H19年度実施（H20年1月11日）学習到達度試験（物理）の解答　H20.01.26

領域１；速度・加速度・変位

1

(1)　18 km/h ＝ 18×1000 m /3600 s ＝5.0 m/s ,

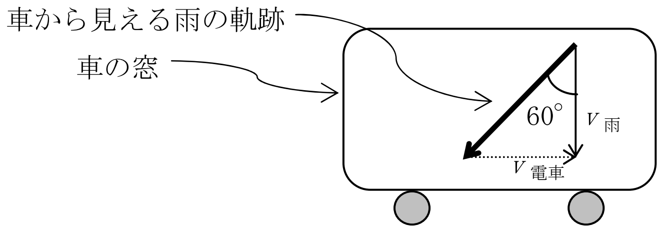
240 m/min ＝ 240 m/60 s ＝ 4.0 m/s ,　より

ア）18 km/h ＞ ウ）240 m/min ＞ イ）3.0 m/s　→　②

(2)　電車の窓から見える雨の軌跡は下の図の太線のようにみえる。さらに，

（止まっている場所での）雨の降る速さ＝ $v_{雨}$=5.0 m/s，電車の速さ＝ $v_{電車}$

を書き加えると以下のような図になる。



この図より，　$\tan 60° = v_{電車}/v_{雨}$　→ $v_{電車} = v_{雨}\tan 60°$ ≒8.66≒8.7 m/s .　→　⑤

(3)　ボールを鉛直上方へ投げてから t 秒後のボールの高さ y[m]（時刻 t=0秒での位置 y_0 =9.8 m, 初速度 v_0 =4.9 m/s とする）は以下の式のように表される。

$$y = y_0 + v_0 t - g t^2/2 = 9.8 + 4.9t - 9.8t^2/2 ,$$

地面における高さは y=0 [m]となるので，上式に代入し，両辺を 4.9 で割り整理すると，

$$0 = t^2 - t - 2 = (t-2)(t+1),$$

となる。求める解は投げてからの時間なので正となる。　t =2.0 秒　→　①

2　一直線上を動いている物体がある。この物体が時刻 t_1 の時，位置 x_1 にあった。その後，時刻 t_2 で位置 x_2 にあるとすると，平均の速度 v と中央時刻 t_v は以下の式のように表される。

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}, \qquad t_v = \frac{t_1 + t_2}{2},$$

上式を用いて計算すると，以下の表のようになる。

時刻 t [s]	1.0	2.0	3.0	5.0	7.0
位置 x [m]	5.0	8.0	9.0	5.0	-7.0

中央時刻 t_v [s]	1.5	2.5	4.0	6.0
平均速度 v [m/s]	3.0	1.0	−2.0	−6.0

(1)　上の表より，ふさわしいグラフを選ぶ。　→ ③

(2)　同様に, 加速度 a は以下のように計算される。(又は, v−t グラフの傾きより求める。)

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{1-3}{2.5-1.5} = -2.0 \quad \mathrm{m/s^2} \ .$$

→ $\boxed{ア}$ −　,　$\boxed{イ}$ 2　,　$\boxed{ウ}$ 0

領域２；　力のつり合いと運動方程式

$\boxed{1}$

(1)　天秤は質量を測る道具なので，地球と変わらないので 60g となる。　→　④

(2)　$\boxed{ア}$　作用・反作用の力なので「物体Ａから物体Ｂに与える力」　→　$\boxed{ア}$　④

(③の力は「物体Ｂから物体Ａに与える力」である。)

$\boxed{イ}$　③とついあいにある力は同じ物体Ａに働く力なので　→　$\boxed{イ}$　②

(つり合いの関係にある２つの力は同じ物体に働く力である。)

$\boxed{2}$

２つの物体 A と B は糸で結ばれているので同じ加速度 a をもつ。物体 A と B の質量を m_A，m_B，物体 A を右から引く力を F，物体 A と B の間に働く力の大きさを T　((物体 B により) 物体 A に働く力は左向きなので　$-T$　，(物体 A により) 物体 B に働く力は右向きなので $+T$　となる。(これらの２つの力は作用・反作用の関係にある力である。)) とすると，物体 A と物体 B において成立する運動方程式は

物体Ａでの運動方程式　　$m_A\ a = F + (-T)$ ，

物体Ｂでの運動方程式　　$m_B\ a = T$ ，

となる。これを解いて，加速度 a と物体 A と B の間に働く張力の大きさ T を求める。

上の２つの式の和をとり，以下のように求める。

$$(m_A+m_B)\ a=F, \quad \rightarrow \quad a=\frac{F}{m_A+m_B}=\frac{50}{10} = 5.0\ \mathrm{m/s^2}\ ,$$

$$T=m_B\ a\ = 20\ \mathrm{N}\ .$$

(1) → $\boxed{ア}$ 5 , $\boxed{イ}$ 0

(2) → $\boxed{ウ}$ 2 , $\boxed{エ}$ 0

$\boxed{3}$

斜面に沿った向きでの力の釣り合いを考える。
物体Bにかかる重力に対し，斜面に沿った向きの成分は，斜面下向きに大きき $m_B\ g\ \sin\theta$
となる。同様に，物体Aでも，斜面下向きに大きき $m_A\ g\ \sin\theta$ となる。
この2つの力の合成した成分が，物体Aにかかる静止摩擦力とつりあうので，以下の式がなりたつ。

斜面に沿った下向きの力＝斜面に沿った上向きの力（物体Ａにかかる静止摩擦力）

↓

$$m_B\ g\ \sin\theta\ +\ m_A\ g\sin\theta\ =\ \mu\ m_A\ g\cos\theta\ .$$

上式を変形することにより（左辺＝（m_B＋m_A）$g\ \sin\theta$ ，とまとめる）

$$\tan\theta\ =\ \mu\, m_A\ /\ (m_B+m_A)\ =\ 0.65\times 3\ /\ (3+1)\ =\ 0.4875\ ,$$

$\theta = \arctan(0.4875) \fallingdotseq 25.989^\circ \fallingdotseq 26^\circ$. → $\boxed{ア}$ 2 , $\boxed{イ}$ 6

<u>領域３．　力学的エネルギー・衝突</u>

$\boxed{1}$

(1)　仕事率の定義より，

仕事率 P＝仕事/要した時間＝$m\,g\,h/\ t$＝2×9.8×4/7＝11.2 W , → ⑥

(2)　仕事の定義より，

仕事 W＝力・変位＝$\vec{F}\cdot\vec{s}=F\ s\ \cos\theta$＝5×2×cos60° ＝ 5.0 J , → ③

(3)　力積＝運動量の変化分　より　→ $F\ \Delta t=m\ v'-m\ v$,　（ここでは右向きを＋とする）

上式を変形し，数値を代入して求める。

$$v'=v\ +\ \frac{F\,\Delta t}{m}\ = 3+(-12)\times 3/8\ =\ 3-4.5\ =\ -1.5\ \mathrm{m/s}\ ,$$
→ ⑤

2

(1)　おもりＢの位置を高さの基準点とする。　→　おもりＡの高さ＝$h_A = \ell(1-\cos\theta)$．
（ここで，ℓ ＝ひもの長さ，θ ＝ＡとＢの間の角度＝26° とする。）
力学的エネルギー保存則より，衝突前のおもりＡの速さを v_A とすると，

$$m_A g h_A = m_A v_A{}^2/2 \quad ,$$

となる。上式に数値を代入して速さ v_A を求める。

$$v_A = \sqrt{2\ g\ h_A} = \sqrt{2\times 9.8\times(1-\cos 26^\circ)} \approx \sqrt{2\times 9.8\times 0.10102} = \sqrt{1.9836}$$

≒ 1.408 ≒ 1.4 m/s ，　→　ア　1 ，　イ　4

(2)　衝突前後では，運動量保存則とはねかえり係数の関係式を用いる。

・運動量保存則より（ＡとＢは同じ質量なので）

$$m_A v_A = m_A v_A' + m_B v_B' \quad \rightarrow \quad v_A = v_A' + v_B' \quad , \qquad ①$$

・はねかえり係数 e は

$$e = \frac{v_B' - v_A'}{v_A} \quad e \quad \rightarrow \quad e\, v_A = v_B' - v_A' \quad , \qquad ②$$

上の①，②式より v_A' を求めると（①式－②式より），

$$v_A' = (1-e)\, v_A/2 = (1-0.72)\times 1.408/2 ≒ 0.197 ≒ 0.2\,\mathrm{m/s} \ ,$$

→　ウ　＋ ，　エ　0 ，　オ　2

領域４；円運動・万有引力・単振動

1

等速円運動における定義式より，

(1)　周期　T ＝ (2×60 s)/30 回＝ 4 s.　→　③

(2)　速さ $v = 2\pi r/T = 2\pi\times 6/4 ≒ 9.42$ m/s .　→　⑦

(3)　加速度の大きさ $a = r\omega^2 = 6\times(2\pi\times 0.25)^2 ≒ 14.8\ \mathrm{m/s^2}$.　→　⑦

$\boxed{2}$

(1)　グラフから，　周期　T = 8.0 秒（山と山の間の時間）とわかる。
従って，振動数 f は以下のように求められる。

$$f = 1/T = 1/8 = 0.125 \fallingdotseq 0.13\ \text{Hz}\ ,$$

→ $\boxed{ア}$　1　，　$\boxed{イ}$　3

(2)　速度 v の最大値（正の値）は 1 秒当たりの変位の変化率が最大となる時である。
（変位の値が－から＋になる時が変位の変化率が最大となる。）従って，グラフより，
時刻 t =7.5 秒の時が物体の速度が最大となる。　→　⑦

別解

時刻 t 秒における物体の変位 $y(t)$ は初期位相 θ_0 を用いて，以下の式のように表される。

$$y(t) = A\ \sin\left(2\pi\frac{t}{T} + \theta_0\right)\ .$$

ここで，A は振幅，T は周期，θ_0 は初期位相角である。グラフから，3 つの量を求め，上式に当てはめると，

$$y(t) = 0.04\ \sin\left(2\pi\frac{t+1/2}{8}\right) = 0.04\ \sin\left(\frac{1}{4}\pi t + \frac{1}{8}\pi\right)\ ,$$

となる。物体の速度 v は変位 y を時刻 t で微分して以下のように求められる。

$$v(t) = \frac{dy}{dt} = 0.01\pi\ \cos\left(\frac{1}{4}\pi t + \frac{1}{8}\pi\right)\ .$$

上式で速度 v が最大となるのは　$\left(\frac{1}{4}\pi t + \frac{1}{8}\pi\right) = 2\pi$ となる時である。従って
この式から，　$t = 7.5$ s ,　→　⑦

$\boxed{3}$

(1)　万有引力の大きさ $F = G\dfrac{mM}{R^2} \fallingdotseq 2.03\times10^{20}$ N $\fallingdotseq 2.0\times10^{20}$ N .

→ $\boxed{ア}$　2　，　$\boxed{イ}$　0

(2)　ここでは，向心力の原因が万有引力であるので，以下の式がなりたつ。

万有引力の大きさ$G\dfrac{m\ M}{R^2}$ ＝ 向心力の大きさ$\dfrac{m\ v^2}{R}$.

上式を変形して月の速さ v は

$v=\sqrt{\dfrac{F\ R}{m}}$ ≒ 1020 m/s ≒1.0×10^3 m/s . → $\boxed{ウ}$ 1 , $\boxed{エ}$ 0

領域５．　熱

$\boxed{1}$

(1)　位置エネルギーの変化分　＝（温度上昇に使われた）熱量

→ $m\,g\,h=m\,c\,\Delta\,T$ より，

温度上昇$\Delta\,T=g\,h/c$＝9.8×50/(4.2×10^3)≒ 0.1166 ℃ ≒ 0.12 ℃ .

→ $\boxed{ア}$ 1 , $\boxed{イ}$ 2

(2)　熱力学第一法則を適用し，$\triangle U=Q-P\triangle V$ となる。 → ⑥

(3)　ボイル・シャルルの法則より，体積 V＝一定なので，

$\dfrac{P_1}{T_1}=\dfrac{P_2}{T_2}$ → $P_2=\dfrac{T_2}{T_1}P_1$ ＝ 1.2×10^5 Pa . → $\boxed{ア}$ 1 , $\boxed{イ}$ 2

$\boxed{2}$

(1)　各々の熱容量は，(熱容量＝比熱×質量より)

60g の銅；60×0.38＝22.8 J/K ,

40g のアルミニウム；40×0.88＝35.2 J/K ,

50 g の鉄；50×0.44＝22 J/K .

従って，　熱容量の大小関係は　　「 アルミニウム＞銅＞鉄 → ③

(2)　最終的な熱平衡温度を t とし, 始めのアルミニウムの温度を t_1, 始めの水の温度を t_2とする。

熱量保存の法則より，　「 アルミニウムの失った熱量＝水の得た熱量 」を適用させて，

$m_1\,c_1(t_1-t)=m_2\,c_2(t-t_2)$,

$$t=\frac{m_1\ c_1\ t_1+m_2\ c_2\ t_2}{m_1\ c_1+m_2\ c_2}=\frac{100\times 4.2\times 20+100\times 0.88\times 90}{100\times 4.2+100\times 0.88}\ \fallingdotseq\ 32.13\ \fallingdotseq\ 32\ ℃\ .$$

→ $\boxed{ア}$ 3 , $\boxed{イ}$ 2

領域６．波動

$\boxed{1}$

(1)　時刻 t，位置 x における＋x 方向に進む波の変位 y は以下の式のように表される。

$$y=A\ \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+\theta_0\right)=A\ \sin(\omega t-kx+\theta_0)\ .$$

ここで，振幅 A，周期 T，波長 λ，初期位相 θ_0, 角速度 ω, 波数 k である。

この式と問題文の式を比較することで，角速度 $\omega=4\pi$ rad/s，波数 $k=\pi/2$ rad/m より

波の進む速さ $v=\omega/k=4\pi\times 2/\pi=8$ m/s .　→ ⑤

（または，$2\pi/T=4\pi$ → $T=0.5$ s，$2\pi/\lambda=\pi/2$ → $\lambda=4$ m より

$v=\lambda/T=4/0.5=8$ m/s .）

(2)　入射角 45°，屈折角 30° を屈折率 n_{12} の表す式に代入して

$$n_{12}=\frac{\sin\ 45°}{\sin\ 30°}=\frac{\sqrt{2}/2}{1/2}=\sqrt{2}\approx 1.4\ .$$

→ ②

(3)　定常波の腹の数が 1 ヶの時，　定常波の波長の半分＝弦の長さ

定常波の腹の数が 2 ヶの時，丁度，　定常波の波長の半分＝弦の長さの半分

（定常波の波長＝弦の長さ）

となる。これを拡張する。

（両端が節となる）定常波における波長 λ， λ' と弦の長さ L の関係は

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\lambda}{2}=\frac{L}{3}\ \ (\text{腹の数が}3\text{ヶ})\ \Rightarrow\ \lambda=\frac{2}{3}L\\&\frac{\lambda'}{2}=\frac{L}{4}\ \ (\text{腹の数が}4\text{ヶ})\ \Rightarrow\ \lambda'=\frac{2}{4}L\end{aligned}\right\}\Rightarrow\therefore\lambda-\lambda'=\frac{L}{6}.$$

→ ④

(4)　元の振動数 f_0 $(=V/\lambda_0)$，元の音源の速さ V，音源が観測者に近づく速さを u とすると観測者が観測する音の振動数 f は　音源が近づく場合のドップラー効果より（観測者が感じる波長が縮む），

$$f=\frac{音の元の速さ}{観測者が感じる見かけの波長}=\frac{V}{\lambda_0(1-u/V)}=\frac{V}{V-u}\cdot\frac{V}{\lambda_0}=\frac{V}{V-u}f_0 \ .$$

→ ①

2

スクリーン上の点O（点Oは明線となる）に最も近い明線となる地点を点Pとする。波源S_1から出た光と波源S_2から出た光が干渉し，点Pで明るくなる条件は光の経路の長さの差（光路差）が光の波長λと等しくなるとき（または整数倍）である。（$OP=\Delta x$, $BO=\ell$, $S_1S_2=d$とする）

光路差$=S_2P-S_1P=\lambda$ ，

三平方の定理より，（微少量δの時の近似式 $\sqrt{1+\delta} \fallingdotseq 1+\frac{1}{2}\delta$ を用いる。）

$$(S_2P)^2=(BO)^2+(OP+BS_2)^2 \quad \rightarrow \quad S_2P \fallingdotseq BO+\frac{1}{2}(OP+BS_2)^2/BO,$$

$$(S_1P)^2=(BO)^2+(OP-BS_1)^2 \quad \rightarrow \quad S_1P \fallingdotseq BO+\frac{1}{2}(OP-BS_1)^2/BO,$$

$$\Rightarrow \quad S_2P-S_1P \fallingdotseq OP(BS_2+BS_1)/BO=OP\cdot S_1S_2/BO=\Delta x\cdot d/\ell \ .$$

$$\rightarrow \quad 波長\lambda \fallingdotseq \Delta x\cdot d/\ell = 2.2\times10^{-3}\cdot 0.2\times10^{-3}/0.8 = 5.5\times10^{-7}\ \mathrm{m}\ .$$

→ ア 5 ， イ 5

領域７．電気

1

(1)　「 ②電気力線上の各点での法線の方向が，電場（電界）ベクトルの方向を表す。」が誤り。

正しくは，「電気力線上の各点での接線の方向が，電場（電界）ベクトルの方向を表す。」

→ ②

(2)　クーロンの法則より

$$E=k_0\frac{Q}{r^2}=9.0\times10^9\frac{2.0\times10^{-8}}{3.0^2}=20\ \ \mathrm{N/C}\ .$$

→ ④

2

合成コンデンサーC は直列つなぎなので　$\dfrac{1}{C}=\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}$ → $C=\dfrac{C_1 C_2}{C_1+C_2}=\dfrac{8}{6}\fallingdotseq 1.333\,\mu\text{F}$.

従って, 合成コンデンサー（各々のコンデンサー）に蓄えられる電気量$Q=CE=16\,\mu\text{C}$,
また，コンデンサーC_1はでの電圧V_1は$V_1=Q/C_1=16/2=8\text{ V}$ となる。
　コンデンサーC_1にかかる電圧V は8.0Vになるので蓄えられる静電エネルギーU は

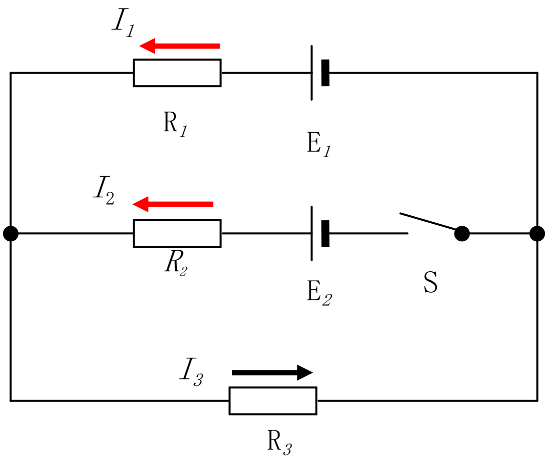
$$U=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}\cdot 2.0\times 10^{-6}\cdot 8.0^2=6.4\times 10^{-5}\ \text{J}.$$

→ $\boxed{\text{ア}}$ 6 , $\boxed{\text{イ}}$ 4

$\boxed{3}$

(1)　オームの法則より，$I=\dfrac{V}{R}=\dfrac{16}{20+20}=0.40$ A .　　→ ④

(2)　各抵抗に流れる電流の向きを右図のように仮定し，
キルヒホッフの法則を使う。



$$\begin{cases} I_1+I_2=I_3\ , & ①\quad（電流保存則より）\\ 20I_1-10I_2=16-4\ , & ②\quad（上側の閉会路で）\\ 10I_2+20I_3=4\ , & ③\quad（下側の閉回路で）\end{cases}$$

上の連立方程式を解いて求める。

・解き方
③式に①式を代入し，　$10I_2+20(I_1+I_2)=20I_1+30I_2=4$,　　④
上で求めた④式を使って，④式－②式より　$40I_2=-8$ → $I_2=-8/40=-0.2\text{A}$

④式より，$20I_1+(-6)=4$ → $I_1=10/20=+0.5\text{A}$ ，①式より，$I_3=I_1+I_2=0.3\text{A}$.

$I_2=-0.20\text{A}$，$I_3=0.30\text{A}$， → $I_1=+0.50\text{A}$.
→ $\boxed{\text{ア}}$ ＋ , $\boxed{\text{イ}}$ 5 , $\boxed{\text{ウ}}$ 0

・別解

上の①〜③式について，以下のように行列を用いて表現する。そして電流は，逆行列を使って求める。

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 20 & -10 & 0 \\ 0 & 10 & 20 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 12 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 20 & -10 & 0 \\ 0 & 10 & 20 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 0 \\ 12 \\ 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{-800}\begin{pmatrix} -200 & -30 & -10 \\ -400 & 20 & -20 \\ 200 & -10 & -30 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 12 \\ 4 \end{pmatrix} = \frac{-1}{800}\begin{pmatrix} -400 \\ 160 \\ -240 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ -0.2 \\ 0.3 \end{pmatrix} \text{A}.$$

領域８．磁気

1

(1)　東西方向に振っても，導線の輪を貫く地磁気の磁束は変化しないので電流は流れない　→ ③

(2)　図より，周期 $T=0.02$ s　→　振動数 $f=1/T=50$ Hz .

この回路におけるリアクタンス Z は,

$$Z = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times (100 \times 10^{-6})} = \frac{100}{\pi} \fallingdotseq 31.8\ \Omega \fallingdotseq 32\ \Omega.$$

→ $\boxed{ア}$ 3 ， $\boxed{イ}$ 2

2

ローレンツ力の定義式より,

$F = evB = 1.6 \times 10^{-19} \times 8.0 \times 10^{6} \times 1.5 = 1.92 \times 10^{-12}$ N.

→ $\boxed{ア}$ 1 ， $\boxed{イ}$ 9

3

(1)　アンペールの法則を用いて導線Aが導線 O の位置に作る磁場を求める。

導線Aによる磁場は紙面に対し表から裏の向きに, 大きさ H_{A} は

$$H_A = \frac{I_A}{2\pi\ r_{OA}} = \frac{5.0}{2\pi \times 2.0}\quad [\mathrm{A/m}],$$

となる。同様に導線Bによる磁場は，裏から表向きで大きさH_B は

$$H_B = \frac{I_B}{2\pi\ r_{OB}} = \frac{I_B}{2\pi \times 1.0}\quad [\mathrm{A/m}],$$

と求められる。よって，導線A，Bが導線Oの位置に作る合成磁場は，紙面の裏から表向きに，その大きさH は

$$H = H_B - H_A = \frac{1}{2\pi}(2.5 - I_B) = \quad 0.40\quad [\mathrm{A/m}],$$

となる。これを電流 I_B について解くと，

$I_\mathrm{B} = \ 0.8\pi + 2.5 = 5.013 \fallingdotseq 5.0$ A.　→ $\boxed{ア}$ 5 ，$\boxed{イ}$ 0

(2)　電流の受ける力の大きさF は

$F = I_0 \mu H \ell = I_0 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 0.40 \times 1.0 = 1.5 \times 10^{-6}$ [N]，

より，

$$I_0 = \frac{1.5 \times 10^{-6}}{4\pi \times 10^{-7} \times 0.40} \fallingdotseq 2.98 \fallingdotseq 3.0\ \mathrm{A}.$$

→ $\boxed{ウ}$ 3 ，$\boxed{エ}$ 0