6) Part - 1:-

(a) $P(I|C)$

$$P(I|C) = \frac{P(IC)}{P(C)}$$

1) $P(IC) = P(ICE) + P(ICE')$

$= P(I|CE)\,P(CE) + P(I|CE')\,P(CE)$

$= P(I|E)\,P(CE) + P(I|E)\,P(CE)$

2) $P(CE) = P(EC)$

$= P(EC|B) + P(EC|B')$

$= P(E|CB)\,P(CB) + P(E|CB')\,P(CB')$

$= P(E|B)\,P(CB) + P(E|B')\,P(CB')$

3) $P(CB) = P(BC)$

$= P(BCA) + P(BCA')$

$= P(B|CA)\,P(CA) + P(B|CA')\cdot P(CA')$

$= P(B|A)\,P(CA) + P(B|A')\,P(CA')$

$= P(B|A)\,P(C)\,P(A) + P(B|A')\,P(C)\,P(A')$

$= 0.4 \times 0.5 \times 0.1 + 0.4 \times 0.5 \times 0.1 = 0.425$

4) $P(C') = P(B'|C)$

$= P(B'|A) + P(B'|A')$

$= P(B'|A)\ P(A) + P(B'|A')\ P(A')$

$= P(B'|A)\ P(C)\ P(A) + P(B'|A')\ P(C)\ P(A')$

$= [1 - P(B|A)]\ P(C)\ P(A) + [1 - P(B|A')]\ P(C)\ P(A')$

$= 0.6 \times 0.5 \times 0.1 + 0.1 \times 0.5 \times 0.9 = 0.075$

(5) $P(E'|C) = P(E'|C)$

$= P(E'|B) + P(E'|B')$

$= P(E'|B)\ P(B) + P(E'|B')\ P(B')$

$= P(E'|B)\ P(B) + P(E'|B')\ P(B')$

$= [1 - P(E|B)]\ P(B) + [1 - P(E|B')]\ P(B')$

($P(B)$: calculated above)

($P(B')$: calculated above)

$= 0.9 \times 0.425 + 0.8 \times 0.075 = 0.4425$

Now,

$P(E) = 0.1 \times 0.425 + 0.2 \times 0.075$

$= 0.0575$

Putting the values back,

$$P(IC) = 0.8 \times 0.0575 + 0.7 \times 0.4475$$
$$= 0.35575$$

$$\Rightarrow P(I|C) = \frac{P(IC)}{P(C)} = \frac{0.35575}{0.5} = 0.7115$$

(b) $P(E|D')$

$$P(E|D') = \frac{P(ED')}{P(D')}$$

1) $P(D') = P(D'C) + P(D'C')$

$$= P(D'|C)P(C) + P(D'|C')P(C')$$

$$= [1 - P(D|C)]P(C) + [1 - P(D|C')] P(C')$$

$$= 0.7 \times 0.5 + 0.4 \times 0.5$$

$$= 0.55$$

2) $P(ED') = P(D'E)$

$$= P(D'EC) + P(D'EC')$$

$$= P[D'|EC) \cdot P(EC) + P(D'|EC) P(EC')$$
$$= P(D'|C) P(EC) + P(D'|C') P(EC')$$

3) $P(E|C) = P(E \cap B) + P(E \cap B')$

$= P(E|CB)\,P(CB) + P(E|CB')\,P(CB')$

$= P(E|B)\,P(CB) + P(E|B')\,P(CB')$

4) $P(CB) = P(BC)$

$= P(B \cap A) + P(B \cap A')$

$= P(B|A)\,P(CA) + P(B|A')\,P(CA')$

$= P(B|A)\,P(C)\,P(A) + P(B|A')\,P(C)\,P(A')$

$= 0.4 \times 0.5 \times 0.1 + 0.9 \times 0.5 \times 0.9$

$= 0.425$

5) $P(CB') = P(B'C) = P(B' \cap A) + P(B' \cap A')$

$= P(B'|A)\,P(CA) + P(B'|A')\,P(CA')$

$= P(B'|A)\,P(C)\,P(A) + P(B'|A')\,P(C)\,P(A')$

$= [1 - P(B|A)]\,P(C)\,P(A) + [1 - P(B|A')]\,P(C)\,P(A')$

$= 0.6 \times 0.5 \times 0.1 + 0.1 \times 0.5 \times 0.9 = 0.075$

6) $P(EC') = P(EC'B) + P(EC'B')$

$= P(E|C'B)\,P(C'B) + P(E|C'B')\,P(C'B')$

$= P(E|B)\,P(C'B) + P(E|B')\,P(C'B')$

7) $P(cB) = P(Bc')$

$= P(Bc'A) + P(Bc'A')$

$= P(B|c'A)\,P(c'A) + P(B|c'A')\,P(c'A')$

$= P(B|A)\,P(c')\,P(A) + P(B|A')\,P(c')\,P(A')$

$= 0.4 \times 0.5 \times 0.1 + 0.9 \times 0.5 \times 0.9$

$= 0.425$

8) $P(c'B') = P(B'c')$

$= P(B'c'A) + P(B'c'A')$

$= P(B'|c'A)\,P(c'A) + P(B'|c'A')\,P(c'A')$

$= P(B'|A)\,P(c')\,P(A) + P(B'|A')\,P(c')\,P(A')$

$= [1 - P(B|A)]\,P(c')\,P(A) + [1 - P(B|A')]\,P(c')\,P(A)$

$= 0.6 \times 0.5 \times 0.1 + 0.1 \times 0.5 \times 0.9$

$= 0.075$

Putting the values back,

$$P(EC') = 0.1 \times 0.425 + 0.2 \times 0.075$$

$$= 0.0575$$

$$P(EC) = 0.1 \times 0.425 + 0.2 \times 0.075$$

$$= 0.0575$$

$$P(ED') = [1 - P(D|C)]\,P(EC) + [1 - P(D|C')]\,P(EC')$$

$$= 0.7 \times 0.0575 + 0.4 \times 0.0575$$

$$= 0.06325$$

$$P(E|D') = \frac{P(ED')}{P(D')} = \frac{0.06325}{0.55}$$

$$P(E|D') = 0.115$$

c) $P(G|B, D')$

$$P(G|B, D') = P(G|BD')$$

$$= \frac{P(GBD')}{P(BD')}$$

1) $P(BD') = P(BD'A) + P(BD'A')$

$= P(B|D'A)P(D'A) + P(B|D'A')P(D'A')$

$= P(B|A)(D'A) + P(B|A')P(D'A')$

2) $P(D'A) = P(D'AC) + P(D'AC')$

$= P(D'|AC)P(AC) + P(D'|AC')P(AC')$

$= P(D'|C)P(A)P(C) + P(D'|C')P(A)P(C')$

$= [1 - P(D|C)]P(A)P(C)$
$+ [1 - P(D|C')]P(A)P(C')$

$= 0.7 \times 0.1 \times 0.5 + 0.4 \times 0.1 \times 0.5$

$= 0.0855$

3) $P(D'A') = P(D'A'C) + P(D'A'C')$

$= P(D'|A'C)P(A'C) + P(D'|A'C')$
$P(A'C')$

$= P(D'|C)P(A')P(C) + P(D'|C')P(A')$
$P(C')$

$= [1 - P(D|C)]P(A')P(C) + [1 - P(D|C')]$
$P(A')P(C)$

$= 0.70 \times 0.9 \times 0.5 + 0.4 \times 0.9 \times 0.5$

$= 0.195$

Putting the values back,

$$P(BD') = 0.4 \times 0.055 + 0.9 \times 0.495$$

$$= 0.4675$$

(4) $P(GBD') = P(GBD'F) + P(GBD'F')$

$$= P(G|BD'F)P(BD'F) + P(G|BD'F')P(BD'F')$$

$$= P(G|F)\,P(BD'F) + P(G|F')\,P(BD'F')$$

(5) $P(BD'F) = P(FBD')$

$$= P(F|BD')\,P(BD')$$

↗ calculated above

$$= 0.4 \times 0.4675 = 0.187$$

(6) $P(BD'F') = P(F'BD')$

$$= P(F'|BD')\,P(BD')$$

$$= [1 - P(F|BD')]\,P(BD')$$

↗ calculated above

$$= 0.6 \times 0.4675$$

$$= 0.2805$$

Putting the values back,

1) $P(G \mid B, D') = 0.9 \times 0.187 + 0.1 \times 0.2805$

$= 0.19635$

2) $\Rightarrow P(G \mid B, D') = \frac{P(G \mid B D')}{P(B D')} = \frac{0.19635}{0.4675}$

$= 0.420$

The code is giving the values for

$P(I \mid C) = 0.7115$

$P(E \mid D') = 0.115$

$P(G \mid B, D') = 0.420$

the values we are getting in calculation are also same.

$P(I \mid C) = 0.7115$

$P(E \mid D') = 0.115$

$P(G \mid B, D') = 0.420$