H27年度実施（H28年1月14日(木)）学習到達度試験（物理）の解答

H28. 12. 27

領域１；変位・速度・加速度

$\boxed{1}$

（1） 移動距離の合計は 40 m である．変位の向きは図より，右斜め上方向で，三角形 OAB は正三角形となるので，点 O と点Ｂの間の距離は 20 m となる。移動に要した時間は合計 80 秒なので，速度の向きは変位と同じで，速さは 20/80 = 0.25 m/s となる。

→ $\boxed{ア}$ **4**， $\boxed{イ}$ **0**， $\boxed{ウ}$ **②**， $\boxed{エ}$ **2**， $\boxed{オ}$ **0**， $\boxed{カ}$ **2**， $\boxed{キ}$ **5**

（2） ある物体が加速度 a で距離 x だけ移動したとき，初速 v_0,から終速 v となった。これらの量の間には「$2ax = v^2 - v_0^2$」の関係式が成り立つので，加速度 $a = (0 - 10^2)/(2\times25) = -2.0$ m/s^2 と得られる。

→ $\boxed{ク}$ **－**， $\boxed{ケ}$ **2**， $\boxed{コ}$ **0**

$\boxed{2}$ 斜方投射運動(初速 v_0 で水平から角度 θ で斜め上方向に投射)投げた時刻 t = 0 とし，水平方向を x 方向，鉛直下向きを y 方向とすると，投げてからの時刻 t での，水平投射運動速度の x 成分 v_x と y 成分 v_y は重力加速度の大きさを g として，次のように表される。

$v_x = v_{0x} = v_0 \cos\theta$, ①　　$v_y = v_{0y} - gt = v_0 \sin\theta - gt$. ②

さらに，投げた地点を原点として，時刻 t での位置の x 成分(水平方向の距離)と y 成分(鉛直方向の落下距離)は次のように表される。

$x = v_{0x}t = v_0 \cos\theta\, t$, ③　　$y = v_{0y}t - gt^2/2 = v_0 \sin\theta\, t - gt^2/2$. ④

ここで，v_{0x} = 7.5 m/s, v_{0y} = 14.7 m/s, g =9.8 m/s^2 とする。

（1） ②式に，上の値と時刻 t =1.0 s を代入すると，$v_y = v_{0y} - gt$ = 14.7– 9.8×1.0 = 4.9 m/s と得られる。

→ $\boxed{ア}$ **4**， $\boxed{イ}$ **9**

（2） もう一度同じ高さを通過するのは 2 倍の時間の 2.0 秒のときで，その時の水平距離は③式より，$x = v_{0x}t$ = 7.5×2.0 = 15 m と得られる。

→ $\boxed{ウ}$ **2**， $\boxed{エ}$ **0**， $\boxed{オ}$ **1**， $\boxed{カ}$ **5**

領域２；　力の性質と運動方程式

$\boxed{1}$

（1）　物体ＡとＢの間に働く作用反作用の関係にある力の組は$\vec{F}_2$と$\vec{F}_3$である。また，物体Ｂに働く力は３つあり，それらは，$\vec{F}_3$ (＝ Ａ がＢを押す力)，$\vec{F}_4$(＝ Ｂ に働く重力)，$\vec{F}_5$(床が Ｂ を持ち上げる力)である

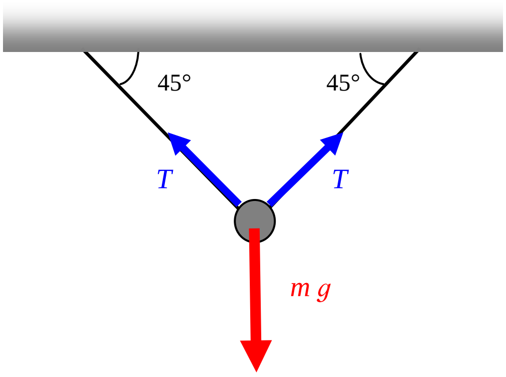
→　$\boxed{ア}$　③　，　$\boxed{イ}$　⑦

（2）　重心の位置は②と④の間に位置する。

→　$\boxed{ウ}$　③

（3）　糸と天井の角度は各々，45°なので，２つの糸に働く張力の大きさ T は同じ値となる。さらに，力のつり合いより，重力の大きさ $m\,g$ はと張力の大きさ T の間の関係は，$m\,g = \sqrt{2}\ T$ が成り立つので，張力の大きさ T は下の式のように表すことができる。

$$T = m\,g/\sqrt{2}\ = 6.5/1.414 = 4.597 \fallingdotseq 4.6\ \mathrm{N}.$$



→　$\boxed{エ}$　**4**，　$\boxed{オ}$　**6**

$\boxed{2}$

（1）　水平方向の運動を考える(右向きを+とする)。物体 A には，糸を介して物体Ｂから引かれる糸の張力 T が，物体Ｂには，引く力 F と糸を介して物体Ａから引かれる糸の張力$(-T)$が働いている。従って，物体 A と物体 B における運動方程式は下の式のように表すことができる。

物体 A；　$M\,a = T,$

物体 B；　$ma = F - T$.

→　$\boxed{ア}$　④，　$\boxed{イ}$　⑦

（2）　上の２つの運動方程式より，加速度の大きさ a は，$a = F/(M{+}m)$ となる。さらに，張力の大きさ T を求める。

$$T = Ma = M\,F/(M{+}m)\ .$$

→　$\boxed{ウ}$　⑤　，　$\boxed{エ}$　④

領域３．　力学的エネルギー・運動量

$\boxed{1}$

（1）　力 F_1 が物体にした仕事 W は，加える力の大きさ F_1，変位の大きさ(移動距離)s，力と変位の間の角度 θ を用いて表すと，次のように得られる。

$$W = F_1\, s \cos\theta = 15\ \mathrm{N} \times 3.0\ \mathrm{m} \times 1.0 = 45\ \mathrm{J}.$$

→ $\boxed{\text{ア}}$ ＋，$\boxed{\text{イ}}$ 4，$\boxed{\text{ウ}}$ 5

（2）　ばね定数 k のばねが自然の長さを位置の基準として，伸び x の状態が持つ弾性力による位置エネルギー U は次のように得られる。

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 40 \times (0.10)^2 = 0.20\ \mathrm{J}.$$

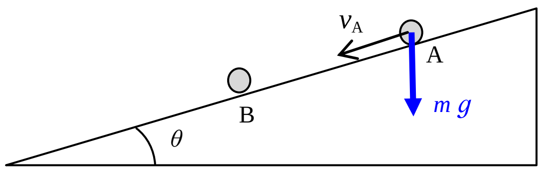
→ $\boxed{\text{エ}}$ ⑤

（3）　質量 m の物体が初速度 v_0 で動いていたところ，時間 Δt の間，外から力 F を受けたところ，速度が v となった。この場合，「運動量の変化=力積」の関係式 $mv - mv_0 = F\,\Delta t$ から，力を受けた後の運動量 mv は次のように得られる。なお，ここでは初速度の向きと逆向きに力を加えたので力積の符号は負となる。

$$mv = mv_0 + F\,\Delta t = 0.40 \times 15 - 23 = 6 - 23 = -17\ \mathrm{kg\ m/s}.$$

→ $\boxed{\text{カ}}$ －，$\boxed{\text{キ}}$ 1，$\boxed{\text{ク}}$ 7

$\boxed{2}$



L

（1）　重力と変位の間の角度は$(90° - \theta)$ なので，物体が点 A から点 B に移動する際，重力がした仕事 W は次のように得られる。

$$W = mg\,L\cos(90° - \theta) = mg\,L(\cos 90° \cos\theta + \sin 90° \sin\theta) = mg\,L\sin\theta.$$

→ $\boxed{\text{ア}}$ ④

（2）　さらに，「点 B での運動エネルギー ＝ 点 A での運動エネルギー ＋ 重力がした仕事 $(K_B = K_A + W)$」となるので，重力がした仕事を W とすると，次のように得られる。

$$K_B - K_A = W.$$

上式より，点 B での速さ v_B は次のように得られる。

$$\frac{1}{2}m v_B^2 = \frac{1}{2}m v_A^2 + W \quad \rightarrow \quad v_B^2 = v_A^2 + \frac{2}{m}W \quad \rightarrow \quad v_B = \sqrt{v_A^2 + 2gL\sin\theta}$$

→ $\boxed{\text{イ}}$ ⑤，$\boxed{\text{ウ}}$ ④

領域４；円運動・単振動・万有引力

$\boxed{1}$

（1） 円周上を回転する物体の速さ v,は, 回転半径 r, 回転の角速度 ω とすると, $v = r\omega$ と表される。従って, 物体 B の回転半径 $r_B = 1.0$ m で, 物体 A の回転半径 $r_A = 0.5$ m と物体 B の 1/2 倍なので, 角速度は 2 倍となる。

→ $\boxed{ア}$ ⑤

（2） 質量 m の物体に働く重力の原因は万有引力によるものとする。惑星の質量 M, 惑星の半径 R, 万有引力定数 G とすると,「重力 mg =万有引力 $G\dfrac{mM}{R^2}$」の関係が得られる。従って, 惑星の重力加速度 $g = G\dfrac{M}{R^2}$ が成立するので, 月の半径 $R' = R/4$, 月の重力加速度 $g' = g/6$ より, 月の質量 $M' = g'R'^2/G = M(g'/g)(R'/R)^2 = M/96$ と地球の質量の 1/96 倍となる。

→ $\boxed{イ}$ ⑥

（3） 周期 T と振動数 f は逆数の関係にあるので, 周期 $T = 1/f = 1/0.5 = 2.0$ s となる。角振動数 ω は, $\omega = 2\pi f = 2\pi\times0.5 = \pi = 3.14$rad/s となる。

→ $\boxed{ウ}$ **2**, $\boxed{エ}$ **0**, $\boxed{オ}$ **3**, $\boxed{カ}$ **1**

$\boxed{2}$

（1） 微少時間 Δt の間に微少角 $\Delta\theta$ だけ回転したときの角速度 $\omega = \Delta\theta/\Delta t$ より, 微少角 $\Delta\theta = \omega\Delta t$ の関係が成り立つ。また, 速度変化の大きさ $\Delta v =$ 円の弧の長さ A'B'=(半径) ×微少角度なので, 速度変化の大きさ $\Delta v = v\Delta\theta = v\omega\Delta t$ となる。また, 速度変化の向きは円の中心向きとなる。

→ $\boxed{ア}$ ①, $\boxed{イ}$ ③, $\boxed{ウ}$ ③

（2） 加速度の大きさ $a = \Delta v/\Delta t = (v\omega\Delta t)/\Delta t = v\omega$ となる。

→ $\boxed{エ}$ ②

領域５．　熱

1

（1）　融解熱 L は物質 1 g(グラム)の温度を 1 K (=1 ℃)上昇させるのに必要な熱量なので，質量 m の物質を融解させる熱量 Q とすると，物質の質量 m は次のように得られる。

$$Q = mL \quad \rightarrow \quad m = Q/L = 1.0\times10^5/3.3\times10^2 = 3.030\times10^2 \fallingdotseq 3.0\times10^2\,\mathrm{g}.$$

→　ア　**3，**　イ　**0，**　ウ　**2**

（2）　理想気体における内部エネルギーとは，系内の分子の運動エネルギーの総和である。　→　⑤

（3）　圧力が一定の変化なので，シャルルの法則より，気体の体積 V と絶対温度 T とすると，$V_1/T_1 = V_2/T_2$ = 一定なので，状態変化後の体積 V_2 は次のように得られる。 $V_2 = V_1\,(T_2/T_1) = 10\times(81/300) = 2.7$ L.

→　エ　**2，**　オ　**7**

2

（1）　ピストンが押されて，十分時間がたって静止したとき，体積 $V = 3.3\times10^{-4}\,\mathrm{m}^3$， 圧力 $p = 1.5\times10^5$ Pa, 絶対温度 $T = 300$ K なので， 気体定数を R とすると， 理想気体の状態方程式 $pV = nRT$ より， 物質量 n は次のように得られる。

$$n = pV/(RT) = 1.5\times10^5\times2.0\times10^{-4}/(8.3\times300) = 1.2048\times10^{-2} \fallingdotseq 1.2\times10^{-2}\,\mathrm{mol}.$$

→　ア　**1 ，**　イ　**2**

（2）　理想気体の状態方程式 $pV = nRT$ に対し，両辺で微少量を取ると，左辺= $\mathrm{d}(pV) = \mathrm{d}p\,V + p\,dV$ となり，右辺=$\mathrm{d}(nRT) = n\,R\,\mathrm{d}T$ となる。温度変化がない($\mathrm{d}T = 0$)場合は，右辺= 0 なので，$dV = -V\mathrm{d}p/p = -n\,R\,T\,\mathrm{d}p/p^2$ となり， ピストンの体積変化 ΔV は微少体積変化 $\mathrm{d}V$ を積分して次のように得られる。

$$\Delta V = \int \mathrm{d}V = -nRT\int \frac{dp}{p^2} = nRT\left[\frac{1}{p}\right]_{前}^{後} = nRT\left(\frac{1}{p_{後}} - \frac{1}{p_{前}}\right)$$

$$= 1.205\times10^{-2}\times8.3\times300\times\left(\frac{1}{10^5} - \frac{1}{1.5\times10^5}\right) = 3.0\times10\times0.3333\times10^{-5} = 1.0\times10^{-4}\,\mathrm{m}^3.$$

従って， ピストンの断面積を S， ピストンの移動量を ΔV とすると，$\Delta V = S\,\Delta x$ なので， 移動量 Δx は次のように得られる。

$$\Delta x = \Delta V/S = 1.0\times10^{-4}/4.0\times10^{-4} = 0.25 = 2.5\times10^{-1}\,\mathrm{m}.$$

さらに，外から気体に加える熱 ΔQ，外から気体に加えた仕事 ΔW と，気体の圧力 p，気体の体積変化 ΔV とすると，熱力学第 1 法則により，気体の内部エネルギー変化 ΔU は，$\varDelta U = \Delta Q + \Delta W = \Delta Q - p\,\Delta V$ と表される。また，理想気体の内部エネルギーU は絶対温度 T に比例し，体積や圧力によらないので，内部エネルギー変化 ΔU は，$\Delta U = 3nR\Delta T/2$ と表される。

従って，温度変化がない(ΔT=0)場合は，内部エネルギーの変化がない(ΔU=0)ので，外から気体に加える熱 $\Delta Q = p\,\Delta V > 0$ なので，気体は熱を外から吸収することとなる。

→　ウ　**2，**　エ　**5，**　オ　①

領域６． 波動

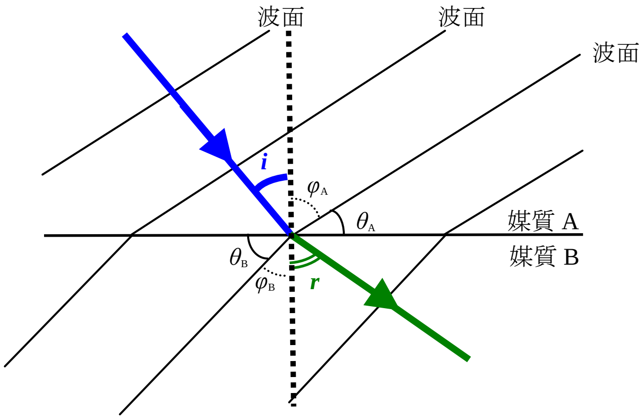
1

（1） 波の速さ v，波長 λ，振動数 f の関係式より，波長 λ は次のように得られる。

$$v = f\lambda \quad \rightarrow \lambda = v/f = 5.0/2.0 = 2.5\,\mathrm{m}.$$

→ $\boxed{ア}$ **2，** $\boxed{イ}$ **5**

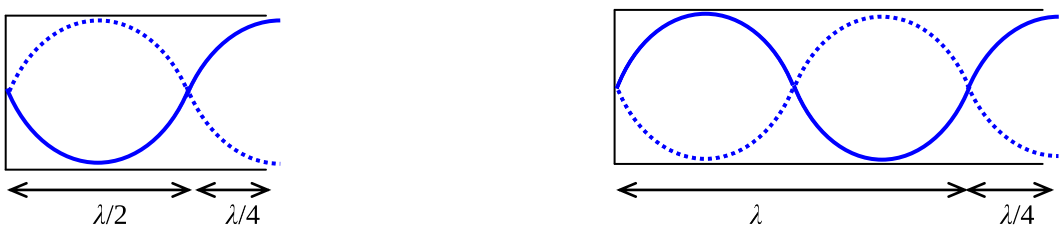
（2） 媒質 A から媒質 B に波が入射するとき，入射角 i と屈折角 r はそれぞれ図のように定義される。波面と波の進む向きは直交するので，$i+\varphi_A=\varphi_A+\theta_A=90°$, $r+\varphi_B=\varphi_B+\theta_B=90°$，となるので，入射角 i=角度 θ_A，屈折角 r = 角度 θ_B が成立する。従って，媒質 A に対する媒質 B の屈折率 $n_{A\rightarrow B}$ は次のように得られる。



$$n_{A\rightarrow B} = \sin i/\sin r = \sin\theta_A/\sin\theta_B = 0.6/0.8 = 3/4 = 0.75.$$

→ ②

（3） 大きな音となるときは，管内で定常波ができる。開口部がある管でできる定常波は，開口部は腹で，最奥部は節となる。例えば，節の数が 2 つできる場合と 3 つできる場合の定常波を図示すると下の図のようになる。



管の長さを L，節の数を n = 1,2, …とすると，$L = (2n-1)\,\lambda/4$ の関係式が成立する。節の数が n となる定常波と$(n+1)$となる定常波に管の長さの差 ΔL は，$\Delta L = \lambda/2$ の関係が成り立つ。従って，音波の波長 λ と振動数 f は次のように得られる。

$$\lambda = 2\Delta L = 0.68\ \mathrm{m}, \qquad f = v/\lambda = 3.4\times10^2/0.68 = 5.0\times10^2\ \mathrm{Hz}.$$

→ $\boxed{ウ}$ **6，** $\boxed{エ}$ **8，** $\boxed{オ}$ **5，** $\boxed{カ}$ **0**

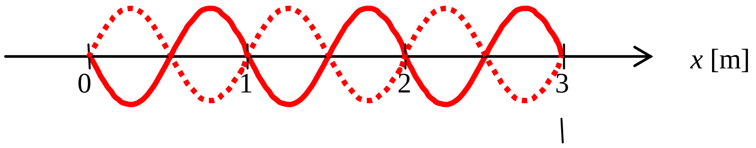
2

（1） 図より，波長 λ = 1.0 m で，周波数 f = 2.0Hz なので，角振動数 $\omega = 2\pi f = 4\pi$ rad/s となる。波は+x 方向に進むので，時刻 $t > 0$ では，波が進むと変位は+となるので，時刻 t での変位 y を表す式は下のように表すことができる。

$$y = \mathrm{A}\sin A\sin(\omega t) = A\sin(2\pi f t) = 1.0\sin(4\pi t) \quad [\mathrm{m}]$$

→ ③

（2） 固定端では，合成波の変位が恒に 0 となるので，入射波と反射波の変位は正負が入れ替わる。点 A は位置 x = 2.5 m の地点であるので，下の図のように定常波ができる。実線はある時刻での定常波の波形で，点線はその半周期後での波形である。図より，OA 間で腹は 5 個できる(位置 x = 0.25 m, 0.75 m,1.25 m,⋯.で腹ができる)。



→　⑤

領域７．電気

1

（1） コンデンサーを並列接続すると，導線でつながれている場所は等しい電位となるので，2 つのコンデンサー間も電位差は等しい($V = V_1 = V_2$)。コンデンサーにたまる電気量 Q は 2 つのコンデンサーにたまる電気量の合成となる($Q = Q_1+Q_2$)。さらに，合成の静電容量 C も 2 つの静電容量の単純な合成となる($C = C_1+C_2$)。

一方，コンデンサーを直列接続すると，2 つのコンデンサー間の電位差は 2 つのコンデンサー間の電位差の和となる($V = V_1 + V_2$)。2 つのコンデンサーにたまる電気量は等しい($Q = Q_1 = Q_2$)。これらの関係より，合成の静電容量の逆数 $1/C$ が，2 つの静電容量の逆数の和となる($1/C = 1/C_1+1/C_2$)。

→ ア ①，イ ④，ウ ⑥，
エ ②，オ ③，カ ⑤

（2） 電気力線は正の電荷から出て，負の電荷に入る。電気力線と等電位線は直交する。

→ ①

（3） 電界の大きさ E の中に電荷 q が置かれた時，この電荷が受ける力の大きさ F は，$F = |q|E$ と与えられる。電荷 q が負となる場合は，電荷が受ける力は電界と逆向きとなる。

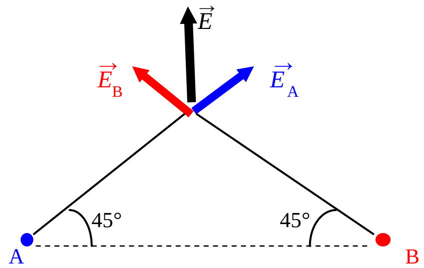
$$F = |q|E = 6.0\times10^{-8}\times1.5\times10^{3} = 9.0\times10^{-5}\,\text{N}.$$

→ キ ②，ク ⑤，ケ ⑧

2

（1） 電荷 A が作る電界$\vec{E}_A$，電荷 B が作る電界$\vec{E}_B$とすると，合成電界$\vec{E}$は，2 つの電界の和として，図のように，$\vec{E} = \vec{E}_A+\vec{E}_B$ と表すことができる。2 つの電界$\vec{E}_A$ と$\vec{E}_B$ の大きさは等しいので($E_A = E_B = k\,Q/(2r^2)$)，合成電界$\vec{E}$の大きさ E は次のように得られる。

$$E = \sqrt{2}\,E_A = \sqrt{2}\;k\,Q/(2r^2).$$



→ ア 0，イ ①

（2） 合成電位 φ は電荷 A が作る電位$\varphi_A = kQ/(\sqrt{2}\,r)$と電荷 B が作る電位$\varphi_B = kQ/(\sqrt{2}\,r)$の和となるので，次のように得られる

$$\varphi = \varphi_A + \varphi_B = \sqrt{2}\,kQ/r.$$

→ ウ ④

領域８．磁気

1

（1） 磁束密度 B の中に導線が磁束密度と直角に置かれている。長さ a の導線に電流 I が流れている場合，導線が磁界から受ける力の大きさ F は次のように得られる。向きは電流を磁界に重なるように右ネジが進む向きとなる。

$$F = I\,B\,a = 2.5\times0.2\times0.01 = 5.0\times10^{-3}\ \text{N}.$$

→ ア 5， イ 0， ウ 3， エ ①

（2） コイルに N 極を近づけると，コイルを貫く下向きの磁束は増加するので，ファラデーの電磁誘導の法則より，磁束を減少させようとする円形電流がコイルに生じる。

→ オ ①， カ ①， キ ②

（3） 誘導起電力 V は，コイルの巻き数を n，コイルを貫く磁束を Φ として，磁束の時間変化 $\Delta\Phi/\Delta t$ 電を用いて，次のように得られる。

$$V = -n\,\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -30\times(4.0\times10^{-4}/0.05) = -2.4\times10^{-1}\ \text{V}.$$

→ ク 2， ケ 4

2

（1） 導線に電流を流していない状態では，地磁気の磁界により，N 極は北を指す。電流を流すと，導線の下に位置する磁針は北東を指す。つまり，電流 I によってできる磁界は東を向く。ということは右ネジの法則より，電流の向きは②となる。また，導線から距離 r 離れた地点での磁界の大きさ H は，$H = I/(2\pi r)$と表されるので，電流 I は次のように得られる。

$$I = 2\pi rH = 2\pi\times0.1\times18 = 11.309 \fallingdotseq 11\ \text{A}.$$

→ ア ②， イ 1， ウ 1

（2） 図より，$\tan 37° = H/H_0$ と表されるので，地磁気による磁界の大きさ H_0 は次のように得られる

$$H_0 = H/\tan 37° = H\cos 37°/\sin 37° = 18\times0.80/0.60 = 24\ \text{A/m}.$$

→ ⑤

領域 9. 微分積分を用いた力学

1

（1） 位置 x での力 $F(x)$は位置エネルギー$U(x)$を位置 x で微分することで得られるので，力 $F(x)=0$ となる位置を求める。

$$F(x) = -\frac{dU}{dx} = -mg - kx = 0. \rightarrow x = -mg/k.$$

→ ア ⑤

（2） 時刻 t での速度 $v(t)$は物体の位置 $x(t)$を時間微分することで得られる。

$$v(t) = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = b\,(1 - \exp(-t/a))$$

→ イ ④

（3） 微少仕事 dW は力$\vec{F}$と微少変位 d$\vec{r}$の内積で表される(d$W = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}$)。この問題では微少変位 d$\vec{r}$は動径方向については，半径 a が一定なので，円周方向の微少変位を扱う。円周方向の単位ベクトルを $\vec{e}_{\mathrm{r}}$ とすると，微少変位 $\mathrm{d}\vec{r} = a\,\mathrm{d}\theta\,\vec{e}_{\mathrm{r}}$ がと表すことができる。従って，仕事 W は微少仕事 dW を積分して次のように求められる。

$$W = \int \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r} = \int_0^{\pi/2} (-\mu mg \sin\theta)\cdot a\,\mathrm{d}\theta = \mu mga\,[\cos\theta]_0^{\pi/2} = -\mu mga.$$

→ ウ ⑦

2

（1） 与えられたⒶ式は，位置 $x(t)$は時間に関する微分方程式である。微分方程式の一般解は $x \sim \mathrm{e}^{\lambda t}$ と置き，微分方程式に代入することで得られる。特殊解は dx/dt = 0 と置くことで得られる。従って，位置 $x(t)$の解は，積分定数を b として，次のようにして得られる。

$$x(t) = \frac{m}{c}\,v_0 + b\,\mathrm{e}^{-ct/m}.$$

さらに，時刻 $t = 0$ での初期条件より，積分定数 b を求めることができ，次のように得られる。

$$x(t) = \frac{m}{c}\,v_0\,(1 - \mathrm{e}^{-ct/m}).$$

→ ア ②

（2） さらに，Ⓐ式を時間微分して加速度 a を求めて質量 m をかけると力 F が得られる。

$$F = ma = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -m\left(\frac{c}{m}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right) = -c\,v(t).$$

→ イ ④