



# 专题07

## 动量定理

## 动量守恒定律



## 课标内容要求

1. 理解冲量和动量。通过理论推导，理解动量定理和动量守恒定律，能用其解释生产生活中的有关现象。知道动量守恒定律的普适性。
2. 定量分析一维碰撞问题并能解释生产生活中的弹性碰撞和非弹性碰撞现象。
3. 体会用守恒定律分析物理问题的方法，体会自然界的和谐与统一

# 目录

C O N T E N T S

## 01 考情分析

## 02 知识构建

## 03 考点突破

### 考点一 动量定理的理解及应用

### 考点二 动量守恒定律的理解及应用



01

# 考情分析

PART ONE

# 考情分析

考情分析	
命题规律及方法指导	<p><b>1.命题重点：</b>本专题一种是对动量、冲量本身的知识考察，结合生活例子解释现象，多以选择题出现，涉及的内容有碰撞、反冲、流体问题等问题，难度相对也较低。另一种与结合牛顿运动定律、功和能、带电粒子碰撞、电磁感应结合的综合题形式考察，这些难度较大。备考时要熟练掌握动量、冲量、动量定理及动量守恒定律，以及它们在实际生活中的应用</p> <p><b>2.常用方法：</b>微元法、图像法；理解过程与状态、过程量与状态量。</p> <p><b>3.常考题型：</b>选择题，计算题。</p>
命题预测	<p>1.本专题属于<b>热点、难点</b>内容；</p> <p>2.高考命题考察方向</p> <p>①动量定理的考察：对动量、冲量的理解，解释生活中的问题。</p> <p>②动量守恒定律的考察：以实际情境为素材，考察碰撞、流体作用力、反冲等</p>



The background of the slide is a composite image. On the left, an astronaut in a white suit with a red flag on the back stands on a glowing, blue, track-like surface that recedes into the distance. The astronaut is looking towards the right, where the Earth's horizon is visible against a deep blue space filled with stars and streaks of light. A large, semi-transparent white rounded rectangle is positioned in the center-right of the slide, containing the text '02' and '网络构建'.

02

# 网络构建

PART TWO

## 动量定理 动量守恒定律

动量定理的  
理解及应用

动量守恒定律  
的理解及应用

动量定理的深入理解

利用动量定理解题的基本思路

流体、微粒类问题

动量守恒定律的深入理解

利用动量守恒定律解题的基本思路

碰撞

爆炸

反冲运动和人船模型



## 考点一 动量定理的理解及应用



## 核心提炼

### 动量定理的深入理解

1. 内容：物体所受合外力的冲量等于它的动量的变化.
2. 表达式： $\vec{F}_{\text{合}}t = m\vec{v}_t - m\vec{v}_0$

#### 技巧点拨

① 上述公式是一矢量式，两边不仅大小相等，而且方向相同，运用它分析问题时要特别注意冲量、动量及动量变化量的方向.

② 由  $\vec{F}t = \vec{p}' - \vec{p}$ ，得  $\vec{F} = \frac{\vec{p}' - \vec{p}}{t}$ ，即物体所受的合外力等于物体动量的变化率.

## 核心提炼

### 动量定理的深入理解

#### 技巧点拨

① 上述公式除了表明两边大小、方向的关系外，还说明了两边的因果关系，即合外力的冲量是动量变化的原因。

⑤ 动量定理的研究对象可以是单个物体，也可以是物体系统。对物体系统，只需分析系统受的外力，不必考虑系统内力。系统内力的作用不改变整个系统的总动量。

⑥ 动量定理不仅适用于恒定的力，也适用于随时间变化的力。对于变力，动量定理中的力 $F$ 应当理解为变力在作用时间内的平均值。

⑦ 当物体运动包含多个不同过程时，可分段应用动量定理求解，也可以全过程应用动量定理求解。

## 核心提炼

### 利用动量定理解题的基本思路

1. 确定研究对象.
2. 对物体进行受力分析. 可先求每个力的冲量, 再求各力冲量的矢量和——合力的冲量; 或先求合力, 再求合力的冲量.
3. 抓住过程的初、末状态, 选好正方向, 确定各动量和冲量的正负号.
4. 根据动量定理列方程, 如有必要还需要补充其他方程, 最后代入数据求解.

## 核心提炼

### 用动量定理处理多过程问题

如果物体在不同阶段受力不同，即合外力不恒定，此情况下应用动量定理时，一般采取以下两种方法：

1) **分段**处理法：找出每一段合外力的冲量 $\vec{I}_1, \vec{I}_2, \dots, \vec{I}_n$ ，这些冲量的矢量和即外力的合冲量 $\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \dots + \vec{I}_n$ ，根据动量定理 $\vec{I} = \vec{p}' - \vec{p}$ 求解，分段处理时，需注意各段冲量的正负。

2) **全过程**处理法：在全过程中，第一个力的冲量 $\vec{I}_1$ ，第二个力的冲量 $\vec{I}_2$ ，...第 $n$ 个力的冲量 $\vec{I}_n$ ，这些冲量的矢量和即合冲量 $I$ ，根据 $\vec{I} = \vec{p}' - \vec{p}$ 求解，用全过程法求解时，需注意每个力的作用时间及力的方向。

3) 若不要求中间量，用全程法更为简便。



## 核心提炼

### 用动量定理处理“流体类”问题

#### 1. 流体类问题

运动着的连续的气流、水流等流体，与其他物体的表面接触的过程中，会对接触面有冲击力。此类问题通常通过动量定理解决。

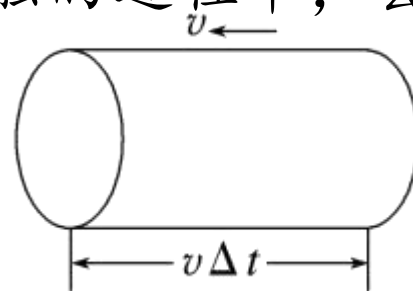
#### 2. 解答质量连续变动的动量问题的基本思路

(1) 确定研究对象： $\Delta t$ 时间内流体微元。

(2) 建立“柱体”模型

对于流体，可沿流速 $v$ 的方向选取一段柱形流体，设在 $\Delta t$ 时间内通过某一横截面积为 $S$ 的流体长度 $\Delta l = v \cdot \Delta t$ ，如图所示，若流体的密度为 $\rho$ ，那么，在这段时间内流过该截面的流体的质量为 $\Delta m = \rho S \Delta l = \rho S v \Delta t$ ；

(3) 运用动量定理，即流体微元所受的合力的冲量等于流体微元动量的增量，即 $\vec{F}_{\text{合}} \Delta t = \Delta \vec{p}$ 。（ $\Delta t$ 足够短时，流体重力可忽略不计）



#### 技巧点拨

若求解流体对接触物体的力，首先转换研究对象，分析与流体接触的物体对流体的力，再结合牛顿第三定律进行解答

## 真题研析

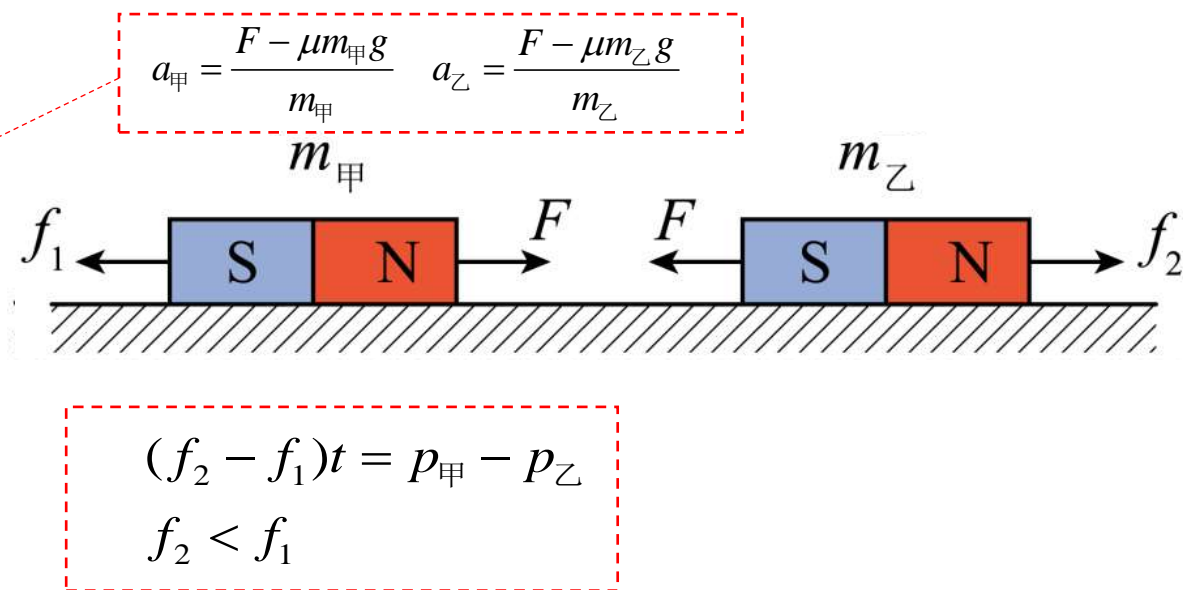
1. (2022·海南·校联考三模) 体育课上进行跳高训练时, 训练者落地的一侧地面上要铺上厚厚的垫子, 目的是 ( **D** )

- A. 使训练者落到垫子上时的动量减小
- B. 使训练者落在垫子上的过程中, 动量变化量减小
- C. 使训练者落在垫子上的过程中, 所受的冲量减小
- D. 使训练者落在垫子上的过程中, 与垫子的作用时间延长

## 真题研析

2. (2023·山西·高考真题) (多选) 使甲、乙两条形磁铁隔开一段距离，静止于水平桌面上，甲的N极正对着乙的S极，甲的质量大于乙的质量，两者与桌面之间的动摩擦因数相等。现同时释放甲和乙，在它们相互接近过程中的任一时刻 ( **BD** )

- A. 甲的速度大小比乙的大
- B. 甲的动量大小比乙的小
- C. 甲的动量大小与乙的相等
- D. 甲和乙的动量之和不为零



## 真题研析

3. (2023·广东·高考真题) (多选) 某同学受电动窗帘的启发, 设计了如图所示的简化模型. 多个质量均为 $1\text{kg}$ 的滑块可在水平滑轨上滑动, 忽略阻力. 开窗帘过程中, 电机对滑块1施加一个水平向右的恒力 $F$ , 推动滑块1以 $0.4\text{m/s}$ 的速度与静止的滑块2碰撞, 碰撞时间为 $0.04\text{s}$ , 碰撞结束后瞬间两滑块的共同速度为 $0.22\text{m/s}$ . 关于两滑块的碰撞过程, 下列说法正确的有 (BD)

A. 该过程动量守恒

$$\text{碰撞前 } p_1 = mv_1 = 0.40\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\text{碰撞后 } p_2 = 2mv_2 = 0.44\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

B. 滑块1受到合外力的冲量大小为 $0.18\text{N} \cdot \text{s}$

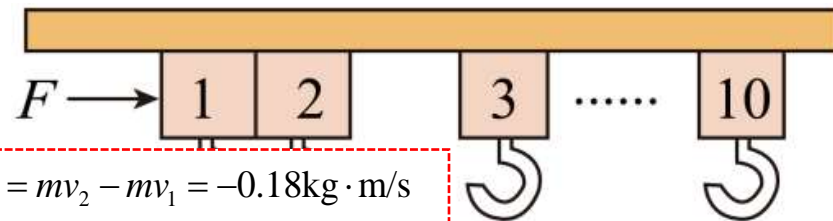
$$I_1 = mv_2 - mv_1 = -0.18\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

C. 滑块2受到合外力的冲量大小为 $0.40\text{N} \cdot \text{s}$

$$I_2 = mv_2 = 0.22\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

D. 滑块2受到滑块1的平均作用力大小为 $5.5\text{N} \cdot \text{s}$

$$F\Delta t = I_2 \Rightarrow F = 5.5\text{N}$$





## 真题研析

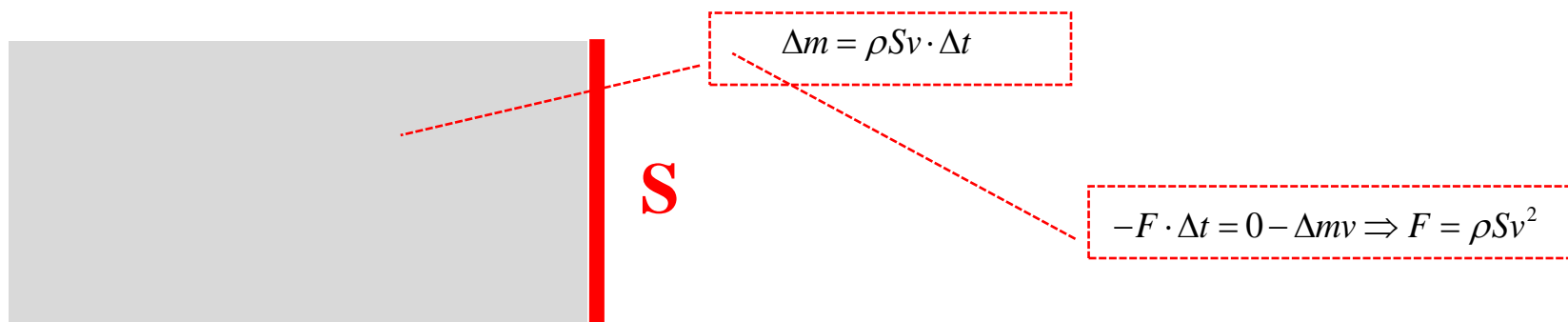
4. (2021·福建·高考真题) 福建属于台风频发地区，各类户外设施建设都要考虑台风影响。已知10级台风的风速范围为24.5~28.4m/s，16级台风的风速范围为51.0~56.0m/s。若台风迎面垂直吹向一固定的交通标志牌，则16级台风对该交通标志牌的作用力大小约为10级台风的（ **B** ）

A. 2倍

B. 4倍

C. 8倍

D. 16倍



## 真题研析

5. (2023·安徽·校联考模拟预测) 如图为正在热销的水上飞行器的商品展示图, 产品有如下数据: 装备质量 $10\text{kg}$ , 三个喷口直径均为 $6.0\text{cm}$ 。表演者质量为 $50\text{kg}$ , 水的密度为 $1.0 \times 10^3\text{kg/m}^3$ , 不计浮力等, 重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$ , 则当他和装备悬浮在空中时, 喷水速度近似为



( **B** )

A.  $0.4\text{m/s}$       B.  $8.5\text{m/s}$

C.  $25.2\text{m/s}$       D.  $32.3\text{m/s}$

运动员与装备悬停空中, 受力平衡  
 $(M+m)g=F$

一个喷嘴在时间 $t$ 内喷出水的质量为

$$m = \rho V = \rho S v t = \rho \pi \frac{d^2}{4} t$$

$$F t = 3 m v - 0$$



## 考点二 动量守恒定律的理解及应用

## 核心提炼

### 动量守恒定律的深入理解

1.内容：一个系统不受外力或者所受外力之和为零，这个系统的总动量保持不变。

2.表达式：

①系统相互作用前的总动量等于相互作用后的总动量： $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'$

②相互作用的两个物体动量的变化量等大反向： $\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$

3.动量守恒定律成立的条件

①理想守恒：系统不受外力或系统所受外力的合力为零。

②近似守恒：系统所受的外力的合力虽不为零，但系统外力比内力小得多，如碰撞问题中的摩擦力，爆炸过程中的重力等外力比起相互作用的内力来小得多，可以忽略不计。

③某一方向守恒：系统所受外力的合力虽不为零，但在某个方向上的分量为零，则在该方向上系统的总动量的分量保持不变。

4.动量守恒的速度具有“四性”：①矢量性；②瞬时性；③相对性；④普适性。



## 核心提炼

### 利用动量守恒定律解题的基本思路

- 1.明确研究对象，确定系统的组成(系统包括哪几个物体及研究的过程).
- 2.进行受力分析，判断系统动量是否守恒(或某一方向上是否守恒).
- 3.确定研究对象的初、末状态动量.
- 4.由动量守恒定律列出方程.
- 5.代入数据，求出结果，必要时讨论说明.

# 核心提炼

## 碰撞

- 1.碰撞：碰撞是指物体间的相互作用持续时间很短，而物体间相互作用力很大的现象.
- 2.特点：在碰撞现象中，一般都满足内力远大于外力，可认为相互碰撞的系统动量守恒.
- 3.分类

类型	定义	动量是否守恒	机械能是否守恒
弹性碰撞	碰撞时,内力是弹性力,只发生机械能的转移,系统内无机械能损失	守恒	守恒
非弹性碰撞	发生非弹性碰撞时,内力是非弹性力,部分机械能转化为物体的内能	守恒	有损失
完全非弹性碰撞	发生完全非弹性碰撞时,机械能向内能转化得最多,机械能损失最大.碰后物体粘在一起,以共同速度运动	守恒	损失最大

# 核心提炼

## 碰撞

### 4.碰撞问题遵守的三条原则

①动量守恒:  $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2$

②动能不增加:  $E_{k1} + E_{k2} \geq E'_{k1} + E'_{k2}$

③速度要符合实际情况

I、碰前两物体同向运动，若要发生碰撞，则应有  $v_{\text{后}} > v_{\text{前}}$ ，碰后原来在前的物体速度一定增大，若碰后两物体同向运动，则应有  $v'_{\text{前}} > v'_{\text{后}}$ 。

II、碰前两物体相向运动，碰后两物体的运动方向至少有一个改变。

## 核心提炼

### 碰撞

#### 5. 弹性碰撞的结论

以质量为 $m_1$ 、速度为 $v_1$ 的小球与质量为 $m_2$ 的静止小球发生弹性碰撞为例，则

$$\text{有 } m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2', \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$

$$\text{联立解得: } v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1, v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

讨论：

①若  $m_1 = m_2$ ，则  $v_1' = 0, v_2' = v_1$  (速度交换)；

②若  $m_1 > m_2$ ，则  $v_1' > 0, v_2' > 0$  (碰后两物体沿同一方向运动)；

当  $m_1 \gg m_2$  时， $v_1' \approx v_1, v_2' \approx 2v_1$ ；

③若  $m_1 < m_2$ ，则  $v_1' < 0, v_2' > 0$  (碰后两物体沿相反方向运动)；

当  $m_1 \ll m_2$  时， $v_1' \approx -v_1, v_2' \approx 0$ 。



## 核心提炼

### 碰撞

#### 技巧点拨

物体A与静止的物体B发生碰撞，当发生完全非弹性碰撞时损失的机械能最多，物体B的速度最小， $v_B = \frac{m_A}{m_A + m_B} v_0$ ，当发生弹性碰撞时，物体B速度最大， $v_B = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_0$ ，则碰后物体B的速度范围为： $\frac{m_A}{m_A + m_B} v_0 \leq v_B \leq \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_0$ 。

## 核心提炼

### 爆炸

- 1.爆炸问题的特点是物体间的相互作用突然发生，作用时间很短，作用力很大，且远大于系统受的外力，故可用动量守恒定律来处理。
- 2.在爆炸过程中，有其它形式的能转化为动能，系统的动能爆炸后会增加，在碰撞过程中，系统的总动能不可能增加，一般有所减少而转化为内能。
- 3.由于爆炸问题作用时间很短，作用过程中物体的位移很小，一般可忽略不计，可以把作用过程作为一个理想化过程简化处理.即作用后还从作用前瞬间的位置以新的动量开始运动。

## 核心提炼

### 反冲运动

1.反冲现象：反冲现象是指在系统内力作用下，系统内一部分物体向某方向发生动量变化时，系统内其余部分物体向相反的方向发生动量变化的现象.喷气式飞机、火箭等都是利用反冲运动的实例.显然，在反冲现象里，系统的动量是守恒的.

#### 技巧点拨

- ①作用原理：反冲运动是系统内两物体之间的作用力和反作用力产生的效果
- ②反冲运动中系统不受外力或内力远大于外力，所以反冲运动遵循动量守恒定律
- ③反冲运动中，由于有其他形式的能转化为机械能，所以系统的总机械能增加

# 核心提炼

## 人船模型

### ①模型图示

### ②模型特点

I、两物体满足动量守恒定律： $m_{人}v_{人}-m_{船}v_{船}=0$

II、两物体的位移大小满足： $m_{人} \frac{x_{人}}{t} - m_{船} \frac{x_{船}}{t} = 0$  又  $x_{人}+x_{船}=L$

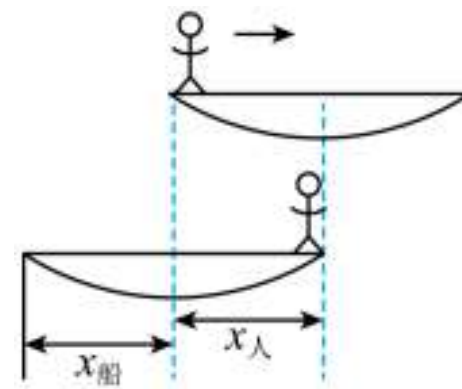
得  $x_{人} = \frac{m_{船}}{m_{船} + m_{人}} L, x_{船} = \frac{m_{人}}{m_{船} + m_{人}} L$

### ③运动特点

I、人动则船动，人静则船静，人快船快，人慢船慢，人左船右；

II、人船位移比等于它们质量的反比；人船平均速度(瞬时速度)比等于它们质

量的反比，即  $\frac{x_{人}}{x_{船}} = \frac{v_{人}}{v_{船}} = \frac{m_{船}}{m_{人}}$  .



## 真题研析

### 【考向】爆炸反冲人船模型

1. (2023·湖南·校联考模拟预测) 如图, 棱长为 $a$ 、大小形状相同的立方体木块和铁块, 质量为 $m$ 的木块在上、质量为 $M$ 的铁块在下, 正对用极短细绳连结悬浮在在平静的池中某处, 木块上表面距离水面的竖直距离为 $h$ 。当细绳断裂后, 木块与铁块均在竖直方向上运动, 木块刚浮出水面时, 铁块恰好同时到达池底。仅考虑浮力, 不计其他阻力, 则池深为 ( **D** )

A.  $\frac{M+m}{M}h$

B.  $\frac{M+m}{m}(h+2a)$

C.  $\frac{M+m}{M}(h+2a)$

D.  $\frac{M+m}{M}h+2a$

以竖直向上为正方向, 设铁块竖直下降的位移为 $d$ , 木块与铁块组成的系统在整个过程中所受合外力为零。由动量守恒得:

依次有

$$0 = mv_{\text{木}} - Mv_{\text{铁}}$$

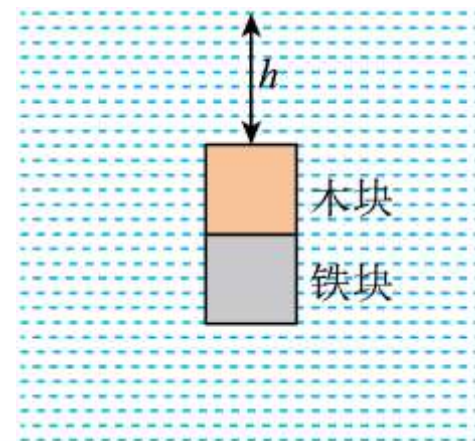
$$0 = m\bar{v}_{\text{木}} - M\bar{v}_{\text{铁}}$$

$$0 = mh - Md$$

又有池深为

$$H = h + d + 2a$$

联立得D



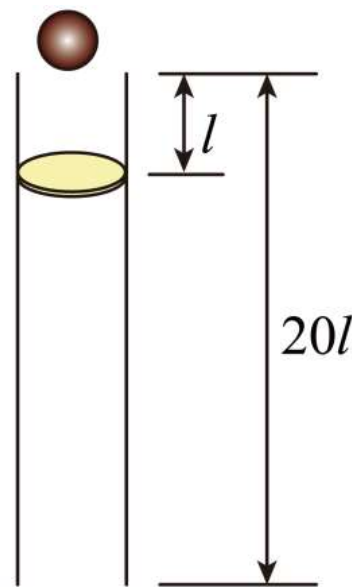


## 真题研析

### 【考向】碰撞问题

2. (2023·全国·高考真题)如图,一竖直固定的长直圆管内有一质量为 $M$ 的静止薄圆盘,圆盘与管的上端口距离为 $l$ ,圆管长度为 $20l$ 。一质量为 $m=\frac{1}{3}M$ 的小球从管的上端口由静止下落,并撞在圆盘中心,圆盘向下滑动,所受滑动摩擦力与其所受重力大小相等。小球在管内运动时与管壁不接触,圆盘始终水平,小球与圆盘发生的碰撞均为弹性碰撞且碰撞时间极短。不计空气阻力,重力加速度大小为 $g$ 。求

- (1) 第一次碰撞后瞬间小球和圆盘的速度大小;
- (2) 在第一次碰撞到第二次碰撞之间,小球与圆盘间的最远距离;

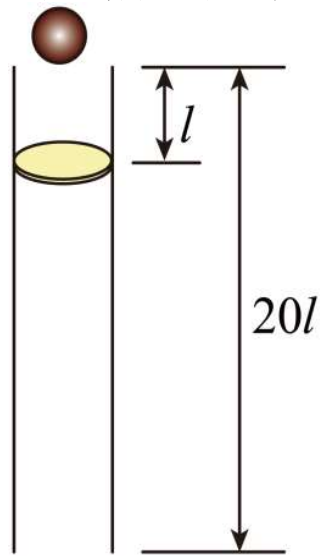


## 真题研析

### 【考向】碰撞问题

解析：（1）小球第一次与圆盘碰撞前做自由落体运动，设两者第一次碰撞前瞬间小球的速度大小为 $v_1$ ，竖直向下为正方向

$$\begin{cases} \text{速度-位移公式: } 2gl = v_1^2 \\ \text{动量守恒: } mv_1 = mv_{m1} + Mv_{M1} \\ \text{机械能守恒: } \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_{m1}^2 + \frac{1}{2}Mv_{M1}^2 \Rightarrow v_{m1} = -\frac{\sqrt{2gl}}{2}, v_{M1} = \frac{\sqrt{2gl}}{2} \\ m = \frac{1}{3}M \end{cases}$$



（2）第一次碰撞后，小球做竖直上抛运动，圆盘做向下匀速直线运动，当小球与圆盘速度相同时，两者距离最远。设第一碰撞后两者经过时间 $t$ 后速度相同，两者最远距离为 $x_m$ ，竖直向下为正方向

$$\begin{cases} v_{M1} = v_{m1} + gt \\ x_m = v_{M1}t - (v_{m1} + \frac{1}{2}gt^2) \Rightarrow x_m = l \end{cases}$$

【答案】（1）小球速度大小  $\frac{\sqrt{2gl}}{2}$ ，圆盘速度大小  $\frac{\sqrt{2gl}}{2}$ ；（2） $l$

## 真题研析

## 【考向】碰撞模型

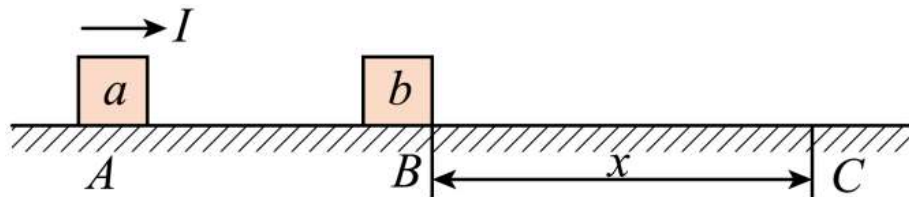
3. (2024·海南·校联考一模) 如图, 质量均为 $m=0.2\text{kg}$ 的物体 $a$ 和 $b$ 静止在水平台面上的 $A$ ,  $B$ 两处,  $B$ 左侧台面光滑, 右侧台面粗糙。 $a$ 、 $b$ 与粗糙台面间的动摩擦因数均为 $\mu=0.5$ 。现给 $a$ 瞬时冲量 $I$ ,  $a$ 运动至 $B$ 与 $b$ 发生弹性碰撞, 碰后 $b$ 滑至离 $B$ 处 $x=0.4\text{m}$ 的 $C$ 处停下。 $a$ 和 $b$ 均视为质点, 重力加速度 $g$ 取 $10\text{m/s}^2$ 。求:

(1) 碰撞后瞬间 $b$ 的速度大小 $v$ ;

(2) 冲量 $I$ 的大小。

(1) 碰撞后 $b$ 做匀减速运动

$$\begin{cases} a = \mu mg / m = \mu g \\ v^2 = 2ax \end{cases} \Rightarrow v = 2\text{m/s}$$



(2) 设 $a$ 与 $b$ 碰撞前 $a$ 得速度大小为 $v_0$ , 碰撞后 $a$ 的速度大小为 $v_1$ , 水平向右为正方向

$$\begin{cases} \text{动量守恒: } mv_0 = mv_1 + mv \\ \text{机械能守恒: } \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv^2 \end{cases} \Rightarrow v_0 = 2\text{m/s}, v_1 = 0$$

对物体 $a$ , 根据动量定理可得, 对 $a$ 的冲量为

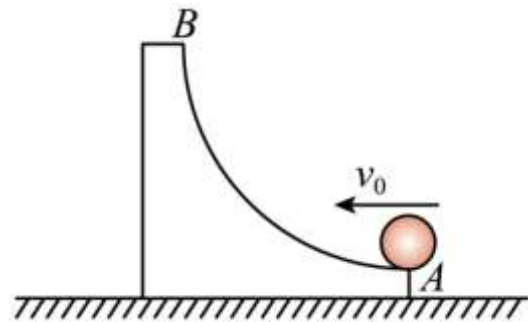
$$I = \Delta p = mv_0$$

【答案】 (1)  $v = 2\text{m/s}$  (2)  $I = 0.4\text{kg} \cdot \text{m/s}$

## 真题研析

### 【考向】爆炸 反冲 人船模型

4. (2024·安徽·校联考模拟预测) 如图所示, 在水平面上放置一个右侧面半径为 $R$ 的 $1/4$ 圆弧凹槽, 凹槽质量为 $m$ , 凹槽A点切线水平, B点为最高点. 一个质量也为 $m$ 的小球以速度 $v_0$ 从A点冲上凹槽, 重力加速度为 $g$ , 不计一切摩擦, 则下列说法正确的是 ( C )



- A. 小球在凹槽内运动的全过程中, 小球与凹槽的总动量守恒, 且离开凹槽后做平抛运动
- B. 若  $v_0 = \sqrt{2gR}$ , 小球恰好可到达凹槽的B点且离开凹槽后做自由落体运动
- C. 若  $v_0 = \sqrt{5gR}$ , 小球最后一次离开凹槽的位置一定是A点, 且离开凹槽后做自由落体运动
- D. 若  $v_0 = \sqrt{7gR}$ , 小球最后一次离开凹槽的位置一定是B点, 且离开凹槽后做竖直上抛运动

## 真题研析

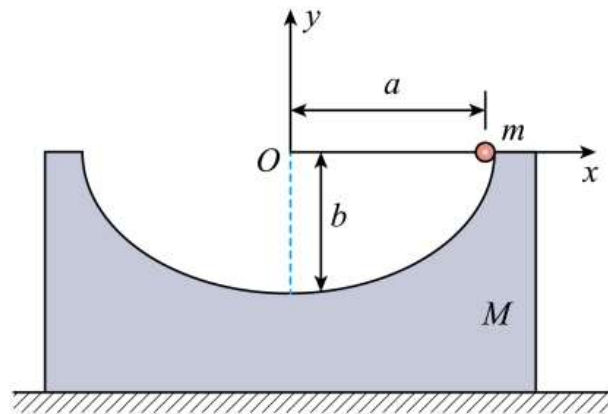
### 【考向】人船模型

5. (2023·湖南·高考真题) 如图, 质量为 $M$ 的匀质凹槽放在光滑水平地面上, 凹槽内有一个半椭圆形的光滑轨道, 椭圆的半长轴和半短轴分别为 $a$ 和 $b$ , 长轴水平, 短轴竖直. 质量为 $m$ 的小球, 初始时刻从椭圆轨道长轴的右端点由静止开始下滑. 以初始时刻椭圆中心的位置为坐标原点, 在竖直平面内建立固定于地面的直角坐标系 $xOy$ , 椭圆长轴位于 $x$ 轴上. 整个过程凹槽不翻转, 重力加速度为 $g$ .

(1) 小球第一次运动到轨道最低点时, 求凹槽的速度大小以及凹槽相对于初始时刻运动的距离;

(2) 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 求出小球运动的轨迹方程;

(3) 若 $\frac{M}{m} = \frac{b}{a-b}$ ,  $h = \frac{b}{2}$  求小球下降高度时, 小球相对于地面的速度大小 (结果用 $a$ 、 $b$ 及 $g$ 表示)。



【答案】 (1)  $v_2 = \sqrt{\frac{2m^2gb}{M^2 + Mm}}$ ,  $x_2 = \frac{m}{M+m}a$ ; (2)  $\frac{[x(M+m) - ma]^2}{M^2a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ; (3)  $2b\sqrt{\frac{g}{a+3b}}$





**THANK YOU!**