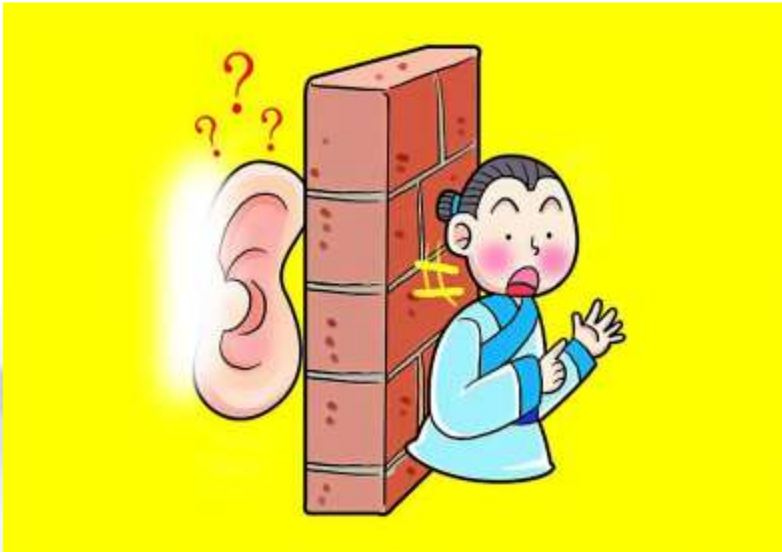
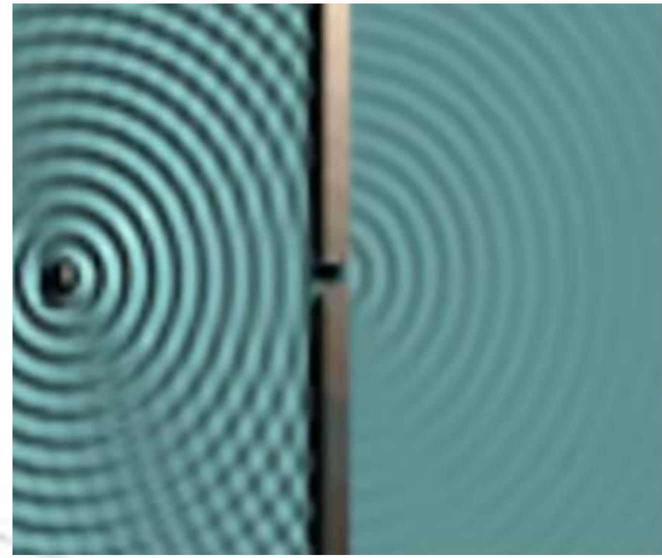
第12章 光的衍射

12.1光的衍射现象　惠更斯——菲涅耳原理

隔墙有耳



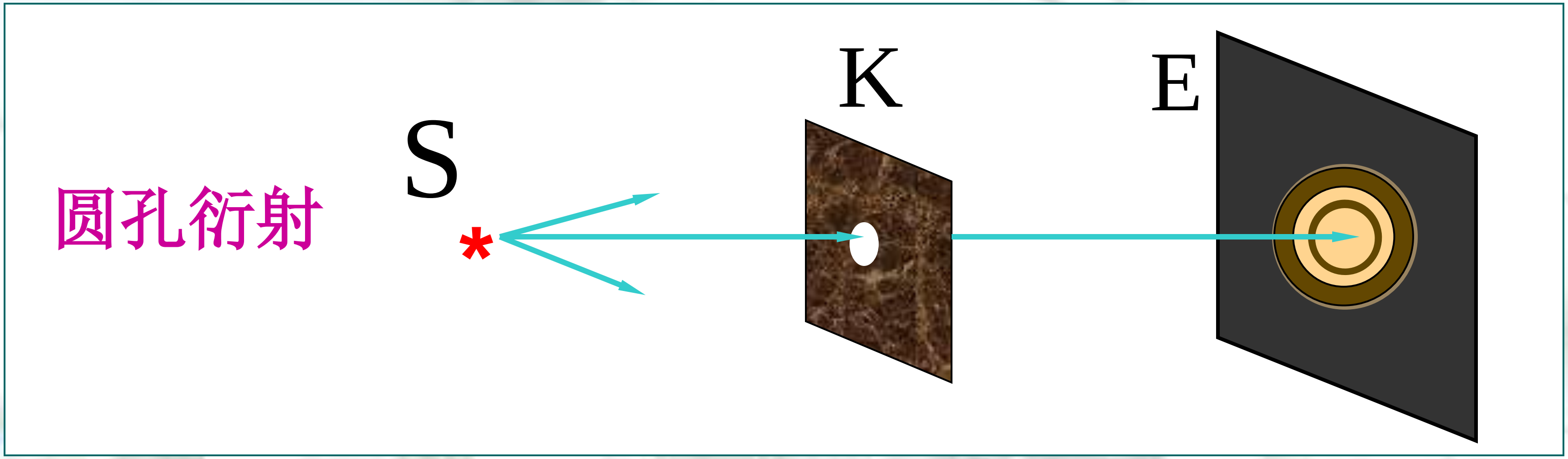


12.1.1 光的衍射现象及分类

波在传播中遇到障碍物，使波面受到限制时，能够绕过障碍物继续前进的现象。

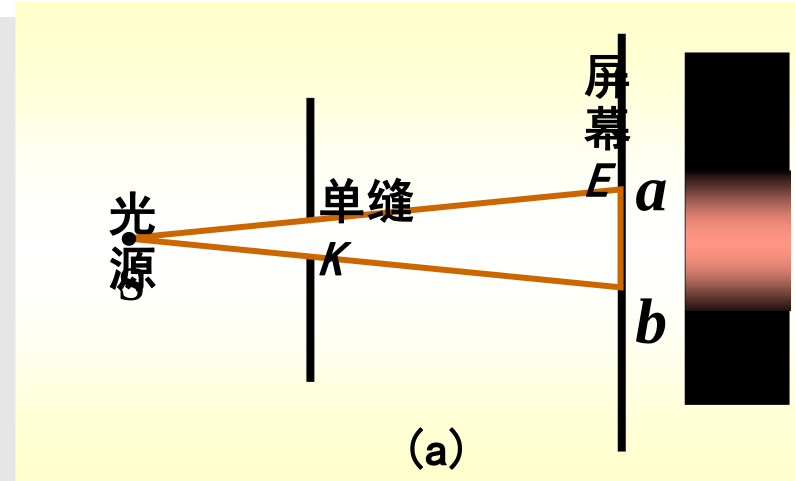
光不再是直线传播，而有光进入障碍物后的几何阴影区。

光所到达的区域，其强度分布也不均匀。



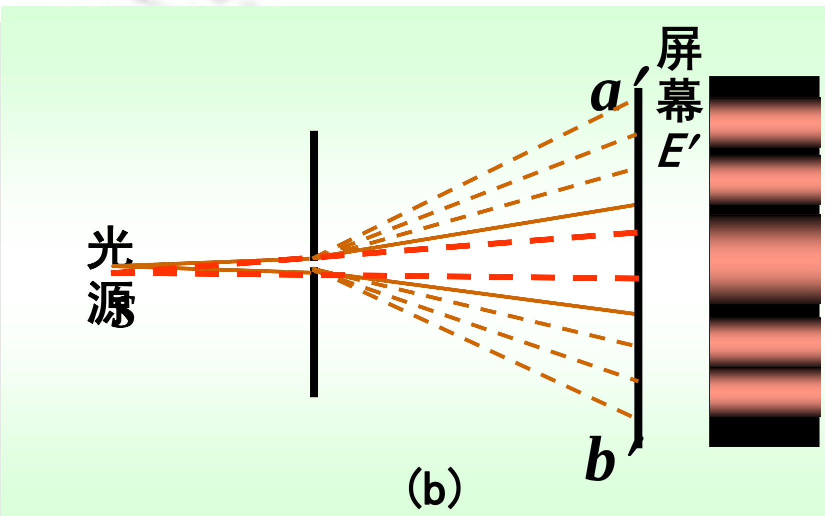
12.1.1 光的衍射现象及分类

实验发现，光通过宽缝时，是沿直线传播的，如图(a)所示。



(a)

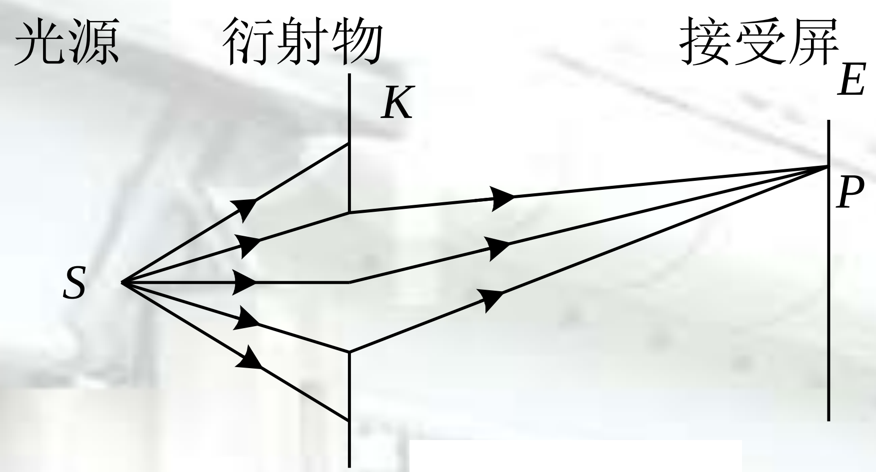
若将缝的宽度减小到约10^{-4}m及更小时，缝后几何阴影区的光屏上将出现衍射条纹，如图(b)所示，这就是光的衍射现象。



(b)

12.1.1 光的衍射现象及分类

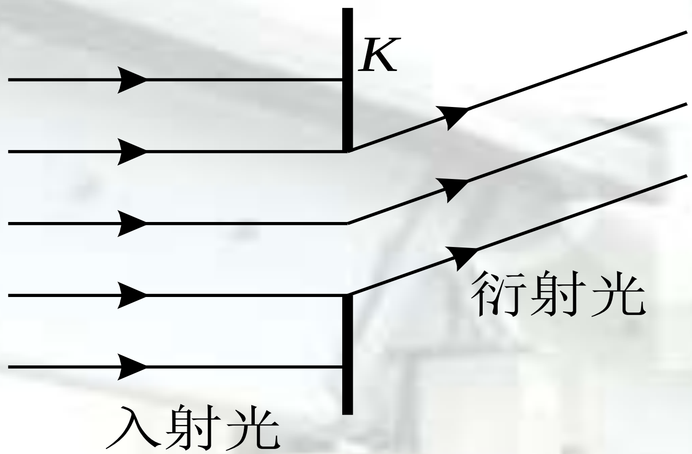
衍射系统是由光源、衍射屏和接收屏组成，通常是根据三者相对位置的大小，把衍射现象分为两类。一类是光源、接收屏（或两者之一）与衍射物之间的距离有限远。这种衍射叫做菲涅耳衍射（或近场衍射），如图所示。

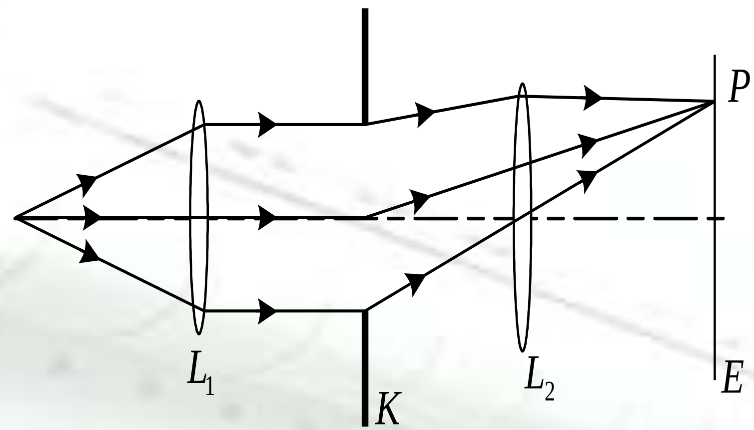


上一页 下一页 返回目录

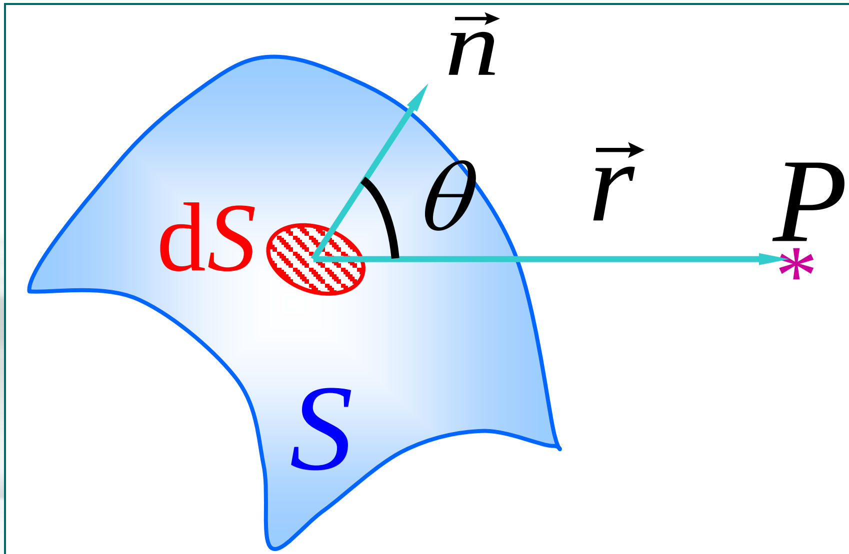
12.1.1 光的衍射现象及分类

另一类是光源、接收屏与衍射物的距离都是无限远。这种衍射称为夫琅禾费衍射（或远场衍射），在实验室中产生的夫琅禾费衍射通常利用两个会聚透镜来实现，如图。





12.1.2 惠更斯——菲涅耳原理



S： t时刻波阵面

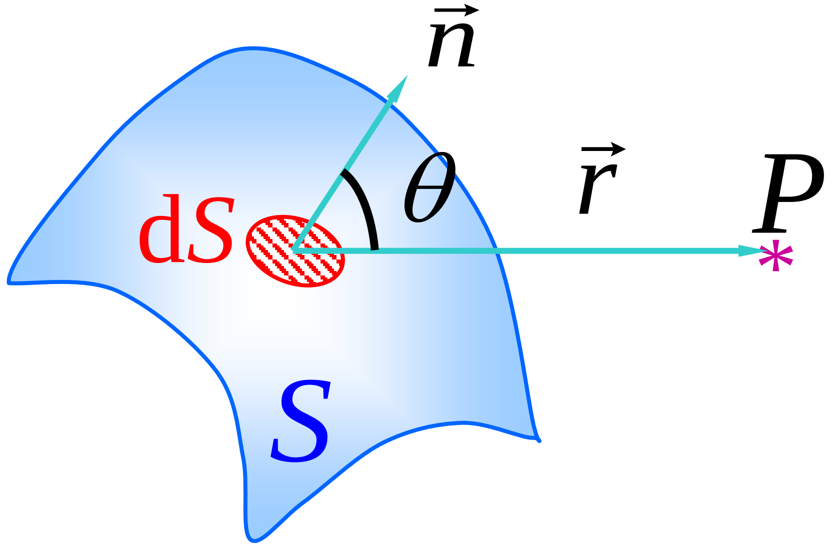
dS ：波阵面上面元

（子波波源）

惠更斯原理指出：波阵面上的每一点都可以看成是发射子波的新波源，任何时刻子波的包迹即为新的波阵面。惠更斯原理可以定性地解释衍射现象中的光的传播方向问题。但不能解释为什么会出现衍射条纹，更不能计算光波衍射现象图样中的条纹位置和强度分布。

[10.6.2]--15_惠更斯-菲涅尔原理_哔哩哔哩_bilibili

12.1.2 惠更斯——菲涅耳原理



S：t 时刻波阵面

dS ：波阵面上面元

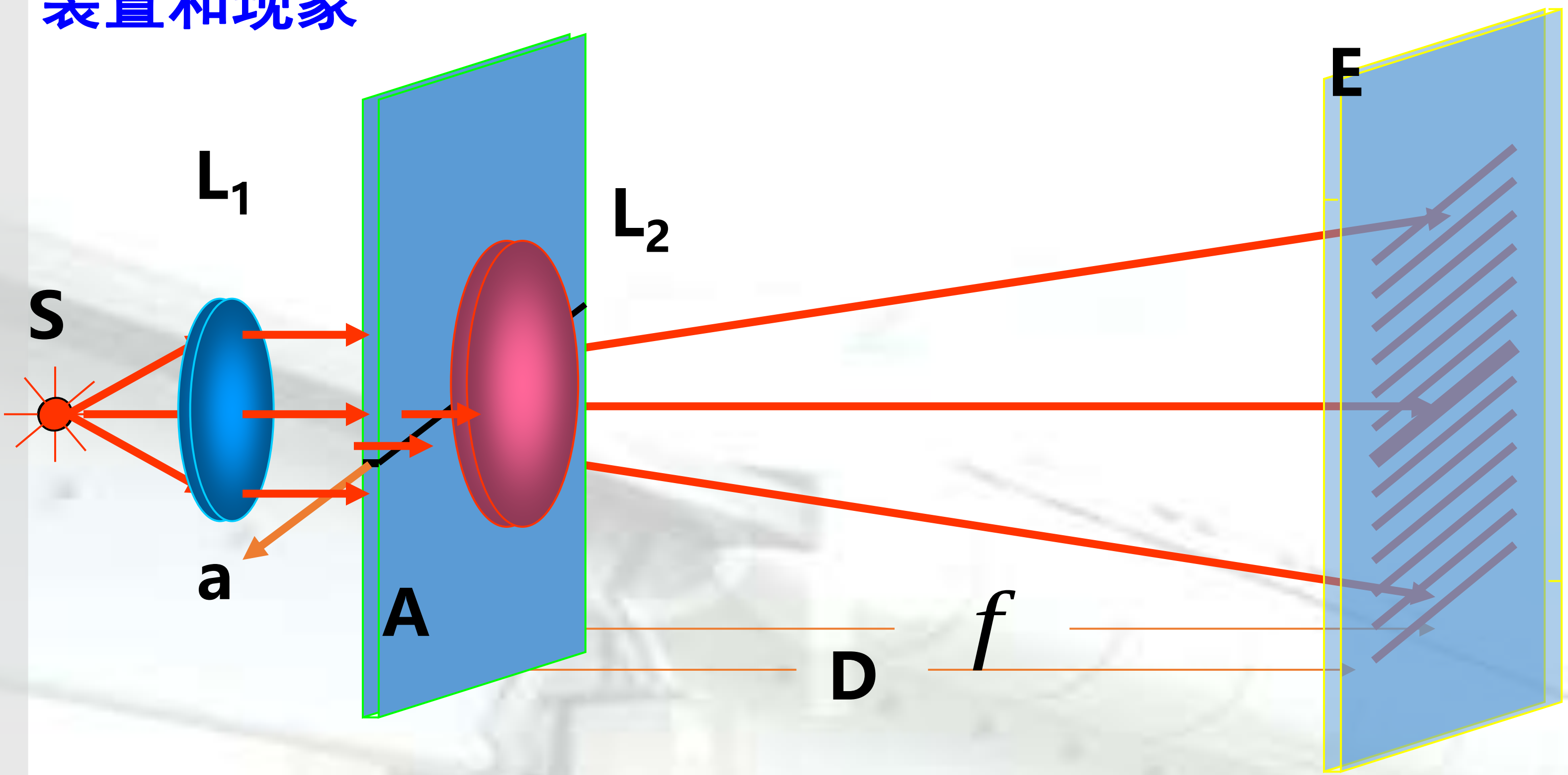
（子波波源）

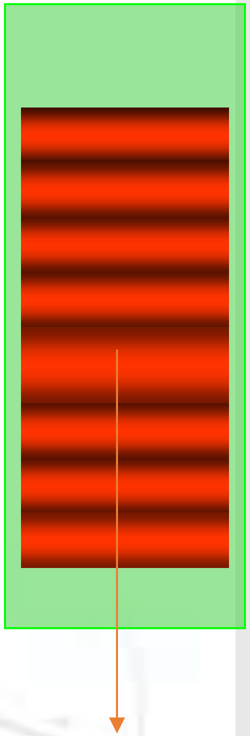
惠更斯—菲涅耳原理：从同一波阵面上各点发出的子波，在传播过程中相遇时，也能相互叠加而产生干涉现象，空间各点波的强度，由各子波在该点的相干叠加所决定.

上一页 下一页 返回目录

12.2 夫琅禾费单缝衍射

装置和现象





L_1、L_2 透镜 A：单缝 E：屏幕

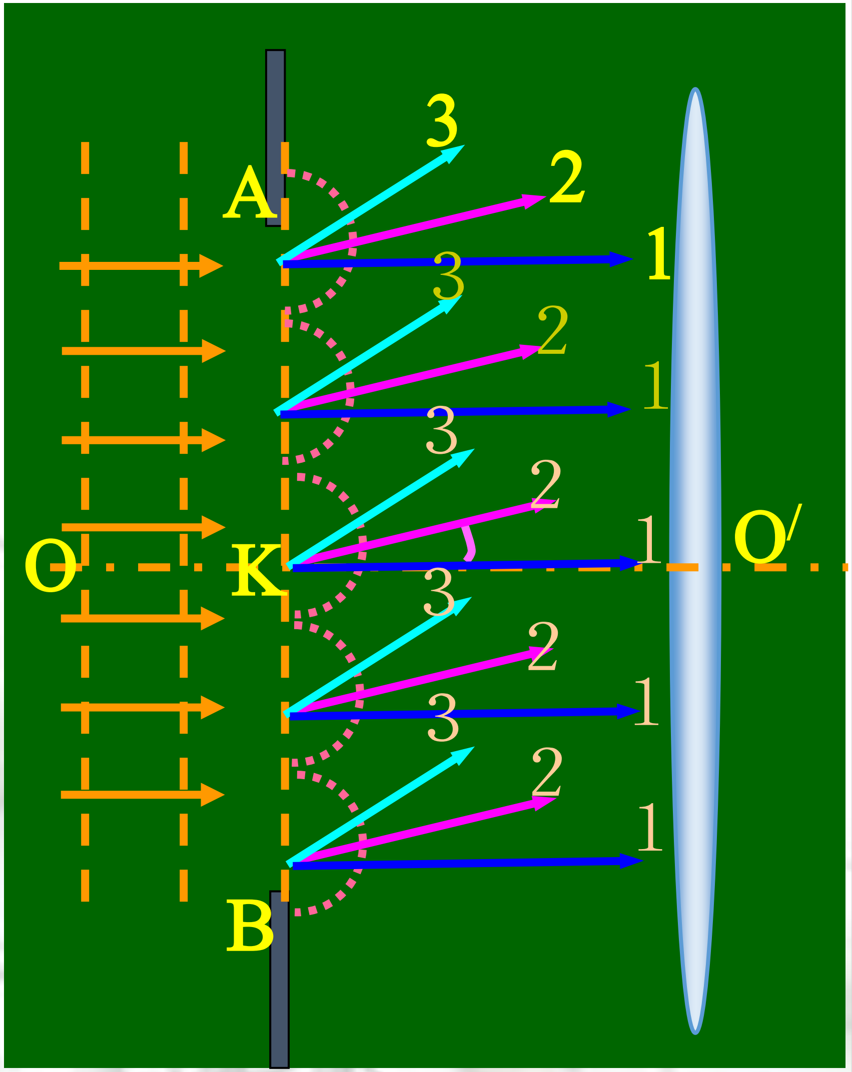
中央明纹

缝宽a 缝屏距D（L_2之焦距f）

12.2 夫琅禾费单缝衍射

1 平行衍射光的获得

设平行入射光垂直投射到缝K上，其波前与缝平面AB重合。按惠更斯原理，波前上的每一点都可看成发射球形子波的波源，而每个子波源都可以向前方各个方向发出无穷多束光线，统称为衍射光，如图中A点的1，2，3…光线都是衍射光线。



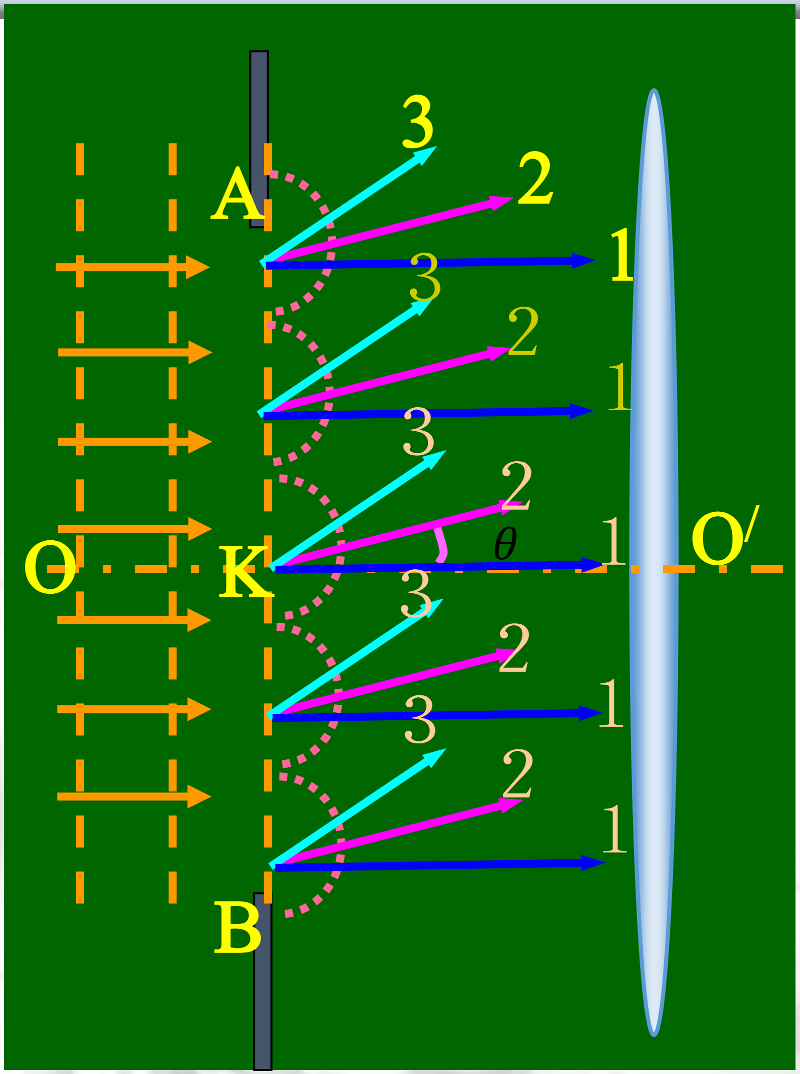
12.2 夫琅禾费单缝衍射

1 平行衍射光的获得

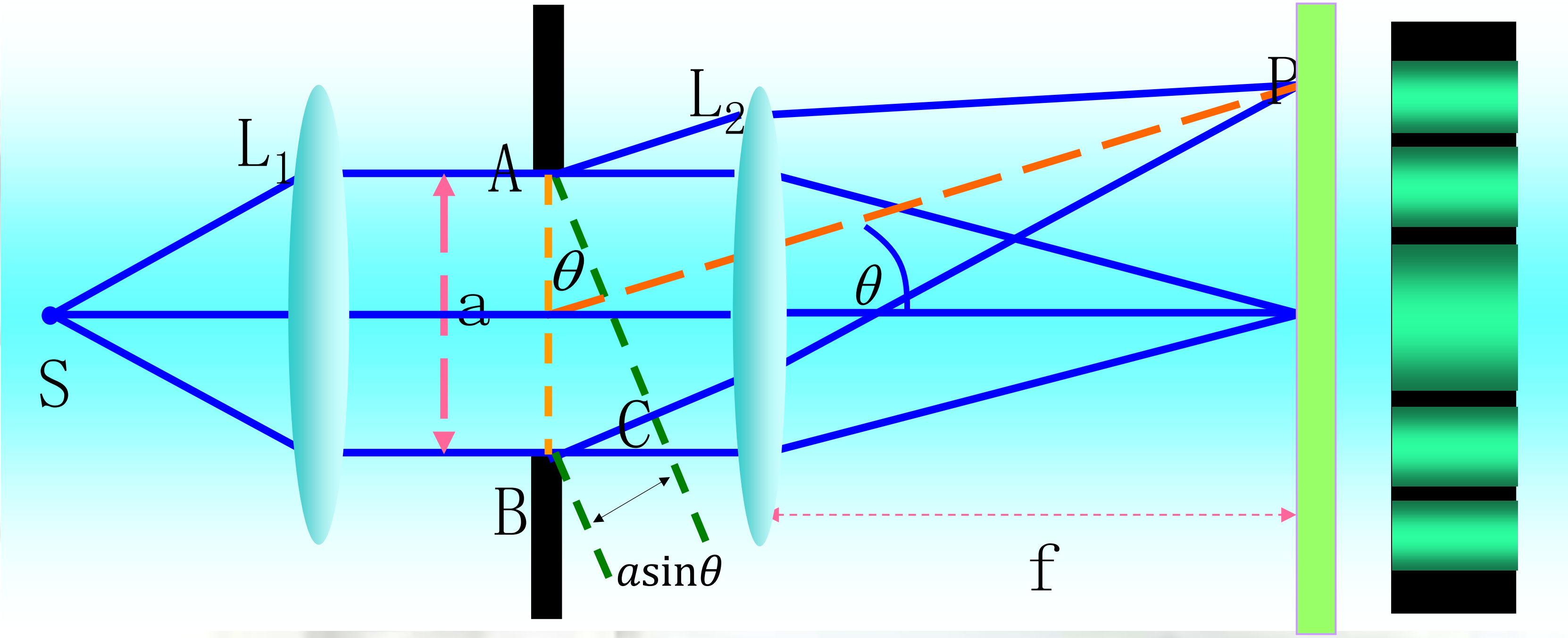
每个子波源所发出的沿同一方向的平行光构成了一束平行衍射光。

如光线系1，光线系2，…等构成无穷多束平行衍射光。

衍射后沿某一方向传播的光线与平面衍射屏法线之间的夹角θ称为衍射角。

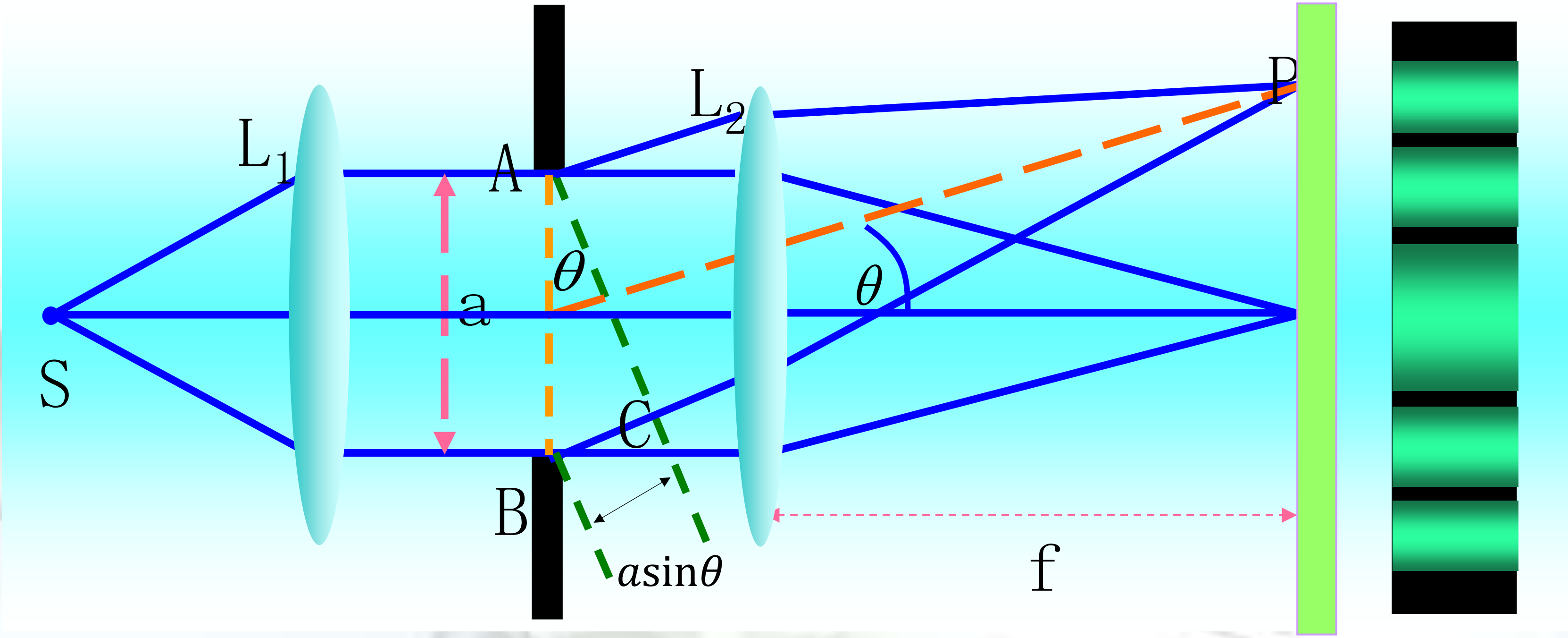


2 衍射条纹分布



每一个方向的平行光与单缝法线方向之间的夹角用 θ 表示，θ 称为衍射角，衍射角 θ 的变化范围为 $0 \rightarrow \pm \pi/2$。

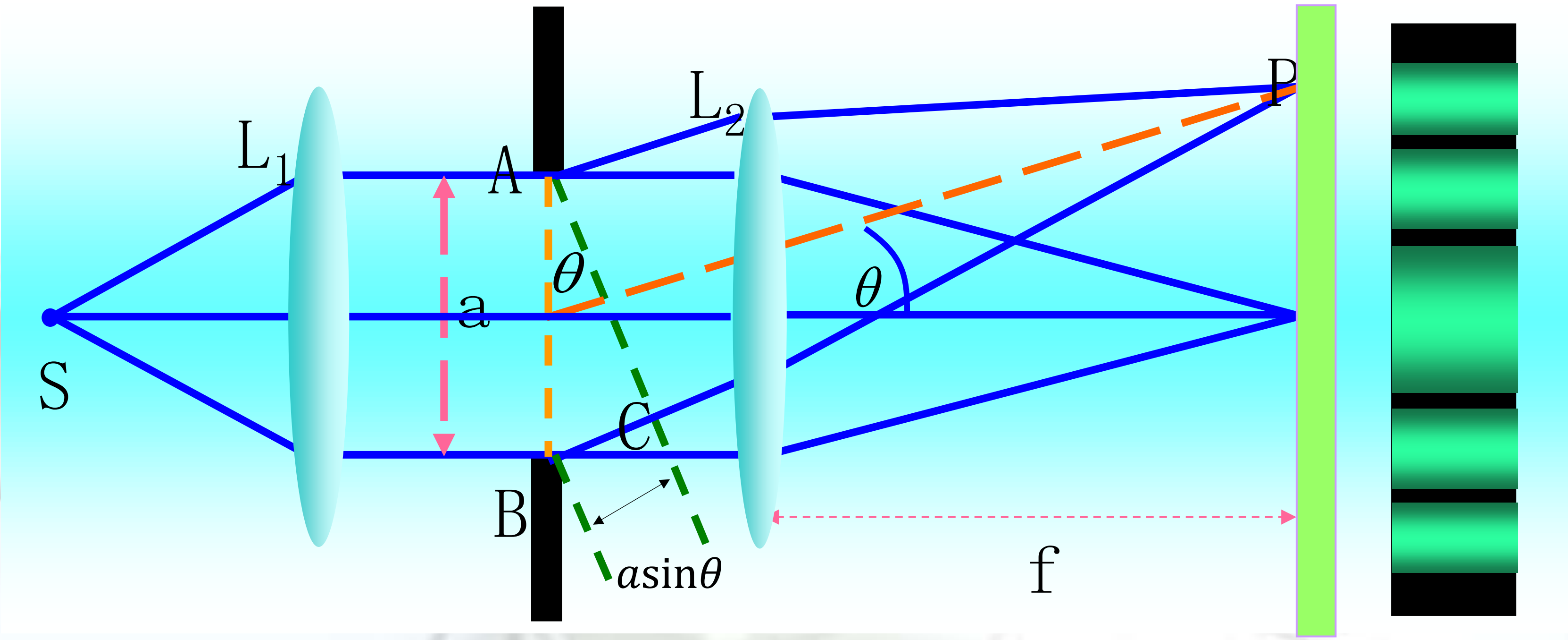
12.2 夫琅禾费单缝衍射



❖ 平行衍射光在焦平面上相干汇聚

每一束平行光经透镜L_2汇聚后，聚焦于L_2焦平面上的一点。对同一束平行光而言，它们来自同一波前上的各个子波，因此满足相干条件。

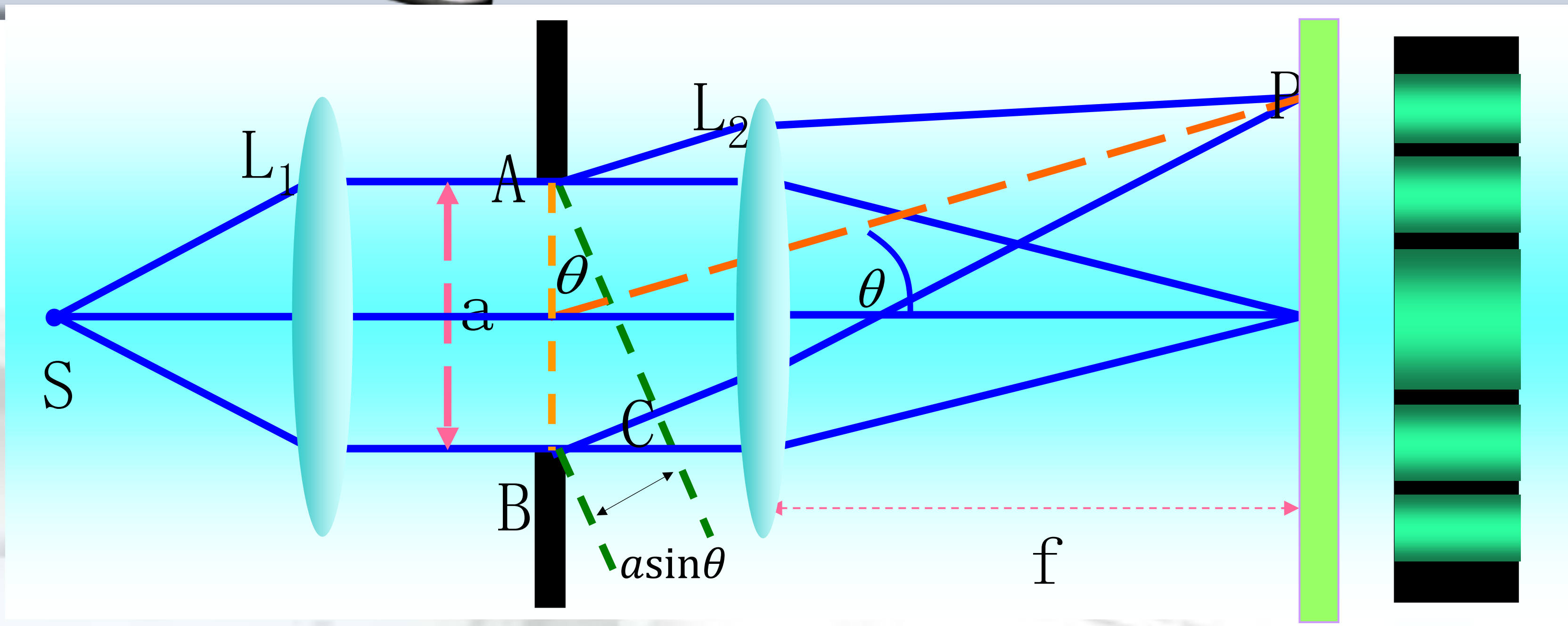
12.2 夫琅禾费单缝衍射



每一束平行光都在光屏上进行相干叠加，其相干叠加后的振幅，则由他们的光程差决定。

显然，对于 $\theta=0$的一束，其中每条光线的光程都相等，因而叠加结果相互加强，即为中央亮纹。

12.2 夫琅禾费单缝衍射



单缝的两边缘 A 和 B 发出的光线沿 θ 方向到 P 点的光程差最大，即为

$\delta = BC = a\sin\theta$，其它各衍射光间的光程差连续变化，衍射角 θ 不同，最大光程差 BC 也不相同， P 点的位置也不相同。由菲涅耳半波带法分析可知，屏幕上不同点强度分布，正是取决于这最大光程差。

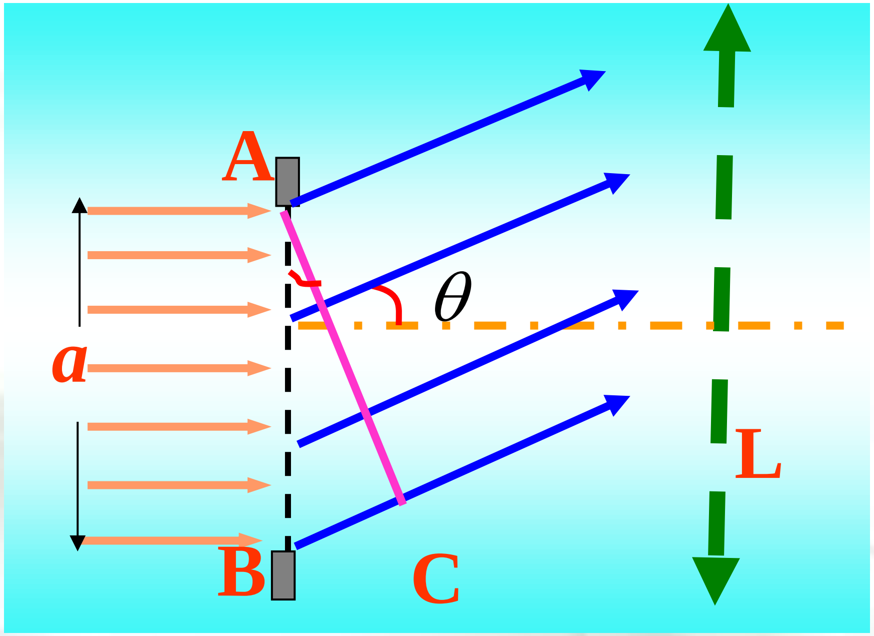
3菲涅耳半波带法

①衍射角为θ的一束平行衍射光的光程差：

考虑一束平行衍射光，作AC⊥BC，则BC段即为这一束平行光的最大光程差。

$$\delta = BC = a\sin\theta$$

（式中a为缝宽）

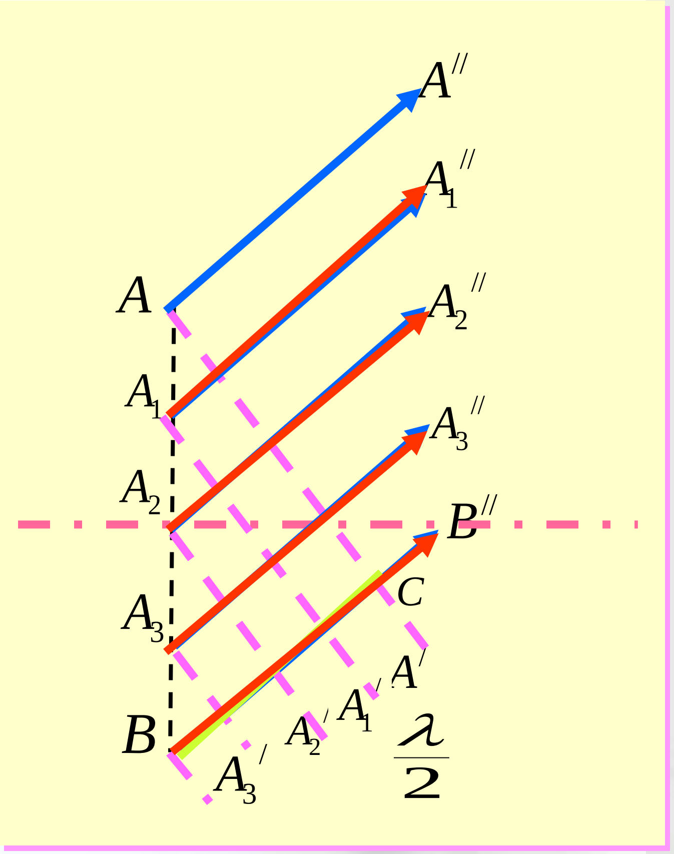


12.2 夫琅禾费单缝衍射

②半波带方法：

按相距λ / 2 作平行于AC的平面$A_1A_1^/, A_2A_2^/$,…将光程差BC分割成n个相等的部分，同时这些平面也将波面AB分割成n个相等的部分AA_1，A_1A_2…它们称之为波带。

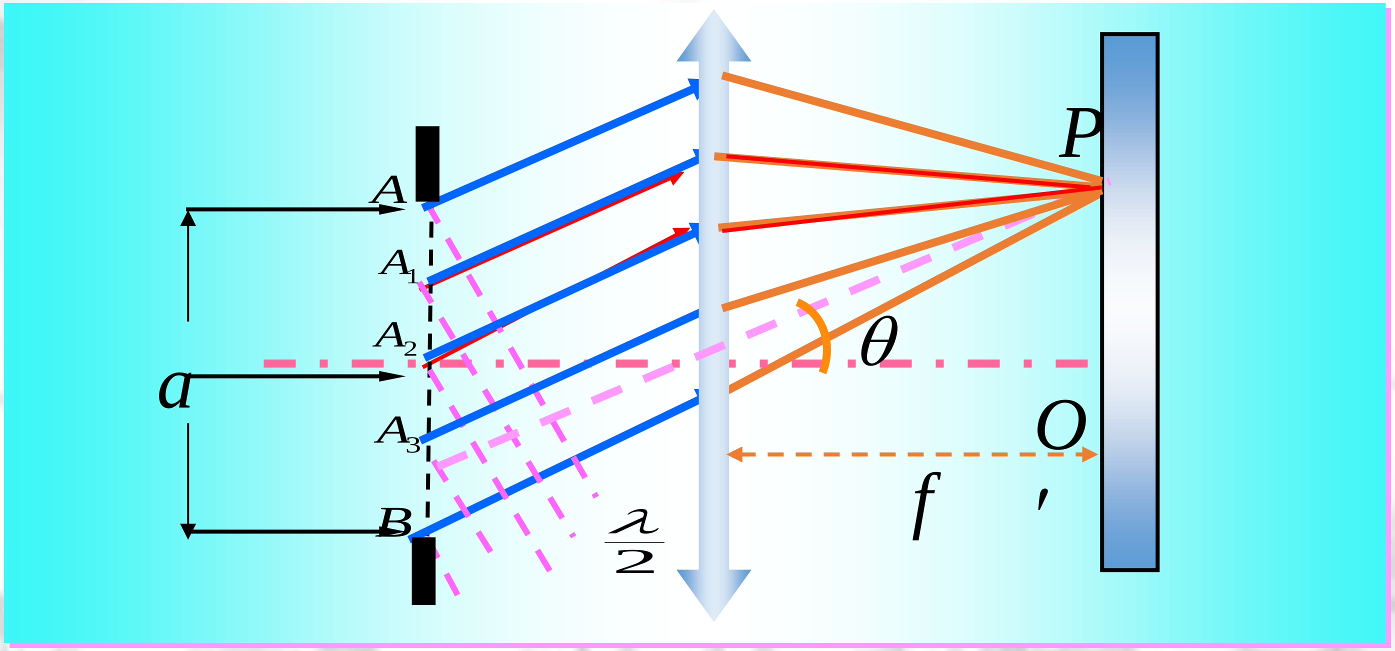
由于每相邻波带对应点如A、A_1，A_1、A_2…向θ方向发出的光波A'' A_1''，A_1'' A_2'' … 的光程差逐一相差半个波长，故称之为“半波带”。



③用半波带方法解释衍射：两相邻波带的对应点（如边缘，中点）在P点引起的振动其位相差是 π 。

12.2 夫琅禾费单缝衍射

❖ 各半波带的面积相等，各波带上的子波源的数目也相等。所以相邻两带在P点振动的贡献相互削弱，即为相消干涉。



12.2 夫琅禾费单缝衍射

故在给定的衍射角 θ 中，若BC刚好截成偶数个半波带，

则P点为相消干涉而出现暗纹；

若BC刚好截成奇数个半波带，

则P点为相长干涉而出现亮纹(多余的一个半波带不能被抵消)；

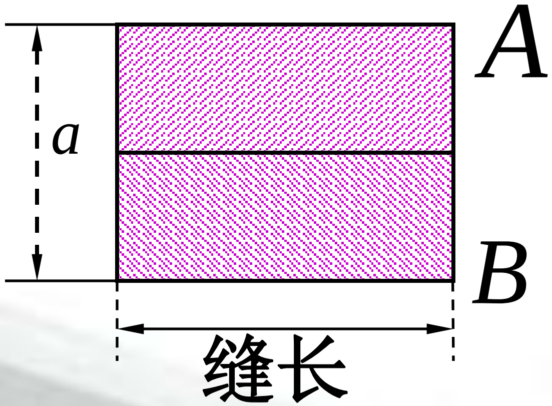
若BC不为半波长的整数倍，

则P点的亮度介于次极大和极小之间。

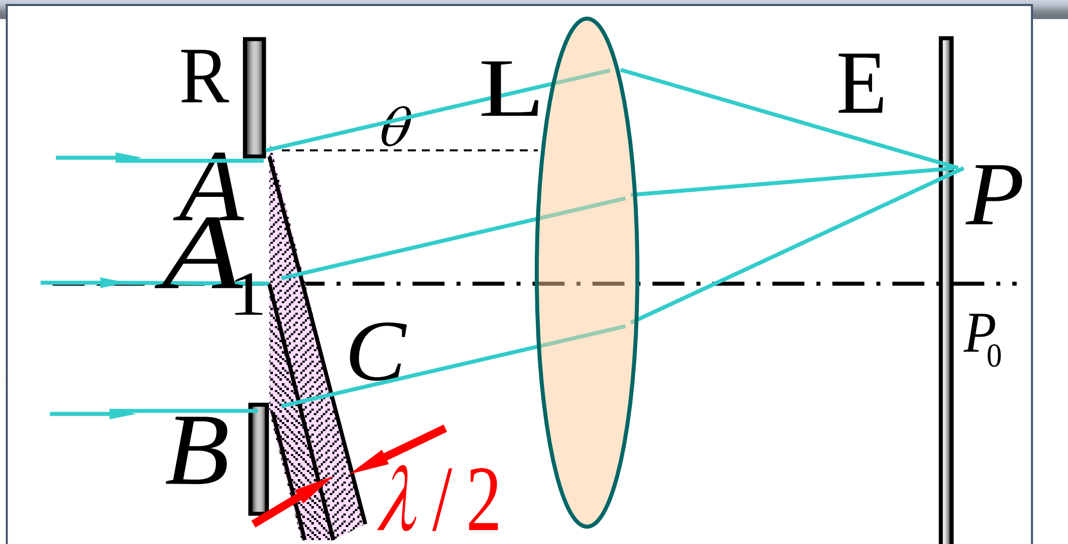
12.2 夫琅禾费单缝衍射

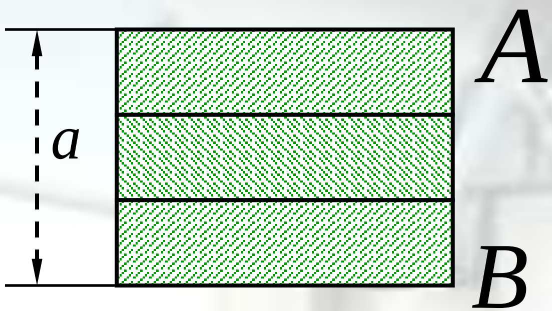
另外也可看出，若 θ角越大，则BC越长，因而半波带数目越多，而缝宽AB=a为常数，因而每个半波带的面积要减少（即每个半波带上携带的光能量减少），于是级数越高，明条纹亮度越低，最后模糊一片。

12.2 夫琅禾费单缝衍射



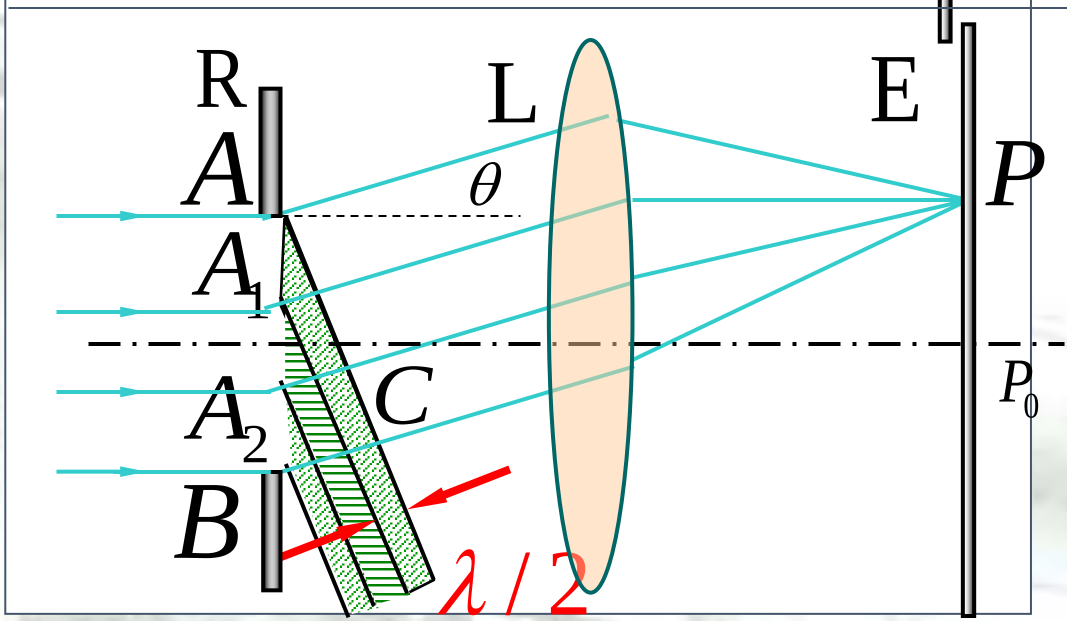
$$a\sin\theta = \pm 2k\,\lambda/2$$





$$a\sin\theta = \pm(2k+1)\,\lambda/2$$

$$k = 1,2,3,\cdots$$



12.2 夫琅禾费单缝衍射

④衍射图样中明、暗纹公式

$$a\sin\theta \begin{cases} =0 & \text{中央明纹中心} \\ =\pm k\lambda & \text{暗条纹} \\ =\pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{明条纹} \\ \neq k\dfrac{\lambda}{2} & \text{（介于明暗之间）} \end{cases}$$

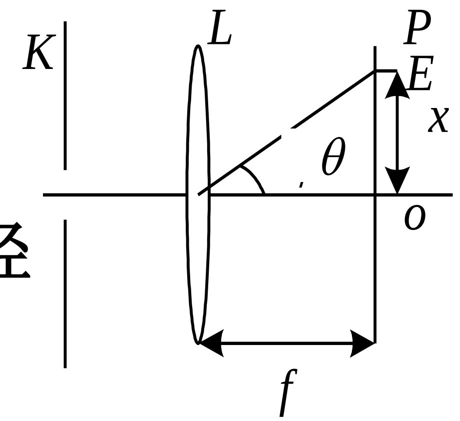
$2k$个半波带

$2k+1$个半波带

$$k=1,2,3,\cdots$$

4 衍射条纹特征

（1）明纹与暗纹的位置



设透镜焦距为 f，由透镜成像性质（经过 光 心 的 光 线 不 改 变 方 向 ）

$x_k = f\tan\theta_k$， 当 θ_k 很小时

$$x_k = f\tan\theta_k \approx f\sin\theta_k = \begin{cases} fk\dfrac{\lambda}{a} & \text{(暗纹)} \\ f(2k+1)\dfrac{\lambda}{2a} & \text{(明纹)} \end{cases}$$

12.2 夫琅禾费单缝衍射

（2）明纹宽度

角宽度 $\theta_1 = \arcsin\dfrac{\lambda}{a}$

中央明纹宽度（两个第一级暗纹间距离）$l_0 = 2x_1 = 2f\tan\theta_1$

当 θ_1 很小时 $\theta_1 \approx \dfrac{\lambda}{a}$ $l_0 = 2f\tan\theta_1 \approx 2f\sin\theta_1 = \dfrac{2\lambda f}{a}$

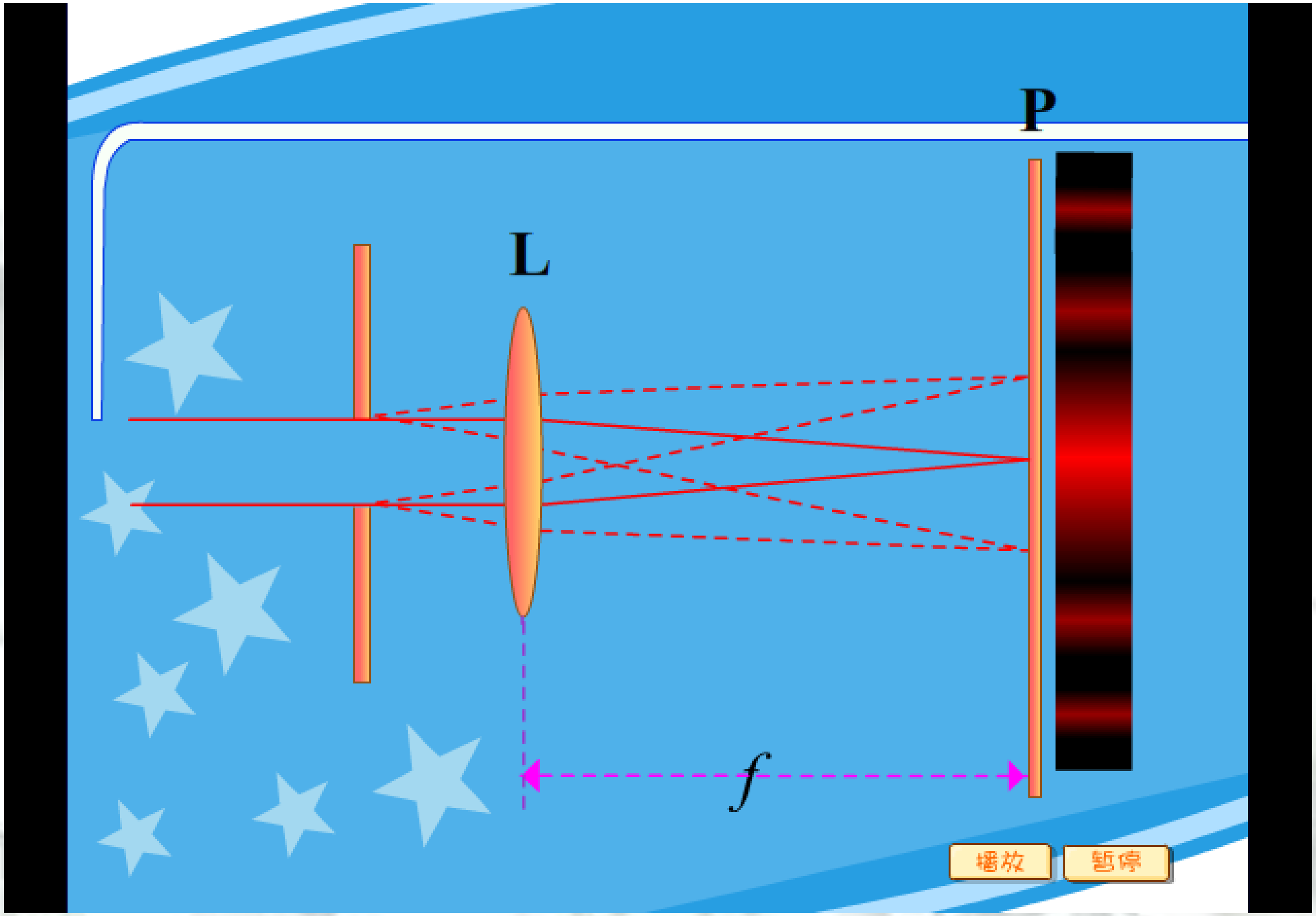
其它明纹宽度（相邻暗纹之距） $l = x_{k+1} - x_k = f\tan\theta_{k+1} - f\tan\theta_k$

衍射角较小时 $l \approx \dfrac{\lambda f}{a}$

即中央明纹为较小级数明纹宽度的 **2** 倍。

12.2 夫琅禾费单缝衍射

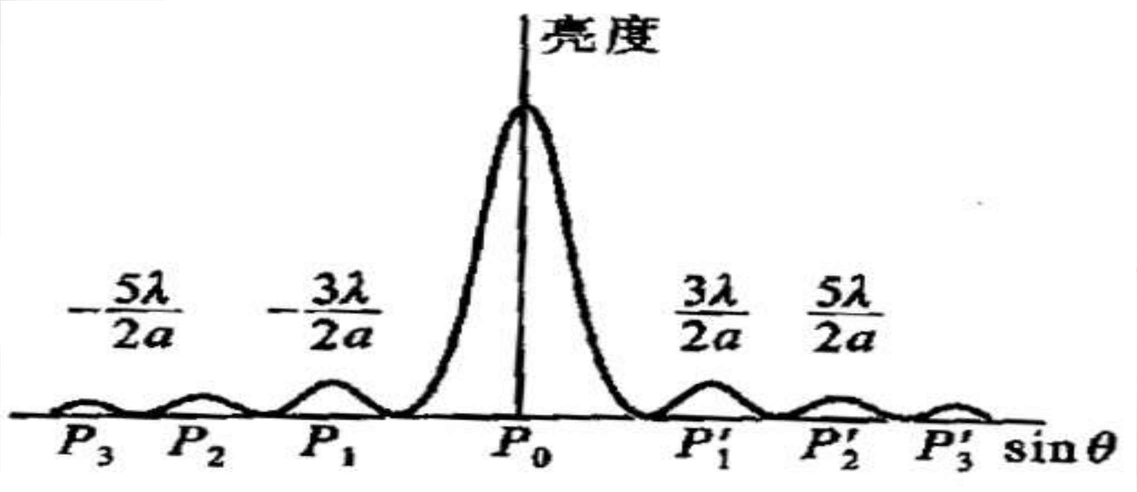
✓ 单缝宽度变化，中央明纹宽度变化情况：

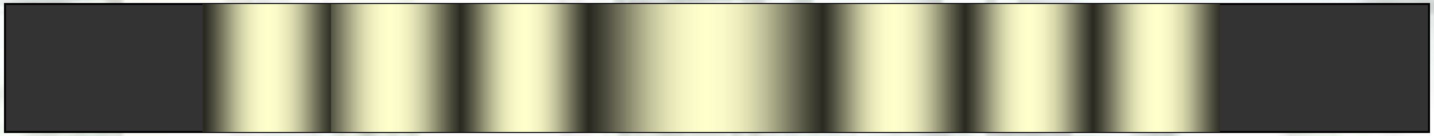


上一页 下一页 返回目录

（3）单缝衍射明纹的光强分布

$$\begin{cases} a\sin\theta = \pm k\lambda & \text{暗条纹} \\ a\sin\theta = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{明条纹} \end{cases}$$





12.2 夫琅禾费单缝衍射

例（1）在夫琅禾费单缝衍射实验中，用单色光垂直人射缝面，已知光的波长$\lambda = 500\text{nm}$，第一级暗纹对应的衍射角$\theta_1 = 30^0$，问缝宽如何？中央明纹的宽度如何？对应该衍射角，单缝被分成多少个半波带？（2）如果所用单缝的宽度$a' = 0.50\text{mm}$，在焦距$f = 1.0\text{m}$的透镜焦平面上观察衍射条纹，求中央明纹和其它各级明纹的宽度.

解 (1) 由式(14-18)的暗纹公式，对第一级暗纹应有

$$a\sin\theta_1 = \lambda$$

由$\theta_1 = 30^0$，可以求得缝宽

12.2 夫琅禾费单缝衍射

$$a=\frac{\lambda}{\sin\theta_1}=\frac{500}{\sin 30^0}=1000(\text{nm})=10^{-6}(\text{m})$$

中央明纹宽度 $l_0=2x_1=2f\cdot\tan\theta_1=2\times1.0\times\frac{\sqrt{3}}{3}=1.155(\text{m})$

此时，对于一般屏幕而言，将完全被中央明纹占据。

若用近似式计算 $l_0=\frac{2\lambda f}{a}=\frac{2\times500\times10^{-9}\times1.0}{10^{-6}}=1.0(\text{m})$ 误差为 15%。

制造这样窄的单缝在工艺上是相当困难的，而且由于缝太窄，通过单缝的光强太弱，观察起来也十分困难，常用的单缝要宽得多。

12.2 夫琅禾费单缝衍射

单缝被分成的半波带数$=2\times\dfrac{a\sin\theta_1}{\lambda}=2\times\dfrac{10^{-6}\times\sin 30^0}{500\times10^{-9}}=2$

（2）中央明纹宽度

由于 $\sin\theta_1=\dfrac{\lambda}{a'}=\dfrac{500\times10^{-9}}{0.5\times10^{-3}}=10^{-3}$

所以 $l_0=\dfrac{2\lambda f}{a'}=\dfrac{2\times500\times10^{-9}\times1.0}{0.5\times10^{-3}}=2\times10^{-3}(\mathrm{m})=2.0\mathrm{mm}$

其它各级明纹宽度 $l=l_0/2=1.0\mathrm{mm}$

例 如图 15-9，设一监视雷达位于路边 $d=15\text{m}$ 处，雷达波的波长为30mm，射束与公路成15°角，天线宽度 $a=0.20\text{m}$ 试求：该雷达监视范围内公路长 S 值。

解 将雷达波束看成是单缝衍射的零级明纹由

$$a\sin\theta=\lambda$$

$$\sin\theta=\frac{\lambda}{a}=\frac{30\times10^{-3}}{0.2}=0.15$$

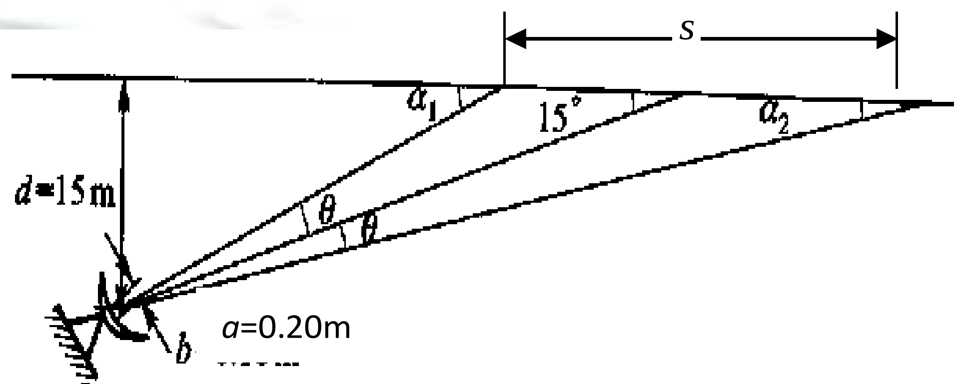


图 15-9 例 15-2 图

$$\theta\approx8.63^\circ$$

上一页 下一页 返回目录

12. 2 夫琅禾费单缝衍射

$$\alpha_1 = 15^0 + \theta = 23.63^0$$

$$\alpha_2 = 15^0 - \theta = 6.37^0$$

$$s = d(\cot\alpha_2 - \cot\alpha_1) = 15(\cot 6.37^0 - \cot 23.63^0) \approx 100(\mathrm{m})$$

例 用波长为λ的单色光照射狭缝，得到单缝的夫琅禾费衍射图样，第3级暗纹位于屏上的P处，问：

(1)若将狭缝宽度缩小一半，那么P处是明纹还是暗纹？

(2)若用波长为1.5λ的单色光照射狭缝，P处是明纹还是暗纹？

解 利用半波带法直接求解，与暗纹对应的半波带数为偶数2k(k＝1,2，…为暗纹级数)；与中央明纹除外的明纹对应的半波带数为奇数2k＋1(k＝1,2，…为明纹级数).

根据已知条件，在屏上P处出现第3级暗纹，所以对于P位置，狭缝处的波面可划分为6个半波带.

12.2 夫琅禾费单缝衍射

(1) 缝宽减小到一半，对于P位置，狭缝处波面可分为3个半波带，则在P处出现第1级明纹.

(2) 改用波长为1.5λ的单色光照射，则狭缝处波面可划分的半波带数变为原来的一点五分之一，对于P位置，半波带数变为4个，所以在P处将出现第2级暗纹.

例 波长λ＝600nm的单色光垂直入射到缝宽a＝0.2 mm的单缝上，缝后用焦距f＝50 cm的会聚透镜将衍射光会聚于屏幕上. 求：(1)中央明条纹的角宽度、线宽度；(2)第1级明条纹的位置以及单缝处波面可分为几个半波带？(3)第1级明条纹宽度.

解 (1)第1级暗条纹对应的衍射角 θ_0为

$$\sin\theta_0=\frac{\lambda}{a}=\frac{6\times10^{-7}}{2\times10^{-4}}=3\times10^{-3}$$

因 $\sin\theta_0$很小，可知中央明条纹的角宽度为

$$2\theta_0\approx2\sin\theta_0=6\times10^{-3}\ rad$$

12.2 夫琅禾费单缝衍射

第1级暗条纹到中央明条纹中心O的距离为

$$x_1 = f\tan\theta_0 \approx f\theta_0 = 0.5\times3\times10^{-3} = 1.5\times10^{-3}\,m = 1.5\,mm$$

中央明条纹的线宽度为 $\Delta x_0 = 2x_1 = 2\times1.5 = 3\ mm$

(2)第1级明条纹对应的衍射角 θ 满足

$$\sin\theta = (2k+1)\frac{\lambda}{2a} = \frac{3\times6\times10^{-7}}{2\times2\times10^{-4}} = 4.5\times10^{-3}$$

第1级明条纹中心到中央明条纹中心的距离为

$$x = f\tan\theta \approx f\sin\theta = 0.5\times4.5\times10^{-3} = 2.25\times10^{-3}\,m = 2.25\,mm$$

对应于该θ值，单缝处波面可分的半波带数为

$$2k+1=3\text{个}$$

(3)设第2级暗条纹到中央明条纹中心O的距离为 x_2，对应的衍射角为θ_2，故第1级明条纹的线宽度为

$$\Delta x = x_2 - x_1 = f\tan\theta_2 - f\tan\theta_1 \approx f\left(\frac{2\lambda}{a}-\frac{\lambda}{a}\right)=\frac{\lambda}{a}f$$

$$=\frac{6\times10^{-7}\times0.5}{2\times10^{-4}}=1.5\times10^{-3}\,m=1.5\,mm$$

第1级明条纹的宽度约为中央明纹宽度的一半.