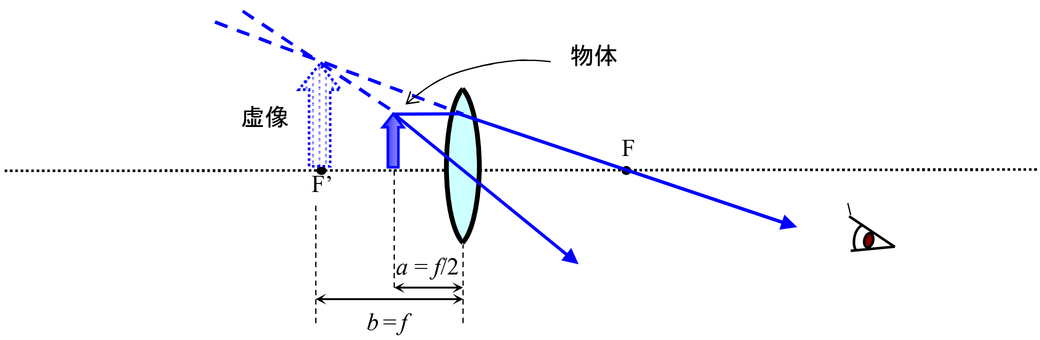
1) 「レンズと物体の間の距離 a $(=2f) >$ 焦点距離 f」となるので実像ができる．レンズの公式「 $1/a+1/b=1/f$」より，レンズと実像の間の距離 $b=af/(a-f)=2f$ となる．倍率は $b/a=2f/(2f)=1$ 倍となり，元の物体と同じ大きさの実像ができる．



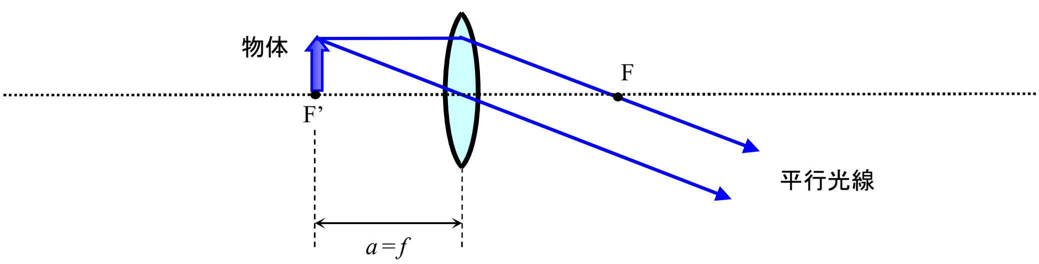
2) 「レンズと物体の間の距離 a $(=3f) >$ 焦点距離 f」となるので実像ができる．レンズの公式「 $1/a+1/b=1/f$」より，レンズと実像の間の距離 $b=af/(a-f)=1.5f$ となる．倍率は $b/a=1.5f/(3f)=0.5$ 倍となる．



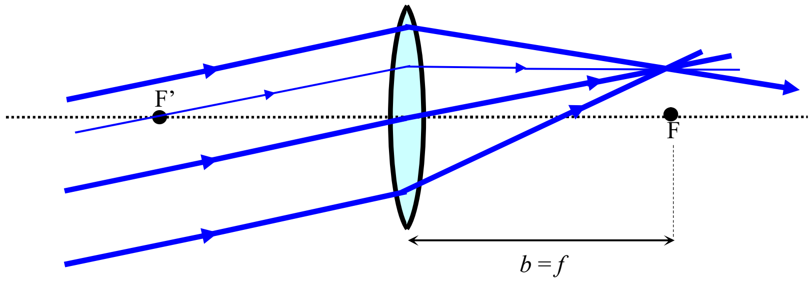
3) 「レンズと物体の間の距離 a $(=f/2) <$ 焦点距離 f」となるので虚像ができる．レンズの公式「 $1/a-1/b=1/f$」より，レンズと実像の間の距離 $b=af/(f-a)=f$ となる．倍率は $b/a=f/(f/2)=2$ 倍となる．



4) 焦点距離の位置に物体を置く($a=f$)．レンズの公式「 $1/a+1/b=1/f$」より，レンズと実像の間の距離 $b=\infty$ となる．これはレンズ通過後の光は平行光線となり，像を結ばないことを意味する．



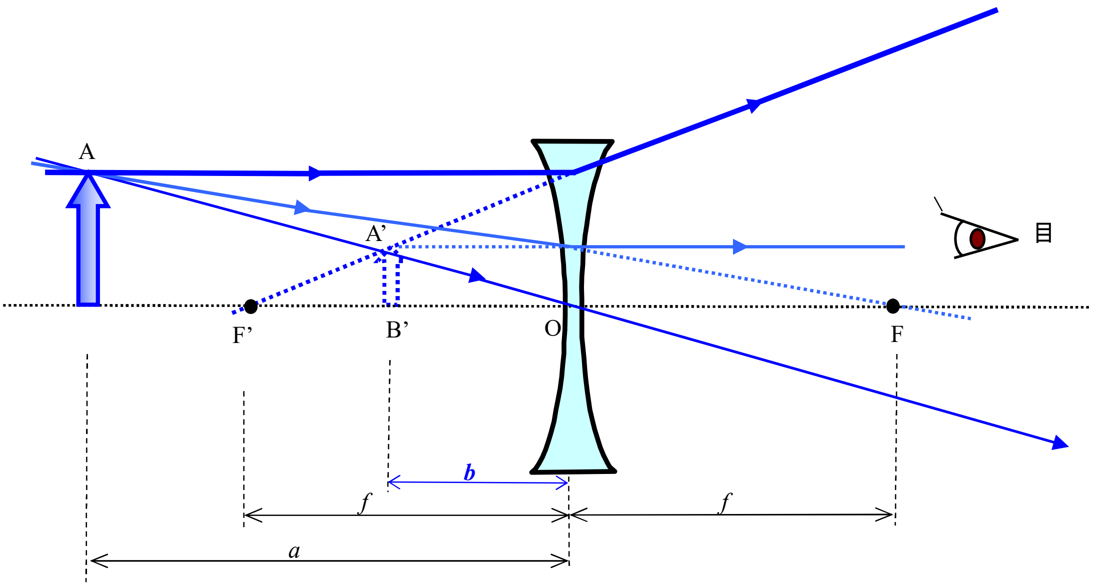
問 12-2-3. 光軸に対し，平行となるいくつかの平行光線を入射するとレンズを通過した光は全て焦点に集まる．このとき，レンズの公式「$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$」より，レンズと元の物体までの距離 $a=\infty$ にしたことに相当し，「$b=f$」が成り立ち，通過後の光は焦点 F に集まる．凸レンズに斜めに入射する複数の平行光線のうち，レンズの中心を通る光線はそのまま進み，焦点 F'を通過した光線はレンズを通過した後，光軸に平行な平行光線となる．平行光線は焦点 F の上方(光軸と垂直で上方)に集光し，焦点距離 f と集光してできた実像までの距離 b が等しくなる．平行光線の角度をレンズと垂直になるようにしていくと，屈折した光が集まる点は光軸上の焦点 F に近づく．



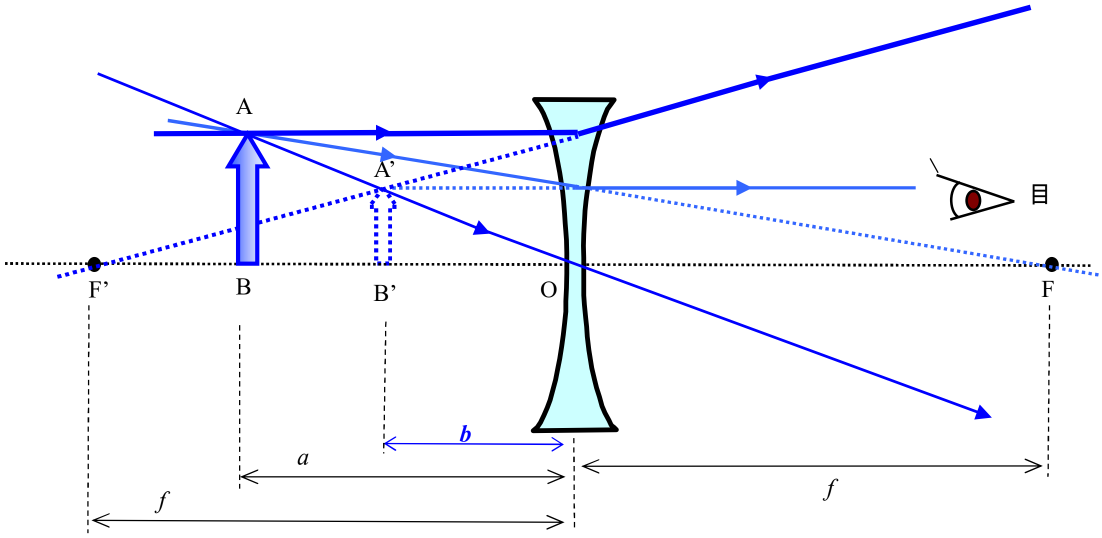
問 12-2-4. 図より，「$\tan\theta=\ell/f$ 」→ 屈折角 $\theta=\arctan(\ell/f)$.

問 12-3-1.

1) 物体の位置は凹レンズからの長さ $a=8.0$ cm で，焦点距離 $f=6.0$ cm となる．凹レンズなのでできた像は「虚像」となる．レンズの公式「 $1/a-1/b=-1/f$ 」より，虚像ができる位置はレンズから左に距離 $b=af/(a+f)=4.0$ cm となり，倍率 $=b/a=0.5$ 倍となる．



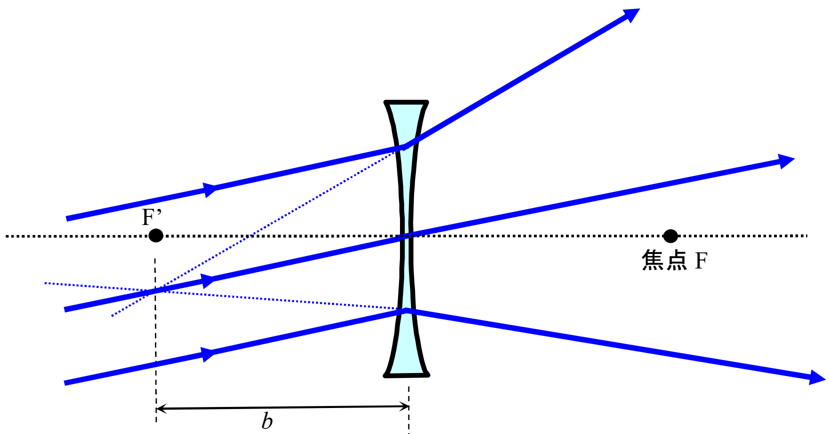
2) 物体の位置は凹レンズからの長さ $a=4.0$ cm で，焦点距離 $f=6.0$ cm となる．凹レンズなのでできた像は「虚像」となる．レンズの公式「 $1/a-1/b=-1/f$ 」より，虚像ができる位置はレンズから左に距離 $b=af/(a+f)$ =2.4 cm となり，倍率 $=b/a=0.6$ 倍となる．



凹レンズの焦点 F’の内側(レンズに近い側)に物体を置いたときにできる虚像を図示したものであり，凹レンズの場合，物体を焦点 F’の右側，左側に関わらずどこにおいても虚像ができる.

問 12-3-2. 上の問題と同様に，レンズの公式「$1/a-1/b=-1/f$ 」に物体とレンズの間の距離 $a=f$を代入する. 虚像とレンズの間の距離 $b=f/2$ で，倍率= $b/a=1/2=0.5$ 倍となる.

問 12-3-3. 問 12-2-3 と同様に光軸に対し，平行となるいくつかの平行光線を入射するとレンズを通過した光は全て焦点に集まる. このとき，レンズの公式「$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=-\frac{1}{f}$」より，レンズと元の物体までの距離 $a=\infty$ にしたことに相当し，距離 $b=f$が成立し，屈折した光を延長すると，焦点 F’の下方の一点に集まる(光軸と平行な光線となる場合は焦点 F’に集まる).



問 12-4-1. 図の配置より，例題 2 と同様にして解く. レンズ L_1 によってできる倒立実像とレンズ L_1 の間の距離 b_1 は，レンズの公式「$1/a_1+1/b_1=1/f_1$」より求めると， 距離 $b_1=a_1 f_1/(a_1-f_1)$と計算できる. したがって，この倒立実像とレンズ L_2 の間の距離 $a_2=D-b_1$ となる. この倒立実像がレンズ L_2によってできる虚像の位置はレンズ L_2から見て左側にあるので，レンズの公式「$1/a_2-1/b_2=1/f_2$」より，レンズ L_2 からの距離 $b_2=a_2 f_2/(f_2-a_2)=(D-b_1)f_2/(f_2-D+b_1)$

$= \{(a_1 - f_1)D - a_1 f_1\} f_2 / \{(a_1 - f_1)(f_2 - D) + a_1 f_1\}$. 倍率 $= b_2/a_1 = \{(1 - f_1/a_1)D - f_1\} f_2 / \{(a_1 - f_1)(f_2 - D) + a_1 f_1\}$.

問 12-4-2. 例題 1 と同様にして解く. 始めに, レンズ L_1 によって像のでき方を示す. レンズ L_1 の焦点距離 $f_1 = 4.0$ cm, レンズ L_1 と物体との間の距離 $a_1 = 6.0$ cm とすると, $f_1 < a_1$ なので, 倒立実像ができる. 実像とレンズ L_1 との距離を b_1 とすると, 下のレンズの公式を用いる.

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1}$$

上の式から, $b_1 = a_1 f_1/(a_1 - f_1) = 12$ cm となる(この時点で倍率は $b_1/a_1 = 12/6 = 2$ 倍となっている).

次に, レンズ L_2 による像のでき方を示す. レンズ L_1 でできた倒立実像 1 は焦点 F_1 と F_2'の間にあり, レンズ L_2 の左側(レンズの前方)にあるので, レンズ L_2 と(レンズ L_1 でできた)像との間の距離 a_2 の前の符号は正で, レンズ L_2 の焦点距離 $f_2 = 2.0$ cm, レンズ L_2 と(レンズ L_1 でできた)像との間の距離 $a_2 = D - b_1 = 15 - 12 = 3.0$ cm となる($a_2 > f_2$). レンズ L_2 でできた像とレンズ L_2 との距離を b_2 とすると, 「$a_2 > f_2$」となるので, 下のレンズの公式を用いる.

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_2}$$

レンズ L_2 と像の間の距離 $b_2 = a_2 f_2 / (a_2 - f_2) = 6$ cm となる. したがって, 距離 b_2 は正なので, できた最終的な像は実像であり, レンズ L_2 の左側に位置する(倍率は $b_2 / a_2 = 6/3 = 2$ 倍で, 元の物体と比べると, $2 \times 2 = 4$ 倍になっている).

最終的な倍率は 4 倍.