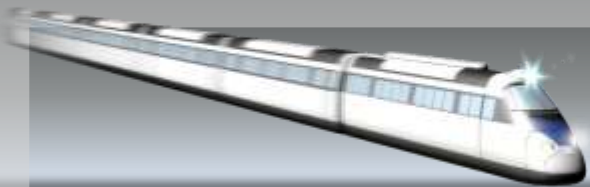


A photograph of a modern high-speed train, primarily white with blue and yellow accents, traveling on a concrete bridge. The train is angled towards the right. The background shows a cloudy sky and some greenery.

第四章 气体动理论





4.2 理想气体压强公式

4.2.1 理想气体分子模型和统计假设

理想气体的分子模型为：

- ✓ 分子可以看作质点
- ✓ 除碰撞外，分子力可以略去不计
- ✓ 分子间的碰撞是完全弹性碰撞

平衡态时，理想气体分子的统计假设有：

- ✓ 无外场作用时，气体分子在各处出现的概率相同
- ✓ 分子可以有各种不同的速度，速度取向在各方向是等概率的



4.2.1 理想气体分子模型和统计假设

每个分子运动具有偶然性，然而正是由于每个分子的偶然性，才使得大量分子运动出现了规律性。这种规律性具有统计平均意义，称为统计规律性。

在平衡态，当重力的影响可以忽略时，容积内各处的压强、密度、温度都相同，而分子始终在作无规则的热运动，故我们可以认为：

- (1) 每个分子向各个方向运动的机会均等（ $\frac{1}{6}$ ）；
- (2) 对于大量分子，向各个方向运动的分子数平均相等（ $\frac{N}{6}$ ）；



4.2.1 理想气体分子模型和统计假设

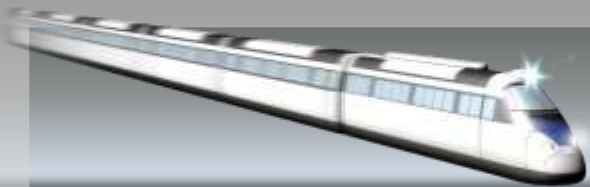
(3) 分子速度在各个方向上的分量的各种平均值平均相等；

例如： $\because v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$

$$\therefore \overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$$

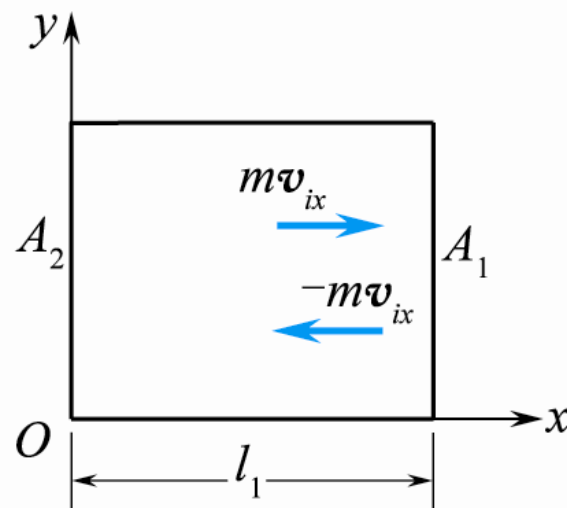
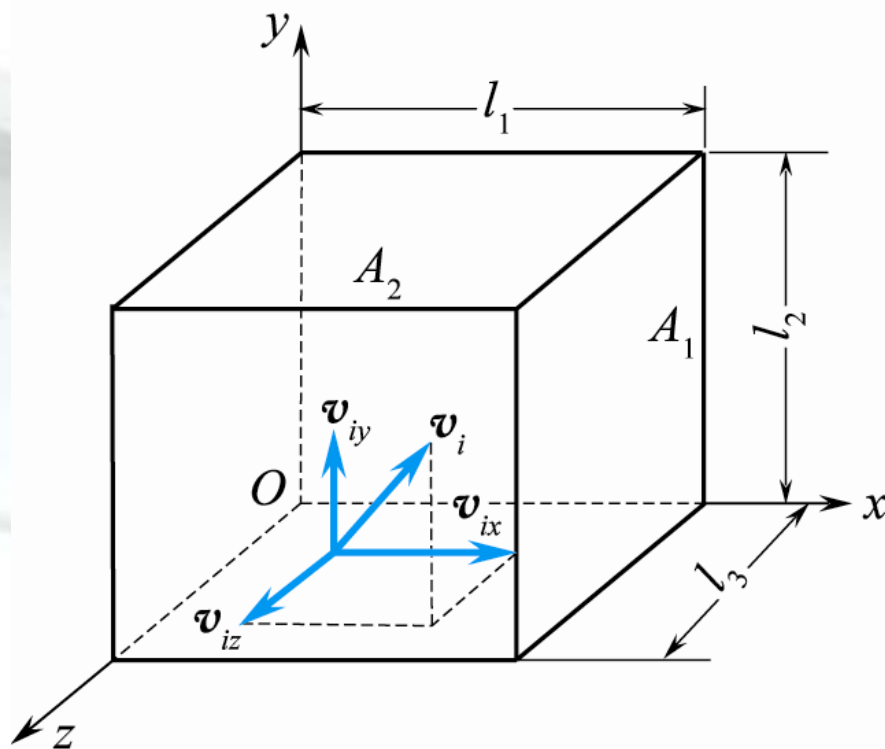
(4) 每个分子运动速度不尽相同，由于分子不停地发生碰撞而发生变化，因而分子具有各种可能的速度。对于全同分子，不会因碰撞而丢失具有某一速度的分子。

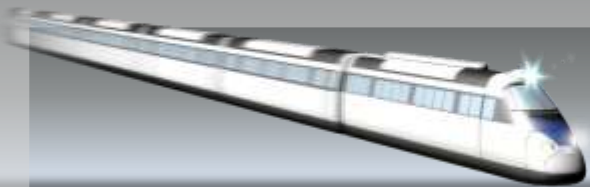
以上就是用统计平均的观点所得出的气体分子的性质。



4.2.2 理想气体的压强公式

设边长分别为 l_1 、 l_2 及 l_3 的长方体中有 N 个质量为 m 的同类型气体分子，计算 A_1 壁面所受压强。



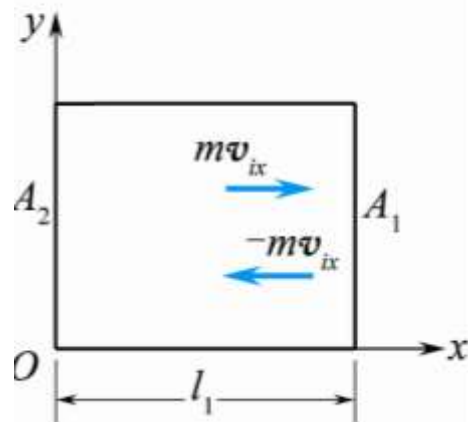


4.2.2 理想气体的压强公式

1、单个分子 i 一次碰撞对 A_1 面的冲量

对于 i 分子: $\Delta P_{ix} = (-mv_{ix}) - mv_{ix} = -2mv_{ix}$

由牛顿第三定律, i 分子给予器壁的冲量为 $2mv_{ix}$



2、分子 i 对 A_1 的平均力

两次与 A_1 面碰撞间隔时间

$$\Delta t = 2l_1 / v_{ix}$$

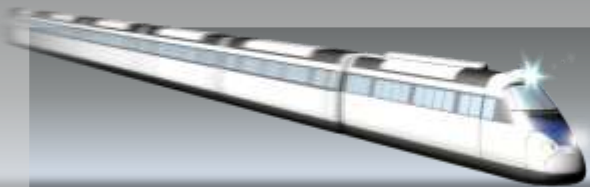
i 分子单位时间内与 A_1 面碰撞的次数为

$$\frac{v_{ix}}{2l_1}$$

则 i 分子单位时间内施于 A_1 面的总冲量 (冲力) 为

$$2mv_{ix} \cdot \frac{v_{ix}}{2l_1} = \frac{1}{l_1} mv_{ix}^2 \quad \text{其量纲关系为 (力} \cdot \text{秒} \cdot \frac{\text{次}}{\text{秒}} \rightarrow \text{力)}$$

3、 A_1 面所受的平均总冲力



4.2.2 理想气体的压强公式

$$\overline{F}_x = \sum_{i=1}^N \frac{m}{l_1} v_{ix}^2 = \frac{m}{l_1} \sum_{i=1}^N v_{ix}^2$$

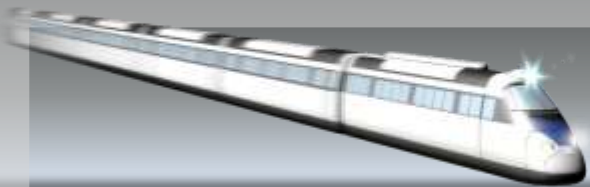
$$\because \sum_{i=1}^N v_{ix}^2 = v_{1x}^2 + v_{2x}^2 + \cdots + v_{Nx}^2$$

故若令 $\overline{v_x^2} = \frac{v_{1x}^2 + v_{2x}^2 + \cdots + v_{Nx}^2}{N}$ 表示分子在X方向速率平方的平均值，

那么 $\sum_{i=1}^N v_{ix}^2 = N \overline{v_x^2}$

于是所有分子在单位时间内施于A₁面的冲力为

$$\overline{F}_x = \sum_{i=1}^N \frac{m}{l_1} v_{ix}^2 = \frac{m}{l_1} \sum_{i=1}^N v_{ix}^2 = \frac{m}{l_1} N \overline{v_x^2}$$



4.2.2 理想气体的压强公式

4 压强

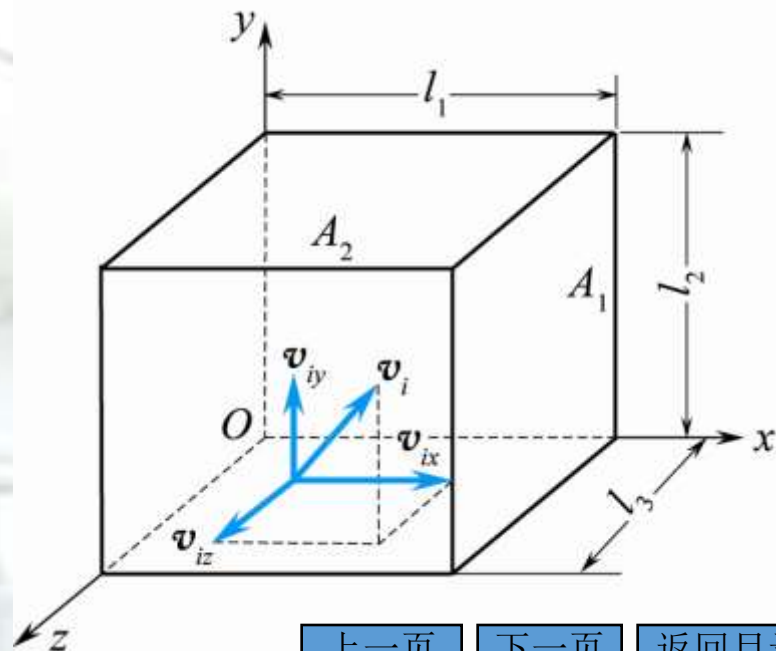
$$p = \frac{\overline{F}_x}{l_2 l_3} = \frac{m}{l_1 l_2 l_3} \sum_{i=1}^N v_{ix}^2 = \frac{mN}{l_1 l_2 l_3 N} \sum_{i=1}^N v_{ix}^2$$

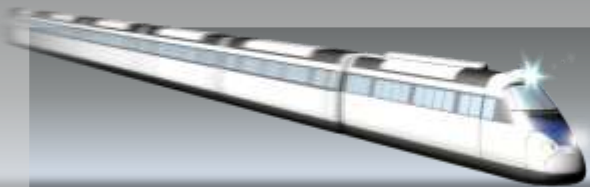
分子数密度

$$n = \frac{N}{l_1 l_2 l_3}$$

$$\text{且 } \overline{v_x^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_{ix}^2$$

$$\therefore p = nm \overline{v_x^2}$$





4.2.2 理想气体的压强公式

平衡态下 $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$ 及 $\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$

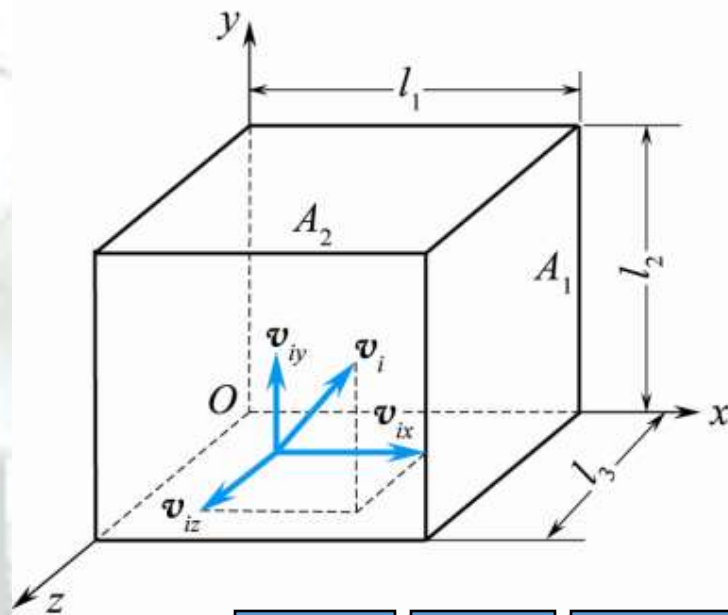
$$\therefore \overline{v_x^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2} \quad p = \frac{1}{3} nm \overline{v^2} = \frac{2}{3} n \left(\frac{1}{2} m \overline{v^2} \right)$$

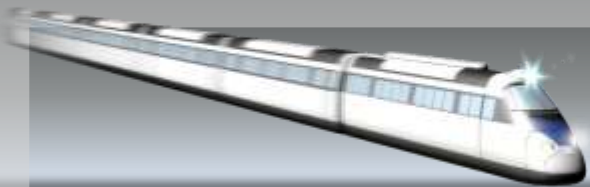
分子平均平动动能

$$\overline{\varepsilon_{kt}} = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$$

$$p = \frac{2}{3} n \left(\frac{1}{2} m \overline{v^2} \right) = \frac{2}{3} n \overline{\varepsilon_{kt}}$$

称为理想气体的压强公式。它表明，气体的压强正比于分子数密度和分子的平均平动动能。





4.2.2 理想气体的压强公式

压强的物理意义

$$p = \frac{2}{3} n \overline{\varepsilon_{kt}}$$

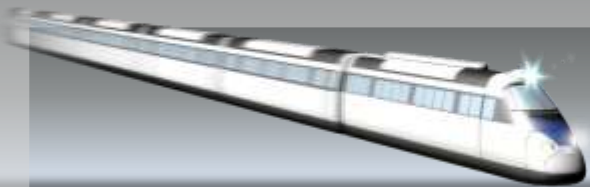
宏观可测量量

微观量的统计平均值

压强的微观解释：

- (1) 压强是对大量分子的分子数密度和分子平均平动动能的统计平均结果。——这就是宏观量 P 与微观量 $\overline{\varepsilon_{kt}}$ 之间的关系。
- (2) 气体压强是指：容器壁的单位面积上受到的大量分子碰撞冲力的时间平均值。

因此，对少量分子或个别分子上述公式不成立。



4.3 温度的统计解释

4.3.1 温度的统计解释

$$pV = \frac{M}{M_{mol}} RT \rightarrow p = \frac{N}{V} \cdot \frac{R}{N_A} T = \frac{2}{3} n \bar{\varepsilon}_{kt}$$

阿伏加德罗常数

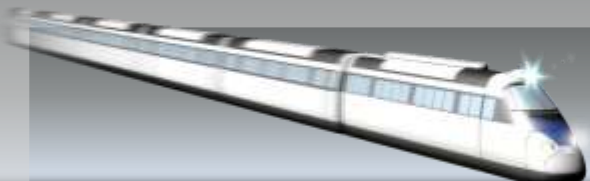
$$N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

玻尔兹曼常量

$$k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$n = \frac{N}{V}$$

$$p = nkT$$



4.3.1 温度的统计解释

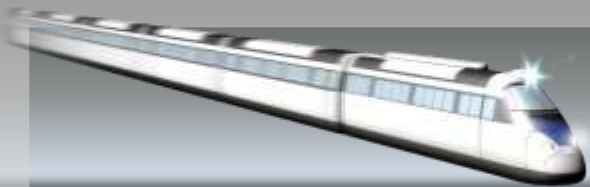
温度 T 的物理意义

$$\overline{\varepsilon_{kt}} = \frac{3}{2} kT$$

- 1) 温度是分子平均平动动能的量度（反映热运动的剧烈程度）。
- 2) 温度是大量分子的集体表现，个别分子无意义。
- 3) 在同一温度下，各种气体分子平均平动动能均相等。（与第零定律一致）

注意

热运动与宏观运动的区别：温度所反映的是分子的无规则运动，它和物体的整体运动无关，物体的整体运动是其中所有分子的一种有规则运动的表现。



4.3.1 温度的统计解释

例 理想气体体积为 V ，压强为 p ，温度为 T ，一个分子的质量为 m ， k 为玻尔兹曼常量， R 为摩尔气体常量，则该理想气体的分子数为：

(A) pV/m

★ (B) $pV/(kT)$

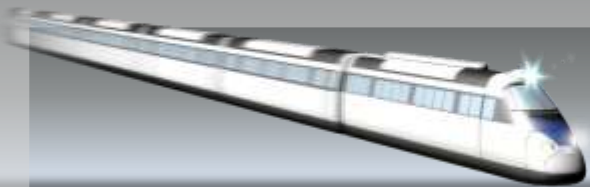
(C) $pV/(RT)$

(D) $pV/(mT)$

解

$$p = nkT$$

$$N = nV = \frac{pV}{kT}$$

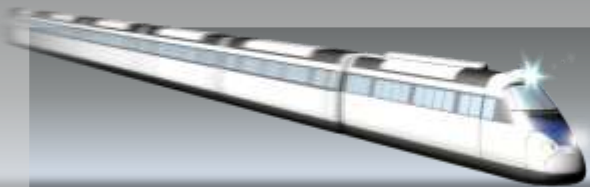


4.3.2 气体分子的方均根速率

$$\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT \rightarrow \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_{mol}}}$$

方均根速率和气体的**热力学温度**的平方根成正比，与气体的**摩尔质量**的平方根成反比。

对于同一种气体，温度越**高**，方均根速率越大。在同一温度下，气体分子质量或摩尔质量越**大**，方均根速率就越**小**。



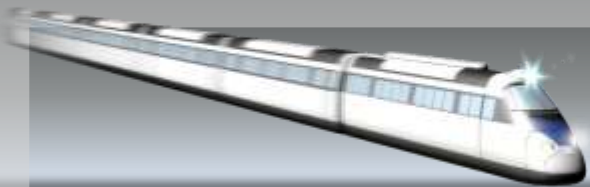
4.3.2 气体分子的方均根速率

例 4-2 一容器内的气体，压强为 1.33 Pa ，温度为 300K ，问在 1m^3 中有多少气体分子？这些分子总的平均平动动能 E_{kt} 是多少？

解 根据公式 $p = nkT$ ，分子数密度为

$$n = \frac{p}{kT} = \frac{1.33}{1.38 \times 10^{-23} \times 300} = 3.21 \times 10^{20} \quad (/m^3)$$

因为每一个分子的平均平动动能 $\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT$ ，所以 1m^3 中的分子的总平均平动动能为



4.3.2 气体分子的方均根速率

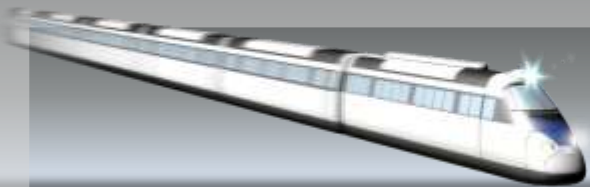
$$E_{kt} = \frac{1}{2} m \overline{v^2} \times n = \frac{3}{2} kT \times n$$

其中 $n = \frac{p}{kT}$ ，所以

$$E_{kt} = \frac{3}{2} kT \times \frac{p}{kT} = \frac{3}{2} p$$

代入 p 值，得

$$E_{kt} = \frac{3}{2} \times 1.33 = 2.00 \text{ (J/m}^3\text{)}$$



4.3.1 温度的统计解释

例4-3 一瓶氦气和一瓶氮气密度相同，分子平均平动动能相同，而且它们都处于平衡状态，则它们

(A) 温度相同、压强相同。

(B) 温度、压强都不同。

★ (C) 温度相同，但氦气的压强大于氮气的压强。

(D) 温度相同，但氦气的压强小于氮气的压强。

解

$$p = nkT = \frac{N}{V} kT = \rho \frac{k}{m} T$$
$$\because m(\text{N}_2) > m(\text{He}) \quad \therefore p(\text{N}_2) < p(\text{He})$$