H28年度実施（H29年1月12日(木)）学習到達度試験（物理）の解答

H29. 12.03

領域１；変位・速度・加速度

1

（1） 自由落下運動動の問題である．落下時間を t, 落下距離を y, 重力加速度の大きさを g とすると，次のように求めることができる。

$$y = gt^2/2 = 9.8\times10^2/2 = 490\ \mathrm{m} = 4.9\times10^2\ \mathrm{m}$$

→ **c**

（2） 船は川の流れに流されるので，合成速度 v は次のように求めることができる。

$$v = 4 - 2 = 2.0\ \mathrm{m/s}$$

→ **a**

（3） ある物体が加速度 a で距離 x だけ移動したとき，初速 v_0 から終速 v となった。これらの量の間には「$2ax = v^2 - v_0^2$」の関係式が成り立つ。静かに離した時は初速 $v_0 = 0$，終速 v=10 m/s，距離 x=20 m なので，加速度 a は次のように求めることができる。

$$a= (v^2 - v_0^2)/(2x)=(10^2 - 0^2)/(2\times20) = 2.5\ \mathrm{m/s^2}$$

→ **c**

2 斜方投射運動(初速 v_0 で水平から角度 θ で斜め上方向に投射)投げた時刻 t = 0 とし，水平方向を x 方向，鉛直下向きを y 方向とすると，投げてからの時刻 t での，水平投射運動速度の x 成分 v_x と y 成分 v_y は重力加速度の大きさを g として，次のように表される。

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos\theta \quad ① \qquad v_y = v_{0y} - gt = v_0 \sin\theta - gt \quad ②$$

さらに，投げた地点を原点として，時刻 t での位置の x 成分(水平方向の距離)と y 成分(鉛直方向の落下距離)は次のように表される。

$$x = v_{0x}t = v_0 \cos\theta\, t \quad ③ \qquad y = v_{0y}t - gt^2/2 = v_0 \sin\theta\, t - gt^2/2 \quad ④$$

ここで，v_0 = 98 m/s, θ = 30 °, g =9.8 m/s^2 とする。

（1） 最高点では，速度の y 成分 v_y = 0 となるので，②式より，次のように求めることができる。

$$v_y = v_{0y} - gt = 98 \sin 30° - 9.8t = 49 - 9.8t = 0 \rightarrow t = 49/9.8 = 5.0\ \mathrm{s}$$

→ **a**

（2） 投げた地点と同じ高さに達する落下時間は最高点に達するまでの時間の2倍なので10 秒後である。その時の水平距離は③式より，次のように求めることができる。

$$x = v_0 \cos\theta\, t = 98\times\cos 30°\times10 = 84.8\ \mathrm{m}$$

→ **d**

領域２；　力の性質と運動方程式

1

（1）ばねの伸び x，ばね定数 k，ばねの力(弾性力)の大きさ F，とすると，フックの法則「$F=kx$」の関係が成り立つので，次のように求めることができる。

$$F = kx = 30\ [\mathrm{N/m}] \times 0.5[\mathrm{m}] = 15\ \mathrm{N}$$

→　c

（2）ここで「作用反作用の力」は物体と床の間に働く力である。力$\vec{F}_1$は物体に働く重力，力$\vec{F}_2$は床が物体を持ち上げている垂直抗力，力$\vec{F}_3$は物体が床を押す力である。従って，作用反作用の力の組は，力$\vec{F}_2$と力$\vec{F}_3$である。

→　b

（3）点 O から点 B 側につり合いの地点までの距離を x とすると，力のモーメントがつりあうので，次のように求めることができる。

$$0.6\ [\mathrm{m}] \times 1.0\ [\mathrm{N}] = x\ [\mathrm{m}] \times 2.4\ [\mathrm{N}] \rightarrow \quad x = 0.6/2.4 = 1/4 = 0.25\ \mathrm{m}$$

→　a

2

（1）最大静止摩擦力の大きさ f は，静止摩擦係数 μ，垂直抗力の大きさ N とすると，「$f = \mu N$」の関係がなりたつ。物体が床に水平に置かれた場合，垂直抗力の大きさ $N =$ 重力の大きさ$= m\ g$ 向となるので，静止摩擦係数 μ は次のように求めることができる。

$$\mu = f/N = f/(m\ g) = 9.8/(2\times9.8) = 0.5$$

→　c

（2）物体は水平方向に加速度運動しているので, 運動方程式が成り立つ。加速度 a，ひく力の大きさ F，動摩擦力の大きさ $f' = \mu' N$ と(動摩擦係数 μ')とすると，次の運動方程式より，動摩擦係数 μ'は次のように求めることができる。

$$m\ a = F + (-f') = F - \mu' N \rightarrow \quad \mu' = (F - ma)/N = (F - ma)/(m\ g) = (7.9 - 2\times1.5)/(2\times9.8) = 0.25$$

→　b

領域３．　力学的エネルギー・運動量

1

（1）　地面を位置の基準として，地面からの高さ h に質量 m の物体があるとき，この物体が持つ重力による位置エネルギー U は次のように求めることができる。

$$U = m\,g\,h = 10 \times 9.8 \times 5.0 = 490\ \mathrm{J}$$

→　**a**

（2）　質量 m，速さ v で動いている物体が持つ運動エネルギー K は次のように求めることができる。

$$K = \frac{1}{2}\,m\,v^2 = \frac{1}{2} \times 4.0 \times (3.0)^2 = 18\ \mathrm{J}$$

→　**c**

（3）　衝突の前後では，「運動量保存則」が成立する。衝突前，質量 m_A の物体 A が速度 v_A で，質量 m_B の物体 B が速度 v_B で動いていて，衝突した。衝突後は，各々の速度が v'_A と v'_B となった。このとき，運動量保存則を表す式は「$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$」となる。これに適用し，次のように求めることができる。

$$m\,2u + 2m(-u) = m(-u) + 2m\,v'_B \ \rightarrow 2m\,v'_B = m\,u \qquad \rightarrow \quad v'_B = u/2$$

→　**d**

2

（1）　床の高さを位置エネルギーの基準にとると，床での運動エネルギーは，始めの力学的エネルギーと等しい。高さ h では速さが 0 なので，床での運動エネルギー K は次のように求めることができる。

$$K = \frac{1}{2}\,m\,v^2 = \text{始めの位置エネルギー} = mgh$$

→　**a**

（2）　さらに，物体が仕事 W を加えられた場合は「始めの力学的エネルギー ＋ 加えられた仕事 ＝ 終わりの力学的エネルギー」となる。これを今の場合に適用すると，「始めの位置エネルギー+摩擦力がした仕事 ＝ 終わりの運動エネルギー」が成立する。ここで，終わりの速さ $v'=v/2$，摩擦力の大きさ F'，摩擦力が働いた距離 $L=h/\sin\theta$ 点となるので，摩擦力の大きさ F' は，次のように求めることができる。

$$mgh + (-F'L) = \frac{1}{2}\,m\,v'^2 = \frac{1}{2}\,m\,(v/2)^2\ (=mgh/4) \rightarrow \quad F'L = 3mgh/4 \quad \rightarrow$$

$$F' = 3\,mgh/(4L) = 3mg\sin\theta/4$$

→　**c**

領域４；円運動・単振動・万有引力

$\boxed{1}$

（1） 等速円運動する物体の速度の向きは，「円の接線方向」，加速度の向きは「円の中心方向」となる。

→ 速度の向き **b**，加速度の向き **d**

（2） 時刻 t での単振動する物体の変位 $x(t)$は，振幅 A，周期 T，振動数 f $(=1/T)$とすると，下の式で表される。

$$x(t) = A\sin(\frac{2\pi}{T}t) = \mathrm{A}\sin(2\pi f t)$$

与えられた式と比べると，振幅 A=1 m，振動数 f = 2 Hz となる。

→ **b**

（3） 2 つの物体の質量 m と M，距離 R，万有引力定数 G とすると，2 つの物体間に働く万有引力の大きさ $F = G\dfrac{mM}{R^2}$ と表される。これに代入して，次のように求めることができる。

$$F = 6.7\times10^{-11}\times(60\times6.4\times10^{23})/(3.4\times10^{6})^2 = 2.22\times10^{-11+2+23-12} \fallingdotseq 2.2\times10^2 \text{ N}$$

→ **a**

$\boxed{2}$

（1） 半径 r，角速度 ω で等速円運動している物体の速さ v は，$v = r\omega$ の関係が成り立つので，次のように求めることができる。

$$v = r\omega = 0.5\times3 = 1.5 \text{ m/s}$$

→ **c**

（2） 半径 r，角速度 ω で等速円運動している物体の加速度の大きさ a は，$a = r\omega^2$ の関係が成り立つ。糸が切れる前までは，「張力の大きさ T = 向心力の大きさ $ma = m r\omega^2$」となるので，角速度 ω は次のように求めることができる。

$$T = m r\omega^2 \quad \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{T}{mr}} = \sqrt{\frac{4.5}{0.25\times0.5}} = \sqrt{36} = 6 \text{ rad/s}$$

→ **b**

領域５．　熱

$\boxed{1}$

（１） 比熱 c, 物質の質量 m, とすると物質全体の熱容量 C は,「$C = mc$」と表されるので，次のように求めることができる。

$$C = mc = 200\times0.45 = 90\ \mathrm{J/K}$$

→　**c**

（２） 理想気体で成立する状態方程式は「$pV=nRT$」より，体積 V は，次のように求めることができる。

$$V = nRT/p = \mathbf{20}\times8.3\times500/10^5 = 0.83\ \mathrm{m^3}$$

→　**b**

（３） 平行になった温度を t ℃とすると，熱量保存則より次のように求めることができる。

$$(240+200\times4.2)\times(t-20) = 100\times4.2\times(80-t) \quad\rightarrow\quad 1080t-21600 = 33600-420t \rightarrow$$
$$t = 55200/1500 = 36.8\ ℃$$

→　**b**

$\boxed{2}$

（１） 気体の圧力 p，気体の体積変化 ΔV とすると，気体が外部にした仕事 $\Delta W'$ は次のように求めることができる。

$$\Delta W' = p\,\Delta V = 3.0\times10^5\times(6.0\times10^{-3}-2.0\times10^{-3}) = 1.2\times10^3\ \mathrm{J}$$

→　**c**

（２） 外から気体に加える熱 ΔQ，外から気体に加えた仕事 ΔW と，気体の圧力 p，気体の体積変化 ΔV とすると，熱力学第 1 法則により，気体の内部エネルギー変化 ΔU は，$\Delta U = \Delta Q+\Delta W$ と表される。この問題では気体は外へ熱を放出したので，$\Delta Q = -6.6\times10^2$ J. また，理想気体の内部エネルギーU は絶対温度 T に比例するので，内部エネルギー変化 ΔU は等温過程では，$\Delta U = 0$ である。従って，外から気体に加えた仕事 ΔW は次のように求めることができる。

$$\Delta W = -\Delta Q = 6.6\times10^2\ \mathrm{J}$$

→　**b**

領域６．波動

1

（1） Bが「分散」で最もなじみがある。次に，Cは「偏光」，Aは「散乱」。

→ **c**

（2） 固定端での合成波の変位は恒に「0」となるので，山が入射したら，谷で反射される。反射波は図からｄとなる。

→ **d**

（3） 振動数 f, 波長 λ とすると，波の速さ v は，「$v = f\lambda$」なので，波の速さ v は次のように求めることができる。

$v = f\lambda = 1.5 \times 3 = 4.5$ m/s

→ **c**

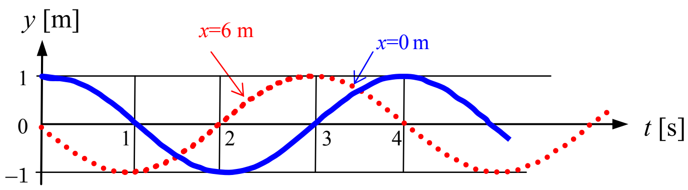
2

（1） 波は，距離 x_0 進むのに時間 t_0 だけ要したので，波の速さ $v = x_0/t_0$ で表される。波の速さ $v = 2$ m/s なので，時間 t_0 は次のように求めることができる。

$v = 2 = x_0/t_0 \rightarrow t_0 = x_0$ [m]/(2 [m/s]) = 0.5 x_0 [s]

→ **a**

（2） 位置 $x = 6$ m では，上の問より，時間遅れ $t_0 = 0.5x_0 = 3$ s となる。従って，位置 $x = 6$ m での波は位置 $x = 0$ m での波が 3 秒遅れてやってくる。上のグラフでの 3 秒前のグラフとなるような式を選ぶ(位置 $x = 6$ m では，時刻 $t = 3$ s において，波の変位 y が最大となるような波形を選ぶ) 。



図より，位置 $x = 6$ m での波の波形は，時刻 $t = 0$ から正の方向に右下がりのグラフとなるので，変位 y は，「 $y = -$(サインのグラフ) 」となる。

→ **c**

*別解

一般に，時刻 t，位置 x における周期 T，波長 λ で$+x$ 方向に進む波の変位 y は，振幅 A，初期位相 θ_0 を用いて下の式のように表される。

$$y = A\sin\left\{2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \theta_0\right\}$$

グラフより，位置 $x = 0$ [m]ではコサインのグラフとなるので，初期位相 $\theta_0 = \pi/2$ ととればよい。

従って，この波の変位 y を表す式は下の式で表される。また，グラフより振幅 $A = 1.0$ m, 周期 $T = 4.0$ s がわかる。さらに，波の進む速さ v，波長 λ，振動数 f ($=1/T$; T は周期)の関係は「$v = f\lambda$」となる。これより，波長 $\lambda = v/f = v\,T = 8.0$ m と求められ，これらを代入する。

$$y = A\sin\{2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \pi/2\} = A\cos\{2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})\} \quad = 1\cos\{2\pi(\frac{t}{4} - \frac{x}{8})\}$$

さらに，上式に位置 $x = 6$ m を代入し計算すると下の式が得られる。

$$y = \cos\{2\pi(\frac{t}{4} - \frac{6}{8})\} = \cos\{\frac{\pi t}{2} - \frac{3\pi}{2}\} = \cos(\frac{\pi t}{2})\cos(\frac{3\pi}{2}) + \sin(\frac{\pi t}{2})\sin(\frac{3\pi}{2}) = -\sin(\frac{\pi t}{2})$$

→ **c**

領域７．電気

1

（１） 導線 AB 間の電位差が 4 V あり，電池の起電力 2 V なので，抵抗 $R = 2\ \Omega$ の間の電位差が 2 V となる。従って，この抵抗を流れる電流 I は，「$V = I R$」より，電流 $I = V/R = 2/2 = 1$ A と求められる。

→ **a**

（２） 小球につないだ糸の長さを a とすると，導体小球の間の距離 $r = 2a \sin 30° = a$ となる。従って，導体小球 q_1 と q_2 の間に働くクーロン力の大きさ F は次のように求めることができる。

$$F = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2} = 9\times10^9\frac{(2\times10^{-5})^2}{2^2} = 9\times10^{-1}\ \mathrm{N}$$

→ **b**

（３） 電位差 V, 電極版間の距離 d の間の真空中の電界の大きさ E は次のように求めることができる。

$E = V/d = 100/(1\times10^{-2}) = 1.0\times10^4$ V/m

→ **d**

2

（１） 点電荷 Q からの距離 r での，点電荷が作る電位 φ は，「$\varphi = kQ/r$」となる。

$\varphi = kQ/r = \mathrm{k}Q/(na)$

→ **b**

（２） 合成電位 φ は電荷 A が作る電位 $\varphi_A = -kQ/((n+1)a)$ と電荷 O が作る電位 $\varphi_O = kQ/(na)$ の和となるので，次のように求めることができる。

$$\varphi = \varphi_A + \varphi_O = k\frac{Q}{a}\left(-\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n}\right) = k\frac{Q}{a}\frac{-n+n+1}{n(n+1)} = k\frac{Q}{a}\frac{1}{n(n+1)} \fallingdotseq k\frac{Q}{a}\frac{1}{n^2}$$

→ **a**

領域８．磁気

1

（1） 真空中の磁場 H と磁束密度 B の関係は、「$B = \mu_0 H$」と表される。

→ **a**

（2） 磁束密度 B の中に，磁場と角度 θ をなす向きに電荷 q の粒子が速さ v で入射したとき，粒子に働くローレンツ力の大きさ F は次のように求めることができる。

$$F = |q\,v\,B\sin\theta| = 1.6\times10^{-19}\times30\times2.0\times\sin 90° = 9.6\times10^{-18}\ \mathrm{N}$$

→ **c**

（3） 誘導起電力 V は，自己インダクタンス L，コイルに流す電流 I として，電流の時間変化 $\Delta I/\Delta t$ を用いて，次のように求めることができる。

$$V = L\frac{\Delta I}{\Delta t} = 0.5\times(4.0\times10^{-2}/(2.0\times10^{-3}) = 10\ \mathrm{V}$$

→ **c**

2

（1） 電流 I によってできる磁場の向きは右ネジの法則に従う。導線から距離 r 離れた地点での磁場の大きさ H は，$H = I/(2\pi r)$と表されるので，電流 I は 2 つの導線が作る磁場 H_A と H_B の合成なので次のように求めることができる。なお、紙面の裏から表の向きを+とする。

$$H = H_A+H_B= -I_A/(2\pi r_A) + I_B/(2\pi r_B)= -5/(4\pi) + 6/(4\pi)= 1/(4\pi) = 0.0795\ \mathrm{A/m}$$

合成磁場が正となる。

→ **a**

（2） 電流 I_O が流れている導線 1 m に働く力 f は次のように求めることができる。ここで，磁束密度 $B=\mu_0 H=4\pi\times10^{-7}\times1/(4\pi)= 1.0\times10^{-7}$ T であり，電流 I_O が流れている導線と磁束密度との間の角度 $\theta = 90°$ である。

$$f = I_O B\sin\theta = 5\times10^{-7}\times1= 5\times10^{-7}\ \mathrm{N/m}$$

→ **a**

領域 9．微分積分を用いた力学

$\boxed{1}$

（1） 時刻 t での速度 v は物体の位置 x を時間微分することで得られるので，位置 x は速度を時間で積分して求めることができる。

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \mathrm{e}^{2t} \quad \rightarrow \quad \int_{(0)}^{(t)} \mathrm{d}x = \int_0^t v\,\mathrm{d}t \quad \rightarrow x(t) - x(0) = \int_0^t \mathrm{e}^{2t}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\left[\mathrm{e}^{2t}\right]_0^t = \frac{1}{2}(\mathrm{e}^{2t} - 1)$$

$$x(t) = x(0) + \frac{1}{2}(\mathrm{e}^{2t} - 1) = 0 + \frac{1}{2}(\mathrm{e}^{2t} - 1)$$

→ **d**

（2） 加速度 a は速度 v を時間微分することで得られるので，次のように計算でき，さらに，時刻 t = 2 s を代入する。

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 12\,t \quad \rightarrow \quad a(t{=}2\ \mathrm{s}) = 12\times 2 - 24\ \mathrm{m/s^2}$$

→ **b**

（3） 仕事 W は微少仕事 dW = 力･微少変位 = F dx を積分して次のように求められる。

$$W = \int_0^2 F\cdot\mathrm{d}x = \int_0^2 (-4x + 10)\,\mathrm{d}x = \left[-2x^2 + 10x\right]_0^2 = (-8+20) - (0) = 12\ \mathrm{J}$$

→ **c**

$\boxed{2}$

（1） 速度 $\vec{v}(t)$ は位置 $\vec{r}(t)$ の時間微分によって求められる。

$$\vec{v}(t) = (v_x(t)\,,\,v_y(t)) = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\,,\,\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right) = (-4\sin(2\,t)\,,\,4\cos(2\,t))$$

さらに，速さ v は三平方の定理より，次のように求めることができる

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{16\,(\sin^2(2\,t) + \cos^2(2\,t))} = \sqrt{16\cdot 1} = 4\ \mathrm{m/s}$$

→ **c**

（2） 等速円運動しているので加速度の大きさ a = 8 m/s^2 となり，向心力の大きさ F は次のように求めることができる。

$$F = ma = 2\times 8 = 16\ \mathrm{N}$$

→ **d**