

問題 5.5

$\beta_\nu = \sigma_\nu / \kappa_c$ なので、(5.96) より

$$\begin{aligned} R_\nu &= \left[\frac{\sqrt{\frac{3\kappa_c}{\kappa_c + \sigma_\nu}} B_0 + B_1 \frac{\kappa_c}{\sigma_\nu + \kappa_c}}{\sqrt{\frac{3\kappa_c}{\kappa_c + \sigma_\nu}} + \frac{3}{2}} \right] \left[\frac{\sqrt{3} + \frac{3}{2}}{\sqrt{3}B_0 + B_1} \right] \\ &= \left[\frac{\sqrt{\frac{3}{1 + \beta_\nu}} + \frac{B_1}{B_0} \frac{1}{1 + \beta_\nu}}{\sqrt{\frac{3}{1 + \beta_\nu}} + \frac{3}{2}} \right] \left[\frac{\sqrt{3} + \frac{3}{2}}{\sqrt{3} + \frac{B_1}{B_0}} \right] \end{aligned}$$

$\beta_\nu = \beta_0 H(a, v)$ と書くと Voigt 関数を数値的に積分することで residual flux の値を求めることができる。 $a = 10^{-3}$ と仮定し、 $(B_1/B_0) = 1, 2, 3$ のそれぞれの場合について $\beta_0 = 1, 10, 100, 1000, 10^4$ のときの residual flux を v の関数としてプロットすると下のようになる。 $\beta_\nu = \sigma_\nu / \kappa_c$ が大きくなるにつれて $v = 0$ での R_ν が 0 に近づいているのがわかる。

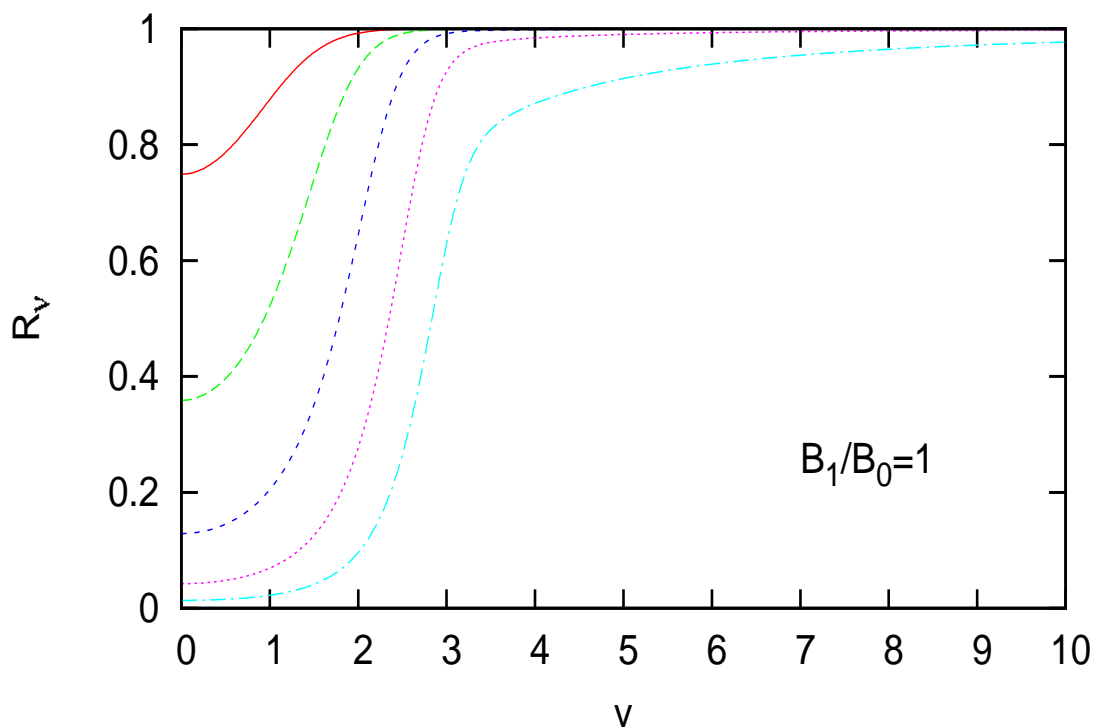


図 1: $B_1/B_0 = 1$ のとき

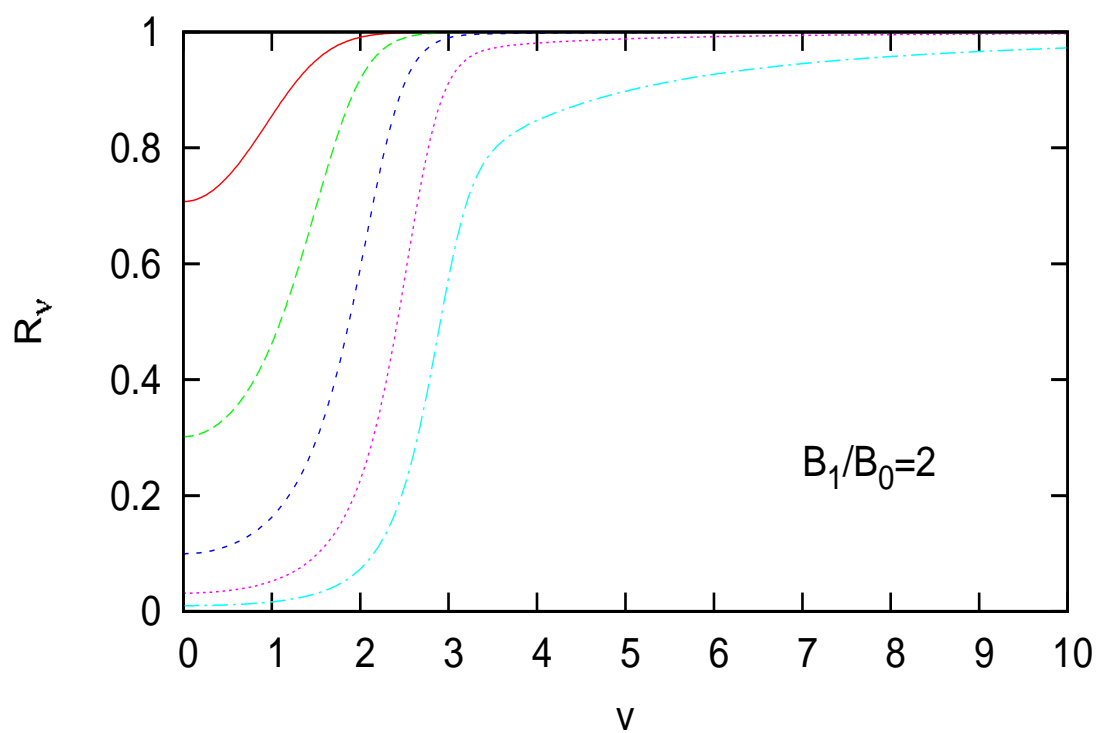


図 2: $B_1/B_0 = 2$ のとき

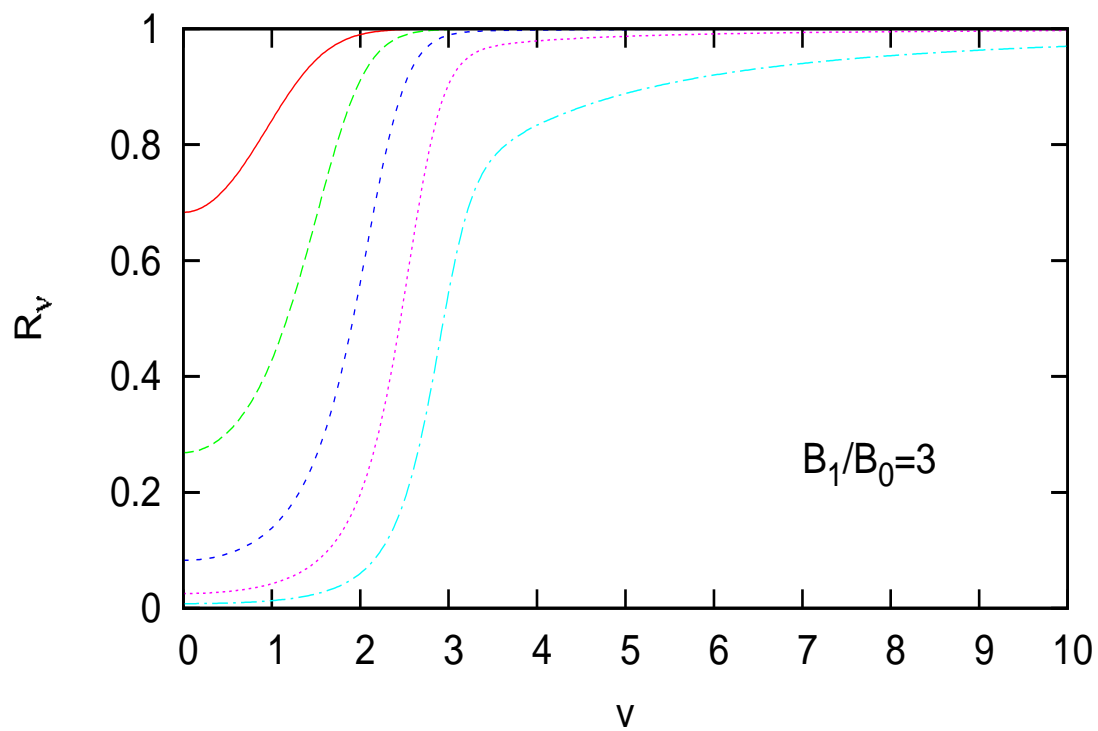


図 3: $B_1/B_0 = 3$ のとき

問題 5.6

吸収過程だけなので $\beta_\nu = \kappa_\nu / \kappa_c$ であるから、(5.97) より

$$\begin{aligned} R_\nu &= \frac{\sqrt{3}B_0 + B_1 \frac{\kappa_c}{\kappa_\nu + \kappa_c}}{\sqrt{3}B_0 + B_1} \\ &= \frac{\sqrt{3} + \frac{B_1}{B_0} \frac{1}{1 + \beta_\nu}}{\sqrt{3} + \frac{B_1}{B_0}} \end{aligned}$$

問題 5.5 と同様に Voigt 関数を積分して R_ν を計算し、種々の場合にプロットすると以下ようになる。吸収過程だけの場合は $\beta_\nu = \kappa_\nu / \kappa_c$ を大きくしていくと $\nu = 0$ での値は有限でありスペクトル線の形は短冊形に近づいているのがわかる。

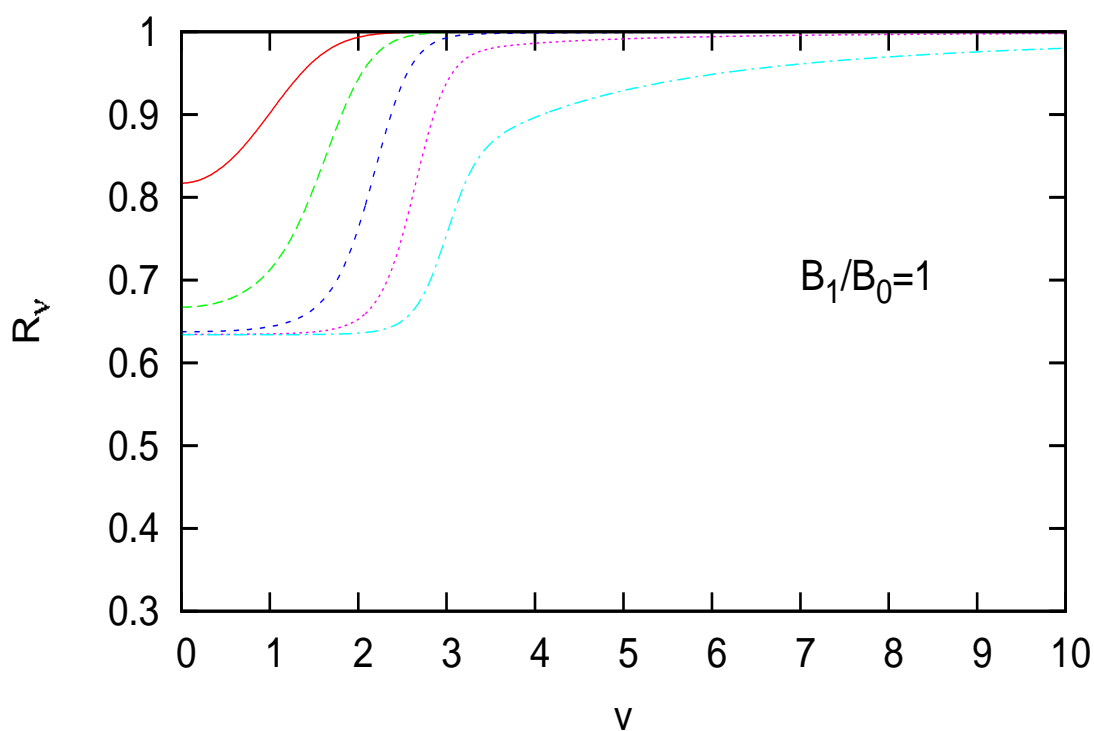


図 4: $B_1/B_0 = 1$ のとき

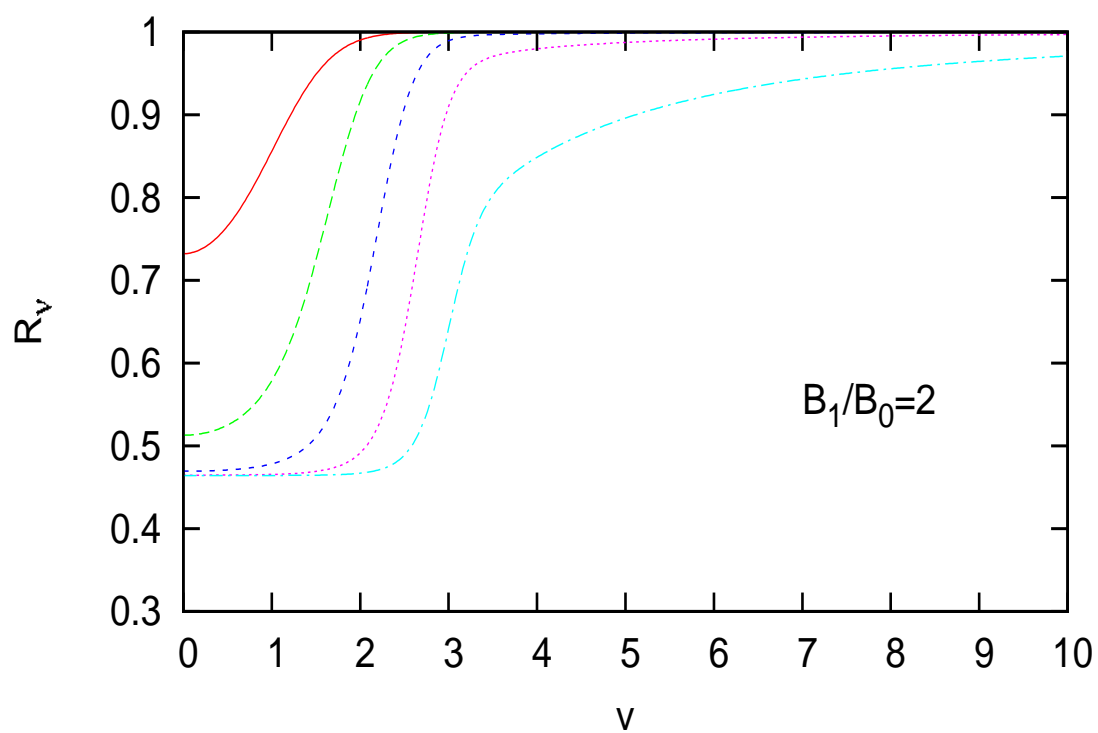


図 5: $B_1/B_0 = 2$ のとき

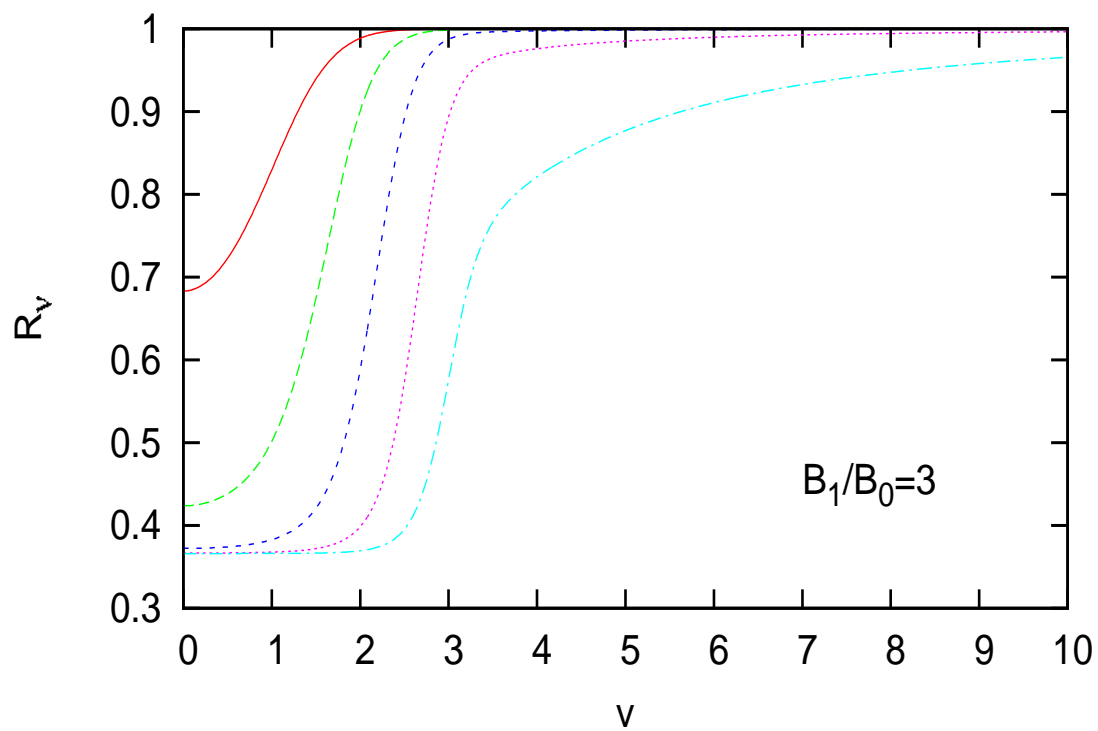


図 6: $B_1/B_0 = 3$ のとき