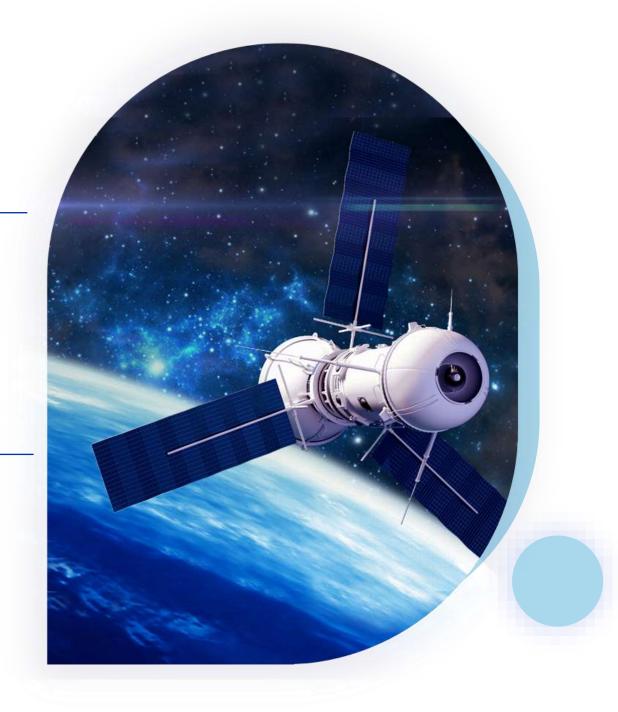
## 专题04 万有引力定律 及其应用









#### 考点一 开普勒行星运动定律 万有引力定律的理解

真题研析・核心提炼・题型特训

考点二 万有引力定律综合应用 天体质量和密度

真题研析・核心提炼・题型特训

考点三 宇宙速度 天体、卫星运行参数及规律 同步卫星

真题研析・核心提炼・题型特训

考点四 卫星变轨、对接、追及相遇问题 双星问题

真题研析・核心提炼・题型特训

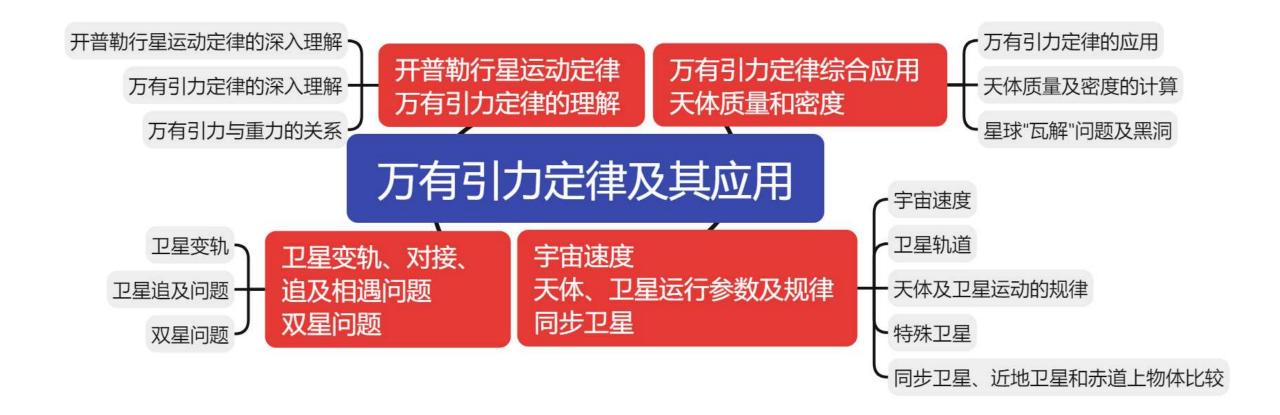


### 考情分析

考情分析 	
命题规律及方法指导	<ul><li>1.命题重点考查平抛运动、圆周运动等运动特点和动力学规律</li><li>2.常用方法:构建模型、分析和推理,两个模型(天上模型:万有引力提供向心力规律来分析天体运动问题;地上模型:万有引力等于重力(忽略自转)),比例法分析问题.</li><li>3.常考题型:选择题,计算题.</li></ul>
命题预测	本专题属于热点内容; 高考命题主要以选择题的形式出现,多以航天技术为背景,因此要多关注我国 航空航天技术发展的最新成果,。



### 网络构建





# 考点一 开普勒行星运动定律 万有引力定律的理解

真题研析・規律探寻

核心提炼・考向探究

- 1. 开普勒行星运动定律的深入理解
- 2. 万有引力定律的深入理解
- 3. 万有引力与重力的关系

■题型特训・命题预测

### 真题研析·规律探寻

例1 (2021•全国•高考真题)2021年2月, 执行我国火星探测任务的"天 问一号"探测器在成功实施三次近火制动后,进入运行周期约为 1.8×10<sup>5</sup>s的椭圆形停泊轨道,轨道与火星表面的最近距离约为  $2.8 \times 10^5$  m。已知火星半径约为 $3.4 \times 10^6$  m,火星表面处自由落体的加 速度大小约为3.7m/s<sup>2</sup>,则"天问一号"的停泊轨道与火星表面的最远 距离约为 (C)

A.  $6 \times 10^5 \text{m}$  B.  $6 \times 10^6 \text{m}$  C.  $6 \times 10^7 \text{m}$  D.  $6 \times 10^8 \text{m}$ 

【考向】开普勒第三定律

### 解析

忽略火星自转则 $\frac{GMm}{R^2} = mg$ ,可知 $GM = gR^2$ 。设与为  $1.8 \times 10^5$ s 的椭圆形停

泊轨道周期相同的圆形轨道半径为, 由万有引力提供向心力可知

$$\frac{GMm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$$
, 设近火点到火星中心为 $R_1 = R + d_1$ , 设远火点到火星中心为

$$R_2 = R + d_2$$
,由开普勒第三定律可知  $\frac{r_3}{T^2} = \frac{(\frac{R_1 + R_2}{2})^3}{T^2}$ ,由以上分析可得  $d_2 \approx 6 \times 10^7 \text{ m}$  。

故选C。

例2 (2023•山东•统考高考真题)牛顿认为物体落地是由于地球对物体的吸引,这种吸引力可能与天体间(如地球与月球)的引力具有相同的性质、且都满足  $F \propto \frac{Mm}{r^2}$ 。已知地月之间的距离r大约是地球半径的60倍,地球表面的重力加速度为g,根据牛顿的猜想,月球绕地球公转的周期为(C)

**A.** 
$$30\pi\sqrt{\frac{r}{g}}$$
 **B.**  $30\pi\sqrt{\frac{g}{r}}$  **C.**  $120\pi\sqrt{\frac{r}{g}}$  **D.**  $120\pi\sqrt{\frac{g}{r}}$ 

#### 解析

设地球半径为 R, 由题知, 地球表面的重力加速度为 g, 则有  $mg = G \frac{M_{\pm}m}{R^2}$ ,

月球绕地球公转有
$$G\frac{M_{ ext{th}}m_{ ext{H}}}{r^2}=m_{ ext{H}}\frac{4\pi^2}{T^2}r$$
,  $r=60R$ , 联立有 $T=120\pi\sqrt{\frac{r}{g}}$ 。

故选C。

例3(2021•山东•高考真题)从"玉兔"登月到"祝 融"探火,我国星际探测事业实现了由地月系到 行星际的跨越。已知火星质量约为月球的9倍,半



径约为月球的2倍, "祝融"火星车的质量约为"玉兔"月球车的2倍。 在着陆前, "祝融"和"玉兔"都会经历一个由着陆平台支撑的悬停 过程。悬停时,"祝融"与"玉兔"所受陆平台的作用力大小之比为 (B)

A. 9:1 B. 9:2

C. 36:1

D. 72:1

【考向】万有引力定律的简单应用

### 解析

悬停时所受平台的作用力等于万有引力,根据 $F = G \frac{mM}{R^2}$ ,

可得
$$\frac{F_{\text{祝融}}}{F_{\text{\ti}}}}}}}} = \frac{9}{2}} \times 2}} \cdots 2}}} \cdots 2}}} \cdots \end{2}} \end{2}}}$$

故选B。

### 开普勒行星运动定律的深入理解

- 1) 由开普勒第二定律可得 $\frac{1}{2}v_1\Delta tr_1 = \frac{1}{2}v_2\Delta tr_2$ ,解得 $\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_2}{r_1}$ ,即行星在两个位置的速度之比与到太阳的距离成反比,近日点速度最大,远日点速度最小.
- 2) 当比较一个行星在椭圆轨道不同位置的速度大小时,选用开普勒第二定律;当比较或计算两个行星的周期问题时,选用开普勒第三定律.

### 万有引力定律的深入理解

- 1) 两物体相互作用的万有引力是一对作用力和反作用力
- 2) 推论
- ①推论1: 在匀质球壳的空腔内任意位置处,质点受到球壳的各部分万有引力的合力为零,即 $\sum F_{3l} = 0$ .
- ②推论2: 在匀质球体内部距离球心r处的质点(m)受到的万有引力等于球体内半径为r的同心球体(M')对它的万有引力,即 $F = G \frac{M'm}{r^2}$ .

### 万有引力与重力的关系

- 1)地球对物体的万有引力F表现为两个效果:一是重力mg,二是提供物体随地
  Mm
- 球自转的向心力F向, ③一般位置:  $G\frac{Mm}{R^2} = mg + m\omega^2 r$ .
  - ①在赤道上:  $G\frac{Mm}{R^2} = mg + m\omega^2 R$ . ②在两极上:  $G\frac{Mm}{R^2} = mg$ .

式中r为物体到地球转轴的距离。越靠近南、北两极,向心力越小,g值越大,由于物体随地球自转所需的向心力较小,常认为万有引力近似等于重力,即 $G\frac{Mm}{R^2}=mg$ 

2) 星球上空的重力加速度g'

星球上空距离星体中心r=R+h处的重力加速度为g', $G\frac{Mm}{(R+h)^2}=mg'$ ,得.所以  $g'=\frac{GM}{(R+h)^2}$ ,  $\frac{g'}{g}=\frac{R^2}{(R+h)^2}$  式中g为地球表面附近重力加速度.

- 1. (2023•海南省直辖县级单位•文昌中学校考模拟预测) 2021年2月, 执行我国火星探测任务的"天问一号"探测器在成功实施三次近火制动 后,进入运行周期约为的椭圆形停泊轨道。根据开普勒行星运动定律 ,下列说法正确的是( *C* )
  - A. 太阳位于火星运行轨道的中心

  - C. 相同时间内, 火星与太阳中心的连线扫过的面积相等
  - D. 火星轨道半长轴的二次方与其公转周期的三次方的比值是定值

### 解析

- A. 由开普勒第一定律(轨道定律)可知,太阳位于火星运行椭圆轨道的一个焦点上,故A错误;
  - B. 火星绕太阳运行的轨道是椭圆,运行速度的大小是变化的,故B错误;
- C. 由开普勒第二定律(面积定律)可知,火星与太阳中心连线在相同的时间内扫过的面积相等,故C正确;
- D. 根据开普勒第三定律(周期定律)可知,火星轨道的半长轴的三次方与它公转周期的平方的比值是一个常数,故D错误。

故选C。

2. (2023•湖南•统考模拟预测)2023年7月10日,经国际天文学联合会小行星命名委员会批准,中国科学院紫金山天文台发现的、国际编号为381323号的小行星被命名为"樊锦诗星"。如图所示,"樊锦诗星"绕日运行的椭圆轨道面与地球圆轨道面间的夹角为20.11度,轨道半长轴为3.18天文单位(日地距离为1天文单位),远日点到太阳中心距离为4.86天文单位。若只考虑太阳对行星的引力,下列说法正确的是(C)

- A. "樊锦诗星"绕太阳一圈大约需要2.15年
- B. "樊锦诗星"在远日点的速度大于地球的公转速度
- $\mathbb{C}$ . "樊锦诗星"在远日点的加速度与地球的加速度大小之比为 $\frac{1}{4.86^2}$
- **D.** "樊锦诗星"在远、近日点的速度大小之比为 $\frac{4.86}{1.5}$

### 解析

- A. 根据开普勒第三定律有 $\frac{r_{11}^3}{T_{11}^2} = \frac{r_{22}^3}{T_{12}^2}$ ,解得 $T_{22} \approx 5.67$ 年,故A错误;
- B. 根据万有引力提供向心力可知 $G\frac{Mm_{!!}}{r_{!!}^2} = m_{!!} \frac{v_{!!}^2}{r_{!!}}$ ,则地球公转速度 $v_{!!} = \sqrt{\frac{GM}{r_{!!}}}$ ,
- "樊锦诗星"在远日点做向心运动 $G\frac{Mm_{lambda}}{r_{ ilde{ ilde{L}}}^2}>m_{lambda}rac{v_{ ilde{ ilde{L}}}^2}{r_{ ilde{ ilde{L}}}^2},则"樊锦诗星"在远日点的速度$
- $v_{tz} < \sqrt{\frac{GM}{r_{tz}}}$ ,由于 $r_{tz} > r_{td}$ ,所以"樊锦诗星"在远日点的速度小于地球的公转速

度, 故B错误;

### 解析

- C. 根据牛顿第二定律可知 $G\frac{Mm}{r^2} = ma$ , "樊锦诗星"在远日点的加速度与地球的加速度大小之比为 $\frac{a_{ii}}{a_{iii}} = \frac{r_{iii}^2}{r_{iii}^2} = \frac{1}{4.86^2}$ , 故 C 正确;
- D. 轨道半长轴为 3.18 天文单位,远日点到太阳中心距离  $r_{\varpi}=4.86$  天文单位,则近日点到太阳中心距离  $r_{\varpi}=1.5$  天文单位,对于"樊锦诗星"在远日点和近日点附近很小一段时间  $\Delta t$  内的运动,根据开普勒第二定律有

$$\frac{1}{2}v_{\text{td}}r_{\text{td}}\Delta t = \frac{1}{2}v_{\text{tf}}r_{\text{tf}}\Delta t$$
,解得 $\frac{v_{\text{td}}}{v_{\text{tf}}} = \frac{r_{\text{tf}}}{r_{\text{td}}} = \frac{1.5}{4.86}$ ,故 D 错误。

故选C。



### 考点二 万有引力定律综合应用 天体质量和密度

真题研析・规律探寻

#### 核心提炼・考向探究

- 1. 万有引力定律的应用
- 2. 天体质量及密度的计算
- 3. 星球"瓦解"问题及黑洞

■ 题型特训・命题预测

### 真题研析·规律探寻

例1 (2021•广东•高考真题)2021年4月,我国自主研发的空间站"天和"核心舱成功发射并入轨运行,若核心舱绕地球的运行可视为匀速圆周运动,已知引力常量,由下列物理量能计算出地球质量的是(D)

- A. 核心舱的质量和绕地半径
- B. 核心舱的质量和绕地周期
- C. 核心舱的绕地角速度和绕地周期
- D. 核心舱的绕地线速度和绕地半径

### 解析

据核心舱做圆周运动的向心力由地球的万有引力提供, 可得

$$G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = m\frac{4\pi^2}{T^2}r$$
,可得 $M = \frac{v^2 r}{G} = \frac{\omega^2 r^3}{G} = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$ ,可知已知核心舱的质量和绕地半径、已知核心舱的质量和绕地周期以及已知核心舱的角速度和绕地周期都不能求解地球的质量;若已知核心舱的绕地线速度和绕地半径可求解地球的质量。

故选D。

例2 (2021•全国•高考真题)科学家对银河系中心附近的恒星S2进行了多年的持续观测,给出1994年到2002年间S2的位置如图所示。科学家认为S2的运动轨迹是半长轴约为(太阳到地球的距离为)的椭圆,银河系中心可能存在超大质量黑洞。这项研究工作获得了2020年诺贝尔物理学物

在超大质量黑洞。这项研究工作获得了2020年诺贝尔物理学奖。若认为S2所受的作用力主要为该大质量黑洞的引力,设太阳的质量为M,可以推测出该黑洞质量约为(B)

A.  $4 \times 10^4 M$  B.  $4 \times 10^6 M$  C.  $4 \times 10^8 M$ 

D. **4**×10<sup>10</sup>**M** 【考向】天体质量的计算

2000

### 解析

周运动的半长轴 r 与地球绕太阳做圆周运动的半径 R 关系是 a=1000R ,地球绕太阳的向心力由太阳对地球的引力提供,由向心力公式可知  $G\frac{Mm}{R^2}=mR(\frac{2\pi}{T_0})^2$  ,解得太阳的质量为  $M=\frac{4\pi^2R^3}{GT_0^2}$  ,根据开普勒第三定律,S2 绕黑洞以半长轴 a=1000R 绕椭圆运动,等效于以 r=1000R 绕黑洞做圆周运动,而 S2 绕黑洞的向心力由黑洞对它的万有引力提供,由向心力公式可知  $G\frac{M_xm'}{r^2}=m'r(\frac{2\pi}{T})^2$  ,解得黑洞的质量为  $M_x=\frac{4\pi^2r^3}{GT^2}$  ,综上可得

由图可知, S2 绕黑洞的周期 T=16 年, 地球的公转周期 T<sub>0</sub>=1 年, S2 绕黑洞做圆

 $M_x = 4 \times 10^6 M$ 。 故选 B。

例3 (2023•辽宁•统考高考真题)在地球上观察,月球和太阳的角直径(直径对应的张角)近似相等,如图所示。若月球绕地球运动的周期为 $T_1$ ,地球绕太阳运动的周期为 $T_2$ ,地球半径是月球半径的k倍,则地球与太阳的平均密度之比约为(D)

**A.** 
$$k^{3} \left(\frac{T_{1}}{T_{2}}\right)^{2}$$
 **B.**  $k^{3} \left(\frac{T_{2}}{T_{1}}\right)^{2}$  **C.**  $\frac{1}{k^{3}} \left(\frac{T_{1}}{T_{2}}\right)^{2}$  **D.**  $\frac{1}{k^{3}} \left(\frac{T_{2}}{T_{1}}\right)^{2}$ 

【考向】天体密度的计算

#### 解析

设月球绕地球运动的轨道半径为 r1, 地球绕太阳运动的轨道半径为 r2,

根据
$$G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{4\pi^2}{T^2}r$$
,可得 $G\frac{m_{!!}m_{||}}{r_1^2} = m_{||}\frac{4\pi^2}{T_1^2}r_1$ , $G\frac{m_{!!}m_{||}}{r_2^2} = m_{!!}\frac{4\pi^2}{T_2^2}r_2$ ,其中 $\frac{r_1}{r_2} = \frac{R_{||}}{R_{||}} = \frac{R_{||}}{kR_{||}}$ ,

$$\rho = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi R^3},$$
联立可得 $\frac{\rho_{\text{th}}}{\rho_{\text{H}}} = \frac{1}{k^3} \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2$ 。

故选D。

### 真题研析·规律探寻

例4 (2022•重庆•高考真题)(多选)我国载人航天事业已迈入"空间站时代"。若中国空间站绕地球近似做匀速圆周运动,运行周期为T,轨道半径约为地球半径的 $\frac{17}{16}$ 倍,已知地球半径为R,引力常量为G,忽略地球自转的影响,则(BD)

- A. 漂浮在空间站中的宇航员不受地球的引力
- $\bf B$ . 空间站绕地球运动的线速度大小约为 $\frac{17\pi R}{8T}$
- $\mathbf{C}$ . 地球的平均密度约为 $\frac{3\pi}{GT^2}\left(\frac{16}{17}\right)^3$
- ${f D}$ . 空间站绕地球运动的向心加速度大小约为地面重力加速度的 $\left(\frac{16}{17}\right)$ 倍 【考向】万有引力定律综合应用

### 解析

A. 漂浮在空间站中的宇航员依然受地球的引力, 所受引力提供向心力做匀速圆周运动而处于完全失重, 视重为零, 故 A 错误;

B. 根据匀速圆周运动的规律, 可知空间站绕地球运动的线速度大小约

为
$$_{v} = \frac{2\pi \frac{17}{16}R}{T} = \frac{17\pi R}{8T}$$
, 故 B 正确;

### 解析

- C. 设空间站的质量为m,其所受万有引力提供向心力,有 $G^{\frac{Mm}{(\frac{17}{16}R)^2}=m(\frac{2\pi}{T})^2(\frac{17}{16}R)}$
- 则地球的平均密度约为 $^{\rho = \frac{M}{4\pi R^3} = (\frac{17}{16})^3 \frac{3\pi}{GT^2}}$ ,故 C 错误;
  - D. 根据万有引力提供向心力,有 $G\frac{Mm}{(\frac{17}{16}R)^2}=ma$ ,则空间站绕地球运动的向
- 心加速度大小为 $^{a=\frac{GM}{(\frac{17}{16}R)^2}}$ ,地表的重力加速度为 $g=\frac{GM}{R^2}$ ,可得 $\frac{a}{g}=(\frac{16}{17})^2$ ,即空间
- 站绕地球运动的向心加速度大小约为地面重力加速度的 $\left(\frac{16}{17}\right)^2$ 倍,故 D 正确。

故选 BD。

### 万有引力定律的应用

1) 基本方法:把天体的运动看成是匀速圆周运动,其所需向心力由万有引力提供.即 $F_{il}=F_{in}$ 得:

$$G\frac{Mm}{r^{2}} = m\frac{v^{2}}{r} = m\omega^{2}r = m\frac{4\pi^{2}}{T^{2}}r = ma$$

2) 应用时可根据实际情况选用适当的公式进行分析或计算

### 天体质量及密度的计算

- 1) 天体表面处理方法
  - ①天体质量,由  $G\frac{Mm}{R^2} = mg$  , 得天体质量  $M = \frac{gR^2}{G}$  .
  - ②天体密度,由天体质量及球体体积公式 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ,得天体密度 $\rho = \frac{3g}{4\pi GR}$
  - 2) 利用环绕天体处理方法
    - ①天体质量,由 $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{4\pi^2}{T^2}r$  , 得天体质量  $M = \frac{4\pi^2r^3}{GT^2}$ .
    - ②天体密度,由天体质量及球体体积公式 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ,得天体密度 $\rho = \frac{3\pi r^3}{GT^2R^3}$
- ③若卫星绕天体表面运行,可认为轨道半径r等于天体半径R,则天体密度  $\rho = \frac{3\pi}{GT^2}$ ,故只要测出卫星环绕天体表面运动的周期T,就可估算出中心天体的密度

### 天体质量及密度的计算

1) 星球的瓦解问题

当星球自转越来越快时,星球对"赤道"上的物体的引力不足以提供向心力时,物体将会"飘起来",进一步导致星球瓦解,瓦解的临界条件是赤道上的物体所受星球的引力恰好提供向心力,即  $G\frac{Mm}{R^2}=m\omega^2R$ ,得 $\omega=\sqrt{\frac{GM}{R^3}}$  .当 $\omega>\sqrt{\frac{GM}{R^3}}$  时,星球瓦解,当 $\omega<\sqrt{\frac{GM}{R^3}}$  时,星球稳定运行.

#### 2) 黑洞

黑洞是一种密度极大、引力极大的天体,以至于光都无法逃逸,科学家一般通过观测绕黑洞运行的天体的运动规律间接研究黑洞. 当天体的逃逸速度(逃逸速度为其第一宇宙速度的2倍)超过光速时,该天体就是黑洞.

1. (2023•广东•模拟预测)我国在航天技术方面取得了瞩目的成就,早在 2021年2月10日"天问一号"成功实施了火星捕获,5月择机实施降轨软 着陆火星表面。航天中心测得:当"天问一号"距火星表面高度约为火 星半径的2倍时,其环绕周期为T。已知万有引力常量为G,则火星的 密度为 ( C )

**A.** 
$$\frac{12\pi}{GT^2}$$
 **B.**  $\frac{27\pi}{GT^2}$  **C.**  $\frac{81\pi}{GT^2}$  **D.**  $\frac{24\pi}{GT^2}$ 

$$\mathbf{B.} \ \frac{27\pi}{GT^2}$$

C. 
$$\frac{81\pi}{GT^2}$$

$$\mathbf{D.}\frac{24\pi}{GT^2}$$

#### 解析

故选C。

根据万有引力提供向心力有
$$G\frac{Mm}{(2R+R)^2} = m\frac{4\pi^2}{T^2}(2R+R)$$
,  
其中 $M = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$ ,解得 $\rho = \frac{3\pi(2+1)^3}{GT^2} = \frac{81\pi}{GT^2}$ 。

- 2. (2024•河南•校联考模拟预测)木星有79颗卫星,其中木卫三是太阳系中已知的唯一一颗拥有磁圈和一层稀薄的含氧大气层的卫星,这引起了科学家的高度重视。若木卫三绕木星做匀速圆周运动的半径为r,周期为r,木星表面的重力加速度为r,木星的半径为r,引力常量为r。 忽略木星的自转及卫星之间的相互作用力,则下列说法正确的是(r
- A. 木星的质量为 $\frac{4\pi^2r^3}{GT^2}$ 、平均密度为 $\frac{4g}{3\pi GR}$
- **B.** 木星的质量为 $\frac{gR^2}{G}$ 、 平均密度为 $\frac{3\pi r^3}{GT^2R^3}$
- C. 木卫三的质量为 $\frac{4\pi^2r^3}{GT^2}$ 、 平均密度为 $\frac{4g}{3\pi GR}$
- **D.** 木卫三的质量为  $\frac{gR^2}{G}$ 、 平均密度为  $\frac{3\pi r^3}{GT^2R^3}$

### 解析

木星表面的重力加速度为g,木星半径为R,由 $G\frac{Mm}{R^2}=mg$ ,得木星质量

$$M = \frac{gR^2}{G}$$
, 木星的平均密度  $\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3g}{4\pi GR}$ , 木卫三绕木星做匀速圆周运

动的半径为r,周期为T,由 $G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{4\pi^2r}{T^2}$ ,得木星的质量 $M=\frac{4\pi^2r^3}{GT^2}$ ,则木

星的平均密度 
$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3\pi r^3}{GT^2R^3}$$
。

故选B。



# 考点三 宇宙速度 天体、卫星运行参数及规律 同步卫星

真题研析・规律探寻

#### 核心提炼・考向探究

- 1. 宇宙速度
- 2. 卫星轨道
- 3. 天体及卫星运动的规律
- 4. 特殊卫星
- 5. 同步卫星、近地卫星和赤道上物体比较

■ 題型特训・命题預測

### 真题研析·规律探寻

例1 (2021•江苏•高考真题)我国航天人发扬"两弹一星"精神砥砺前行,从"东方红一号"到"北斗"不断创造奇迹。"北斗"第49颗卫星的发射迈出组网的关键一步。该卫星绕地球做圆周运动,运动周期与地球自转周期相同,轨道平面与地球赤道平面成一定夹角。该卫星(B)

- A. 运动速度大于第一宇宙速度
- B. 运动速度小于第一宇宙速度
- C. 轨道半径大于"静止"在赤道上空的同步卫星
- D. 轨道半径小于"静止"在赤道上空的同步卫星

【考向】宇宙速度 卫星运行规律

### 解析

AB. 第一宇宙速度是指绕地球表面做圆周运动的速度,是环绕地球做圆周运动的所有卫星的最大环绕速度,该卫星的运转半径远大于地球的半径,可知运行线速度小于第一宇宙速度,选项A错误B正确;

CD. 根据 $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{4\pi^2}{T^2}r$ ,可知 $r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$ ,因为该卫星的运动周期与地球自转周期相同,等于"静止"在赤道上空的同步卫星的周期,可知该卫星的轨道半径等于"静止"在赤道上空的同步卫星的轨道半径,选项CD错误。

故选B。

例2 (2023•天津•统考高考真题)运行周期为24h的北斗卫星比运行周期为12h的(D)

A. 加速度大 B. 角速度大 C. 周期小 D. 线速度小

#### 解析

根据万有引力提供向心力有 $F=G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{v^2}{r}=mr\omega^2=m\frac{4\pi^2}{T^2}r=ma$ ,可得

$$T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$
,  $v=\sqrt{\frac{GM}{r}}$ ,  $\omega=\sqrt{\frac{GM}{r^3}}$ ,  $a=\frac{GM}{r^2}$ 。因为北斗卫星周期大,故运行轨道半

径大,则线速度小,角速度小,加速度小。

故选D。

### 真题研析·规律探寻

例3 (2021•海南•高考真题)2021年4月29日,我国在海南文昌用长征五号B运载火箭成功将空间站天和核心舱送入预定轨道。核心舱运行轨道距地面的高度为左右,地球同步卫星距地面的高度接近。则该核心舱的( $^{C}$ )

- A. 角速度比地球同步卫星的小
- B. 周期比地球同步卫星的长
- C. 向心加速度比地球同步卫星的大
- D. 线速度比地球同步卫星的小

#### 解析

核心舱和地球同步卫星都是受万有引力提供向心力而做匀速圆周运动, 有  $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} = m(\frac{2\pi}{T})^2 r = ma = m\omega^2 r$ ,可得  $\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$ , $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$ , $a = \frac{GM}{r^2}$ ,而核心舱 运行轨道距地面的高度为 400km 左右, 地球同步卫星距地面的高度接近  $36000 \mathrm{km}$ , 有 $r_{\mathrm{h}} < r_{\mathrm{ll}}$ , 故有 $\omega_{\mathrm{h}} > \omega_{\mathrm{ll}}$ ,  $T_{\mathrm{h}} < T_{\mathrm{ll}}$ ,  $a_{\mathrm{h}} > a_{\mathrm{ll}}$ ,  $v_{\mathrm{h}} > v_{\mathrm{ll}}$ , 则核心舱角速度 比地球同步卫星的大, 周期比地球同步卫星的短, 向心加速度比地球同步卫 星的大,线速度比地球同步卫星的大,故 ABD 错误, C 正确; 故选C。

### 真题研析·规律探寻

例4 (2022•广东•高考真题)"祝融号"火星车需要"休眠"以度过火星寒冷的冬季。假设火星和地球的冬季是各自公转周期的四分之一,且火星的冬季时长约为地球的1.88倍。火星和地球绕太阳的公转均可视为匀速圆周运动。下列关于火星、地球公转的说法正确的是( *D* )

- A. 火星公转的线速度比地球的大
- B. 火星公转的角速度比地球的大
- C. 火星公转的半径比地球的小
- D. 火星公转的加速度比地球的小

#### 解析

由题意可知,火星的公转周期大于地球的公转周期 C. 根据  $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{4\pi^2}{T^2}r$ 

可得 $T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$ ,可知火星的公转半径大于地球的公转半径,故 C 错误; A. 根

据 $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$ 可得 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ ,结合C选项,可知火星的公转线速度小于地球

的公转线速度,故A错误;B. 根据 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ 可知火星公转角速度小于地球公

转的角速度,故B错误; D. 根据 $G\frac{Mm}{r^2} = ma$ 可得 $a = \frac{GM}{r^2}$ ,可知火星公转的

加速度小于地球公转的加速度, 故 D 正确。

故选D。

例5 (2022•河北•统考高考真题)2008年,我国天文学家利用国家天文台 兴隆观测基地的2.16米望远镜,发现了一颗绕恒星HD173416运动的系 外行星HD173416b, 2019年, 该恒星和行星被国际天文学联合会分别 命名为"羲和"和"和"望舒",天文观测得到恒星羲和的质量是太阳质量 的2倍,若将望舒与地球的公转均视为匀速圆周运动,且公转的轨道半 径相等。则望舒与地球公转速度大小的比值为(C)

**A.**  $2\sqrt{2}$  **B.** 2 **C.**  $\sqrt{2}$  **D.**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 

#### 解析

地球绕太阳公转和行星望舒绕恒星羲和的匀速圆周运动都是由万有引力提供向心力,有 $G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{v^2}{r}$ ,解得公转的线速度大小为 $v=\sqrt{\frac{GM}{r}}$ ,其中中心天体的质量之比为 2:1,公转的轨道半径相等,则望舒与地球公转速度大小的比值为  $\sqrt{2}$  。

故选C。

例6 (2022•天津•高考真题)2022年3月,中国空间站"天宫课堂"再次开讲,授课期间利用了我国的中继卫是系统进行信号传输,天地通信始终高效稳定。已知空间站在距离地面400公里左右的轨道上运行,其运动视为匀速圆周运动,中继卫星系统中某卫星是距离地面36000公里左右的地球静止轨道卫星(同步卫星),则该卫星(C)

- A. 授课期间经过天津正上空
- B. 加速度大于空间站的加速度
- C. 运行周期大于空间站的运行周期
- D. 运行速度大于地球的第一宇宙速度



【考向】宇宙速度 卫星运行规律

### 真题研析·规律探寻

#### 解析

A. 该卫星在地球静止轨道卫星(同步卫星)上,处于赤道平面上,不可能经过天津正上空, A.错误;

BCD. 卫星正常运行,由万有引力提供向心力 $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} = m(\frac{2\pi}{T})^2r = ma$ ,

加速度小于空间站的加速度;运行周期大于空间站的运行周期;第一宇宙速度是近地卫星的运行速度,则该卫星的运行速度小于地球的第一宇宙速度。

BD 错误, C正确。

故选C。

### 宇宙速度

1) 第一宇宙速度:7.9km/s, 它是卫星的最小发射速度, 也是地球卫星的最大环绕速度.

#### 技巧点拨

第一宇宙速度推导

①方法一:由 
$$G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6}} \approx 7.9 km/s$$
  
②方法二:由  $mg = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{gR} = \sqrt{9.8 \times 6.4 \times 10^6} \approx 7.9 km/s$ 

说明:第一宇宙速度是发射人造卫星的最小速度,也是人造卫星的最大环绕速度,此时它的运行周期 最短, $T_{\min}=2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}=5078s\approx85\min$  .

#### 宇宙速度

- 2) 第二宇宙速度(脱离速度):11.2km/s, 使物体挣脱地球引力束缚的最小发射速度.
- 3) 第三宇宙速度(逃逸速度):16.7km/s, 使物体挣脱太阳引力束缚的最小发射速度.

#### 技巧点拨

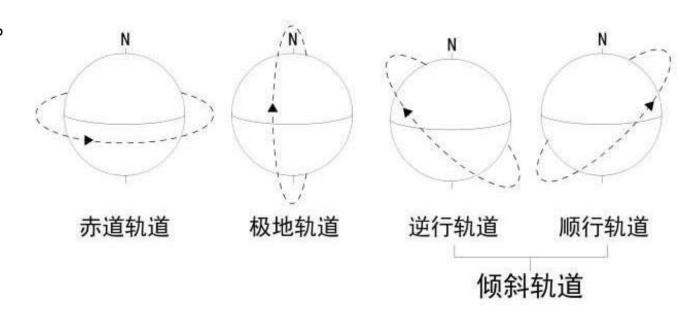
宇宙速度与运动轨迹的关系

- ① $v_z=7.9 \, km/s$ 时,卫星绕地球表面做匀速圆周运动.
- ②7.9  $km/s < v_{\chi} < 11.2 km/s$ ,卫星绕地球运动的轨迹为椭圆.
- ③11.2 km/s≤v发<16.7 km/s,卫星绕太阳运动.
- ④v发≥16.7 km/s,卫星将挣脱太阳引力的束缚,飞到太阳系以外的空间.

#### 卫星轨道

1) 卫星轨道:卫星运动的轨道平面一定通过地心,一般分为赤道轨道、极地

轨道和倾斜轨道。



### 天体及卫星运动的规律

- 1) 基本方法:把天体的运动看成是匀速圆周运动,其所需向心力由万有引力提供.即 $F_{\rho}=F_{\beta}$ 得:  $G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{v^2}{r}=m\omega^2r=m\frac{4\pi^2}{T^2}r=ma$ 
  - 2) 基本公式:
  - ①线速度: $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$
  - ②角速度: $G\frac{Mm}{r^2} = m\omega^2 r \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$
  - ③周期:  $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{4\pi^2}{T^2}r \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$
  - ④向心加速度:  $G\frac{Mm}{r^2} = ma \Rightarrow a = \frac{GM}{r^2}$

结论: 飞得越高, 飞得越慢 (r越大, v、 $\omega$ 、a越小, T越大).

技 巧 点 拨 公式中r指轨道半径,是卫星到中心天体球心距离,R通常指中心天体的半径,有r=R+h.

#### 特殊卫星

1) 近地卫星

轨道在地球表面附近的卫星,其轨道半径r=R(地球半径),运行速度等于第一宇宙速度 $v=7.9 \, km/s$ (人造地球卫星的最大运行速度), $T=85 \, min$ (人造地球卫星的最小周期).

2) 极地卫星

运行时每圈都经过南北两极,由于地球自转,极地卫星可以实现全球覆盖.

技 巧 点 拨 近地卫星可能为极地卫星,也可能为赤道卫星。

#### 特殊卫星

3) 地球同步卫星

所谓地球同步卫星,是相对于地面静止的,这种卫星位于赤道上方某一高度的稳定轨道上,且绕地球运动的周期等于地球的自转周期,即T=24h=86400s,离地面高度  $h=\sqrt[3]{\frac{gR^2T^2}{4\pi^2}}-R=3.56\times 10^7 m$ ,运行速率均为 $v=3.1\times 10^3$  m/s,

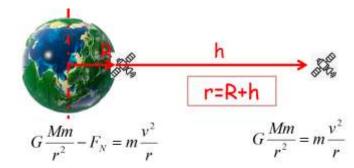
同步卫星的轨道一定在赤道平面内,并且只有一条.所有同步卫星都在这条轨道上,以大小相同的线速度,角速度和周期运行着.

#### 特殊卫星

- 4)倾斜轨道"同步"卫星\*:如果某卫星运行在一个轨道平面和赤道平面夹角不为0°的轨道上时,则称该卫星被叫做倾斜轨道卫星,该夹角也被称为"轨道倾角"。若该卫星的运行周期等于地球的自转周期,则该卫星为倾斜轨道同步卫星。与常规的同步轨道相比,同步卫星倾斜轨道的轨道平面呈现倾斜状态,只是周期与地球自转同步,不能实现定点悬停。
- 5) 月球: 绕地球的公转周期T=27.3天, 月球和地球间的平均距离约38万千米, 大约是地球半径的60倍.

### 同步卫星、近地卫星和赤道上物体比较

1) 地球同步卫星与赤道物体的区别: 属于同轴转动, 角速度、周期相同。



2) 同步卫星、近地卫星和赤道上物体比较



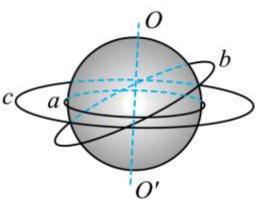
如图所示, 2为近地卫星, 轨道半径为r<sub>2</sub>; 3为地球同步卫星, 轨道半径为r<sub>3</sub>;

4为高空卫星,轨道半径为r4;1为赤道上随地球自转的物体,轨道半径为r1.

技 巧 点 拨 ①比较赤道上物体与同步卫星,用同轴转动的知识分析; ②比较近地卫星、同步卫星、高空卫星, 用天体轨道与运动规律分析;

法中正确的是 (D)

1. (2023•海南省直辖县级单位•嘉积中学校考模拟预测)如图所示, a为放在赤道上相对地球静止的物体,随地球自转做匀速圆周运 c 动,b为沿地球表面附近做匀速圆周运动的人造卫星(轨道半径 约等于地球半径),c为地球的同步卫星。下列关于a、b、c的说



- A. 地球同步卫星都与c在同一个轨道上,并且它们受到的万有引力大小相等
- B. a、b、c做匀速圆周运动的向心加速度大小关系为 $a_a > a_b > a_c$
- C. a物体与地球的万有引力全部提供给a物体随地球自转的向心力
- D. a、b、c做匀速圆周运动的周期关系为 $T_a=T_c>T_b$

### 解析

A. 由万有引力定律 $F = \frac{GMm}{r^2}$ 可知,地球同步卫星都与 c. 在同一个轨道上,轨道半径相等,但是卫星的质量不相等,所以它们受到的万有引力大小不相等,A. 错误;

B. 对于卫星b、c,由万有引力提供向心力 $G\frac{Mm}{r^2}=ma$ ,解得 $a=\frac{GM}{r^2}$ ,其中 $r_c>r_b$ ,所以 $a_b>a_c$ ,由于卫星a、c 绕地球运动的周期相等,所以 $a=r\omega^2$ ,其中 $r_c>r_a$ ,可得 $a_c>a_a$ ,所以a、b、c 做匀速圆周运动的向心加速度大小关系为 $a_b>a_c>a_a$ ,B 错误;

#### 解析

C.a 物体与地球的万有引力一部分提供给 a 物体随地球自转的向心力, 一部分为物体的重力, C 错误;

D. 对于卫星 a、c,其周期相等,所以 $T_a = T_c$ ,对于卫星 b、c,由万有引力提供向心力  $G\frac{Mm}{r^2} = mr\frac{4\pi^2}{T^2}$ ,解得 $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$ ,其中 $r_c > r_b$ ,所以 $T_c > T_b$ ,即 a、b、c 做匀速圆周运动的周期关系为 $T_a = T_c > T_b$ ,D 正确。 故选 D。

- 2. (2021•湖南•高考真题)(多选)2021年4月29日,中国空间站天和核心舱发射升空,准确进入预定轨道。根据任务安排,后续将发射问天实验舱和梦天实验舱,计划 2022年完成空间站在轨建造。核心舱绕地球飞行的轨道可视为圆轨道,轨道离地面的高度约为地球半径的 $\frac{1}{16}$ 。下列说法正确的是 (AC)
  - A. 核心舱进入轨道后所受地球的万有引力大小约为它在地面时的 $\left(\frac{16}{17}\right)^2$ 倍
  - B. 核心舱在轨道上飞行的速度大于7.9km/s
  - C. 核心舱在轨道上飞行的周期小于24h
  - D. 后续加挂实验舱后,空间站由于质量增大,轨道半径将变小

#### 解析

A. 根据万有引力定律有 $F=G\frac{Mm}{r^2}$ ,核心舱进入轨道后的万有引力与地

面上万有引力之比为
$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{R^2}{\left(R + \frac{1}{16}R\right)^2} = \left(\frac{16}{17}\right)^2$$
,所以A正确;

B. 核心舱在轨道上飞行的速度小于 7.9km/s, 因为第一宇宙速度是最大的环绕速度, 所以 B 错误:

### 解析

C. 根据 $T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$ ,可知轨道半径越大周期越大,则其周期比同步卫星的周期小,小于 24h,所以 C 正确;

D. 卫星做圆周运动时万有引力提供向心力有 $G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{v^2}{r}$ ,解得 $v=\sqrt{\frac{GM}{R}}$ ,则卫星的环绕速度与卫星的质量无关,所以变轨时需要点火减速或者点火加速,增加质量不会改变轨道半径,所以 D 错误; 故选 AC。

- 3. (2023•湖北•模拟预测)(多选)2021年5月,天问一号探测器软着陆火星取得成功,迈出了我国星际探测征程的重要一步。火星与地球公转轨道近似为圆,两轨道平面近似重合,且火星与地球公转方向相同。火星与地球每隔约26个月相距最近,地球公转周期为12个月。由以上条件可以近似得出(BC)
- A. 地球与火星的自转周期之比 $T_{th}$ :  $T_{th} = 7:13$
- B. 火星的公转周期大约为 $T_{\text{t}} \approx 22.3$ 月
- C. 地球与火星轨道半径之比 $r_{\text{th}}$ :  $r_{\text{t}} = \sqrt[3]{\frac{49}{169}}$
- **D.** 地球与火星表面重力加速度大小之比  $g_{\pm}$ :  $g_{\chi} = \frac{169}{49}$

### 解析

AB. 地球和火星的角速度分别为 $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$ , $\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2}$ ,由题意知火星和地球每隔约 26 个月相距最近一次,又火星的轨道半径大于地球的轨道半径,则 $\omega_1 t - \omega_2 t = 2\pi$  由以上可解得 $T_2 = \frac{156}{7}$ 月,即火星的公转周期大约为 $T_{\psi} \approx 22.3$ 月,则地球与火星绕太阳的公转周期之比 $T_1:T_2=7:13$ ,但不能求出两星球自转周期之比,故 A 错误,B 正确;

C. 设地球和火星的公转周期分别为 $T_1$ 、 $T_2$ ,轨道半径分别为 $r_1$ 、 $r_2$ ,由开普勒第三定律可得 $\frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$ ,可求得地球与火星的轨道半径之比 $r_{\text{hi}}$ :  $r_{\text{h}} = \sqrt[3]{\frac{49}{169}}$ ,故 C 正

确;

#### 解析

D. 由物体在地球和火星表面的重力等于各自对物体的引力,则有 $G\frac{Mm}{R^2} = mg$ ,

得 $g = \frac{GM}{R^2}$ ,由于地球和火星的质量关系以及半径关系均未知,则两星球表面重力加速度的关系不可求,地球与火星绕太阳运动的向心加速度由太阳对地球和火星的引力产生,所以向心加速度大小则有 $G\frac{Mm}{r^2} = ma$ ,得 $a = \frac{GM}{r^2}$ ,由于两星球的轨道

半径之比已知,则地球与火星绕太阳运动的向心加速度大小之比 $a_{\text{th}}$ :  $a_{\text{t}} = \frac{169}{49}$ ,故

D错误。

故选 BC。

4. (2024•江西景德镇•江西省乐平中学校联考一模)2022年9月2日,韦布空间望远镜拍摄的编号为"HIP 65426 b"第一张系外行星图像公布。这颗系外行星围绕编号为"HIP 65426"的恒星公转,该恒星的质量约为太阳质量的2倍,单位时间内向外辐射的能量为太阳的4倍,若"HIP 65426 b"行星单位时间单位面积获得的恒星辐射能量与处在太阳系中的地球相同,系外行星和地球绕恒星的运动均可视为匀速圆周运动,则"HIP 65426 b"行星绕"HIP 65426"恒星公转的周期约为(B)

A. 1年 B. 2年 C. 4年 D. 8年

#### 解析

设恒星的质量为 $M_1$ ,太阳质量为 $M_2$ ,则有 $\frac{M_1}{M_2} = \frac{2}{1}$ ,设行星的公转半径为 $r_1$ , 地球的公转半径为 $r_2$ ,则有 $\frac{P_{\parallel}}{4\pi r^2} = \frac{P_{\perp}}{4\pi r^2}$ ,由题可知,恒星与太阳向外辐射的能量功 率之比为 $\frac{P_{11}}{P_{1}} = \frac{4}{1}$ ,则行星的公转半径与地球的公转半径之比为 $\frac{r_{1}}{r_{2}} = \frac{2}{1}$ ,根据万有引力提 供向心力有 $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{4\pi^2}{T^2}r$ ,可得 $T = \sqrt{\frac{4\pi^2r^3}{CM}}$ ,则该行星的公转周期与地球的公转周 期之比为 $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{r_1^3}{r^3}} \cdot \frac{M_2}{M_2} = \frac{2}{1}$ ,则该行星的公转周期为2年。

故选B。

- 5. (2024•广东江门•统考模拟预测)2023年8月12日我国在西昌卫星发射中心成功发射了一颗名为陆地探测四号的卫星,这是世界上第一颗在同步静止轨道上运行的合成孔径雷达(SAR)卫星。同步静止卫星的离地高度比近地卫星高,下列说法正确的是(C)
- A. 同步静止卫星可以运行在江门市正上方
- B. 同步静止卫星的线速度比近地卫星大
- C. 同步静止卫星的周期比近地卫星大
- D. 同步静止卫星受到的万有引力一定比近地卫星小

解析 A. 地球同步静止卫星必须位于赤道平面,即同步静止卫星不可能运行在江门市正上方,故 A 错误; B. 根据万有引力提供圆周运动的向心力有  $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$ ,

解得 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ ,地球同步静止卫星的轨道半径大于近地卫星的轨道半径,则同步静

止卫星的线速度比近地卫星小,故 B 错误; C. 根据 $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{4\pi^2r}{T^2}$ ,解得 $T = \sqrt{\frac{4\pi^2r^3}{GM}}$ ,地球同步静止卫星的轨道半径大于近地卫星的轨道半径,则同步静止卫星的周期比近地卫星大,故 C 正确; D. 根据 $F = G\frac{Mm}{r^2}$ ,地球同步静止卫星的轨道半径大于近地卫星的轨道半径,由于两卫星的质量关系不确定,则同步静止卫星受到的万有引力不一定比近地卫星小,故 D 错误。

故选C。

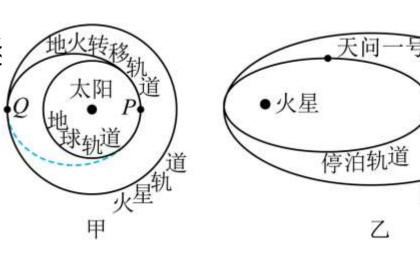


# 考点四 卫星变轨、对接、追及相遇问题 双星问题

- 真题研析・规律探寻
- 核心提炼・考向探究
  - 1. 卫星变轨
  - 2. 卫星追及问题
  - 3. 双星问题

■ 题型特训・命题预测

例1 (2022•浙江•统考高考真题)"天问一号"从地球发射后,在如图甲所示的P点沿地火转移轨道到Q点,再依次进入如图乙所示的调相轨道和停泊轨道,则天问一号(C)



- A. 发射速度介于7.9km/s与11.2km/s之间
- B. 从P点转移到Q点的时间小于6个月
- C. 在环绕火星的停泊轨道运行的周期比在调相轨道上小
- D. 在地火转移轨道运动时的速度均大于地球绕太阳的速度

### 解析

- A. 因发射的卫星要能变轨到绕太阳转动,则发射速度要大于第二宇宙速度,即发射速度介于11.2km/s与16.7km/s之间,故A错误;
- B. 因 P 点转移到 Q 点的转移轨道的半长轴大于地球公转轨道半径,则 其周期大于地球公转周期(1年共12个月),则从 P 点转移到 Q 点的时间为 轨道周期的一半时间应大于 6 个月,故 B 错误;
- C. 因在环绕火星的停泊轨道的半长轴小于调相轨道的半长轴,则由开普勒第三定律可知在环绕火星的停泊轨道运行的周期比在调相轨道上小,故C正确;

### 真题研析·规律探寻

### 解析

D. 卫星从 Q 点变轨时,要加速增大速度,即在地火转移轨道 Q 点的速度小于火星轨道的速度,而由  $\frac{GMm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$ ,可得 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ ,可知火星轨道速度小于地球轨道速度,因此可知卫星在 Q 点速度小于地球轨道速度,故 D 错误;

故选C。

例2 (2023•浙江•高考真题)太阳系各行星几乎在同一平面内沿同一方向绕太阳做圆周运动. 当地球恰好运行到某地外行星和太阳之间,且三者几乎排成一条直线的现象,称为"行星冲日",已知地球及各地外行星绕太阳运动的轨道半径如下表:

行星名称	地球	火星	木星	土星	天王星	海王星
轨道半径R/AU	1.0	1.5	5. 2	9. 5	19	30

则相邻两次"冲日"时间间隔约为 (B)

- A. 火星365天 B. 火星800天
- C. 天王星365天 D. 天王星800天

### 真题研析·规律探寻

### 解析

根据开普勒第三定律有 $\frac{T^2}{R^3} = \frac{T_{\text{th}}^2}{R_{\text{th}}^3}$ ,解得 $T = \sqrt{(\frac{R}{R_{\text{th}}})^3}T_{\text{th}}$ ,设相邻两次"冲日"时

间间隔为<sup>t</sup>,则
$$^{2\pi}=(\frac{2\pi}{T_{\pm}}-\frac{2\pi}{T})$$
t,解得 $^{t}=\frac{TT_{\pm}}{T-T_{\pm}}=\frac{T_{\pm}}{1-\sqrt{\frac{R_{\pm}^{3}}{R^{3}}}}$ ,由表格中的数据可得

$$t_{\text{t}} = \frac{T_{\text{th}}}{1 - \sqrt{\frac{R_{\text{th}}^3}{R_{\text{t}}^3}}} \approx 800 \%$$
 $t_{\text{t}} = \frac{T_{\text{th}}}{1 - \sqrt{\frac{R_{\text{th}}^3}{R_{\text{t}}^3}}} \approx 369 \%$ 

故选B。

例3 (2023•福建•统考高考真题)(多选)人类为探索宇宙起源发射的韦伯太空望远镜 运行在日地延长线上的拉格朗日 $L_2$ 点附近, $L_2$ 点的位置如图所示。在 $L_2$ 点的航天 器受太阳和地球引力共同作用,始终与太阳、地球保持相对静止。考虑到太阳系 内其他天体的影响很小, 太阳和地球可视为以相同角速度围绕日心和地心连线中 的一点O(图中未标出)转动的双星系统。若太阳和地球的质量分别为M和m,航 天器的质量远小于太阳、地球的质量, 日心与地心的距离为R, 万有引力常数为G,  $L_2$ 点到地心的距离记为r(r << R), 在 $L_2$ 点的航天器绕O点转动的角速度大小 记为 $\omega$ 。下列关系式正确的是 (BD) [可能用到的近似  $\frac{1}{(R+r)^2} \approx \frac{1}{R^2} \left(1-2\frac{r}{R}\right)$ ]

$$\mathbf{A}.\ \omega = \left[\frac{G(M+m)}{2R^3}\right]^{\frac{1}{2}} \quad \mathbf{B}.\ \omega = \left[\frac{G(M+m)}{R^3}\right]^{\frac{1}{2}} \quad \mathbf{C}.\ r = \left[\frac{3m}{3M+m}\right]^{\frac{1}{3}}R \quad \mathbf{D}.\ r = \left[\frac{m}{3M+m}\right]^{\frac{1}{3}}R \quad \mathbb{E}$$

### 解析

根 AB. 由题知,太阳和地球可视为以相同角速度围绕日心和地心连线中的一点 O (图中未标出) 转动的双星系统,则有  $G\frac{Mm}{R^2}=M\omega^2r_1$ ,  $G\frac{Mm}{R^2}=m\omega^2r_2$ ,  $r_1+$ 

$$r_2 = R$$
, 联立解得 $\omega = \left[\frac{G(M+m)}{R^3}\right]^{\frac{1}{2}}$ , 故 A 错误、故 B 正确; CD. 由题知, 在 L<sub>2</sub> 点

的航天器受太阳和地球引力共同作用,始终与太阳、地球保持相对静止,则有

$$G\frac{Mm'}{(R+r)^2} + G\frac{mm'}{r^2} = m'\omega^2(r+r_2)$$
,再根据选项 AB 分析可知  $Mr_1 = mr_2$ , $r_1 + r_2 = R$ ,

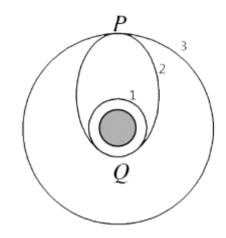
$$\omega = \left[\frac{G(M+m)}{R^3}\right]^{\frac{1}{2}}, \quad \text{联立解得} \quad r = \left[\frac{m}{3M+m}\right]^{\frac{1}{3}}R, \quad \text{故 C 错误、故 D 正确。}$$
 故选 BD。

### 卫星变轨

- 1) 变轨操作: 1→2→3
- ①在1轨道Q点点火加速,万有引力不足以提供航天飞机做匀速圆周运动向心力,航天飞机做离心运动,进入轨道2
- ②在2轨道中,从Q点到P点飞行过程中,万有引力做负功,万有引力与 航天飞机速度方向夹角大于90°,航天飞机速度减小,动能减小,势能增加,机械能不变。 在2轨道P点处,万有引力大于航天飞机做匀速圆周运动向心力,如果不进行任何操作,航天 飞机做向心运动,沿着椭圆轨道2运行回Q,从P到Q,万有引力做正功,万有引力与航天飞机速 度方向夹角小于90°,航天飞机速度增加,动能增加,势能减小,机械能不变。
- ③在2轨道P点点火加速,当万有引力恰好能提供航天飞机做匀速圆周运动向心力,航天飞机将沿着3轨道运行,完成变轨操作

### 卫星变轨

- 2) 各点参数关系
  - ①线速度大小:  $V_{2Q}>V_I>V_3>V_{2P}$
  - ②角速度关系:  $\omega_{2Q} > \omega_{1Q} > \omega_{3P} > \omega_{2P}$
  - ③向心加速度关系:  $a_{2Q}=a_1>a_3=a_{2P}$
  - ④周期关系:  $T_1 < T_2 < T_3$
  - ⑤能量关系:  $E_1 < E_2 < E_3$



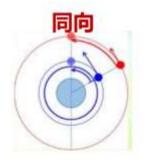
### 卫星追及问题

1)两卫星在同一轨道绕中心天体同向运动,要使后一卫星追上另一卫星,我们称之为追及问题。两卫星在不同轨道绕中心天体在同一平面内做匀速圈周运动,当两星某时相距最近时我自们称之为两卫星相遇问题。

#### 2) 分类

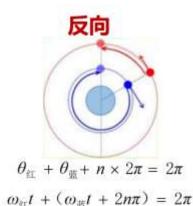
#### ①最近到最近

 $n = 0.1, 2, \dots$ 

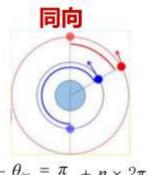


$$\theta_{\underline{\underline{\pi}}} = \theta_{\underline{\underline{\pi}}} + 2\pi + n \times 2\pi$$

$$\omega_{\underline{\underline{\pi}}} t = \omega_{\underline{\underline{\pi}}} t + 2\pi + 2n\pi$$

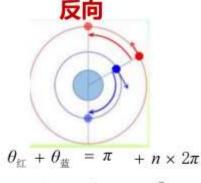


#### ②最近到最远



$$\theta_{\text{fit}} - \theta_{\text{fit}} = \pi + n \times 2\pi$$

$$\omega_{\underline{m}}t-\omega_{\underline{n}}t=\pi+2n\pi$$



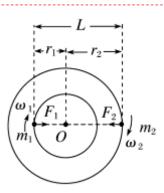
$$\omega_{\text{gg}}t + \omega_{\text{gg}}t = \pi + 2n\pi$$

$$n = 0.1.2....$$

### 双星问题

1) 模型构建:绕公共圆心转动的两个星体组成的系统,

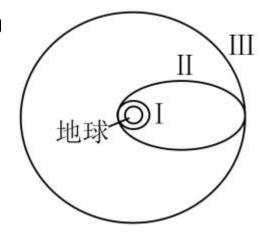
我们称之为双星系统,



- 2) 特点:
- ①各自所需的向心力由彼此间的万有引力提供,即 $G\frac{m_1m_2}{I^2} = m_1\omega_1^2 r_1, G\frac{m_1m_2}{I^2} = m_2\omega_2^2 r_2$ .
- ②两颗星的周期及角速度都相同. 即  $T_1 = T_2, \omega_1 = \omega_2$
- ③两颗星的轨道半径与它们之间的距离关系为:  $r_1+r_2=L$
- ④两星到圆心的距离r1、r2与星体质量成反比,即 $\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r}$ .
- ⑤双星的运动周期  $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{G(m_1 + m_2)}}$ ⑥双星的总质量  $m_1 + m_2 = \frac{4\pi L^3}{T^2 G}$ .

1. (2023•河北石家庄•校联考模拟预测)2023年2月23日19时49分,我国在西昌卫星发射中心使用长征三号乙运载火箭,将中星26号卫星顺利送入预定轨道。5月,中星26号首次在境外实现国际互联网业务应用,开启了Ka高通量卫星国际化业务的新征程。如图所示,中星26号经I轨道(近地轨道)由近地点变轨进入II轨道(转移轨道),经远地点变轨进入III轨道(同步卫星轨道)后稳定运行。已知三个轨道在同一平面内,地球的半径为R,III轨道的半径为7R,中星26号在III轨道上稳定运行的周期为T。下列关于中星26号的说法正确的是(C)

- A. 在I轨道上运行的加速度大小为 $\frac{4\pi^2R}{T^2}$
- B. 在I轨道上绕行速度的大小为 $\frac{14\pi R}{T}$
- C. 在远地点的速度小于其在I轨道上运行的速度
- D. 在II轨道上由近地点至远地点所用的最短时间为 $\frac{8\sqrt{7}}{49}T$



### 解析

A. 设中星 26 号的质量为 m, 根据开普勒第三定律可知 $\frac{T^2}{T_1^2} = \left(\frac{7R}{R}\right)^3$ , 解得该卫星在 I 轨道上运行的周期为 $T_1 = \frac{\sqrt{7}}{49}T$ , 其在 I 轨道上的加速度 $a_1 = \frac{4\pi^2}{T_1^2}R = \frac{1372\pi^2R}{T^2}$ , A 错误;

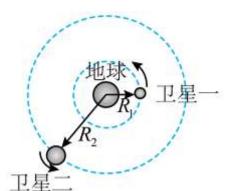
B. 在 I 轨道上绕行速度的大小为  $v_1 = \frac{2\pi R}{T_1} = \frac{14\sqrt{7\pi R}}{T}$ , 故 B 错误;

### 解析

- C. 中星26号在远地点需要点火加速进入III 轨道,故其在远地点的速度小于其在III 轨道上的速度,因III 轨道高于I轨道,可知中星26号在III 轨道上的速度小于其在I轨道上的速度,故其在远地点的速度必小于其在I轨道上的速度,故C正确;
- D. II 轨道的半长轴为 4R,由开普勒第三定律可知 $\frac{T^2}{T_2^2} = \frac{(7R)^3}{(4R)^3}$ ,解得 $T_2 = \frac{8\sqrt{7}}{49}T$ ,中星 26 号在 II 轨道上由近地点至远地点所用的最短时间为其在该轨道上运动周期的一半,为 $\frac{4\sqrt{7}}{49}T$ ,故 D 错误。

故选C。

- 2. (2023•黑龙江哈尔滨•哈九中校考三模)地球的两颗卫星绕地球在同一平面内做匀速圆周运动,环绕方向如图所示。已知卫星一运行的周期为  $T_1=T_0$ ,地球的半径为 $R_0$ ,卫星一和卫星二到地球中心的距离分别为 $R_1=2R_0$ , $R_2=8R_0$ ,引力常量为G,某时刻两卫星与地心连线之间的夹角为 $\frac{2}{3}\pi$ ,下列说法正确的是(D)
- A. 卫星二的机械能一定大于卫星一的机械能
- **B.** 地球的质量  $M = \frac{30\pi^2 R_0^3}{GT_0^2}$
- C. 卫星二围绕地球做圆周运动的周期  $T_2=4T_0$
- **D.** 从图示时刻开始,经过 时间两卫星第一次相距最近  $t = \frac{16}{21}T_0$



解析 因为未知两卫星的质量,所以无法比较它们机械能的大小,A错误;

B. 对卫星一由牛顿第二定律
$$G\frac{Mm}{4R_0^2} = m\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \times 2R_0$$
,解得地球质量为 $M = \frac{32\pi^2R_0^3}{GT_0^2}$ ,

#### 故 B 错误:

C. 由开普勒第三定律
$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \left(\frac{8R_0}{2R_0}\right)^3$$
,可得卫星二围绕地球做圆周运动的周期

$$T_2 = 8T_0$$
, 故 C 错误;

D. 两卫星共线且在同一侧时相距最近,设经过 t 时间,两卫星第一次相距最

近
$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)t - \left(\frac{2\pi}{8T_0}\right)t = 2\pi - \frac{2\pi}{3}$$
,解得 $t = \frac{16}{21}T_0$ ,故 D 正确。

故选D。

- 3. (2024•湖南郴州•统考模拟预测)2023年1月9日天文学家发现有史以来距离最近的两个黑洞,相距750光年,设质量大的为A,质量小的为B,它们在彼此之间的引力作用下互相环绕,周期相等,如图所示,不考虑其它星体对它们的作用,下列说法正确的是(A)
  - A. A、B的速度之比等于它们质量反比
  - B. A、B组成的系统能量守恒,动量不守恒
  - C. 若A、B的间距增大,则周期越小
  - D. 若A、B因吞噬物质质量都增大而其中心间距不变,则它们的角速度不变

### 解析

- A. 设AB质量分别为 $m_1$ 和 $m_2$ ,轨道半径分别为 $^{r_1}$ 和 $^{r_2}$ ,周期T相等,故可知角速度
- $\omega$  相等,根据万有引力提供向心力  $\frac{Gm_1m_2}{(r_1+r_2)^2} = m_1\omega v_1 = m_2\omega v_2$ ,可得  $\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}$ ,故 A 正确;
- B. AB 在各自的轨道上做匀速圆周运动,系统能量守恒;系统所受合外力为零,动量守恒,故B错误;

CD. 万有引力提供向心力
$$\frac{Gm_1m_2}{(r_1+r_2)^2} = m_1 \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r_1$$
,  $\frac{Gm_1m_2}{(r_1+r_2)^2} = m_2 \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r_2$ , 联立可得

 $T = 2\pi \sqrt{\frac{(r_1 + r_2)^3}{G(m_1 + m_2)}}$ , 故可知若 A、B的间距 $(r_1 + r_2)$ 增大,则周期越大;若 A、B 因吞噬物

质质量都增大而其中心间距不变,则它们的周期减小,角速度增大,故CD错误。 故选A。



## THANK YOU!