



# 第05讲

## 功与功率 功能关系



## 课标内容要求

---

1. 理解功与功率
2. 理解动能与动能定理。能用动能定理解释生产生活中的现象
3. 理解重力势能，知道重力势能的变化与重力做功的关系

功与功率  
功能关系

功和功率

机车启动问题

动能定理的理解与应用



# 功和功率

## 核心提炼

### 功及各种力所做功的特点

1. 力 $F$ 所作的功

$$W = Fl \cos \theta$$

2. 各种力所做功的特点：

1) **保守力**（重力、弹簧弹力等）做功与**初末位置**有关，与路径无关

$$W = -\Delta E_p$$

2) 非保守力（摩擦力、空气阻力等）做功与**路径**有关

3) 摩擦力做功的特点

① 一对**静摩擦力**所做功的代数和总等于零；

② 一对**滑动摩擦力**做功过程中发生机械能损失，损失的机械能转化为内能

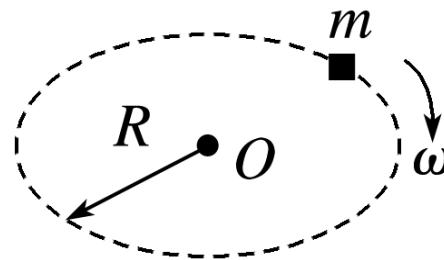
③ 两种摩擦力对物体都可以做正功，也可以做负功，还可以不做功



## 核心提炼

### 变力做功的分析和计算

1) “**微元法**”：将物体的位移分割成许多小段，每一小段上的力可视为恒力，变力所做的功为在微小位移上恒力所做功的代数和。此法适用于**大小不变、方向改变**的变力做功。



例：质量为 $m$ 的木块在水平面内做圆周运动，运动一周摩擦力所做的功

$$W_f = F_f \cdot \Delta x_1 + F_f \cdot \Delta x_2 + F_f \cdot \Delta x_3 + \dots = F_f (\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \dots) = F_f \cdot 2\pi R$$

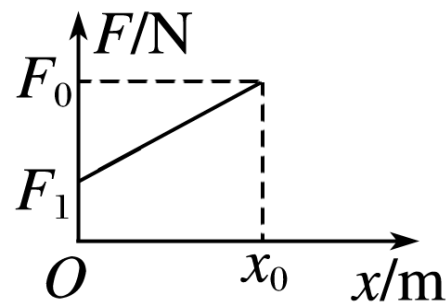
## 核心提炼

### 变力做功的分析和计算

2) “**图像法**”：在F-x图像中，图线与x轴所围“面积”为力F在这段位移内所做的功。位于x轴上（下）方的“面积”为正（负）功。此方法只适用于三角形、矩形、圆等规则的几何图形

例：一水平拉力拉着一物体在水平面上运动的位移为 $x_0$ ，图线

与横轴所围面积表示拉力所做的功： $W = \frac{F_0 + F_1}{2} x_0$



3) “**平均力**”：当力的方向不变而大小随位移线性变化时，可先求出力对位移的平均值  $\bar{F} = \frac{F_0 + F_1}{2}$ ，再由  $W = F l \cos \theta$  计算，如弹簧弹力做功。

例：弹力做功，弹力大小随位移线性变化，取初状态弹力为0，则

$$W = \bar{F}x = \frac{0 + F_k}{2} x = \frac{0 + kx}{2} x = \frac{1}{2} kx^2$$

## 核心提炼

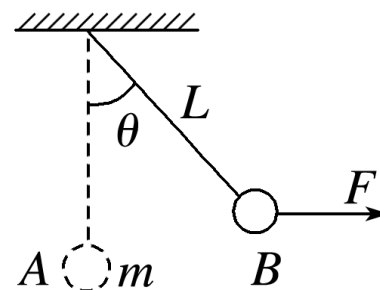
### 变力做功的分析和计算

4)应用**动能定理**：在有变力做功的过程中，当变力做功无法直接通过功的公式求解时，可用动能定理  $W_{\text{变}} + W_{\text{恒}} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$ ，物体初、末速度已知，恒力做功  $W_{\text{恒}}$  可根据功的公式求出，这样就可以得到

$W_{\text{变}} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 - W_{\text{恒}}$ ，就可以求出变力做的功了。

例：用力  $F$  把小球从  $A$  处缓慢拉到  $B$  处， $F$  做功为  $W_F$ ，则有：

$$W_F + W_G = 0 \Rightarrow W_F - mgl(1 - \cos \theta) = 0 \Rightarrow W_F = mgl(1 - \cos \theta)$$





## 核心提炼

### 功率的计算

1) 功率的定义式

$$P = \frac{W}{t}$$

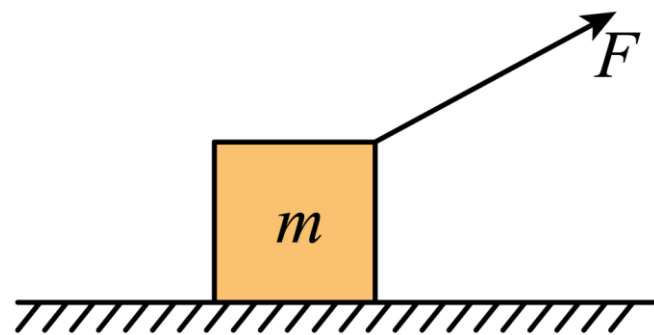
2) 功率的瞬时表达式

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fl \cos \theta}{t} = Fv \cos \theta$$

## 题型特训

(2023·北京·统考高考真题) 如图所示，一物体在力  $F$  作用下沿水平桌面做匀加速直线运动。已知物体质量为  $m$ ，加速度大小为  $a$ ，物体和桌面之间的动摩擦因数为  $\mu$ ，重力加速度为  $g$ ，在物体移动距离为  $x$  的过程中 ( )

- A. 摩擦力做功大小与  $F$  方向无关
- B. 合力做功大小与  $F$  方向有关
- C.  $F$  为水平方向时， $F$  做功为  $\mu mgx$
- D.  $F$  做功的最小值为  $max$



## 题型特训

### 解析

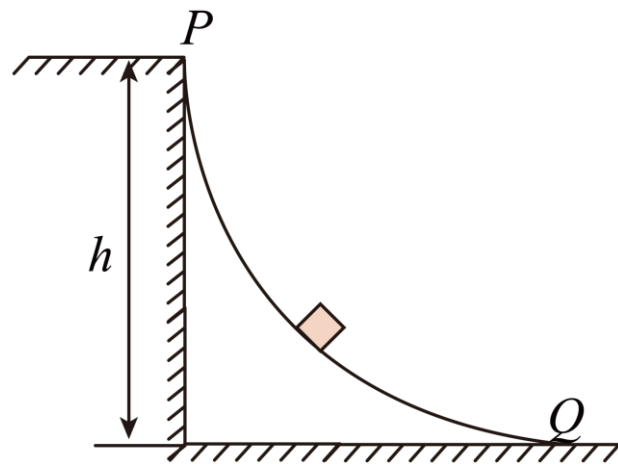
A. 设力  $F$  与水平方向的夹角为  $\theta$ , 则摩擦力为  $f = \mu(mg - F \sin \theta)$ , 摩擦力的功  $W_f = \mu(mg - F \sin \theta)x$ , 即摩擦力的功与  $F$  的方向有关, 选项 A 错误; B. 合力功  $W = F_{\text{合}}x = ma \cdot x$ , 可知合力功与力  $F$  方向无关, 选项 B 错误; C. 当力  $F$  水平时, 则  $F = ma + \mu mg$ , 力  $F$  做功为  $W_F = Fx = (ma + \mu mg)x$ , 选项 C 错误; D. 因合外力功为  $max$  大小一定, 而合外力的功等于力  $F$  与摩擦力  $f$  做功的代数和, 而当  $F \sin \theta = mg$  时, 摩擦力  $f=0$ , 则此时摩擦力做功为零, 此时力  $F$  做功最小, 最小值为  $max$ , 选项 D 正确。

故选 D。

## 题型特训

**(2023·广东·统考高考真题) (多选)**人们用滑道从高处向低处运送货物。如图所示，可看作质点的货物从 $\frac{1}{4}$ 圆弧滑道顶端点静止释放，沿滑道运动到圆弧末端 $Q$ 点时速度大小为 $6\text{m/s}$ 。已知货物质量为 $20\text{kg}$ ，滑道高度 $h$ 为 $4\text{m}$ ，且过 $Q$ 点的切线水平，重力加速度取 $10\text{m/s}^2$ 。关于货物从 $P$ 点运动到 $Q$ 点的过程，下列说法正确的有（ ）

- A. 重力做的功为 $360\text{J}$
- B. 克服阻力做的功为 $440\text{J}$
- C. 经过 $Q$ 点时向心加速度大小为 $9\text{m/s}^2$
- D. 经过 $Q$ 点时对轨道的压力大小为 $380\text{N}$



## 题型特训

### 解析

A. 重力做的功为  $W_G = mgh = 800\text{J}$ ，A 错误；B. 下滑过程据动能定理可得  $W_G - W_f = \frac{1}{2}mv_Q^2$ ，代入数据解得，克服阻力做的功为  $W_f = 440\text{J}$ ，B 正确；C. 经过 Q 点时向心加速度大小为  $a = \frac{v_Q^2}{h} = 9\text{m/s}^2$ ，C 正确；D. 经过 Q 点时，据牛顿第二定律可得  $F - mg = ma$ ，解得货物受到的支持力大小为  $F = 380\text{N}$ ，据牛顿第三定律可知，货物对轨道的压力大小为  $380\text{N}$ ，D 正确。

故选 BCD。



## 机车启动问题

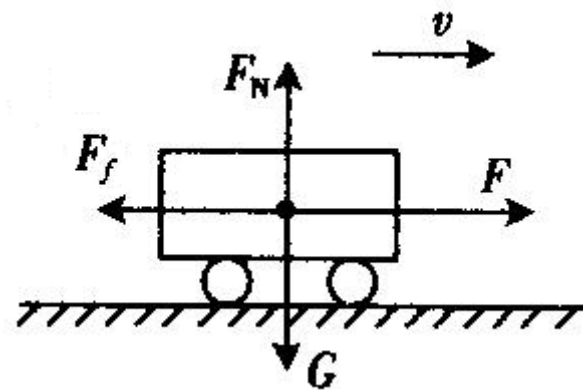


## 核心提炼

### 基本思路

动力学方程：

$$\frac{P}{v} - F_f = ma$$



## 核心提炼

### 以恒定功率启动

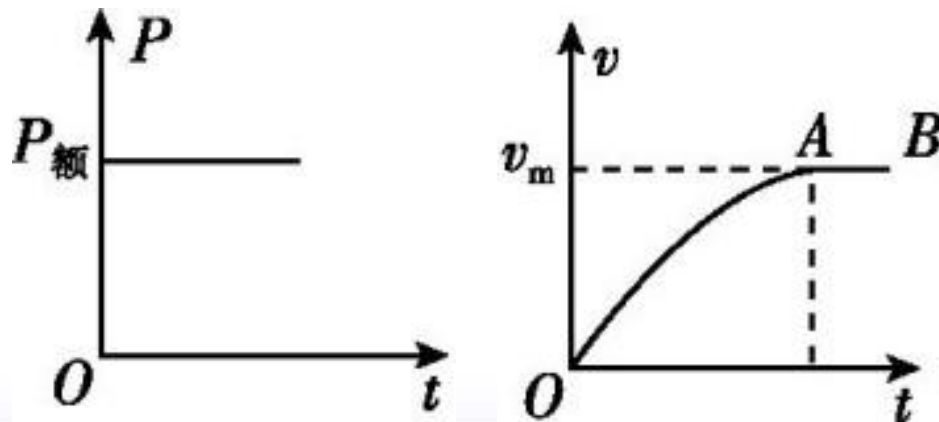
$$\frac{P}{v} - F_f = ma$$

1)过程分析：机车的运动过程是先作加速度减小的加速运动，后以最大速度  $v_m = \frac{P_{\text{额}}}{F_f}$  作匀速直线运动

$$v \uparrow \Rightarrow F = \frac{P_{\text{额}}}{v} \downarrow \Rightarrow a = \frac{F - F_f}{m} \downarrow$$

2)转折点：在转折点A，牵引力与阻力大小相等，加速度为零，速度达到最大，为  $v_m = \frac{P_{\text{额}}}{F_f}$

3)终态：匀速运动，最大速度  $v_m = \frac{P_{\text{额}}}{F_f}$



## 核心提炼

### 以恒定加速度启动

$$\frac{P}{v} - F_f = ma$$

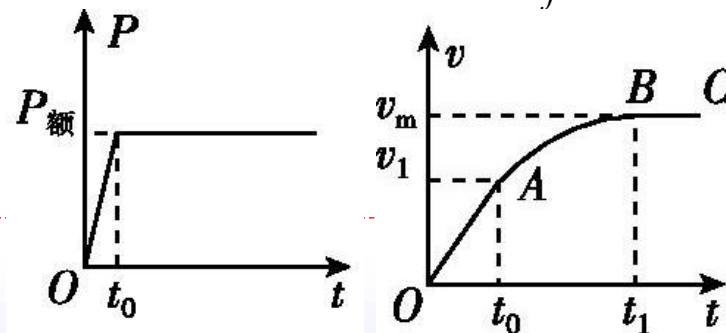
1)过程分析：机车先作匀加速运动，维持时间  $t_0 = \frac{v_1}{a} = \frac{P}{(F_f + ma)a}$ ，当功率增大到额定功率时速度为  $v_1 = \frac{P_{\text{额}}}{F_f + ma}$ ，而后（以额定功率行驶）开始作加速度减小的加速运动，最后以最大速度  $v_m = \frac{P_{\text{额}}}{F_f}$  作匀速直线运动。

$$a = \frac{F - F_f}{m} \text{ 不变} \Rightarrow F \text{ 不变}, v \uparrow \Rightarrow P = Fv \uparrow \text{ 到最大 } P_{\text{额}} \Rightarrow P_{\text{额}} = Fv_1$$

$$P_{\text{额}} \text{ 不变}, a \neq 0 \Rightarrow v \uparrow \Rightarrow F = \frac{P_{\text{额}}}{v} \downarrow \Rightarrow a = \frac{F - F_f}{m} \downarrow$$

2)转折点：在转折点A，功率达到额定功率匀加速运动结束，此时  $v_1 = \frac{P_{\text{额}}}{F_f + ma}$ ；  
在转折点B，速度达到最大  $v_m = \frac{P_{\text{额}}}{F_f}$

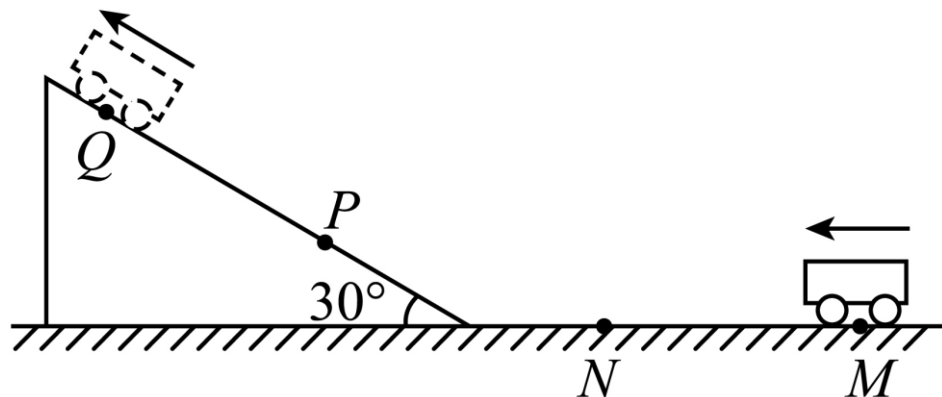
3)终态：匀速运动，最大速度  $v_m = \frac{P_{\text{额}}}{F_f}$



## 题型特训

**(2022·广东·高考真题) (多选)** 如图所示，载有防疫物资的无人驾驶小车，在水平MN段以恒定功率200W、速度5m/s匀速行驶，在斜坡PQ段以恒定功率570W、速度2m/s匀速行驶。已知小车总质量为50kg，MN=PQ=20m，PQ段的倾角为 $30^\circ$ ，重力加速度 $g$ 取 $10\text{m/s}^2$ ，不计空气阻力。下列说法正确的有 ( )

- A. 从M到N，小车牵引力大小为40N
- B. 从M到N，小车克服摩擦力做功800J
- C. 从P到Q，小车重力势能增加 $1 \times 10^4\text{J}$
- D. 从P到Q，小车克服摩擦力做功700J



## 题型特训

### 解析

A. 小车从 M 到 N, 依题意有  $P_1 = Fv_1 = 200\text{W}$ , 代入数据解得  $F = 40\text{N}$ , 故 A 正确; B. 依题意, 小车从 M 到 N, 因匀速, 小车所受的摩擦力大小为  $f_1 = F = 40\text{N}$ , 则摩擦力做功为  $W_1 = -40 \times 20\text{J} = -800\text{J}$ , 则小车克服摩擦力做功为  $800\text{J}$ , 故 B 正确; C. 依题意, 从 P 到 Q, 重力势能增加量为  $\Delta E_p = mg \times \Delta h = 500\text{N} \times 20\text{m} \times \sin 30^\circ = 5000\text{J}$ , 故 C 错误; D. 依题意, 小车从 P 到 Q, 摩擦力为  $f_2$ , 有  $f_2 + mg \sin 30^\circ = \frac{P_2}{v_2}$ , 摩擦力做功为  $W_2 = -f_2 \times s_2$ ,  $s_2 = 20\text{m}$ , 联立解得  $W_2 = -700\text{J}$ , 则小车克服摩擦力做功为  $700\text{J}$ , 故 D 正确。

故选 ABD。

## 题型特训

**(2021·湖南·高考真题)**“复兴号”动车组用多节车厢提供动力，从而达到提速的目的。总质量为 $m$ 的动车组在平直的轨道上行驶。该动车组有四节动力车厢，每节车厢发动机的额定功率均为 $P$ ，若动车组所受的阻力与其速率成正比（ $F_{阻}=kv$ ， $k$ 为常量），动车组能达到的最大速度为 $v_m$ 。下列说法正确的是（ ）

- A. 动车组在匀加速启动过程中，牵引力恒定不变
- B. 若四节动力车厢输出功率均为额定值，则动车组从静止开始做匀加速运动
- C. 若四节动力车厢输出的总功率为 $2.25P$ ，则动车组匀速行驶的速度为 $\frac{3}{4}v_m$
- D. 若四节动力车厢输出功率均为额定值，动车组从静止启动，经过时间 $t$ 达到最大速度 $v_m$ ，则这一过程中该动车组克服阻力做的功为 $\frac{1}{2}mv_m^2 - Pt$



## 题型特训

### 解析

A. 对动车由牛顿第二定律有  $F - F_{\text{阻}} = ma$ ，若动车组在匀加速启动，即加速度  $a$  恒定，但  $F_{\text{阻}} = kv$  随速度增大而增大，则牵引力也随阻力增大而变大，故 A 错误；B. 若四节动力车厢输出功率均为额定值，则总功率为  $4P$ ，由牛顿第二定律有  $\frac{4P}{v} - kv = ma$ ，故可知加速启动的过程，牵引力减小，阻力增大，则加速度逐渐减小，故 B 错误；C. 若四节动力车厢输出的总功率为  $2.25P$ ，则动车组匀速行驶时加速度为零，有  $\frac{2.25P}{v} = kv$ ，而以额定功率匀速时，有  $\frac{4P}{v_m} = kv_m$ ，联立解得  $v = \frac{3}{4}v_m$ ，故 C 正确；D. 若四节动力车厢输出功率均为额定值，动车组从静止启动，经过时间  $t$  达到最大速度  $v_m$ ，由动能定理可知  $4Pt - W_{F_{\text{阻}}} = \frac{1}{2}mv_m^2 - 0$  可得动车组克服阻力做的功为  $W_{F_{\text{阻}}} = 4Pt - \frac{1}{2}mv_m^2$ ，故 D 错误；选 C。



# 动能定理的理解和应用

## 核心提炼

### 动能定理的理解及应用

$$W = E_{k2} - E_{k1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

1)动能是标量，功也是标量，所以动能定理是一个**标量式**，不存在方向的选取问题，即，动能定理不存在分量的表达式

2)动能定理中的位移和速度必须相对于**同一个参考系**，一般以地面或相对地面静止的物体为参考系

3)动能定理说明了合外力对物体所做的功和动能变化间的**因果关系**和**数量关系**，不可理解为功转变成了物体的动能

4)**合外力做的功为零时，合外力不一定为零**(如匀速圆周运动)，物体不一定处于平衡状态

## 核心提炼

### 动能定理的理解及应用

5)动能定理的表达式是在物体受恒力作用且做直线运动的情况下得出的。但它也适用于变力及物体作曲线运动的情况。

6)应用动能定理解题应抓住“两状态，一过程”，“两状态”即明确研究对象的始、末状态的速度或动能情况，“一过程”即明确研究过程，确定在这一过程中研究对象的受力情况和位置变化或位移信息。

7)应用动能定理只考虑初、末状态，没有守恒条件的限制，也不受力的性质和物理过程的变化影响。所以，凡涉及力和位移，而不涉及力的作用时间的动力学问题，都可以用动能定理分析和解答，而且一般都比用牛顿运动定律和机械能守恒定律简捷。

## 核心提炼

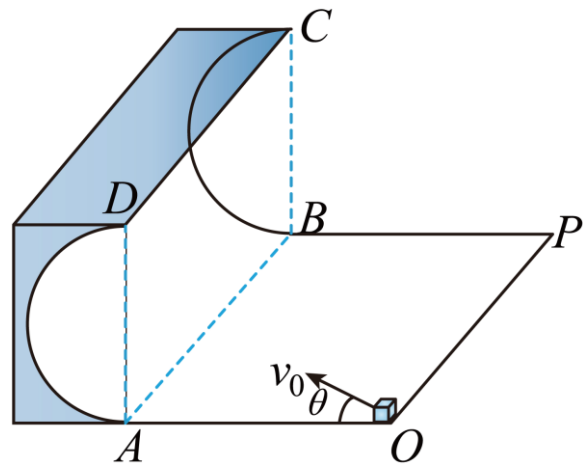
### 应用动能定理解题的一般步骤

- 1) **选对象**：确定研究对象和研究过程
- 2) **两分析**：
  - ①运动分析：运动性质及特点、明确初、末状态动能？
  - ②受力分析：几个力？恒力还是变力？正功还是负功？求总功
- 3) **列方程**：分阶段或全过程列动能定理

## 题型特训

(2023·山东济南·统考三模) 如图所示，固定的光滑半圆柱面ABCD与粗糙矩形水平桌面OABP相切于AB边，半圆柱面的圆弧半径 $R=0.4\text{m}$ ，OA的长为 $L=2\text{m}$ 。小物块从O点开始以某一大小不变的初速度 $v_0$ 沿水平面运动，初速度方向与OA方向之间的夹角为 $\theta$ 。若 $\theta=0^\circ$ ，小物块恰好经过半圆弧轨道的最高点。已知小物块与水平桌面间的滑动摩擦因数 $\mu=0.1$ ，重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$ 。求：

- (1) 初速度 $v_0$ 的大小；
- (2) 若小物块沿半圆弧运动的最大高度为 $h=0.4\text{m}$ ，求夹角 $\theta$ 的余弦值。





## 题型特训

### 解析

(1) 小物块恰好经过半圆弧轨道的最高点, 则  $\frac{mv_1^2}{R} = mg$

从 O 点到最高点, 由动能定理可得  $\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -2mgR - \mu mgL$

联合解得  $v_0 = 2\sqrt{6}\text{m/s}$

## 题型特训

### 解析

(2) 小物块沿半圆弧运动的最大高度为  $h=0.4m=R$

此时小物块仅有沿 AB 方向的水平速度  $v_x$ ，竖直方向速度为零，设小物块在圆弧轨道最低端时的速度为  $v_2$ ，则  $v_x = v_2 \sin \theta$

从圆弧轨道最低端到最大高度过程由动能定理可得  $-mgh = \frac{1}{2}mv_x^2 - \frac{1}{2}mv_2^2$

从 O 点到圆弧轨道最低端过程由动能定理可得  $-\mu mg \cdot \frac{L}{\cos \theta} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$

联合解得  $\cos \theta = \frac{2}{3}$