領域1;変位・速度・加速度

1

(1) 図より、速度は-x 軸より 60° となる向きなので、速度のx成分 v_x とy成分 v_y は速さvを用いて、次のように得られる。

$$v_x = -v \cos 60^\circ = -2.0 \times \frac{1}{2} = -1.0 \text{ m/s}, \quad v_y = v \sin 60^\circ = 2.0 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} = 1.732 \ = 1.7 \text{ m/s}$$

$$\rightarrow \qquad \boxed{7} - , \qquad \boxed{1} , \qquad \boxed{7} \quad 0, \qquad \boxed{\pm} + , \qquad \boxed{7} \quad 7$$

(2) 地面を基準にして、右向きを+x 方向、上向きを+y 方向とすると、物体 A の速度 \vec{v}_A と物体 B の速度 \vec{v}_B は、 \vec{v}_A = (0.0, 10) m/s、 \vec{v}_B = (10, 0.0) m/s と表される。物体 A に対する物体 B の相対速度 $\vec{v}_{A\to B}$ は、物体 A から見た物体 B の速度(物体 A を基準にした物体 B の速度)なので次のように得られる。

$$\vec{v}_{A\to B} = \vec{v}_B - \vec{v}_A = (10,0) - (0,10) = (10,-10) \text{ m/s}$$

x成分は正,y成分は負なので、この速度の向きは第 4 象限を向いた向きとなる。また、その速度の大きさ $v_{A\to B}$ は三平方の定理より、 $v_{A\to B}=\sqrt{10^2+(-10)^2}=\sqrt{200}=10\sqrt{2}=14.14$ = 14 m/s

(3) 上向きを+方向にとると、初速度 $v_0 = 24.5 \text{ m/s}$ 、加速度 $a = -g = -9.8 \text{ m/s}^2$ となり、時刻 t での速度 v は 次の式のように表される(ここで、重力加速度の大きさを g とした)。

$$v = v_0 - g t = 24.5 - 9.8 t$$

上向きに運動し続けるのは、速度 v が正から 0 になるまでである。 $\rightarrow v = 24.5 - 9.8 t = 0$

$$\rightarrow t = 24.5/9.8 = 2.5 \text{ s}$$

→ <a>□ 2 , <a>サ 5

表では、時刻 t と位置 x の関係が表されているので、②式に代入する。時刻 t=0 s を②式に代入すると、 $x=x_0=0$ m となる。これを用いて、時刻 t=1.0 s で位置 x=4.0 m、時刻 t=2.0 s で位置 x=10.0 m となるので、次の式が得られる。

$$4 = v_0 + a/2$$
 (3) $10 = 2 v_0 + 2 a$ (4)

上の2つ連立方程式を解くと、 $a = 2.0 \text{ m/s}^2$, $v_0 = 3.0 \text{ m/s}$ となる。

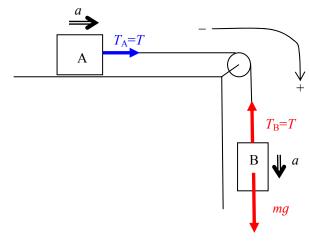
$$\rightarrow \qquad \boxed{ \ref{position} } \qquad 2 \; , \qquad \boxed{ \ref{position} } \qquad \boxed{ \ref{position}$$

(2) ①式に、上の(1)の答と時刻 t=6.0 s を代入すると、速度 v は、 $v=3.0+2.0\times6.0=15$ m/s となる。

領域2; 力の性質と運動方程式

1

- (1) フックの法則「F = kx」より、ばね定数 k は、 $k = \frac{F}{x} = \frac{10 \text{ N}}{2.5 \times 10^{-2} \text{ m}} = 4.0 \times 10^2 \text{ N/m}$ である。
 - → ア 4 , イ 0
- - → ウ 7 , エ 5
- (3) 圧力p は平面を押す力の大きさF と平面の面積S を用いて、「p = F/S」と表される。 従って、平面を押す全体の力の大きさF は、 $F = p S = 980 \times 10^2 \, \text{Pa} \times 5.0 \, \text{m}^2 = 4.9 \times 10^5 \, \text{N}$ である($\text{Pa}(パスカル) = \text{N/m}^2$)。
 - → オ 4 , カ 9
- ② 図のように物体 B には重力 Mg と糸の張力 T_B が、物体 A には糸の張力 T_A が働いている。張力 T_A と T_B は作用反作用の関係にある力なので、大きさが等しく($T_A = T_B = T$)、逆向きとなる。



(1) 質量 M の物体 A と質量 m の物体 B は糸で結ばれているので同じ加速度 a で運動する。図のよう に 2 つの物体が運動する方向を+とすると,2 つの物体において成立する運動方程式は次の式で与えられる。

物体A; Ma = T,

物体B; ma = mg + (-T).

- → ア ④ , イ ⑨
- (4) 上の2つの運動方程式より、加速度の大きさaは、a=mg/(M+m)=12g/20=0.6g となる。さらに、物体Aに関する運動方程式に代入する。張力の大きさ $T=Ma=8\times0.6g=4.8g=47.04$ \leftrightarrows 47 N.
 - → ウ 4 , エ 7

領域3. 力学的エネルギー・運動量

1

(1) 物体に加える力の向きと変位の向きは同じ水平方向なので、この力が物体にした仕事 W は、加える力の大きさを F、変位の大きさ(移動距離)を S とすると、 $W = F S \cos 0^\circ = 5.0 \times 2.0 \times 1 = 10 \text{ J}$ となる。従って、仕事率 P は、P = W/t = 10 J/4.0 S = 2.5 (W(ワット) = J/S)となる。

 \rightarrow \nearrow 2, \checkmark 5

(2) 2階の床を基準とした時、1階の床の高さhは、h = -5.0 m となるので、質量mの物体が持つ重力による位置エネルギーUは次のように得られる。

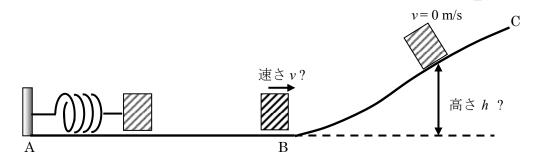
 $U = mg \ h = 2.0 \times 9.8 \times (-5.0) = -98 \ J.$

→ ウ -, エ 9, オ 8

(3) 質量mの物体が始め速さ v_0 で動いていた。その後、物体に力Fを時間 Δt の間加えられたら、速度vとなった。この時、始めに進む向きを正とすると、「力積 = 運動量の変化」の関係より力積 $F\Delta t$ は次のように得られる。

 $F\Delta t = mv - mv_0 = 0.12 \times (-30) - 0.12 \times 20 = -3.6 - 2.4 = -6.0 \text{ N s}.$ 従って、力積の大きさは、6.0 N s となる。

2 ばねが長さxのだけ縮んでいる時に、ばねが持っていた位置エネルギー(弾性エネルギー) $U_{\text{ #性力}}$ は物体がばねから完全に離れると、運動エネルギーKに変わる。さらに、なめらかな曲面を登り、最高地点では物体が持っていた運動エネルギーKは全て、重力による位置エネルギー $U_{\text{ 重力}}$ に変わる。



(1) 力学的エネルギー保存則より、「弾性エネルギー $U_{\text{弾性力}}=kx^2/2=$ 運動エネルギー $K=mv^2/2$ 」が成立するので、地点 B での速さv は次のように得られる。

$$v^2 = kx^2/m$$
, $\rightarrow v = x \sqrt{\frac{k}{m}} = 0.1 \times \sqrt{\frac{9.8}{0.05}} = 0.1 \times \sqrt{196} = 0.1 \times 14 = 1.4 \text{ m/s}.$

(2) さらに、力学的エネルギー保存則より、「弾性エネルギー $U_{\text{弾性力}}=kx^2/2=$ 最高点での重力による 位置エネルギー $U_{\text{重力}}=mgh$ 」が成立するので、最高点での高さhは次のようにして得られる。 $h=(tx^2/2)/(mx)=(0.8\times (0.1)^2/2)/(0.05\times 0.8)=0.005/(0.05=0.10 mx)$

 $h = (kx^2/2)/(m g) = (9.8 \times (0.1)^2/2)/(0.05 \times 9.8) = 0.005/0.05 = 0.10 \text{ m}.$

 \rightarrow 0 \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow

領域4;円運動・単振動・万有引力

1	
Τ.	

(1) 半径 r, 角速度 ω で等速円運動する物体に生じる加速度は円の中心方向を向き、その大きさ a は $\lceil a = r\omega^2
floor$ と表される。

$$a = r\omega^2 = 0.3 \times 2.0^2 = 1.2 \text{ m/s}^2$$
.



(2) グラフより、周期 T=0.2 s とわかる。従って、振動数 f は周期 T の逆数なので、次のように得られる。

$$f = 1/T = 1/0.2 = 5.0$$
 (Hz=1/s).



(3) 質量mの物体に働く重力の大きさはmgと表される(gは地表における重力加速度の大きさである)。一方、地球の半径(地球の中心から地表までの距離)R、地球の質量M、万有引力定数Gとすると、地表での万有引力の大きさは GmM/R^2 と表される。この2つを等式で結ぶことで、地表における重力加速度の大きさgは次のように表すことができる。

$$g = GM/R^2$$
.



- 時刻 t での単振動している物体の変位 x が $\lceil x = A \sin(\omega t) \rfloor$ と表される時,速度 v は $\lceil v = A\omega \cos(\omega t) \rfloor$ と、加速度 a は、 $\lceil a = -A\omega^2 \sin(\omega t) = -\omega^2 x \rfloor$ と表すことができる。
 - (1) 加速度 a は変位 x を用いて次のように表すことができる。

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t) = -\omega^2 (A \sin(\omega t)) = -\omega^2 x.$$



(2) 質量 m=2.0 kg の物体に力 F が働く時,運動方程式は「F=ma」と表すことができる。ここで,力 F は「F=-32x」,加速度 a は「 $a=-\omega^2x$ 」を代入すると,角振動数 ω は次のように得られる。 $-32x=-2\times\omega^2x \rightarrow \omega^2=32/2=16 \rightarrow \omega=4.0 \text{ rad/s}.$

$$\rightarrow$$
 \mathcal{T} 4, \mathcal{T} 0

領域5. 熱

1

(1) 理想気体では、ボイル・シャルルの法則(「pV/T = -定」;気体の圧力、体積、絶対温度をp, V, T と表す)が成立する。ここでは容器が硬いとあるので、体積V は一定として扱う。これをシャルルの法則(「p/T = -定」)と呼ぶ。始めの温度 $T_1 = 300$ K、始めの圧力 $T_2 = 1.00 \times 10^5$ Pa とし、終わりの温度 T_2 、終わりの圧力 $T_2 = 6.00 \times 10^4$ Pa なので、終わりの温度 T_2 は、次のように得られる。

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \rightarrow T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1} = 300 \times \frac{6.00 \times 10^4}{1.00 \times 10^5} = 300 \times 0.6 = 180 \text{ K}.$$

$$\rightarrow \qquad \boxed{7} \qquad 1, \qquad \boxed{4} \qquad 8, \qquad \boxed{4}$$

(2) 加えた熱量Qは電力量Pと時間tの積で、Q=Ptと表される。これが、質量mの水を全て蒸発させるのに要するので、蒸発熱をqとすると、mqに等しい。従って、水が全て蒸発するのに要した時間tは次のように得られる。

$$t = \frac{m \, q}{P} = \frac{2.0 \times 10^2 \times 2.3 \times 10^3}{10^3} = 4.6 \times 10^2 \, \text{s.}$$

$$\rightarrow \qquad \boxed{\pm} \qquad 4, \qquad \boxed{\dagger} \qquad 6$$

(3) 質量mの物体に熱量Qを加えたら、温度が ΔT 上昇した時、物体の比熱c は物体 1 g(グラム)の温度を 1 K 上昇させるのに必要な熱量なので、次のように得られる。

$$c = \frac{1}{m} \frac{Q}{\Delta T} = \frac{1}{2.7 \times 10^2} \frac{2.4 \times 10^3}{10} = \frac{2.4}{2.7} = 0.888 \ \ \ \approx \ \ 8.9 \times 10^{-1} \, \text{J/(g K)} \ .$$

2

(1) 外から気体に加える熱 ΔQ , 外から気体に加えた仕事を ΔW とすると,熱力学第 1 法則により, 気体の内部エネルギー変化 ΔU は, $\Delta U = \Delta Q + \Delta W$ と表される。気体の圧力 p が一定で気体の体積 変化を $\Delta V = V$ – V とする(V は終わりの体積で 1.2×0.1 $\mathrm{m}^3 = 0.12$ m^3)と外から気体に加えた仕事を ΔW は「 $\Delta W = -p \Delta V$ 」と表され,気体の内部エネルギー変化 ΔU は次のように得られる。

(2) 理想気体の内部エネルギーU は絶対温度 T に比例する。物質量 n mol,気体定数 R とすると,U = 3nRT/2 と表される。従って,1 K 上昇させるのに必要な内部エネルギーは「 $\Delta U/\Delta T = 3nR/2$ 」となる。一方,理想気体の状態方程式「pV = nRT」より,「nR = pV/T」を用いると次のように求めることができる。

$$\frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{3}{2} \frac{pV}{T} = \frac{3}{2} \frac{10^5 \times 0.10}{300} = 50 \text{ J/K}.$$

→ エ 5, オ 0

領域 6. 波動

1

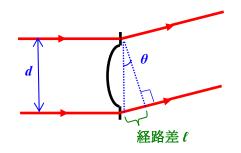
(1) 図より、この定常波の半波長が0.20 mであるので、波長 λ はこの2倍の0.40 mである。また、波の速さvは、波長 λ と振動数fを用いて、次のように得られる。

$$v = f\lambda = 50 \times 0.40 = 20 \text{ m/s}.$$
 \rightarrow ア 4, イ 0, $\dot{\mathcal{T}}$ 2, \mathbf{x} 0

(2) 図より、入射角 $i=45^\circ$ 、屈折角 $r=30^\circ$ なので、媒質 A に対する媒質 B の屈折率 $n_{A\to B}$ は次のよう に得られる。

$$n_{\text{A}\to\text{B}} = \sin i / \sin r = \sin 45^{\circ} / \sin 30^{\circ} = \frac{\sqrt{2}/2}{1/2} = \sqrt{2} = 1.414 = 1.4.$$

(3) 図より、2つの波の経路差が1波長(または1波長の整数倍)だけずれた時、波は位相がそろい強め合う。経路差 ℓ は、 $d \times \sin \theta$ となるので、 $\int d \sin \theta = \lambda$ 」がその条件となる。





- 2 2つの波源から出る波は「同位相」である。
 - (1) 点 P と点 A, 点 P と点 B の間の長さの差が波長 λ の整数倍なら波は強め合い,そのちょうど中間なら,波は弱め合う。

$$AP-BP=14-2=12=3\lambda/2$$
 → 弱め合う → 合成波の振幅は $0~cm$ → \ratheref{F} 0

(2) 同位相で波が発生する 4 つの波源と点 P までの距離は、AP=14 cm, BP=2 cm, CP=10 cm, DP=10 cm である。点 A と点 B から点 P に到達する波は、上の問(1)より、弱め合う。一方、点 C と点 D から点 P に到達する波は、CP-DP=0 cm となるので強め合う。従って、点 P における媒質の振幅は 2 cm となる。



領域 7. 電気

1

(1) 電場の大きさEの中に置かれた電荷qが受ける力の大きさFは「F=qE」と表される。従って,電場の大きさEは,次のように得られる。

 $E = F/q = 6.0 \times 10^{-5}/(2.0 \times 10^{-8}) = 3.0 \times 10^{-5+8} = 3.0 \times 10^{3} \text{ N/C}.$



(2) 電力量Pは電流Iと電圧Vの積で表され、発生する熱量Qは電力量Pと時間tの積となるので、熱量Qは次のように得られる。

(3) 抵抗 R_1 の両端の電位差(電圧)は IR_1 = 7.5 V である。従って、点 O での電位は 0 V なので、点 a での電位はこれより、7.5 V 上昇する。一方、電池の起電力は 9 V なので、点 b での電位は点 O と比べて、9-7.5=1.5 V 低い値となる。

C Mr.	、(, 9-7.3-1.3 V 風(個となる。)						
		\rightarrow	+	+,	ク	7,	ケ	5
		\rightarrow		_	+}	1.	3/	5

- 2 点 A と点 D 間の距離をx とする。
 - (1) 点 C における電位 φ_C は、点 A にある電荷によって点 C に作る電位 $\varphi_{A\to C}$ (点 A と点 C 間の距離 $x_{AC}=1.0$ m) と点 B にある電荷が点 C に作る電位 $\varphi_{B\to C}$ (点 B と点 C 間の距離 $x_{BC}=3.0$ m)の和で表される。従って、「合成電位 $\varphi_C=0$ 」となるので点 B にある電荷 $q_B=Q$ は次のように得られる。

(1) 同様に、点Dにおける電位 φ_D は、点Aにある電荷によって点Dに作る電位 $\varphi_{A\to D}$ と点Bにある電荷が点Dに作る電位 $\varphi_{B\to D}$ の和で表される。従って、「合成電位 φ_D =0」より、距離 x は次のように得られる

$$\varphi_{\rm D} = \varphi_{\rm A \to D} + \varphi_{\rm B \to D} = \frac{k \, q_{\rm A}}{x} + \frac{k \, q_{\rm B}}{2 - x} = k \times 2.0 \times 10^{-7} \left(\frac{-1}{x} + \frac{3}{2 - x} \right) = 0, \quad \to \quad x = 2/4 = 0.5 \text{ m}.$$

これを用いて、点Dでの合成電場を求める。点Dにおいて、点Aにある電荷が作る電場の向きは左向き、点Bにある電荷が作る電場の向きも左向きなので、点Dでの合成電場の大きさ E_D は次のように得られる。

$$E_{\rm D} = \frac{k |q_{\rm A}|}{x^2} + \frac{k |Q|}{(2-x)^2} = k \left(\frac{|q_{\rm A}|}{0.5^2} + \frac{|Q|}{1.5^2}\right) = 9.0 \times 10^9 \times 2.0 \times 10^{-7} \left(\frac{1}{0.5^2} + \frac{1}{1.5^2}\right) = 1.8 \times 10^3 \times (4+1.33)$$

$$= 9.599 \times 10^3 \implies 9.6 \times 10^3 \text{ N/C}.$$

領域8. 磁気

1

(1) 電流 I が流れる直線上の導線から長さ(半径)r における磁場の大きさ H は、アンペールの法則より、 $H=I/(2\pi r)$ と表されるので、磁場の大きさ H は下のように得られる。

$$H = \frac{I}{2\pi r} = \frac{7.5}{2\pi \times 0.5} = \frac{7.5}{\pi} = 2.387 = 2.4 \text{ A/m}.$$

 \rightarrow \nearrow 2, \checkmark

(2) 自己インダクタンスLに流れる電流iが時間変化した時に生じる誘導起電力Vは下のように得られる。

$$V = L \frac{di}{dt} = 3.0 \times 10^{-3} \times \frac{10 - 5}{0.25} = 3.0 \times 10^{-3} \times 20 = 60 \times 10^{-3} \text{ V} = 60 \text{ mV}.$$

→ ウ 6, イ 0

(3) 距離 r だけ離れている 2 つの平行な導線が真空の中にある。この 2 つの導線上を流れる電流を I_1 と I_2 とすると,長さ $\ell=1$ m の導線 1 に働く力の大きさ F はビオ・サバールの式より下のように得られる。

$$F = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi r} \ell = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{3\times 2}{2\pi \times 0.4} \times 1 = 2\times 10^{-7} \times \frac{6}{0.4} = 3.0\times 10^{-6} \text{ N}.$$

→ オ 3, カ

別解;

電流Iが流れている導線から距離rだけ離れている地点に作る磁束密度の大きさBは、

アンペールの法則より,次のように求められる。ightarrow「 $B=\mu_0 H=\mu_0 rac{I_2}{2\pi r}$ 」,

この磁束密度 B の中に電流 I_1 が流れる導線を置いた時、この導線の長さ $\ell=1$ m あたりに受ける力の大きさ F はローレンツ力の式より、「 $F=I_1B\ell$ 」と表せる。この式の磁束密度 B に上の式で求めた式を代入すると、下の式のようにビオ・サバールの式と同じ式となる。

$$F = I_1 \cdot \mu_0 \frac{I_2}{2\pi r} \ell = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi r} \ell$$

2

(1) 正の電荷 q を持つ荷電粒子が磁束密度 \vec{B} の中を速度 \vec{v} で進む場合に受けるローレンツカ \vec{F} は、 $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ と表される。従って,正の荷電粒子が進む向きは+y 方向と見なせるので,ローレンツカの向きは右ネジの法則より、+x 方向となる。さらに,磁場と電子の速度の向きは直交しているので,その大きさ F は下のように得られる。

$$F = q v B = 4.0 \times 10^{-6} \times 40 \times 2.5 \times 10^{-5} = 4.0 \times 10^{-9} \text{ N}.$$

 \rightarrow

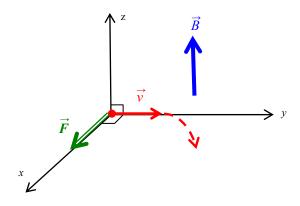
ア

4,

0

ゥ

1



(2) 荷電粒子は、始めにx方向の力を受けるのでその軌道はxy平面上で円運動を描く。



領域 9. 微分積分を用いた力学

1

(1) 下のように時刻 t での位置 x(t)は速度 v を時間 t で積分することで得られる。

$$x(t) = x(0) + \int_0^t v(t) dt = 0 + \int_0^t 2-3t^2 dt = 2t - t^3.$$

この式に時刻 t=1.0 s を代入することで得られる。

$$x(t=1 \text{ s}) = 2 \times 1.0 - 1.0^3 = 2.0 - 1.0 = 1.0 \text{ m}.$$

→ ア +, イ 1, ウ 0

(2) 下のように仕事WはカFを位置xで積分することで得られる。

$$W = \int_0^2 F(x) dx = \int_0^2 (-2+0.4x^3) dx = \left[-2x + \frac{0.4}{4}x^3 \right]_0^2 = -2 \times 2 + 0.1 \times 2^4 = -4 + 1.6 = -2.4 \text{ J.}$$

$$\rightarrow \qquad \boxed{\pm} \qquad - , \qquad \boxed{\pm} \qquad 2 , \qquad \boxed{\pi} \qquad 4$$

(3) 時刻tでの加速度a(t)は速度vを時間微分することで得られる。

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -20 \times e^{-t/2} \times \left(\frac{1}{2}\right) = 10 e^{-t/2}.$$

この式に時刻 t=2.0 s を代入することで得られる。

$$a(t = 2 \text{ s}) = 10 \text{ e}^{-2/2} = 10 \text{ e}^{-1} = 10/\text{e} = 10/2.72 = 3.676 = 3.7 \text{ m/s}.$$

 \rightarrow + + \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow

2

(1) 質量mの物体に外から力Fを加えたら、物体には加速度aが生じ、それらの間の関係として、ニュートンの運動式「ma=F」が成立する。従って、加速度aは時間の2階微分として表現できるので、運動方程式は下の式のようになる。

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx.$$

 \rightarrow 2

(2) 上の式を、「 $\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2x$ 」と変形すると(ここで、 $\omega^2 = k/m$ とした。これより、角速度 $\omega = \sqrt{k/m}$)、 その解として「 $x(t) = C_1 \sin(\omega t) + C_2 \cos(\omega t)$ 」が得られる。ここで、 C_1 と C_2 は初期条件より決まる 定数である。この問題では初期条件から、2 つの定数を「 $C_1 = A$, $C_2 = 0$ 」となるように選んだ。「位置 $x(t) = A \sin(\omega t)$ 」を時間で1階微分すると、速度 v(t)が得られる。 $v(t) = \frac{dx}{dt} = A \omega \cos(\omega t)$ 」と なるので、時刻 t = 0 s を代入すると、「初速度 $v_0 = A \omega$ 」が成立する。これより、「振幅 $A = v_0/\omega = v_0\sqrt{m/k}$ 」となる。

