诚实考试吾心不虚 ，公平竞争方显实力，
考试失败尚有机会 ，考试舞弊前功尽弃。

上海财经大学《高等数学（经管类）》课程考试卷（A）闭卷

2016—2017 学年第二学期

姓名__________学号__________班级__________

一、填空题（每小题 2 分，共计 12 分）

1．空间曲线 $\begin{cases} x^2+y^2=1, \\ z=x^2 \end{cases}$ 在 yOz 面上的投影曲线方程为________________.

2．设 $u=\mathrm{e}^{-x}\sin\dfrac{x}{y}$，则 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$ 在点 $(2,\dfrac{1}{\pi})$ 处的值为________________.

3．设 D 是由 $y=\sqrt{x}$ 和 $y=x^2$ 所围区域，则 $\iint_D x\sqrt{y}\mathrm{d}\sigma=$________________.

4．若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1}}{n^a}$ 收敛，则 a 满足________________.

5．方程 $x\ln x\mathrm{d}y+(y-\ln x)\mathrm{d}x=0$ 满足 $y\big|_{x=e}=1$ 的特解为________________.

6．设 $y_x=x^2-2x+5^x$，则 $\Delta^2 y_x=$________________.

二、单项选择题（每小题 2 分，共计 10 分）

1．由 $z=f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 处取得极大值，则函数 $\varphi(x)=f(x,y_0)$ 在 x_0 处与函数 $\varphi(y)=f(x_0,y)$ 在 y_0 处（　　）.

（A） 一定都取得极大值　　（B）恰好有一个取得极大值

（C） 至少有一个极大值　　（D）都不能取得极大值

2．下列叙述正确的是（　　）.

（A）若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n^2$ 和 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n^2$ 都收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n+v_n)^2$ 收敛

（B）若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_nv_n$ 收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n^2$ 和 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n^2$ 都收敛

（C）若正项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛，则 $u_n>\dfrac{1}{n}$

（D）若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛，$u_n\geq v_n,(n=1,2,\cdots)$，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n$ 收敛

3．下列叙述正确的是（　　）.

（A）若 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{b_n}{a_n}=1$，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 和 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 同时敛散

（B）若 $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}>1$，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 发散

（C）若 $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}<1$，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛

（D）若正项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}<1$

4．若 y_1 和 y_2 是 $y''+P(x)y'+Q(x)y=0$ 的两个特解，则 $y=C_1y_1+C_2y_2$（　　）.

（A） 是方程的通解　　（B）是方程的解

（C） 是方程的特解　　（D）不一定是方程的解

5．二重极限 $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\ y\to a}}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{\frac{x^2}{x+y}}$ 的值为（　　）.

（A）0　　（B）1　　（C）$\dfrac{1}{e}$　　（D）e

三、计算题（每小题 7 分，满分 35 分）

1．计算 $\int_0^1\mathrm{d}y\int_y^1 x^2e^{x^2}\mathrm{d}x$.

2．求级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{2n+1}{n!}$ 的和.

3．把 $f(x)=\cos^2 x+\ln(2+5x-3x^2)$ 展开为 x 的幂级数，并求其收敛域.

4. 常数a,b为何值时,级数$\sum_{n=1}^{\infty}\ln\left[n(n+1)^a(n+2)^b\right]$收敛.

5. 求差分方程$y_{x+1}-3y_x=2^x(5x+1)$的通解.

四、综合题（每小题8分，满分16分）

1. 设函数$u=f(\sqrt{x^2+y^2})$具有二阶连续偏导数，且满足

$$u''_{xx}+u''_{yy}-\frac{1}{x}u'_x+u=x^2+y^2\ ,$$

求函数$u(x,y)$的表达式.

2. 设$f(x,y)$是区域$D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 2x, y\ge 0\}$上的连续函数，且满足

$$f(x,y)=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}+\frac{2}{3\pi}\iint_D f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\,,$$

求函数$f(x,y)$的表达式.

五、应用题（每小题10分，满分20分）

1．设平面图形由曲线$y=x^2-2x$, $y=0$, $x=1$, $x=3$所围成.

求: (1)此平面图形的面积;

(2)此平面图形绕y轴旋转一周所得立体的体积.

2. 某商品的生产函数$Q=6x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{2}}$, 其中$Q$为产品的产量, x为资本投入, y为劳动力投入, 又设资本投入价格为4, 劳动力投入价格为3, 产品销售价为$P=2$.

求：(1)生产该产品利润最大时的投入量和产出水平及最大利润;

(2)若投入总额限制在60单位内, 这时产品取得最大利润时的投入及最大利润.

六、证明题（7分）

如果幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$当$x=x_0\ne 0$时收敛, 证明:对于任意的$x$, 当$|x|<|x_0|$时,

幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$绝对收敛.