

02/06/2021

\* Beta reduce :

$$1) (\lambda abc. cba) zz(\lambda wv. w)$$

$$\Rightarrow (\lambda a. \lambda b. \lambda c. cba) (z) z(\lambda w. \lambda v. w)$$

$$\Rightarrow (\lambda b. \lambda c. cbz) (z) (\lambda w. \lambda v. w)$$

$$\Rightarrow (\lambda c. czz) (\lambda w. \lambda v. w)$$

$$\Rightarrow (\lambda w. \lambda v. w)(z)z$$

$$\Rightarrow (\lambda v. z) z$$

$$\Rightarrow z$$

$$1) (\lambda abc. cba) zz(\lambda wv. w)$$

$$= (\lambda a. \lambda b. \lambda c. cba) (z) z(\lambda w. \lambda v. w)$$

$$= (\lambda b. \lambda c. cbz) (z) (\lambda w. \lambda v. w)$$

$$= (\lambda c. czz) (\lambda w. \lambda v. w)$$

$$= (\lambda w. \lambda v. w)(z)z$$

$$= (\lambda v. z)(z)$$

$$= z$$

$$2) (\lambda x. \lambda y. x y y) (\lambda a. a) b$$

$$= \lambda y. (\lambda a. a) y y \ b$$

$$\text{ie. } (\lambda y. \lambda a. a) (y) y b \text{ wrong.}$$

$$= (\lambda a. a) (y) b$$

$$= y b$$

$$2) (\lambda x. \lambda y. x y y) (\lambda a. a) b$$

$$= (\lambda y. (\lambda a. a. x y y)) b$$

$$= (\lambda a. a) (b) b$$

$$= b b \checkmark$$

$$2) (\lambda x. \lambda y. x y y) (\lambda a. a) b$$

$$= (\lambda y. (\lambda a. a) y y) b$$

$$= (\lambda a. a) b b$$

$$= b b \checkmark$$

$$3) (\lambda y \cdot y) (\lambda x \cdot x x) (\lambda z \cdot z q)$$

$$= (\lambda x \cdot x x) (\lambda z \cdot z q)$$

$$= (\lambda z \cdot z q) (\lambda z \cdot z q)$$

$$= (\lambda z \cdot z q) q$$

$$= q q \quad \checkmark$$

$$3) (\lambda y \cdot y) (\lambda x \cdot x x) (\lambda z \cdot z q)$$

$$= (\lambda x \cdot x x) (\lambda z \cdot z q)$$

$$= (\lambda z \cdot z q) (\lambda z \cdot z q)$$

$$= (\lambda z \cdot z q) q$$

$$= q q \quad \checkmark$$



$$4) (\lambda z \cdot z) (\lambda z \cdot z z) (\lambda z \cdot z y)$$

$$= (\lambda z \cdot z z) (\lambda z \cdot z y)$$

$$= (\lambda z \cdot z y) (\lambda z \cdot z y)$$

$$= (\lambda z \cdot z y) y$$

$$= y y \checkmark$$

$$4) (\lambda z \cdot z) (\lambda z \cdot z z) (\lambda z \cdot z y)$$

$$= (\lambda z \cdot z z) (\lambda z \cdot z y)$$

$$= (\lambda z \cdot z y) (\lambda z \cdot z y)$$

$$= (\lambda z \cdot z y) y$$

$$= y y \checkmark$$

$$5) (\lambda x. \lambda y. xyy) (\lambda y. y) y$$

$$= (\lambda y. (\lambda y. y) yy) y$$

$$\text{i.e. } (\lambda y. (\lambda y. y) yy)$$

$$\text{i.e. } (\lambda y. \lambda y. yyy) y \quad \alpha$$

$$= (\lambda y. yyy) y$$

$$\overline{5)} (\lambda x. \lambda y. xyy) (\lambda y. y) y$$

$$= (\lambda y. ((\lambda y. y) yy)) y$$

$$= (\lambda y. y)(y)y$$

$$= yy$$

$$5) (\lambda x. \lambda y. xyy) (\lambda y. y) y$$

$$= (\lambda y. \lambda y. yyy) y$$

$$= (\lambda y. y)(y)y$$

$$= yy$$

$$c) (\lambda a. aa) (\lambda b. ba) c$$

$$= (\lambda b. ba) (\lambda b. ba) c$$

$$= (\lambda b. ba a) c \quad \times$$

$$= caa$$

$$c) (\lambda a. aa) (\lambda b. ba) c$$

$$= (\lambda b. ba) (\lambda b. ba) c$$

$$= (\lambda b. ba) ac$$

$$= aac \quad \checkmark$$



$$\begin{aligned}
& 7) (\lambda x y z \cdot x y (y z)) (\lambda x \cdot z) (\lambda x \cdot a) \\
&= (\lambda x \cdot \lambda y \cdot \lambda z \cdot x y (y z)) (\lambda x \cdot z) (\lambda x \cdot a) \\
&= (\lambda y \cdot \lambda z \cdot (\lambda x \cdot z) y (y z)) (\lambda x \cdot a) \\
&= (\lambda z \cdot (\lambda x \cdot z) (\lambda x \cdot a)) ((\lambda x \cdot a) z) \\
&= (\lambda x \cdot \lambda x \cdot a) (\underline{\lambda x \cdot a})^2 \quad \text{Wrong} \\
&= (\lambda x \cdot a) z \\
&= a
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 7) (\lambda x y z \cdot x y (y z)) (\lambda x \cdot z) (\lambda x \cdot a) \\
&= (\lambda x \cdot \lambda y \cdot \lambda z \cdot x y (y z)) (\lambda x \cdot z) (\lambda x \cdot a) \\
&= (\lambda y \cdot \lambda z_1 \cdot (\lambda x \cdot z) y (y z_1)) (\lambda x \cdot a) \\
&= \lambda z_1 \cdot (\lambda x \cdot z) (\lambda x \cdot a) ((\lambda x \cdot a) z_1) \\
&= \lambda z_1 \cdot z ((\lambda x \cdot a) z_1) \\
&= \lambda z_1 \cdot z z_1 a \quad \checkmark
\end{aligned}$$