

4.2.2 理想气体的压强公式



$$p = \frac{2}{3} n \overline{\varepsilon_{kt}}$$

宏观可测量量

微观量的统计平均值

压强的微观解释:

- ① 压强是对大量分子的分子数密度和分子平均平动动能的统计平均结果。
- ② 气体压强是指:容器壁的单位面积上受到的大量分子碰撞冲力的时间平均值。

对少量分子或个别分子上述公式成立吗?

上一页

下一页

返回目录

4.3 温度的统计解释

4.3.1 温度的统计解释

$$pV = \frac{M}{M_{mol}}RT \rightarrow p = \frac{M}{M_{mol}}\frac{RT}{V} = \frac{N \cdot m_{\text{phatestable}}}{N_A \cdot m_{\text{phatestable}}}\frac{RT}{V}$$

$$= \frac{N}{V} \cdot \frac{R}{N_A}T = nkT$$

阿伏加德罗常数 $N_A = 6.022 \times 10^{23} \ mol^{-1}$

玻尔兹曼常量
$$k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} \text{J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$p = nkT$$
 $p = \frac{2}{3}n\overline{\varepsilon_{kt}}$
 $\rightarrow \overline{\varepsilon_{kt}} = \frac{3}{2}kT$ 此温度公式适用于 液体或固体吗?

上一页

下一页

返回目录

4.3.2 气体分子的方均根速率

$$\overline{\varepsilon_{kt}} = \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT \quad \to \quad \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_{mol}}}$$

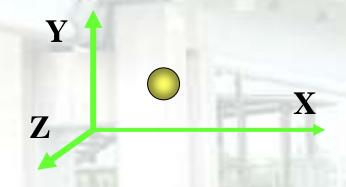
- ① 方均根速率和气体的热力学温度的平方根成正比,与气体 的摩尔质量的平方根成反比。
- ② 对于同一种气体,温度越高,方均根速率越大。在同一温 度下,气体分子质量或摩尔质量越大,方均根速率就越小。

4.4 能量均分定理 理想气体的内能

- 4.4.1 自由度
- 1. 什么是自由度?

决定一个物体的空间位置所需要的独立坐标数。

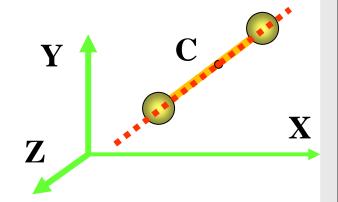
- 2. 气体分子的自由度——与气体分子的结构有关
- ① 理想气体的刚性分子
- A: 单原子分子一3个自由度(视作质点),i=3



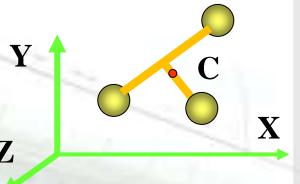


4.4.1 自由度

B: 双原子分子 决定质心C—3个自由度 确定转轴方位—2个自由度(欧拉角 α, β, γ 中的两个) 总自由度*i*=3+2=5



C: 三原子以上的分子 决定质心C—3个自由度 确定转轴方位—3个自由度(欧拉角 α , β , γ) 总自由度*i*=3+3=6



② 实际气体---不能看成刚性分子,因原子之间还有振动。



4.4.1 自由度

自由度数目i=t+r

t:平动translation

r:转动rotation

刚性分子自由度

分子 自由度	t平动	r转动	i总
单原子分子	3	0	3
双原子分子	3	2	5
多原子分子	3	3	6

4.4.2 能量均分定理

1. 分子的平均平动能平均地分配在每一个平动自由度上,且每一个平动自由度上的平均平动能的大小都是(1/2)kT。

$$\because \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT, \quad \overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$$

$$\therefore \frac{1}{2}m\overline{v_x^2} = \frac{1}{2}m\overline{v_y^2} = \frac{1}{2}m\overline{v_z^2} = \frac{1}{3}(\frac{1}{2}m\overline{v_z^2}) = \frac{1}{3}(\frac{3}{2}kT) = \frac{1}{2}kT$$

以上是分子无规则热运动,相互碰撞后达热平衡的结果。

2. 能量按自由度均分定理

气体处于平衡态时,分子的任何一个自由度的平均动能都相等,均为(1/2)kT,这就是能量按自由度均分定理。

3. 一个自由度为i的刚性分子所具有的平均总动能为

$$\bar{\varepsilon}_k = \frac{i}{2}kT$$

单原子分子 $\overline{\varepsilon}_k = \frac{3}{2}kT$,全为平均平动能

双原子分子 $\overline{\varepsilon}_k = \frac{5}{2}kT$,平均平动能为 $\frac{3}{2}kT$,平均转动能为 $\frac{2}{2}kT = kT$

多原子分子 $\overline{\varepsilon}_k = \frac{6}{2}kT$,平均平动能为 $\frac{3}{2}kT$,平均转动能为 $\frac{3}{2}kT$

对于刚性分子,它的平均总能量等于平均总动能,即分子热运动能量。对于非刚性分子,因还有振动自由度,其热运动能量还应包括振动自由度上的动能与势能。

例 容器内盛有理想气体,其密度为1.24 ×10⁻² kg/m³,温度为273K,压强为1.0×10⁻²atm,试求:

$$(1)\,\sqrt{\overline{v^2}}$$

- (2) 气体的摩尔质量 M_{mol} ,并确定它是什么气体?
- (3) 气体分子的平均平动动能和平均转动动能各为多少?
- (4) 容器单位体积内分子的总平均动能为多少?
- (5) 若该气体有0.3摩尔, 其动能是多少?

解: (1)
$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{3RT/M_{mol}}$$

$$\therefore pV = MRT / M_{mol}$$

$$\therefore p / \rho = RT / M_{mol}$$

$$\therefore \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{3p/\rho}$$

$$= \sqrt{3 \times 1.0 \times 10^{-2} \times 1.013 \times 10^{5} / 1.24 \times 10^{-2}}$$

$$\approx 494 \text{m/s}$$

(2) :
$$\sqrt{v^2} = \sqrt{3RT / M_{mol}} = 494$$
m/s

$$M_{mol} = 3RT/(494)^2 = 28 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$$

是
$$N_2$$
或者 CO

也可由
$$\rho = \frac{pM_{mol}}{RT} \to M_{mol} = \frac{\rho RT}{p}$$

(3)
$$\overline{\varepsilon_t} = 3kT / 2 = 5.65 \times 10^{-21} J$$
, $\overline{\varepsilon_r} = kT = 3.7 \times 10^{-21} J$

(4) :
$$p = nkT$$
, $n = p/(kT)$

$$\therefore E_k = n \cdot \overline{\varepsilon}_k = p\overline{\varepsilon}_k / (kT) = \frac{5}{2} p = 1.0 \times 10^{-2} \times 2.5 = 2.5 \times 10^{-2} J$$

(5)
$$E = \frac{i}{2}kT \times 0.3mol = \frac{i}{2}RT \times 0.3$$

$$= 0.3 \times \frac{5}{2} \times 8.31 \times 273 = 1.7 \times 10^3 J$$

1. 什么是内能:

内能是指系统内所有分子的热运动动能和分子间相互作用势能之总和。

2. 理想气体内能

- ① 由于理想气体不计分子间相互作用力,因此理想气体的内能仅为热运动动能之总和。
- ② 设热力学体系内有*N*个刚性分子,则*N*个分子的平均总动能的总和——即内能为

$$E = N \cdot \frac{i}{2}kT = \frac{Nm}{N_A m} \cdot \frac{i}{2}N_A kT = \frac{M}{M_{mol}}\frac{i}{2}RT$$

$$E = N \cdot \frac{i}{2}kT = \frac{Nm}{N_A m} \cdot \frac{i}{2} N_A kT = \frac{M}{M_{mol}} \frac{i}{2} RT$$

说明:

- \checkmark 理想气体的内能只取决于分子运动的自由度i和热力学温度T,或者说理想气体的内能只是温度T的单值函数,即E=f(T)
- ✓ 对于一定量的理想气体,内能的改变只与初、末的温度有 关,即

$$\Delta E = \frac{M}{M_{mol}} \frac{i}{2} R(T_2 - T_1)$$

只要 $\Delta T = T_2 - T_1$ 相同, ΔE 就相同,与过程无关

✓ 根据理想气体状态方程 $pV = \frac{M}{M_{mol}}RT$,内能 $E = \frac{i}{2}pV$

例4-3 温度为0℃时,求(1)氧分子的平均平动动能与平均转动动能; (2) 4.0g氧气的内能

解:对氧分子是双原子分子t=3, r=2

(1) 平均平动能
$$\overline{\varepsilon_{kt}} = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 273 = 5.65 \times 10^{-21} J$$

平均转动能
$$\overline{\varepsilon_{kr}} = \frac{2}{2}kT = 1.38 \times 10^{-23} \times 273 = 3.77 \times 10^{-21}J$$

(2) 内能
$$E = \frac{M}{M_{mol}} \frac{i}{2} RT = \frac{4.0 \times 10^{-3}}{32 \times 10^{-3}} \times \frac{5}{2} \times 8.31 \times 273 = 7.1 \times 10^{2} J$$

例: 体积为200升的钢瓶中盛有氧气(视为刚性双原子气体), 使用一段时间后, 测得瓶中气体压强为2atm, 此时氧气的内能。

解: 对氧气
$$i=5$$
,内能: $E=\frac{M}{M_{mol}}\frac{i}{2}RT$

$$\therefore pV = \frac{M}{M_{mol}}RT,$$

$$\therefore E = \frac{i}{2} pV = 1.013 \times 10^5 J$$