

# 第05讲 功与功率 功能关系



#### 课标内容要求

- 1. 理解功与功率
- 2. 理解动能与动能定理。能用动能定理解释生产生活中的现象
- 3. 理解重力势能,知道重力势能的变化与重力做功的关系







#### 考点一 功和功率

考点二 机车及启动问题

考点三 动能定理的理解和应用

考点四 功能关系的理解和应用



#### 考情分析

#### 考情分析

#### 命题规律及方法指导

- 1.功和功率方面不单单考本身知识,还会与**能量转化**结合一起考察;动能、动能定理、功能关系也不单单会考本身知识,通常与匀变速直线运动、平抛运动、圆周运动结合起来进行综合考核
- 2.常用方法: 微元法、函数法、图像法、比较法、极限法; 理解过程与状态、过程量与状态量。
- 3.常考题型:选择题,计算题.

#### 考情分析

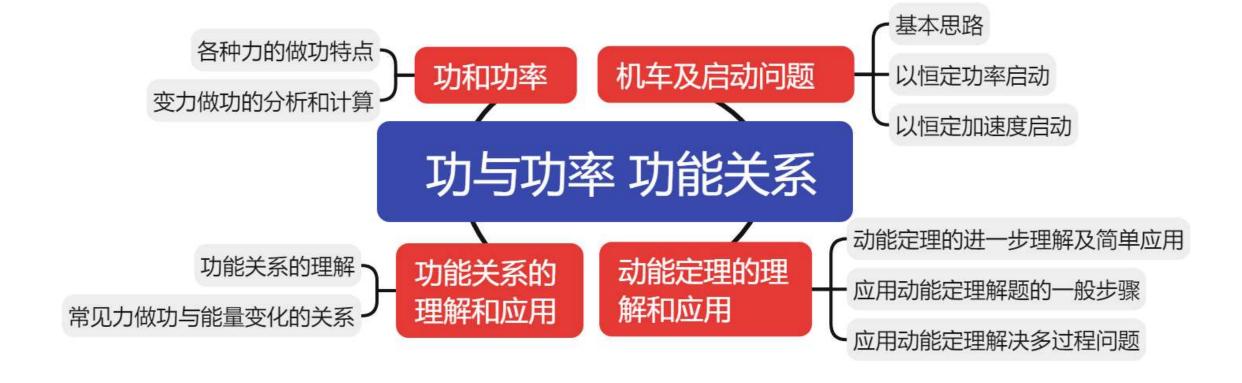
#### 考情分析

#### 命题预测

- 1.本专题属于重点、热点、难点内容;
- 2. 高考命题考察方向
- ①**功的考察**: 各种力(重力(与路径无关)、弹力(变力做功)、摩擦力(涉及能量的转化)的做功特点及计算
- ②<mark>动能定理的考察</mark>: a、物体受恒力在单一过程中的初末动能计算; b、利用动能定理计算变力做功; c、物体在力(恒力、变力、多个力,各力作用不同阶段)作用下经历多个过程的动能变化;
- ③功能关系: 各种力做功与对应能量的转化问题



### 网络构建





## 考点一 功和功率

#### 各种力的做功特点

- 1)保守力(重力、弹簧弹力)做功与初末位置有关,与路径无关.
- 2)滑动摩擦力、空气阻力做功与路径有关.
- 3)摩擦力做功有以下特点
  - ①一对静摩擦力所做功的代数和总等于零;
- ②一对滑动摩擦力做功过程中会发生物体间机械能的转移,做功的代数和总是负值,差值为机械能转化为内能的部分,也就是系统机械能的损失量,损失的机械能会转化为内能,内能 $Q=F_{fX_{ADM}}$ ;
  - ③两种摩擦力对物体都可以做正功,也可以做负功,还可以不做功.

#### 变力做功的分析和计算

1)"微元法"求变力做功:将物体的位移分割成许多小段,因小段很小,每一小段上作用在物体上的力可以视为恒力,这样就将变力做功转化为在无数多个无穷小的位移上的恒力所做功的代数和,此法适用于求解大小不变、方向改变的变力做功.

【举例】质量为m的木块在水平面内做圆周运动,运动

一周克服摩擦力做功

 $W_f = F_f \bullet \Delta x_1 + F_f \bullet \Delta x_2 + F_f \bullet \Delta x_3 + \dots = F_f(\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \dots) = F_f \bullet 2\pi R$ 

#### 变力做功的分析和计算

2)"图像法"求变力做功: 在F-x图像中,图线与x轴所围"面积"的代数和就表示力F在这段位移内所做的功,且位于x轴上方的"面积"为正功,位于x轴下方的"面积"为负功,但此方法只适用于便于求图线与x轴所围面积的情况(如三角形、矩形、圆等规则的几何图形).

【举例】一水平拉力拉着一物体在水平面上运动的位移为 $x_0, F_1$  图线与横轴所围面积表示拉力所做的功:  $W = \frac{F_0 + F_1}{2} x$  O x/m

#### 变力做功的分析和计算

3)"平均力"求变力做功: 当力的方向不变而大小随位移线性变化时,可先求出力对位移的平均值  $\overline{F} = \frac{F_0 + F_1}{2}$ ,再由 $W = Flcos\theta$ 计算,如弹簧弹力做功.

【举例】弹力做功,弹力大小随位移线性变化,取初状态弹力为0,则

$$W = \overline{F}x = \frac{0 + F_k}{2}x = \frac{0 + kx}{2}x = \frac{1}{2}kx^2$$

#### 变力做功的分析和计算

4)应用动能定理求解变力做功:在一个有变力做功的过程中,当变力做功无法直接通过功的公式求解时,可用动能定理  $W_{\mathfrak{V}}+W_{\mathfrak{U}}=\frac{1}{2}mv_{2}^{2}-\frac{1}{2}mv_{1}^{2}$ ,物体初、末速度已知,恒力做功 $W_{\underline{\nu}}=\frac{1}{2}mv_{2}^{2}-\frac{1}{2}mv_{1}^{2}-W_{\underline{\nu}}$  . 就可以求出变力做的功了.

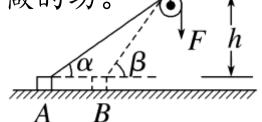
【举例】用力F把小球从A处缓慢拉到B处,F做功为 $W_F$ ,则有: $W_F + W_G = 0 \Rightarrow W_F - mgl(1 - \cos\theta) = 0 \Rightarrow W_F = mgl(1 - \cos\theta)$ 

#### 变力做功的分析和计算

5)等效转换法求解变力做功:将变力转化为另一个恒力所做的功。

【举例】恒力F把物块从A拉到B, 绳子对物块做功

$$W = F\left(\frac{h}{\sin\alpha} - \frac{h}{\sin\beta}\right)$$

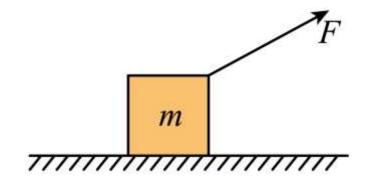


# 功率的计算 1) $P = \frac{W}{t}$ 2) $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$

1) 
$$P = \frac{W}{t}$$

2) 
$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

- 1. (2023•北京•统考高考真题)如图所示,一物体在力F作用下沿水平桌面做匀加速直线运动。已知物体质量为m,加速度大小为a,物体和桌面之间的动摩擦因数为 $\mu$ ,重力加速度为g,在物体移动距离为x的过程中(D)
  - A. 摩擦力做功大小与F方向无关
  - B. 合力做功大小与F方向有关
  - C. F为水平方向时,F做功为 $\mu mgx$
  - D. F做功的最小值为max



【考向】各种力的做功特点

#### 解析

A. 设力 F 与水平方向的夹角为  $\theta$ . 则摩擦力为  $f = \mu(mg - F \sin \theta)$ . 摩擦 力的功 $W_f = \mu(mg - F\sin\theta)x$ , 即摩擦力的功与 F的方向有关, 选项 A 错误: B. 合 力功 $W = F_{\oplus} x = ma \cdot x$ , 可知合力功与力F方向无关, 选项B错误; C. 当力F 水平时,则 $F = ma + \mu mg$ ,力F做功为 $W_F = Fx = (ma + \mu mg)x$ ,选项C错误; D. 因合外力功为 max 大小一定,而合外力的功等于力 F 与摩擦力 f 做功的 代数和,而当 $F\sin\theta = mg$ 时,摩擦力f=0,则此时摩擦力做功为零,此时力 F做功最小,最小值为 max,选项 D 正确。 故选D。

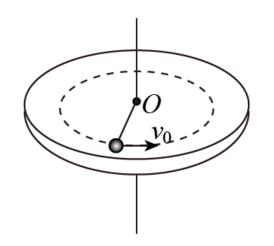
2. (2021•山东•高考真题)如图所示,粗糙程度处处相同的水平桌面上有 一长为L的轻质细杆,一端可绕竖直光滑轴O转动,另一端与质量为m 的小木块相连。木块以水平初速度vo出发,恰好能完成一个完整的圆 周运动。在运动过程中,木块所受摩擦力的大小为(B)

$$\mathbf{A} \cdot \frac{mv_0^2}{2\pi L}$$

**A.** 
$$\frac{mv_0^2}{2\pi I}$$
 **B.**  $\frac{mv_0^2}{4\pi L}$ 

$$\mathbf{C} \cdot \frac{mv_0^2}{8\pi L}$$

**D.** 
$$\frac{mv_0^{-}}{16\pi L}$$



#### 解析

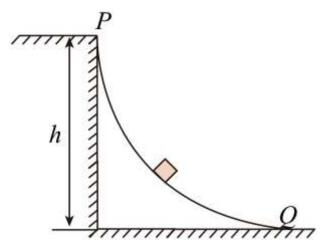
设在运动过程中, 只有摩擦力做功, 而摩擦力做功与路径有关, 根据动

能定理
$$-f \cdot 2\pi L = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2$$
,

可得摩擦力的大小 $f = \frac{mv_0^2}{4\pi L}$ 。

故选B。

- 3. (2023•广东•统考高考真题) (多选)人们用滑道从高处向低处运送货物. 如图所示,可看作质点的货物从 $\frac{1}{4}$  圆弧滑道顶端 点静止释放,沿滑道运动到圆弧末端Q点时速度大小为 6m/s。已知货物质量为20kg,滑道高度h为4m,且过Q点的切线水平,重力加速度取 $10m/s^2$ 。关于货物从P点运动到Q点的过程,下列说法正确的有 (BCD)
  - A. 重力做的功为360J
  - B. 克服阻力做的功为440J
  - C. 经过Q点时向心加速度大小为 $9m/s^2$
  - D. 经过Q点时对轨道的压力大小为380N



【考向】重力做功 变力做功

#### 解析

A. 重力做的功为 $W_G = mgh = 800J$ , A. 错误; B. 下滑过程据动能定理可 得 $W_G - W_f = \frac{1}{2} m v_Q^2$ ,代入数据解得,克服阻力做的功为 $W_f = 440 J$ , B正确; C. 经 过Q点时向心加速度大小为 $a = \frac{v_Q^2}{h} = 9\text{m/s}^2$ , C正确; D. 经过Q点时, 据牛 顿第二定律可得F-mg=ma,解得货物受到的支持力大小为F=380N,据 牛顿第三定律可知, 货物对轨道的压力大小为 380N, D 正确。 故选 BCD。

- 4. (2024•广东•高考真题)如图所示,探测器及其保护背罩通过弹性轻绳连接降落伞。在接近某行星表面时以60m/s的速度竖直匀速下落。此时启动"背罩分离",探测器与背罩断开连接,背罩与降落伞保持连接。已知探测器质量为1000kg,背罩质量为50kg,该行星的质量和半径分别为地球的 $\frac{1}{10}$ 和 $\frac{1}{2}$ 。地球表面重力加速度大小取 $g=10m/s^2$ 。忽略大气对探测器和背罩的阻力。下列说法正确的有( AC )
- A. 该行星表面的重力加速度大小为4m/s<sup>2</sup>
- B. 该行星的第一宇宙速度为 $7.9 \text{m/s}^2$
- C. "背罩分离"后瞬间,背罩的加速度大小为 $80m/s^2$
- D. "背罩分离"后瞬间,探测器所受重力对其做功的功率为30kW



#### 解析

A. 在星球表面,根据 $G_{R^2}^{Mm}=mg$ ,以及星球的质量和半径,以及地球的重力加速度,可知 A 正确;B. 根据 $G_{R^2}^{Mm}=m_R^{\nu^2}$ ,星球的质量与半径,以及地球的第一宇宙速度,可知 B 错误;C. "背罩分离"后,背罩所受合力为 4000N,对背罩,根据 F=ma 得, $a=80m/s^2$ ,C 正确。D. "背罩分离"后,瞬间探测器所受重力对其做功的功率 P=mgv=240kW,D 错误。

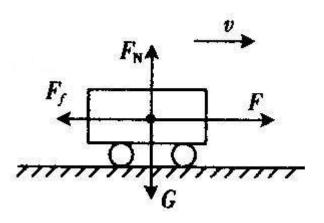
故选 AC。



## 考点二 机车及启动问题

#### 基本思路

**基本思蹈** 动力学方程: 
$$\frac{P}{v} - F_f = ma$$



#### 以恒定功率启动

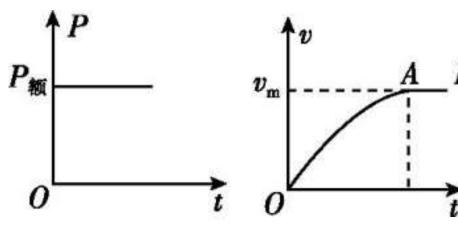
1)过程分析: 机车的运动过程是先作加速度减小的加速运动,后以最大速度  $v_m = \frac{P_{ij}}{F_c}$  作匀速直线运动.

$$v \uparrow \Longrightarrow F = \frac{P_{\emptyset}}{v} \downarrow \Longrightarrow a = \frac{F - F_f}{m} \downarrow$$

2)转折点: 在转折点A,牵引力与阻力大小相等,加速度为零,速度达到最大,

为 
$$v_m = \frac{P_{\text{op}}}{F_f}$$

3)终态: 匀速运动,最大速度 $V_m = \frac{P_{\text{op}}}{F_f}$ 



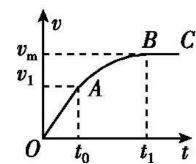
#### 以恒定加速度启动

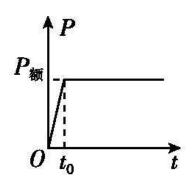
1)过程分析: 机车先作匀加速运动,维持时间 $t_0 = \frac{v_1}{a} = \frac{P_{\emptyset}}{(F_f + ma) a}$ ,当功率增大到额定功率时速度为 $v_1 = \frac{P_{\emptyset}}{F_f + ma}$ ,而后开始作加速度减小的加速运动,最

后以最大速度
$$v_m = \frac{P_{\infty}}{F_f}$$
 作匀速直线运动。
$$a = \frac{F - F_f}{m}$$
 不变  $\Rightarrow$   $F$  不变, $v \uparrow \Rightarrow$   $P = Fv \uparrow$  到最大 $P_{\infty} \Rightarrow$   $P_{\infty} = Fv_1$   $P_{\infty}$  不变, $a \neq 0 \Rightarrow v \uparrow \Rightarrow$   $F = \frac{P_{\infty}}{v} \downarrow \Rightarrow$   $a = \frac{F - F_f}{m} \downarrow$ 

2)转折点: 在转折点A,功率达到额定功率,匀加速运动结束,

此时
$$v_1 = \frac{P_{\text{om}}}{F_f + ma}$$
;在转折点B,速度达到最大,为 $v_m = \frac{P_{\text{om}}}{F_f}$ 3)终态:匀速运动,最大速度 $v_m = \frac{P_{\text{om}}}{F_f}$ 





1. (2023•湖北•统考高考真题)两节动车的额定功率分别为 $P_1$ 和 $P_2$ ,在某平直铁轨上能达到的最大速度分别为 $v_1$ 和 $v_2$ 。现将它们编成动车组,设每节动车运行时受到的阻力在编组前后不变,则该动车组在此铁轨上能达到的最大速度为(D)

**A.** 
$$\frac{P_1v_1 + P_2v_2}{P_1 + P_2}$$
 **B.**  $\frac{P_1v_2 + P_2v_1}{P_1 + P_2}$ 

C. 
$$\frac{(P_1 + P_2)v_1v_2}{P_1v_1 + P_2v_2}$$
 D.  $\frac{(P_1 + P_2)v_1v_2}{P_1v_2 + P_2v_1}$ 

#### 解析

由题意可知两节动车分别有 $P_1 = f_1 v_1$ ,  $P_2 = f_2 v_2$ , 当将它们编组后有

$$P_1 + P_2 = (f_1 + f_2)v$$
,联立可得 $v = \frac{(P_1 + P_2)v_1v_2}{P_1v_2 + P_2v_1}$ 。

故选D。

- 2. (2021•湖南•高考真题)"复兴号"动车组用多节车厢提供动力,从而达到提速的目的。总质量为m的动车组在平直的轨道上行驶。该动车组有四节动力车厢,每节车厢发动机的额定功率均为P,若动车组所受的阻力与其速率成正比( $F_{E\!E\!=\!kv}$ ,k为常量),动车组能达到的最大速度为 $\nu_m$ 。下列说法正确的是(C)
  - A. 动车组在匀加速启动过程中,牵引力恒定不变
- B. 若四节动力车厢输出功率均为额定值,则动车组从静止开始做匀加速运动
  - C. 若四节动力车厢输出的总功率为2.25P,则动车组匀速行驶的速度为 $\frac{3}{4}$  $\nu_{\rm m}$
- ${\bf D}$ . 若四节动力车厢输出功率均为额定值,动车组从静止启动,经过时间t达到最大速度 $v_m$ ,则这一过程中该动车组克服阻力做的功为 $\frac{1}{2}mv_m^2 Pt$

#### 解析

A. 对动车由牛顿第二定律有 $F-F_{\text{\tiny III}}=ma$ , 若动车组在匀加速启动, 即加速度 a恒定,但 $F_{\Pi}$ =kv随速度增大而增大,则牵引力也随阻力增大而变大,故A错误;B.若 四节动力车厢输出功率均为额定值,则总功率为4P,由牛顿第二定律有 $\frac{4P}{...}$ -kv=ma, 故可知加速启动的过程,牵引力减小,阻力增大,则加速度逐渐减小,故B错误;C.若 四节动力车厢输出的总功率为2.25P,则动车组匀速行驶时加速度为零,有 $\frac{2.25P}{}=kv$ , 而以额定功率匀速时,有 $\frac{4P}{v_m}=kv_m$ ,联立解得 $v=\frac{3}{4}v_m$ ,故 C 正确; D. 若四节动力车厢 输出功率均为额定值,动车组从静止启动,经过时间 t 达到最大速度 vm,由动能定理 可知 $4Pt-W_{FII}=\frac{1}{2}mv_{m}^{2}-0$ 可得动车组克服阻力做的功为 $W_{FII}=4Pt-\frac{1}{2}mv_{m}^{2}$ ,故 D 错误;选 C。

- 3. (2023•贵州毕节•统考三模)由于三大常规能源的短缺,新能源汽车成为当下各国研发的主方向。理论上汽车刹车车轮抱死的情况下,刹车距离与速度的平方成正比,与动摩擦因数成反比,当摩擦因数一定时,刹车距离取决于车速。现实生活中,车速一样的情况下,往往车载重越重,刹车距离就越长。为探究这个问题,研究小组对某新能源汽车进行研究,该车质量为m=2t,额定功率为 $P_0=60kW$ ,以额定功率在水平路面上启动,受到的阻力恒为 $F_{E}=2000N$ 。保持额定功率行驶时间t=25s时,速度达到最大,随即刹车(防抱死制动装置ABS启动,不考虑反应时间),测得制动距离等于启动到最大速度距离的1/3倍。求:
  - (1) 该车从启动到最大速度的过程中,汽车行驶的位移大小;
  - (2) 上述刹车过程中刹车系统的制动力 $F_{ extit{ ilde{ ilde{ ilde{h}}}}$ 。

#### 解析

【答案】(1) x = 300m; (2)  $F_{\parallel} = 9 \times 10^3 \text{N}$ 

【详解】(1) 根据题意可知, 当 $F_{\parallel} = F_{\square}$ 时,速度最大,结合公式P = Fv,

则有 $v_{\rm m} = \frac{P_0}{F_{\rm BI}}$ ,代入数据得 $v_{\rm m} = 30 \text{m/s}$ 

从启动到最大速度,由动能定理得 $P_0t-F_{\mathbb{H}}\cdot x=\frac{1}{2}mv_{\mathbb{m}}^2-0$ ,代入数据得x=300m

(2) 根据题意, 由动能定理有 $-F_{\parallel}x'=0-\frac{1}{2}mv_{\rm m}^2$ , 其中 $x'=\frac{x}{3}$ 

代入数据得F<sub>制</sub> = 9×10<sup>3</sup>N



# 考点三 动能定理的理解和应用

#### 动能定理的理解及应用

- 1)动能是标量,功也是标量,所以动能定理是一个标量式,不存在方向的选取问题,即,动能定理不存在分量的表达式.
- 2)动能定理中的位移和速度必须相对于同一个参考系,一般以地面或相对地面 静止的物体为参考系
- 3)动能定理说明了合外力对物体所做的功和动能变化间的因果关系和数量关系,不可理解为功转变成了物体的动能
- 4)合外力做的功为零时,合外力不一定为零(如匀速圆周运动),物体不一定处于平衡状态

## 核心提炼

### 动能定理的理解及应用

- 5)动能定理的表达式是在物体受恒力作用且做直线运动的情况下得出的.但它也适用于变力及物体作曲线运动的情况.
- 6)应用动能定理解题应抓住"两状态,一过程","两状态"即明确研究对象的始、末状态的速度或动能情况,"一过程"即明确研究过程,确定在这一过程中研究对象的受力情况和位置变化或位移信息.
- 7)应用动能定理只考虑初、末状态,没有守恒条件的限制,也不受力的性质和物理过程的变化的影响.所以,凡涉及力和位移,而不涉及力的作用时间的动力学问题,都可以用动能定理分析和解答,而且一般都比用牛顿运动定律和机械能守恒定律简捷.

### 核心提炼

### 应用动能定理解题的一般步骤

1)选对象:确定研究对象和研究过程

2)两分析:

①运动分析:运动性质及特点、明确初、末状态动能?

②受力分析:几个力?恒力还是变力?正功还是负功?求总功

3)列方程:分阶段或全过程列动能定理

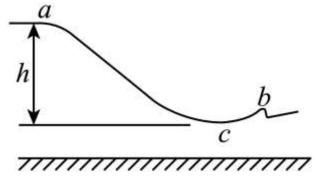
1. (2022•全国•统考高考真题)北京2022年冬奥会首钢滑雪大跳台局部示意图如图所示。运动员从a处由静止自由滑下,到b处起跳, c点为a、b之间的最低点, a、c两处的高度差为h。要求运动员经过c点时对滑雪板的压力不大于自身所受重力的k倍,运动过程中将运动员视为质点并忽略所有阻力,则c点处这一段圆弧雪道的半径不应小于(D)

$$\mathbf{A.} \ \frac{h}{k+1}$$

**B.** 
$$\frac{h}{k}$$

C. 
$$\frac{2h}{k}$$

**D.** 
$$\frac{2h}{k-1}$$



【考向】动能定理的简单应用

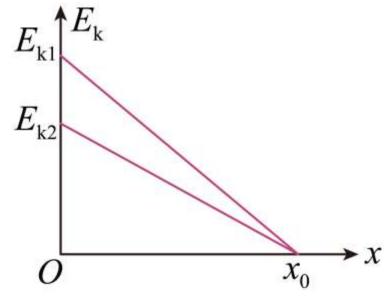
### 解析

运动员从a到c根据动能定理有 $mgh = \frac{1}{2}mv_c^2$ , 在c点有 $F_{Nc} - mg = m\frac{v_c^2}{R_c}$ ,  $F_{Nc}$ 

$$\leq kmg$$
,联立有 $R_c \geq \frac{2h}{k-1}$ 。  
故选 D。

2. (2022•福建•高考真题) (多选)一物块以初速度 $\nu_0$ 自固定斜面底端沿斜面向上运动,一段时间后回到斜面底端。该物体的动能 $E_k$ 随位移x的变化关系如图所示,图中 $x_0$ 、 $E_{k1}$ 、 $E_{k2}$ 均已知。根据图中信息可以求出的物理量有(BD)

- A. 重力加速度大小
- B. 物体所受滑动摩擦力的大小
- C. 斜面的倾角
- D. 沿斜面上滑的时间



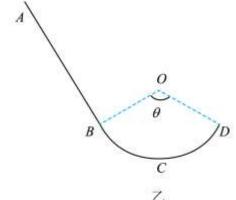
【考向】动能定理在图像中的问题

### 解析

ABC. 由动能定义式得 $E_{kl} = \frac{1}{2}mv_0^2$ ,则可求解质量 m;上滑时,由动能 定理 $E_k - E_{k1} = -(mg\sin\theta + f)x$ , 下滑时, 由动能定理 $E_k = (mg\sin\theta - f)(x_0 - x)$ ,  $x_0$  为上滑的最远距离;由图像的斜率可知 $mg\sin\theta+f=\frac{E_{k1}}{x_s}$ ,  $mg\sin\theta-f=\frac{E_{k2}}{x_s}$ , 两式相加可得 $g\sin\theta = \frac{1}{2m}(\frac{E_{k1}}{x_0} + \frac{E_{k2}}{x_0})$ ,相减可知 $f = \frac{E_{k1} - E_{k2}}{2x_0}$ ,即可求解  $g\sin\theta$  和所 受滑动摩擦力f的大小,但重力加速度大小、斜面的倾角不能求出,故AC 错误,B正确;D.根据牛顿第二定律和运动学关系得 $mg\sin\theta+f=ma$ ,  $t=\frac{v_0}{\epsilon}$ , 故可求解沿斜面上滑的时间, D 正确。故选 BD。

3. (2023•广东佛山•统考模拟预测)(多选)图甲为水上乐园水滑梯,人从高处滑下,最后从末端飞出去,可简化如图乙所示。 其中C点为圆弧的最低点,圆弧轨道的半径为2m,圆弧对应的圆心角θ为120°, AC 的竖直高度差为6m。 质量为50kg的人在A点从静止开始下滑,不计空气阻力和轨道摩擦,重力加速度g=10m/s²则下列说法正确的是(ACD)

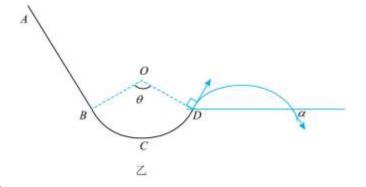
- A. 人滑到 C 点时对圆弧的压力为3500N
- B. 人从 A 点运动到 C 点一直处于失重状态
- C. 人滑到 D 点时速度为大小为 10 m/s
- D. 人落入水中时的速度方向与水面夹角大于60°



### 解析

A. 人从 A 点运动到 C 点, 根据动能定理

$$mgh = \frac{1}{2}mv_c^2$$
, 得出 $v_c = 2\sqrt{30}$ m/s, 在C点, 根据牛顿第



二定律,有
$$F_N - mg = \frac{mv_c^2}{R}$$
,  $F_N = 3500$ N, 根据牛顿第三

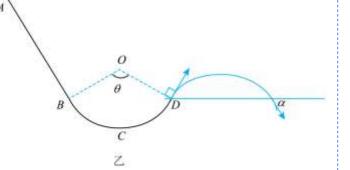
定律,人滑到 C 点时对圆弧的压力为 3500N, A 正确;

B. 人从 A 点运动到 C 点, 先有向下的加速度分量, 到 C 点之前, 有向上的加速度分量, 到 C 点时, 加速度向上, 不是一直处于失重状态, B 错误:

### 解析

C. 人从 C 点滑到 D 点, 根据动能定理 $-mg(R-R\cos 60^{\circ})=\frac{1}{2}mv_{D}^{2}-\frac{1}{2}mv_{C}^{2}$ , 解得 $v_{D}=10$ m/s. C 正确;

D. 人从 D 点沿切线飞出,做斜抛运动,在对称  $^{\wedge}$  点上速度与水平方向成  $\alpha = 60^{\circ}$ ,水面的位置应低于 D 点,所以落入水中时的速度方向与水面夹角应大于



故选 ACD。

60°, D正确。

4. (2023•山东济南•统考三模)如图所示,固定的光滑半圆柱面ABCD与粗糙矩形水平桌面OABP相切于AB边,半圆柱面的圆弧半径R=0.4m,OA的长为L=2m。小物块从O点开始以某一大小不变的初速度 $v_0$ 沿水平面运动,初速度方向与OA方向之间的夹角为 $\theta$ 。若 $\theta=0$ °,小物块恰好经过半圆弧轨道的最高点。已知小物块与水平桌面间的滑动摩擦因数 $\mu=0.1$ ,重力加速度 $g=10m/s^2$ 。求:

- (1) 初速度vo的大小;
- (2) 若小物块沿半圆弧运动的最大高度为h=0.4m,求夹角 $\theta$ 的余弦值。

### 解析

(1) 小物块恰好经过半圆弧轨道的最高点,则 $\frac{mv_1^2}{R} = mg$ 

从 O 点到最高点,由动能定理可得  $\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -2mgR - \mu mgL$ 

联合解得 $v_0 = 2\sqrt{6}$ m/s

解析 (2) 小物块沿半圆弧运动的最大高度为 h=0.4m=R

此时小物块仅有沿 AB 方向的水平速度 vx, 竖直方向速度为零, 设小物块在圆 弧轨道最低端时的速度为 $v_1$ ,则 $v_1=v_2\sin\theta$ 

从圆弧轨道最低端到最大高度过程由动能定理可得 $\frac{1}{2}mv_x^2 - \frac{1}{2}mv_2^2 = -mgh$ 

从 O 点到圆弧轨道最低端过程由动能定理可得  $\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -\mu mg \cdot \frac{L}{\cos \theta}$ 

联合解得  $\cos \theta = \frac{2}{3}$ 



# 考点四 功能关系的理解和应用

### 核心提炼

### 功能关系的理解

- 1)做功的过程就是能量转化的过程,不同形式的能量发生相互转化是通过做功来实现的.
- 2)功是能量转化的量度,功和能的关系,一是体现在不同的力做功,对应不同形式的能转化

### 核心提炼

### 常见力做功与能量变化的关系

- 1)当只有重力(或弹簧弹力)做功时,物体的机械能守恒.
- 2)重力对物体做的功等于物体重力势能的减少:  $W_G = -\Delta E_p$ .
- 3)弹簧弹力对物体做的功等于物体弹性势能的减少:  $W_{\mu} = -\Delta E_{p}$ .
- 4)合外力对物体所做的功等于物体动能的变化:  $W_{c} = \Delta E_k = E_{kt} E_{k0}$  (动能定理)
- 5)除了重力(或弹簧弹力)之外的力对物体所做的功等于物体机械能的变化:

$$W_{\text{除重力弹力外其他力}} = \Delta E = E_t - E_0$$

6)一对滑动摩擦力做功等于系统机械能减少(内能增加):  $Q=F_f\cdot\Delta s_{\text{HM}}$ .

1. (2023•统考高考真题)一位游客正在体验蹦极,绑上蹦极专用的橡皮绳后从跳台

纵身而下. 游客从跳台下落直到最低点过程中(B)

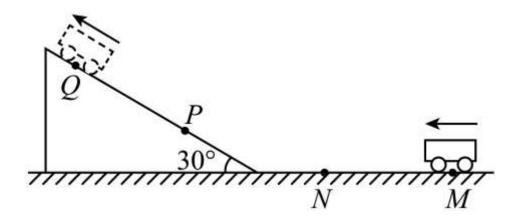
- A. 弹性势能减小 B. 重力势能减小
- C. 机械能保持不变 D. 绳一绷紧动能就开始减小



### 解析

游客从跳台下落, 开始阶段橡皮绳未拉直, 游客只受重力作用做匀加速运动, 下落到一定高度时橡皮绳开始绷紧,游客受重力和向上的弹力作用,弹力从零逐 渐增大. 游客所受合力先向下减小后向上增大, 速度先增大后减小, 到最低点时 速度减小到零,弹力达到最大值,则橡皮绳绷紧后弹性势能一直增大. A错误: 游客高度一直降低,重力一直做正功,重力势能一直减小,B正确;下落阶段橡 皮绳对游客做负功,游客机械能减少,转化为橡皮绳的弹性势能,C错误;绳刚 绷紧开始一段时间内,弹力小于重力,合力向下做正功,游客动能在增加;当弹 力大于重力后, 合力向上对游客做负功, 游客动能逐渐减小, D错误.

- 2. (2022•广东•高考真题) (多选)如图所示,载有防疫物资的无人驾驶小车,在水平MN段以恒定功率200W、速度5m/s匀速行驶,在斜坡PQ段以恒定功率570W、速度2m/s匀速行驶。已知小车总质量为50kg,MN=PQ=20m,段的倾角为30°,重力加速度g取10m/s²,不计空气阻力。下列说法正确的有(ABD)
  - A. 从M到N, 小车牵引力大小为40N
  - B. 从M到N, 小车克服摩擦力做功800J
  - C. 从P到Q,小车重力势能增加 $1\times10^4J$
  - D. 从P到Q, 小车克服摩擦力做功700J



### 解析

A. 小车从M到N. 依题意有 $P_1 = Fv_1 = 200$ W. 代入数据解得 $F_2 = 40$ N. 故 A 正确; B. 依题意, 小车从 M 到 N, 因匀速, 小车所受的摩擦力大小 为 $f_1 = F = 40N$ . 则摩擦力做功为 $W_1 = -40 \times 20J = -800J$ . 则小车克服摩擦力做功为 800J, 故 B 正确; C. 依题意, 从 P 到 Q, 重力势能增加量为  $\Delta E_n = mg \times \Delta h = 500 \text{N} \times 20 \text{m} \times \sin 30^\circ = 5000 \text{J}$ ,故C错误;D. 依题意,小车从P到 Q, 摩擦力为 f2, 有  $f_2 + mg \sin 30^\circ = \frac{P_2}{v}$ , 摩擦力做功为  $W_2 = -f_2 \times s_2$ ,  $s_2 = 20$ m, 联立解得 $W_2 = -700J$ ,则小车克服摩擦力做功为 700J,故 D 正确。 故选 ABD。

- 3. (2023•湖南•校联考模拟预测)如图,左侧光滑曲面轨道与右侧倾角  $\alpha = 37$ ° 的斜面在底部平滑连接且均同定在水平地面上,质量为m的小滑块从斜面上离斜面底边高为H处由静止释放,滑到斜面底端然后滑上左侧曲面轨道,再从曲面轨道滑上斜面,滑块第一次沿斜面上滑的最大高度为  $\frac{4}{5}$  H,多次往复运动。不计空气阻力,重力加速度为g,sin37° =0.6。求:
  - (1) 滑块与斜面间的动摩擦因数;
  - (2) 滑块第1次下滑的时间与第1次上滑的时间之比;
  - (3) 滑块从静止释放到第n次上滑到斜面最高点的过程中,系统产生的热量。

解析 (1) 设滑块与斜面间的动摩擦因数为 μ, 根据功能关系有

$$W_{F_{f}} = W_{F_{f_{1}}} + W_{F_{f_{2}}} = mgH - \frac{4}{5}mgH = \frac{1}{5}mgH , \text{ for } W_{F_{f_{1}}} = \mu mg\cos\alpha \cdot \frac{H}{\sin\alpha} , W_{F_{f_{2}}} = \mu mg\cos\alpha \cdot \frac{H}{\sin\alpha} \times \frac{4}{5}$$

联立解得
$$W_{F_{f_1}} = \frac{1}{9} mgH$$
 ,  $\mu = \frac{1}{12}$ 

(2) 滑块第一次下滑过程, 根据牛顿运动定律有  $mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma_1$ 

由运动学公式有
$$\frac{H}{\sin\alpha} = \frac{1}{2}a_1t_1^2$$

滑块第一次上滑过程,根据牛顿运动定律有 $mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha = ma$ ,

由运动学公式有
$$\frac{4}{5} \times \frac{H}{\sin \alpha} = \frac{1}{2} a_2 t_2^2$$
,联立解得 $\frac{t_1}{t_2} = \frac{5}{4}$ 

### 解析

(3) 滑块第二次下滑过程,根据动能定理有 $\frac{4}{5}mgH - \frac{4}{5} \times \mu mg \cos \alpha \cdot \frac{H}{\sin \alpha} = \frac{1}{2}mv_2^2$ 

滑块第二次上滑过程,根据动能定理有 $-mgh_2 - \mu mg\cos\alpha \cdot \frac{h_2}{\sin\alpha} = \frac{1}{2}mv_2^2$ 

结合 
$$\tan \alpha = 9\mu$$
, 解得  $h_2 = \left(\frac{4}{5}\right)^2 H$ 

滑块第 n 次沿斜面上升的最大高度为  $h_n = \left(\frac{4}{5}\right)^n H$ 

滑块在斜面上滑行的路程为 $s = \frac{H}{\sin \alpha} + \frac{2 \times 4H}{5 \sin \alpha} + \frac{2 \times 16H}{25 \sin \alpha} + \dots + \frac{2 \times 4^{n-1}}{5^{n-1}} \cdot \frac{H}{\sin \alpha} + \frac{4^n H}{5^n \sin \alpha} = 9 \left(1 - \frac{4^n}{5^n}\right) \frac{H}{\sin \alpha}$ 

由于摩擦系统产生的热量为 $Q = \mu mgs \cos \alpha = \left(1 - \frac{4^n}{5^n}\right) mgH$ 



## THANK YOU!