H21年度実施（H22年1月13日）学習到達度試験（物理）の解答　　H22. 01. 27

領域１；速度・加速度・変位

$\boxed{1}$

（1）　東向きを$+x$ 方向とすると，電車 A の速度 v_A=12 m/s で，電車 B の速度 $v_B = -16$ m/s である。電車 A から見た電車 B の相対速度 v は，電車 A を基準とした電車 B の速度なので，次のように求められる。

$$v = v_B - v_A = (-16) - 12 = -28 \text{ m/s} \quad \to \quad \text{西向きに速さ}\ 28 \text{ m/s}$$

→　⑥

（2）　東向きを$+x$ 方向，北向きを$+y$ 方向とすると，電車 A の速度 $\vec{v}_A = (12, 0)$ m/s, 電車 B の速度 $\vec{v}_B = (0, 12)$ m/s と表される。従って，電車 A から見た電車 B の相対速度 $\vec{v}$ は次のように求められる。

$$\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A = (0, 12) - (12,0) = (-12,12) \text{ m/s} \quad \to \quad \text{北西方向へ速さ}\ 12\sqrt{2} \fallingdotseq 17 \text{ m/s}$$

→　④

$\boxed{2}$　時刻 t=0 での高さを y_0，初速度を v_0，重力加速度の大きさを g とすると，時刻 t における速度 v と位置 y は次のように表される。

$$v = v_0 - g\,t = 14.7 - 9.8\,t \qquad ①$$

$$y = y_0 + v_0\,t - g\,t^2/2 = 19.6 + 14.7\,t - 4.9\,t^2 \qquad ②$$

（1）　①式に $v = -4.9$ m/s を代入して求める。

$$-4.9 = 14.7 - 9.8\,t \quad \to \quad 9.8\,t = 19.6 \quad \to \quad t = 2.0 \text{ s}$$

→　$\boxed{ア}$ 2 ，　$\boxed{イ}$ 0

（2）　投げ上げた位置となるのは，位置 $y = y_0 = 19.6$ m を②式に代入して求める。

$$19.6 = 19.6 + 14.7\,t - 4.9\,t^2 \quad \to \quad 0 = 14.7\,t - 4.9\,t^2 = 4.9\,t\,(3 - t) \quad \to \quad t = 0\,,\,3 \text{ s}$$

従って，再び，同じ位置になるのは，3.0 秒後となる。

→　$\boxed{ウ}$ 3 ，　$\boxed{エ}$ 0

（3）　崖の下の地面では，位置 $y = 0$ となる。これを②式に代入して，落下時間 t を求める。

$$0 = 19.6 + 14.7\,t - 4.9\,t^2 \quad \to (\text{両辺を 4.9 で割り}) \to \quad 0 = t^2 - 3t - 4 = (t-4)(t+1)$$

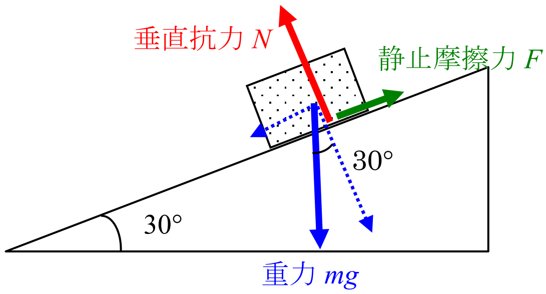
→　落下時間は 4.0 秒なので，これを①式に代入して求める。

$$v = 14.7 - 9.8 \times 4.0 = 14.7 - 39.2 = -24.5 \text{ m/s} \quad \to \quad \text{落下の速さは，24.5 m/s となる。}$$

→　$\boxed{オ}$ 2 ，　$\boxed{カ}$ 4 ，　$\boxed{キ}$ 5

領域２； 力のつり合いと運動方程式

1　斜面上の物体には図のように，重力，垂直抗力，静止摩擦力が働いている。物体は静止しているので，3 つの力はつり合っている。



(1)　斜面と垂直方向の力のつり合いから，垂直抗力の大きさ N を求める。

$0 = N - mg\sin 30° \quad \rightarrow \quad N = mg\sin 30° = 4.4 \times 9.8 \times \sqrt{3}/2 \fallingdotseq 37.3 \fallingdotseq 37\ \mathrm{N}$

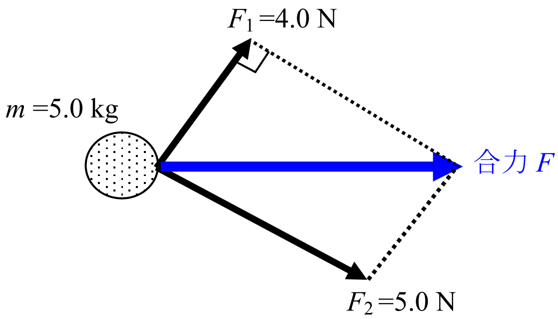
→ ア 3 ， イ 7

(2)　斜面方向の力のつり合いから，静止摩擦力の大きさ F を求める。

$0 = F - mg\cos 30° \quad \rightarrow \quad F = mg\cos 30° = 4.4 \times 9.8 \times 1/2 = 21.56 \fallingdotseq 22\ \mathrm{N}$

→ ウ 2 ， エ 2

2　2 つの力の合力は図のようになる。



(1)　合力の大きさ F は三平方の定理を使って求められる。

$$F = \sqrt{4.0^2 + 5.0^2} = \sqrt{41} = 6.403 = 6.4\ \mathrm{N}$$

→ ア 6 ， イ 4

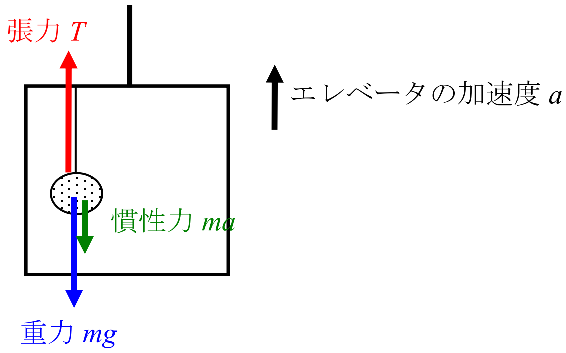
(2)　ニュートンの運動方程式を使って加速度 a が求められる。

$F = ma \quad \rightarrow \quad a = F/m = 6.4/5.0 = 1.28 \fallingdotseq 1.3\ \mathrm{m/s^2}$

→ ウ 1 ， エ 3

$\boxed{3}$　エレベータ内で物体をみると，物体には重力 mg，張力 T，慣性力 ma が働いている。ここで，慣性力の向きはエレベータが加速する向きと逆向きとなる。

(1)　エレベータは鉛直上向きに加速しているので，物体に働く慣性力は図のように下向きとなる。エレベータ内で物体をみると，物体は静止しているようにみえるので，力はつり合っている。従って，力のつりあいより，張力の大きさ T を求める。



$$0 = T - mg - ma \quad \rightarrow \quad T = m\,(g + a) = 2.0\times(9.8+1.0) = 21.6 \fallingdotseq 22\ \mathrm{N}$$

→ $\boxed{ア}$ 2 , $\boxed{イ}$ 2

(2)　エレベータは等速度運動しているので，物体には慣性力は働かない。従って，張力の大きさは重力の大きさと等しい。

$$T = mg = 2.0\times9.8 = 19.6 \fallingdotseq 20\ \mathrm{N}$$

→ $\boxed{ウ}$ 2 , $\boxed{エ}$ 0

領域３．　力学的エネルギー・衝突

$\boxed{1}$

（１）物体 A の質量を m_A，衝突前の物体 A の速さを v_A とする。衝突前の物体 A の運動量の大きさは次の式のように求められる。

$$m_A v_A = 3.0[\mathrm{kg}]\times 2.0[\mathrm{m/s}] = 6.0\ \mathrm{kg\ m/s}$$

→ $\boxed{ア}$ 6 ， $\boxed{イ}$ 0 ， $\boxed{ウ}$ ④

（２）衝突後の物体 A の速さを V，物体 B の速さを v_B'とすると，運動量保存則より，衝突後の物体 A の速さ V が求められる。

$$m_A v_A = m_A V + m_A v_B' \quad\rightarrow\quad 6.0 = 3V + 1.0\times 2.4 \quad\rightarrow\quad 3V = 3.6 \quad\rightarrow\quad V = 1.2\ \mathrm{m/s}$$

→ $\boxed{エ}$ 1 ， $\boxed{オ}$ 2

$\boxed{2}$

（１）ばね定数を k，ばねの縮んだ長さを x とすると，ばねの弾性エネルギーは，次の式のように求められる。

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\times(8.0\times 10^2)\times(0.1)^2 = 4.0\ \mathrm{J}$$

→ $\boxed{ア}$ 4 ， $\boxed{イ}$ 0

（２）小球がばねを離れた直後の速さを v とする。B を通過する速さとばねを離れた直後の速さは同じとなり，力学的エネルギー保存則を用いて，ばねを離れた直後の速さ v が求められる。

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 \quad\rightarrow\quad v = \sqrt{\frac{k}{m}}\,x = \sqrt{\frac{8.0\times 10^2}{0.5}}\times 0.1 = (4.0\times 10)\times 0.1 = 4.0\ \mathrm{m/s}$$

→ $\boxed{ウ}$ 4 ， $\boxed{エ}$ 0

（３）力学的エネルギー保存則より，高さ h が求められる。

$$\frac{1}{2}kx^2 = mgh \quad\rightarrow\quad h = \frac{4.0}{0.5\times 9.8} = 0.8163 \fallingdotseq 0.82\ \mathrm{m}$$

→ $\boxed{オ}$ 8 ， $\boxed{カ}$ 2

領域４；円運動・万有引力・単振動

1

（１） おもりには重力と張力が働く。重力は鉛直下向き，張力は糸に沿って上向きに働く。

→ ④

（２） おもりの周期 T は角速度 ω, 糸の長さ L, 重力加速度の大きさ g とすると, 次の式で表される。

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

この式より，周期には振幅 A とおもりの質量 m は関係しない。適当な選択肢を選ぶ。

→ $\boxed{ア}$ ②， $\boxed{イ}$ ①， $\boxed{ウ}$ ②， $\boxed{エ}$ ①

2

（１） ハッブル宇宙望遠鏡は人工衛星で，地球の周りをほぼ半径 r の円軌道で回っている半径 r は，地球の半径 R と地面からの高さ h との和となる。また，人工衛星が地球の周りを回る角速度 ω は，その周期 T を用いて，$\omega=2\pi/T$ より，向心力の大きさ F は次の式で表される。

$$F=m\,r\,\omega^2=m\,(R+h)\,(2\pi/T)^2$$

→ ⑤

（２） 万有引力の大きさ F は次の式で表される。

$$F=G\frac{mM}{r^2}=G\frac{mM}{(R+h)^2}=6.67\times10^{-11}\times\frac{1.1\times10^4\times6.0\times10^{24}}{(6.4\times10^6+6.0\times10^5)^2}=8.984\times10^4\ \mathrm{N}\fallingdotseq9.0\times10^4\ \mathrm{N}$$

→ $\boxed{ア}$ 9， $\boxed{イ}$ 0

（３） 上の 2 つの式を等号で結んで，周期 T を求める。

$$(2\pi/T)^2=GM/r^3 \quad\rightarrow\quad T=2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}=2\pi\times\sqrt{\frac{(7.0\times10^6)^3}{6.67\times10^{-11}\times6.0\times10^{24}}}$$

$$=2\pi\times\sqrt{8.571\times10^5}=2\pi\times\sqrt{85.71}\times10^2=58.16\times10^2\fallingdotseq6\times10^3\ \mathrm{s}$$

→ $\boxed{ウ}$ 6， $\boxed{エ}$ 3

領域５．　熱

1

（1）　熱平衡になったときの温度を T とし，熱量保存則を用いて，熱平衡温度 T が求められる。

$40\ [\mathrm{g}]\times 1\ [\mathrm{cal/(g\cdot K)}]\times(80-T)\ [\mathrm{K}] = 100\ [\mathrm{g}]\times 1\ [\mathrm{cal/(g\cdot K)}]\times(T-20)\ [\mathrm{K}]$

$\rightarrow\quad 140T = 5200 \quad\rightarrow\quad T = 37.14 \fallingdotseq 37$ ℃

→ $\boxed{ア}$ 3 ， $\boxed{イ}$ 7

（2）　気体に加える熱量を Q，外部から気体が受けた仕事を W とすると，気体の内部エネルギーの変化量 ΔU は熱力学第 1 法則を用いて，次のように求められる。

$\Delta U = Q + W = 4.8 + (-3.0) = +1.8\ \mathrm{J}$

→ $\boxed{ウ}$ ＋ ， $\boxed{エ}$ 1 ， $\boxed{オ}$ 8

2

（1）　理想気体が入っているので，理想気体の状態方程式（或いは，ボイル・シャルルの法則）を用いて状態 C の温度 T_C を求めることができる。

$$\frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{P_C V_C}{T_C} \quad \text{より，} \quad T_C = \frac{P_C V_C}{P_A V_A} T_A = \frac{1.5\times10^5 \times 2.0\times10^{-3}}{1.0\times10^5 \times 1.0\times10^{-3}} \times 2.5\times10^2 = 7.5\times10^2\ \mathrm{K}$$

→ $\boxed{ア}$ 7 ， $\boxed{イ}$ 5

（2）　状態 A→状態 B の過程は気体の体積が増加したので，気体はピストンに正の仕事をした。また，状態 B→状態 C の過程は気体の体積が一定なので，気体は仕事をしない。従って，状態 A→状態 B→状態 C の過程で，気体がピストンにした仕事 W は次のように求められる。

$W = P\,\Delta V = P\,(V_B - V_C) = 1.0\times10^5\ [\mathrm{N/m^2}] \times (2.0\times10^{-3} - 1.0\times10^{-3}\ [\mathrm{m^3}]\,) = +1.0\times10^2\ [\mathrm{N\,m} = \mathrm{J}]$

→ $\boxed{ウ}$ ＋ ， $\boxed{エ}$ 1 ， $\boxed{オ}$ 0

（2）　気体分子が最も激しく運動する状態は，気体の温度が最も高い状態である。理想気体の状態方程式（或いは，ボイル・シャルルの法則）より，温度 T が高いのは PV が大きい時である。従って，PV が最大となる状態は状態 C である。

→ ③

領域６．波動

1

（1） 異なる媒質に入射する場合でも振動数 f は変わらない。光の速さ v は，空気中から水中に入射すると，遅くなる。それに伴い，光の波長 λ は $v = f\lambda$ より，空気中から水中に入射すると，小さくなる。

→　⑤

（2） 光の速さと波長はともに，空気中よりガラスのほうがより小さな値をとる。従って，屈折の法則より，空気中からガラスに光が入射する場合は，入射角>屈折角，となる。

→　④

（3） 媒質 1 の光の速さを v_1，媒質 2 の光の速さを v_2 とし，光が媒質 1 から媒質 2 へ入射する場合，入射角を i，屈折角を r とすると，屈折の法則は次の式で表される。

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin i}{\sin r} = n_{1\to2}$$

ここで，$n_{1\to2}$ は媒質 1 に対する媒質 2 の屈折率で，絶対屈折率(真空に対する媒質 1 の屈折率 $n_1 = c/v_1$)を用いると，$n_{1\to2} = n_2/n_1$ と表すこともできる。

全反射を起こす臨界入射角 i_c の場合，屈折角 $r = 90°$ となるので，$\sin i_c = n_2/n_1$ が成り立つ。
問題文では媒質 1 がコア、媒質 2 がクラッドとなるので，上の式を用いてクラッドの絶対屈折率 n_2 を求める。　→　$n_2 = n_1 \sin i_c = 1.50\times\sin 81° = 1.4815 \fallingdotseq 1.48$

→　ア　1　，　イ　4　，　ウ　8

2

（1） この波は 1.6 秒で，8.0 m 進んだので，その速さ v は次の式で求められる。

$$v = x/t = 8.0/1.6 = 5.0 \text{ m/s}$$

→　④

（2） 入射波と固定端からの反射波がぶつかって定常波ができる。入射波と反射波の振幅は同じ 0.5 m なので，その合成波となる定常波の振幅は 1.0 m となる。

→　ア　1　，　イ　0

（3） 固定端では，定常波は節となる。入射波と反射波の波長はともに，8.0 m なので，節となる位置は, $x = 18, 14, 10, 6.0, 2.0, -2.0,$ ･･･ m の地点である。$x = 0$ m で定常波の変位が 0.2 m となる場合，$x = 2.0$ m は節の位置なので，変位 $\boldsymbol{y = 0.0}$ **m** となり，　$x = 4.0$ m では，$x = 0$ m と比べて半波長だけ，ずれているので，その変位 $\boldsymbol{y = -0.2}$ **m となる。**

→　ウ　⑨　，　エ　⑥

領域７．電気

1

（１） 直列つなぎでは，抵抗 R_1 を通過する電流と抵抗 R_2 を通過する電流は等しい。従って，AB 間の電圧 V_{AB} は，$V_{AB} = I R_1 = 0.4×3.0 = 1.2$ V　となる。A 点は B 点より電位が高いので，A 点の電位 V_A は次のようにして求められる。

$$V_A = V_B + V_{AB} = 1.0 + 1.2 = 2.2 \text{ V}$$

さらに，BC 間の電圧 V_{BC} は，　$V_{BC} = I R_2 = 0.4×5.0 = 2.0$ V　となる。C 点は B 点より電位が低いので，C 点の電位 V_C は次のようにして求められる。

$$V_C = V_B - V_{BC} = 1.0 - 2.0 = -1.0 \text{ V}$$

→ $\boxed{ア}$ ＋ , $\boxed{イ}$ 2 , $\boxed{ウ}$ 2

→ $\boxed{エ}$ − , $\boxed{オ}$ 1 , $\boxed{カ}$ 0

（２） 電流 I は，時間 t の間に通過する電気量を Q とすると，$I = Q/t$ となる。従って，通過する電気量 Q は，$Q = I t$ より求める。さらに，自由電子の相当数 N は次のように求められる。

$$N = \frac{Q}{|e|} = \frac{0.4[A] \times 2.0[s]}{1.6 \times 10^{-19}} = 5.0 \times 10^{18} \text{ 個}$$

→ ③

2

点 A にある電荷が点 C に作る電場を E_A，点 B にある電荷が点 C に作る電場を E_B とすると，その合成電場 E は，AC 間の距離を r_{AC}，BC 間の距離を r_{BC} とすると，次のように求められる。

$$E = E_A + E_B = k_0 \frac{q_A}{(r_{AC})^2} + (-k_0 \frac{q_B}{(r_{BC})^2}) = 9.0 \times 10^9 \left(\frac{1.5 \times 10^{-9}}{0.3^2} - \frac{4.0 \times 10^{-9}}{0.3^2} \right)$$

$$= -250 = -2.5×10^2 \text{ N/C}$$

→ $\boxed{ア}$ − , $\boxed{イ}$ 2 , $\boxed{ウ}$ 5

3

（１） コンデンサーにたくわえることができる電荷を Q，極板間の電圧を V，静電容量を C とすると，$Q = C V$　関係より，次のように求められる。

$$Q = C V = 4.3×10^{-12} \text{ [F]} × 70 \text{ [V]} = 301×10^{-12} ≒ 3.0×10^{-10} \text{ C}$$

→ $\boxed{ア}$ 3 , $\boxed{イ}$ 0

（２） 平行版コンデンサーの静電容量 C は，極板の面積を S，極板間の距離を d として，$C = ε_0 S/d$ と表されるので，極板間の距離 d は次のように求められる。

$$d = ε_0 \frac{S}{C} = 8.9×10^{-12} \text{ [F/m]} × \frac{2.4 \times 10^{-3} [m^2]}{4.3 \times 10^{-12} [F]} = 4.967×10^{-3} ≒ 5.0×10^{-3} \text{ m}$$

→ $\boxed{ウ}$ 5 , $\boxed{エ}$ 0 , $\boxed{オ}$ 3

(３)　電場の強さ E は，$E=V/d$ より，次のように求められる。

$$E=V/d=\frac{70[V]}{4.967\times10^{-3}[m]}=14.09\times10^{3}\fallingdotseq 1.4\times10^{4}\ [\mathrm{V/m=N/C}]$$

→　$\boxed{カ}$　１　,　$\boxed{キ}$　４

領域８．磁気

$\boxed{1}$　右ネジの法則より，磁場の向きは①の向きである。磁場の大きさ H は次のように求められる。

$$H = n\ \frac{I}{2r} = 10\times\frac{0.40[A]}{2\times 0.20[m]} = 10\ [\text{A/m}]$$

→ $\boxed{ア}$ 1 ， $\boxed{イ}$ 0 ， $\boxed{ウ}$ ①

$\boxed{2}$　ローレンツ力の定義式より，その大きさ F と向きを求める。

$$F = I\,B\,\ell\sin 150° = 1.5[\text{A}]\times 0.20[\text{Wb/m}^2]\times 0.30[\text{m}]\times(1/2) = 0.045 = 4.5\times 10^{-2}\,[\text{N}]$$

向きは③

→ $\boxed{ア}$ ③ ， $\boxed{イ}$ 4 ， $\boxed{ウ}$ 5

$\boxed{3}$　コイルの自己インダクタンスを L，コイルに流れる電流を I，発生する誘導起電力を V とすると，誘導起電力 V は，次の式で与えられる。

$$V = -L\frac{dI}{dt}$$

この式より，時刻 t が，$0\,[\text{s}] < t < 0.3\,[\text{s}]$では，電流 I が一定なので，誘導起電力 $V = 0\,[\text{V}]$,

$0.3\,[\text{s}] < t < 0.5\,[\text{s}]$では，誘導起電力の大きさ $V=1.2\,[\text{H}]\times\dfrac{0.4[A]}{0.5-0.3[s]} = 2.4\,[\text{V}]$，となる。

→ $\boxed{ア}$ 0 ， $\boxed{イ}$ 0

→ $\boxed{ウ}$ 2 ， $\boxed{エ}$ 4

$\boxed{4}$

（1）　電荷 q ，速度 $\vec{v}$ で動いている電子にはローレンツ力 $\vec{F}$ が働くので，次の式のように与えられる。

$$\vec{F} = q\,(\vec{v}\times\vec{B})$$

（図より，電子の速度 $\vec{v}$ と磁束密度 $\vec{B}$ の間の角度は 90°で，電子に働く力の向きは $-x$ 方向である。）

さらに，ニュートン運動の第 2 法則を用いて，電子に生じる加速度の大きさ a を求める。

$$a = \frac{|qvB|}{m} = \frac{(1.6\times 10^{-19})\times(5.0\times 10^{6})\times 0.40}{9.1\times 10^{-31}} = 3.516\times 10^{17} ≒ 3.5\times 10^{17}\ [\text{m/s}^2]$$

→ $\boxed{ア}$ 3 ， $\boxed{イ}$ 5

（2）　電子はこの状態では $-x$ 方向に曲げられるので，回転は xy 平面上で回転する。回転半径を r としている。また，1 周すると原点に戻るので，その回転の中心座標は$(-r\,, 0\,, 0)$となる。

→ ②