



# 第04讲

## 万有引力定律 及其应用



## 内容要求

1. 会用线速度、角速度、周期描述匀速圆周运动。知道匀速圆周运动的向心加速度的大小和方向。能用牛顿第二定律分析匀速圆周运动的向心力
2. 知道万有引力定律。认识发现万有引力定律的重要意义。
3. 会计算人造地球卫星的环绕速度。知道第二宇宙速度和第三宇宙速度。

## 万有引力定律 及其应用

天体质量与密度

宇宙速度、天体与卫星运行规律

双星系统



## 天体质量和密度

## 核心提炼

把天体的运动看成是**匀速圆周**运动，其所需向心力由万有引力提供，即 $F_{\text{引}} = F_{\text{向}}$ 得：

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = m \frac{4\pi^2}{T^2} r = ma$$

### 天体质量及密度的计算

#### 1) 天体表面处理方法

①天体质量，由  $G \frac{Mm}{R^2} = mg$ ，得天体质量  $M = \frac{gR^2}{G}$ 。

②天体密度，由天体质量及球体体积公式  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ，得天体密度  $\rho = \frac{3g}{4\pi GR}$

#### 2) 利用环绕天体处理方法

①天体质量，由  $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$ ，得天体质量  $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$ 。

②天体密度，由天体质量及球体体积公式  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ，得天体密度  $\rho = \frac{3\pi r^3}{GT^2 R^3}$



## 真题研析

**(2022·重庆·高考真题)(多选)**我国载人航天事业已迈入“空间站时代”。若中国空间站绕地球近似做匀速圆周运动，运行周期为 $T$ ，轨道半径约为地球半径的 $\frac{17}{16}$ 倍，已知地球半径为 $R$ ，引力常量为 $G$ ，忽略地球自转的影响，则（ ）

- A. 漂浮在空间站中的宇航员不受地球的引力
- B. 空间站绕地球运动的线速度大小约为 $\frac{17\pi R}{8T}$
- C. 地球的平均密度约为 $\frac{3\pi}{GT^2}\left(\frac{16}{17}\right)^3$
- D. 空间站绕地球运动的向心加速度大小约为地面重力加速度的 $\left(\frac{16}{17}\right)^2$ 倍

## 真题研析

### 解析

A. 漂浮在空间站中的宇航员依然受地球的引力，所受引力提供向心力做匀速圆周运动而处于完全失重，视重为零，故 A 错误；

B. 根据匀速圆周运动的规律，可知空间站绕地球运动的线速度大小约

为  $v = \frac{2\pi \frac{17}{16}R}{T} = \frac{17\pi R}{8T}$ ，故 B 正确；

## 真题研析

### 解析

C. 设空间站的质量为  $m$ , 其所受万有引力提供向心力, 有  $G \frac{Mm}{(\frac{17}{16}R)^2} = m(\frac{2\pi}{T})^2(\frac{17}{16}R)$

则地球的平均密度约为  $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = (\frac{17}{16})^3 \frac{3\pi}{GT^2}$ , 故 C 错误;

D. 根据万有引力提供向心力, 有  $G \frac{Mm}{(\frac{17}{16}R)^2} = ma$ , 则空间站绕地球运动的向

心加速度大小为  $a = \frac{GM}{(\frac{17}{16}R)^2}$ , 地表的重力加速度为  $g = \frac{GM}{R^2}$ , 可得  $\frac{a}{g} = (\frac{16}{17})^2$ , 即空间

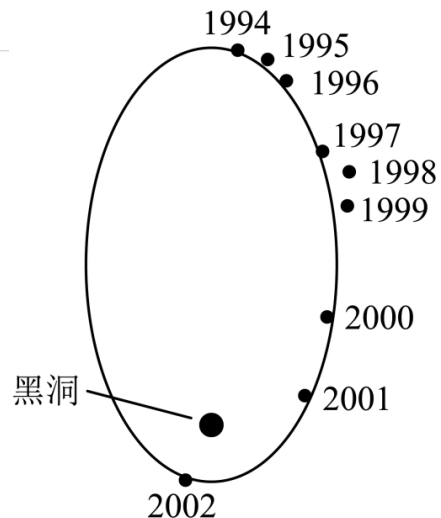
站绕地球运动的向心加速度大小约为地面重力加速度的  $(\frac{16}{17})^2$  倍, 故 D 正确。

故选 BD。



## 真题研析

**(2021•全国•高考真题)** 科学家对银河系中心附近的恒星S2进行了多年的持续观测，给出1994年到2002年间S2的位置如图所示。科学家认为S2的运动轨迹是半长轴约为 $1000R$ （太阳到地球的距离为 $R$ ）的椭圆，银河系中心可能存在超大质量黑洞。这项研究工作获得了2020年诺贝尔物理学奖。若认为S2所受的作用力主要为该大质量黑洞的引力，设太阳的质量为 $M$ ，可以推测出该黑洞质量约为（ ）



- A.  $4 \times 10^4 M$       B.  $4 \times 10^6 M$       C.  $4 \times 10^8 M$       D.  $4 \times 10^{10} M$

## 真题研析

### 解析

由图可知，S2 绕黑洞的周期  $T=16$  年，地球的公转周期  $T_0=1$  年，S2 绕黑洞做圆周运动的半长轴  $a$  与地球绕太阳做圆周运动的半径  $R$  关系是  $a=1000R$ ，地球绕太阳的向心力由太阳对地球的引力提供，由向心力公式可知  $G\frac{Mm}{R^2}=mR(\frac{2\pi}{T_0})^2$ ，解得太阳的质

量为  $M=\frac{4\pi^2 R^3}{GT_0^2}$ ，根据开普勒第三定律，S2 绕黑洞以半长轴  $a=1000R$  绕椭圆运动，等效于以  $r=1000R$  绕黑洞做圆周运动，而 S2 绕黑洞的向心力由黑洞对它的万有引力提供，由向心力公式可知  $G\frac{M_x m'}{r^2}=m'r(\frac{2\pi}{T})^2$ ，解得黑洞的质量为  $M_x=\frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$ ，综上可得

$$M_x=4\times 10^6 M。$$

故选 B。



## 宇宙速度、天体与卫星运动规律

## 核心提炼

### 宇宙速度

1) 第一宇宙速度：7.9km/s，它是卫星的最小发射速度，也是地球卫星的最大环绕速度.

#### 技巧点拨

第一宇宙速度推导

①方法一：由  $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6}} \approx 7.9 \text{ km/s}$

②方法二：由  $mg = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{gR} = \sqrt{9.8 \times 6.4 \times 10^6} \approx 7.9 \text{ km/s}$

说明：第一宇宙速度是发射人造卫星的最小速度，也是人造卫星的最大环绕速度，此时它的运行周期

最短， $T_{\min} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} = 5078 \text{ s} \approx 85 \text{ min}$  .

## 核心提炼

### 宇宙速度

2) 第二宇宙速度（脱离速度）： $11.2\text{km/s}$ ，使物体挣脱地球引力束缚的最小发射速度.

3) 第三宇宙速度（逃逸速度）： $16.7\text{km/s}$ ，使物体挣脱太阳引力束缚的最小发射速度.

#### 技巧点拨

宇宙速度与运动轨迹的关系

- ①  $v_{\text{发}} = 7.9\text{ km/s}$  时，卫星绕地球表面做匀速圆周运动.
- ②  $7.9\text{ km/s} < v_{\text{发}} < 11.2\text{ km/s}$ ，卫星绕地球运动的轨迹为椭圆.
- ③  $11.2\text{ km/s} \leq v_{\text{发}} < 16.7\text{ km/s}$ ，卫星绕太阳运动.
- ④  $v_{\text{发}} \geq 16.7\text{ km/s}$ ，卫星将挣脱太阳引力的束缚，飞到太阳系以外的空间.

## 核心提炼

### 天体及卫星运动的规律

1) 基本方法：把天体的运动看成是匀速圆周运动，其所需向心力由万有引力提供。即  $F_{\text{向}} = F_{\text{引}}$  得：
$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = m \frac{4\pi^2}{T^2} r = ma$$

2) 基本公式：

① 线速度：
$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

② 角速度：
$$G \frac{Mm}{r^2} = m\omega^2 r \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$$

③ 周期：
$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

④ 向心加速度：
$$G \frac{Mm}{r^2} = ma \Rightarrow a = \frac{GM}{r^2}$$

结论：飞得越高，飞得越慢（ $r$ 越大， $v$ 、 $\omega$ 、 $a$ 越小， $T$ 越大）。

公式中 $r$ 指轨道半径，是卫星到中心天体球心距离， $R$ 通常指中心天体的半径，有 $r = R + h$ 。



## 核心提炼

### 特殊卫星

#### 1) 近地卫星

轨道在地球表面附近的卫星，其轨道半径 $r=R$ (地球半径)，运行速度等于第一宇宙速度 $v=7.9\text{ km/s}$ (人造地球卫星的最大运行速度)

#### 2) 地球同步卫星

所谓地球同步卫星，是相对于地面静止的，这种卫星位于赤道上方某一高度的稳定轨道上，且绕地球运动的周期等于地球的自转周期，同步卫星的轨道一定在赤道平面内，并且只有一条。所有同步卫星都在这条轨道上，以大小相同的线速度，角速度和周期运行着

## 真题研析

**(2022·广东·高考真题)**“祝融号”火星车需要“休眠”以度过火星寒冷的冬季。假设火星和地球的冬季是各自公转周期的四分之一，且火星的冬季时长约为地球的1.88倍。火星和地球绕太阳的公转均可视为匀速圆周运动。下列关于火星、地球公转的说法正确的是（     ）

- A. 火星公转的线速度比地球的大
- B. 火星公转的角速度比地球的大
- C. 火星公转的半径比地球的小
- D. 火星公转的加速度比地球的小

## 真题研析

### 解析

由题意可知,火星的公转周期大于地球的公转周期  $C$ . 根据  $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{4\pi^2}{T^2}r$

可得  $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$ , 可知火星的公转半径大于地球的公转半径, 故  $C$  错误; A. 根

据  $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$  可得  $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ , 结合  $C$  选项, 可知火星的公转线速度小于地球

的公转线速度, 故 A 错误; B. 根据  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  可知火星公转角速度小于地球公

转的角速度, 故 B 错误; D. 根据  $G\frac{Mm}{r^2} = ma$  可得  $a = \frac{GM}{r^2}$ , 可知火星公转的

加速度小于地球公转的加速度, 故 D 正确。

故选 D。

## 真题研析

**(2024·广东·高考真题)**探测器及其保护背罩通过弹性轻绳连接降落伞。在接近某行星表面时以  $60\text{ m/s}$  的速度竖直匀速下落。此时启动“背罩分离”，探测器与背罩断开连接，背罩与降落伞保持连接。已知探测器质量为  $1000\text{ kg}$ ，背罩质量为  $50\text{ kg}$ ，该行星的质量和半径分别为地球的  $\frac{1}{10}$  和  $\frac{1}{2}$ 。地球表面重力加速度大小取  $g = 10\text{ m/s}^2$ 。忽略大气对探测器和背罩的阻力。下列说法正确的有 ( )

- A. 该行星表面的重力加速度大小为  $4\text{ m/s}^2$
- B. 该行星的第一宇宙速度为  $7.9\text{ km/s}$
- C. “背罩分离”后瞬间，背罩的加速度大小为  $80\text{ m/s}^2$
- D. “背罩分离”后瞬间，探测器所受重力对其做功的功率为  $30\text{ kW}$

## 真题研析

### 解析

在星球表面，根据  $G \frac{Mm}{R^2} = mg$  得  $g = \frac{GM}{R^2}$  行星的质量和半径分别为地球的  $\frac{1}{10}$  和  $\frac{1}{2}$ 。地球表面重力加速度大小取  $g = 10m/s^2$ ，可得该行星表面的重力加速度大小  $g' = 4m/s^2$ ，故A对。在星球表面上空，根据万有引力提供向心力  $G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$ ，可得星球的第一宇宙速度  $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ ，行星的质量和半径分别为地球的  $\frac{1}{10}$  和  $\frac{1}{2}$ ，可得该行星的第一宇宙速度  $v_{\text{行}} = \frac{\sqrt{5}}{5} v_{\text{地}}$ ，地球的第一宇宙速度为  $7.9km/s$ ，所以该行星的第一宇宙速度  $v_{\text{行}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \times 7.9km/s$ ，故B错误；“背罩分离”前，探测器及其保护背罩和降落伞整体做匀速直线运动，对探测器受力分析，可知探测器与保护背罩之间的作用力  $F = mg' = 4000N$ ，“背罩分离”后，背罩所受的合力大小为  $4000N$ ，对背罩，根据牛顿第二定律  $F = m'a$  解得  $a = 80m/s^2$ ，故C正确；“背罩分离”后瞬间探测器所受重力对其做功的功率  $P = mg'v = 1000 \times 4 \times 60W = 240kW$ ，故D错误。故选AC。





## 双星问题



## 核心提炼

### 双星问题

1) 模型构建：绕公共圆心转动的两个星体组成的系统，  
称之为双星系统

2) 特点：

①各自所需的向心力由彼此间的万有引力提供，即  $G \frac{m_1 m_2}{L^2} = m_1 \omega_1^2 r_1$ ,  $G \frac{m_1 m_2}{L^2} = m_2 \omega_2^2 r_2$

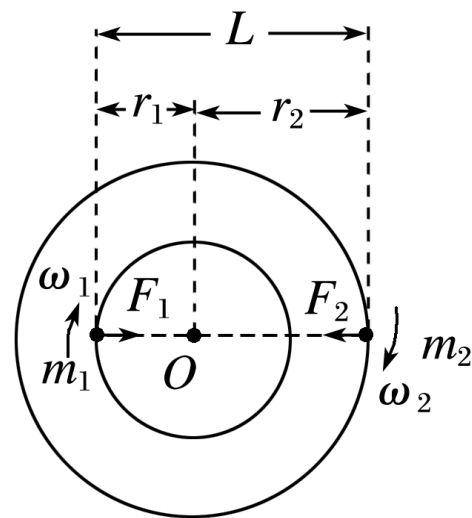
②两颗星的周期及角速度都相同，即  $T_1 = T_2$ ,  $\omega_1 = \omega_2$

③两颗星的轨道半径与它们之间的距离关系为： $r_1 + r_2 = L$

④两星到圆心的距离  $r_1$ 、 $r_2$  与星体质量成反比，即  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1}$

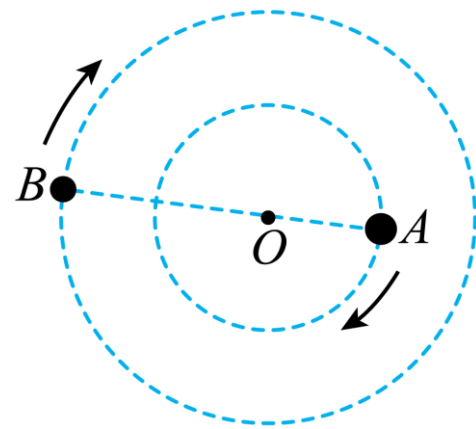
⑤双星的运动周期  $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{G(m_1 + m_2)}}$

⑥双星的总质量  $m_1 + m_2 = \frac{4\pi L^3}{T^2 G}$



## 题型特训

(2024·湖南郴州·统考模拟预测) 2023年1月9日天文学家发现有史以来距离最近的两个黑洞，相距750光年，设质量大的为A，质量小的为B，它们在彼此之间的引力作用下互相环绕，周期相等，如图所示，不考虑其它星体对它们的作用，下列说法正确的是（ ）



- A. A、B的速度之比等于它们质量反比
- B. A、B组成的系统能量守恒，动量不守恒
- C. 若A、B的间距增大，则周期越小
- D. 若A、B因吞噬物质质量都增大而其中心间距不变，则它们的角速度不变

## 题型特训

### 解析

A. 设 AB 质量分别为  $m_1$  和  $m_2$ , 轨道半径分别为  $r_1$  和  $r_2$ , 周期  $T$  相等, 故可知角速度  $\omega$  相等, 根据万有引力提供向心力  $\frac{Gm_1m_2}{(r_1+r_2)^2} = m_1\omega v_1 = m_2\omega v_2$ , 可得  $\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}$ , 故 A 正确;

B. AB 在各自的轨道上做匀速圆周运动, 系统能量守恒; 系统所受合外力为零, 动量守恒, 故 B 错误;

CD. 万有引力提供向心力  $\frac{Gm_1m_2}{(r_1+r_2)^2} = m_1 \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r_1$ ,  $\frac{Gm_1m_2}{(r_1+r_2)^2} = m_2 \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r_2$ , 联立可得

$T = 2\pi \sqrt{\frac{(r_1+r_2)^3}{G(m_1+m_2)}}$ , 故可知若 A、B 的间距  $(r_1+r_2)$  增大, 则周期越大; 若 A、B 因吞噬物质质量都增大而其中心间距不变, 则它们的周期减小, 角速度增大, 故 CD 错误。

故选 A。