

TP2: Filtrage d'images

GBM8770 – Automne 2021

Professeure: Farida Cheriet

Chargés de laboratoire : Zacharie Legault, Emmanuelle Richer

Objectifs: Ce laboratoire se compose de deux parties. La première partie porte sur le rehaussement d'images et la seconde partie porte sur le filtrage fréquentiel des images (spatial et spectral).

Remise du travail: La date de remise est le 12 novembre à 23h30. Une pénalité de 3 points par jour sera appliquée lors d'un retard.

Documents à remettre: Le code et les réponses aux questions sont à compléter dans les notebooks IPython fournis avec cet énoncé (`tp2_seance1.ipynb` et `tp2_seance2.ipynb`).

Le dossier contenant le notebook et toutes les ressources nécessaires à son exécution sont à remettre sous la forme d'une archive ZIP nommée `GBM8770_TP2_<équipe>_<nom>_<matricule>_<nom>_<matricule>` (par exemple: `GBM8770_TP2_0_Legault_1234567_Richer_7654321`).

Commentez votre code! Lorsque votre code (et donc vos résultats) est incorrect, vos commentaires peuvent nous permettre de valoriser votre approche...

Séance I.

Rehaussement d'image

Note: Lors de la conception de vos algorithmes, portez attention aux types de vos données (`uint8`, `double`, etc.). Lors de la manipulation des images, il sera probablement nécessaire de passer en `double` pour faire vos calculs puis de revenir en `uint8` pour afficher vos images.

Exercice I: Prétraitement de radiographies

Le but de cet exercice est d'implémenter un traitement de rehaussement des contrastes et des contours pour des radiographies du thorax.

Égalisation d'histogramme

Q1. Ouvrez, convertissez en valeurs entières et affichez l'image `radio_thoracique.png`.

Q2. Calculez et affichez l'histogramme de cette image.

Q3. Complétez la fonction `equalize_histogram(img)` qui effectue l'égalisation d'histogramme d'une image et renvoie l'image égalisée (voir les diapositives du chapitre 4 sur l'égalisation d'histogramme). Calculez et affichez l'image égalisée et son histogramme. Que constatez vous? Quel impact a l'égalisation sur le contraste de l'image?

Filtrage high-boost

Les traitements présentés dans les questions suivantes seront tous appliqué sur la radiographie après égalisation de son histogramme.

Q4. Calculez la convolution de l'image égalisée avec la gaussienne 3×3 :

$$W_{\text{Gaussienne3}} = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Affichez côte à côte l'image égalisée et le résultat de la convolution.

Q5. Effectuez la même opération (convolution et affichage) avec une gaussienne de taille 7×7 :

$$W_{\text{Gaussienne7}} = \frac{1}{1115} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 10 & 7 & 4 & 1 \\ 4 & 12 & 26 & 33 & 26 & 12 & 4 \\ 7 & 26 & 55 & 71 & 55 & 26 & 7 \\ 10 & 33 & 71 & 91 & 71 & 33 & 10 \\ 7 & 26 & 55 & 71 & 55 & 26 & 7 \\ 4 & 12 & 26 & 33 & 26 & 12 & 4 \\ 1 & 4 & 7 & 10 & 7 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Qu'observez-vous lorsque l'écart-type de la gaussienne augmente (sachant que l'écart-type est proportionnel à la taille du masque)? Quel est le type (passe-haut, passe-bas, passe-bande ou coupe-bande) de ces deux filtres gaussiens?

Q6. Calculez et affichez le laplacien de l'image égalisée. On rappelle que le calcul du laplacien d'une image est approximé par la convolution de cette image avec le filtre

$$W_{\text{Laplacien}} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Quel est le type de ce filtre?

Q7. Implémentez une fonction `high_boost(img, k)` qui prend en entrée une image et un paramètre `k` et retourne l'image rehaussée selon le filtre vu en cours:

$$I_g = G * I$$

$$I_r = I + K \cdot \nabla^2(I_g)$$

où G est un masque gaussien (on prendra celui de taille 3) et ∇^2 est l'opérateur laplacien. Calculez et affichez le résultat pour $k = 0$, $k = 1$ et $k = 2$. Discutez de l'impact du facteur k sur la lisibilité de l'image (et donc la qualité du rehaussement). Dans ce filtrage, pourquoi calculer le laplacien sur I_g plutôt que sur I directement?

Exercice II: Filtres médians et morphologiques

On souhaite mettre en évidence le réseau vasculaire et le disque optique d'une image de fond d'oeil.

Q1. Chargez et affichez l'image `fundus.png`. Quel est le nom du bruit qui détériore cette image de la rétine?

Pour la suite de l'exercice nous ne nous intéresserons qu'au canal vert de l'image.

Q2. À l'aide d'un filtrage médian (avec un disque de rayon 2 pour élément structurant), filtrez le bruit identifié à la question précédente. Affichez côte à côte le canal vert de l'image avant et après le filtrage. Le filtrage gaussien présenté dans l'exercice I aurait-il été un meilleur ou moins bon choix pour cette tâche?

Les traitements présentés dans les deux sections suivantes seront appliqués sur la version filtrée du canal vert de l'image notée I_V .

Rehaussement de vaisseaux

On se propose d'implémenter un algorithme de rehaussement du réseau vasculaire rétinien. En notant F_m un filtre médian avec un large élément structurant (un disque de rayon 12), l'image prétraitée I_P est calculée par l'expression

$$I_P = I_V - F_m(I_V).$$

Q3. Calculez et affichez le résultat du filtrage médian $F_m(I_V)$ et du prétraitement I_P . Cette correction d'illumination est-elle efficace? Les vaisseaux sont-ils un contenu hautes ou basses fréquences spatiales? Même question pour le résultat du filtrage médian $F_m(I_V)$.

Segmentation du disque optique

On se propose de segmenter le disque optique (la tête du nerf optique apparaît en clair sur l'image et les vaisseaux en émergent) avec un seuil et des opérations morphologiques.

Q4. Implémentez une fonction `binariser(img, seuil)` qui met à 0 tous les pixels se trouvant en dessous du seuil, et à 255 tous les pixels se trouvant sur le seuil ou au-dessus. Cette fonction prend en entrée une image et un seuil, puis retourne l'image binaire. Binarisez votre image avec un seuil de 0.6. Affichez l'image binaire.

Q5. Vous devriez constater deux erreurs que vous devrez corriger avec une fermeture et une ouverture:

1. Les vaisseaux émergeant du disque optique forment des trous dans sa segmentation.
2. Un artefact est détecté à tort dans le coin supérieur droit de l'image.

Q6. On veut finalement extraire la position du centre du disque optique et son rayon. Pour cela, on procède à des amincissement de sa segmentation en utilisant une érosion avec un élément structurant en disque de rayon variable. Augmentez le rayon de l'élément structurant jusqu'à ce que la segmentation disparaisse totalement. Déduisez le rayon et la position du centre du disque optique.

Séance II.

Filtrage fréquentiel 2D

Exercice III: FFT de signaux théoriques 2D

Soit le signal $S_1(x, y) = \cos(2\pi(xf_x + yf_y))$ paramétré par les fréquences f_x et f_y , échantillonné à une fréquence de 100 px mm^{-1} . La fonction **S1(fx, fy)** est déjà implémentée.

Q1. Implémentez la fonction **compute_fft2(signal)** qui prend en argument une image et calcule sa transformée de Fourier (normalisée et avec son origine centrée).

En prenant $f_x = 20 \text{ mm}^{-1}$ et $f_y = 0$, affichez le signal $S_1(x, y)$ et son spectre à l'aide de **plot_fft2()**. Vérifiez la position des pics et leur amplitude (donnée par la colorbar).

Q2. Affichez S_1 et son spectre pour $f_x = 0$ et $f_y = 20 \text{ mm}^{-1}$ puis pour $f_x = 20 \text{ mm}^{-1}$ et $f_y = 20 \text{ mm}^{-1}$. Quel est l'effet d'une rotation de l'image sur son spectre?

On étudie maintenant le signal: $S_2(x, y) = \cos(2\pi fr)$ où $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Q3. Implémentez **S2(f)**, puis affichez le signal et son spectre pour $f = 20 \text{ mm}^{-1}$ et pour $f = 40 \text{ mm}^{-1}$. Quel est l'effet d'un rétrécissement de l'image sur son spectre? Affichez le signal et le spectre pour $f = 100 \text{ px mm}^{-1}$. Expliquez l'allure du spectre et les aberrations visibles sur le signal.

Exercice IV: Filtrage spectral

Cet exercice étudie une image angiographique du réseau coronaire: c'est-à-dire une radiographie des artères qui alimentent le coeur dans lesquelles est injecté un agent de contraste.

Q1. Implémentez la fonction **gaussian(std, size, x0=0, y0=0)** qui renvoie une matrice de taille **size** contenant les valeurs d'une gaussienne d'écart-type **std** et centrée sur (**x0**, **y0**).

Calculez une gaussienne centrée, d'écart-type 7 et de taille 300×300 . Affichez son image et son spectre.

Q2. Chargez l'image **angiographie.png**. Affichez l'image et son spectre. Identifiez sur le spectre les raies qui sont responsables des rayures diagonales sur l'angiographie (Donnez les coordonnées des points concernés).

Q3. À l'aide de la fonction **gaussian()**, concevez un masque pour filtrer ces raies directement dans le domaine de Fourier. (On pourra prendre un écart type de 3 pixels pour les gaussiennes.) Appliquez le masque à la transformée de fourier de l'image Affichez le masque et le spectre filtré.

Q4. Implémenter la fonction **compute_iftft2(fft_signal)** qui prend en argument la transformée de Fourier d'une image et renvoie l'image reconstituée par transformée de Fourier inverse. Reconstituez et affichez l'angiographie nettoyée de ses rayures diagonales.

Pour la suite de l'exercice on travaillera sur l'angiographie nettoyée ou sur son spectre. Sa transformée de Fourier sera notée T_0 .

Q5. On souhaite appliquer un filtre passe-bas dont la réponse fréquentielle est une gaussienne centrée sur l'origine d'écart-type 20. Créez le masque gaussien correspondant, appliquez le à la transformée de Fourier de l'image et reconstituez là. Affichez l'image reconstituée et son spectre.

On notera T_{LF} la transformée de Fourier après ce filtrage.

Q6. Calculez l'intensité des fréquences qui ont été retirées du spectre à la question précédente, c'est-à-dire la transformée de Fourier T_{HF} telle que $T_0 = T_{LF} + T_{HF}$. Affichez l'image reconstituée et son spectre. Quel est le type de ce filtrage?

Q7. Créez un masque gaussien centré d'écart-type 2.39 pixels, de taille 10x10 et normalisé pour que sa somme soit 1. Convoquez ce masque avec l'image nettoyée à la question 4. Affichez l'image filtrée et son spectre.

Q8. Démontrer l'équivalence entre les filtrages réalisés aux questions 5 et 7. Avec quel masque faut-il convoluer l'image nettoyée pour réaliser pour opérer un filtrage passe-haut équivalent à celui de la question 6 mais dans le domaine spatial?

On rappelle que la transformée de Fourier d'une gaussienne d'écart-type σ_0 est une gaussienne d'écart-type $\frac{1}{2\pi\sigma_0}$:

$$h(x) = \exp\left(\frac{-x^2}{2\sigma^2}\right) \xrightarrow{\text{Fourier}} H(f) = \sigma\sqrt{2\pi} \exp\left(-2(\pi\sigma f)^2\right)$$

Notons aussi que l'écart-type du masque de la question 5 en px^{-1} est de $\frac{20}{300}$, c'est-à-dire l'écart-type de la gaussienne divisé par le nombre de pixel de la largeur (ou de la hauteur) du spectre. En effet pour une fréquence d'échantillonnage de $F_e = 1 \text{ px}$, les bornes du spectre devraient être -0.5 et 0.5 et non -150 et 150 .