上海财经大学2017-2018第一学期《线性代数》期末试卷 (卷1)

试卷总分: 100分，共 1 套试卷

一、填空题 (本大题共 15 小题，共 45 分)

1、设 A 为 n 阶矩阵，矩阵 $X=(x_1,x_2,\Lambda,x_n)^T$ ，分块矩阵 $A=(A_1,A_2,\Lambda,A_n)$, 则下列等式正确的是 ___________

A $(A_1,A_2,\Lambda,A_n)X=(A_1X,A_2X,\Lambda,A_nX)$

B $X(A_1,A_2,\Lambda,A_n)=(XA_1,XA_2,\Lambda,XA_n)$

C $(A_1,A_2,\Lambda,A_n)\begin{pmatrix}X_1\\M\\X_n\end{pmatrix}=\sum\limits_{i=1}^{n}A_ix_i$

D $\begin{pmatrix}X_1\\M\\X_n\end{pmatrix}(A_1,A_2,\Lambda,A_n)=\begin{pmatrix}x_1A_1 & \Lambda & x_1A_n\\M & & M\\x_nA_1 & \Lambda & x_nA_n\end{pmatrix}$

(本小题3分)(题目ID:39960)

2、若向量组 α,β,γ 线性无关，α,β,δ 线性相关，则 ___________

A α 必可由 β,γ,δ 线性表出

B β 必不能由 α,γ,δ 线性表出

C δ 必可由 α,β,γ 线性表出

D δ 必不能由 α,β,γ 线性表出(本小题3分)(题目ID:39961)

3、设 A 是 $m\times n$ 矩阵，则与线性方程组 $AX=B$ 同解的情形是 ___________

A 当 $m=n$ 时，$A^TX=B$

B 当 $r(A)=r(\overline{A})=r$ 时，由 $AX=B$ 的前 r 个方程构成的方程组

C 当 $r(P)=m$, 其中 $P_{n\times m},PAX=PB$

D 当 $r(P)=n$, 其中 $P_{n\times m},PAX=PB$(本小题3分)(题目ID:39962)

4、已知 A 是三阶矩阵， $r(A)=1$, 则 0 ___________

A 必是 A 的二重特征值

B 至多是 A 的二重特征值

C 至少是 A 的二重特征值

D 一，二，三重都有可能(本小题3分)(题目ID:39963)

5、实二次型 $f(x_1,x_2,\Lambda,x_n)=X^TAX$ 为正定的充分必要条件是 ___________

A f 的负惯性指数为 0

B 任意 $x_1\neq 0,x_2\neq 0,\Lambda,x_n\neq 0$ 代入二次型 $f(x_1,x_2,\Lambda,x_n)$ 都有 $f>0$

C 存在 n 阶矩阵 C使得 $A=C^TC$

D A 的特征值全大于零(本小题3分)(题目ID:39964)

6、设矩阵 $A=(a_{ij})_{3\times 3}$ 满足 $A^*=A^T$, 其中 A^* 为 A 的伴随矩阵，A^T 为 A 的转置矩阵，若 a_{11},a_{12},a_{13} 为三个相等的正数，则 $a_{11}=$___________ .(本小题3分

7、设 A 是 m 阶方阵，B 为 n 阶方阵，且已知 $|A|=a,|B|=b$, 则行列式 $\begin{pmatrix}O & A\\B & O\end{pmatrix}$ ___________ (本小题3分)(题目ID:39966)

8、设 $(A+I)^3=(A-I)^3$, 则 $A^{-1}=$ ___________ (本小题3分)(题目ID:39967)

9、设向量组 $\alpha_1=(1,2,0)^T,\alpha_2=(-2,1,5)^T,\alpha_3=(-1,-1,a)^T,\beta=(1,b,c)^T$, 则 β 不能由 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性表示时， a,b,c 满足 ___________ .(本小题3分

10、设 n 阶矩阵 A 的各行元素之和均为零，且 A 的秩为 $n-1$, 则线性方程组 $AX=0$ 的通解为 ___________ (本小题3分)(题目ID:39969)

11、设 $\begin{pmatrix}2/3 & 2/3 & 1/3\\-1/3 & y & -2/3\\x & 1/3 & 2/3\end{pmatrix}$ 为正交矩阵，则 $x-y=$ ___________ (本小题3分)(题目ID:39970)

12、已知 $f(x_1,x_2,x_3)=(a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3)(b_1x_1+b_2x_2+b_3x_3)$ 为非零二次型，令 $\alpha=(a_1,a_2,a_3)^T$ ，$\beta=(b_1,b_2,b_3)^T$ 则此二次型矩阵为 ________
目ID:39971)

13、设 A 为 $n(n\geqslant 2)$ 阶方阵，A^* 为 A 的伴随矩阵，若对于任一个 n 维列向量 α 均有 $A^*\alpha=0.$ 则线性方程组 $AX=0$ 的基础解系所含解向量个数 k 满足 ______
(题目ID:39972)

14、已知 A 为满足 $A^2=A$ 的 n 阶实对称矩阵，$r(A)=r,$ 则 $|I+A+A^2+\Lambda+A^k|=$ ___________ (本小题3分)(题目ID:39973)

15、已知 $A=\begin{pmatrix}-4&-10&0\\1&3&0\\3&y&1\end{pmatrix}$ 相似与对角阵 $\begin{pmatrix}1&&\\&1&\\&&-2\end{pmatrix}$, 则 $y=$ ___________ (本小题3分)(题目ID:39974)

二、计算题 (本大题共 6 小题，共 50 分)

1、 计算 n 阶行列式
$D_n=\begin{vmatrix}a+b_1&b_2&\Lambda&b_{n-1}&b_n\\b_1&a+b_2&\Lambda&b_{n-1}&b_n\\\Lambda&\Lambda&\Lambda&\Lambda&\Lambda\\b_1&b_2&\Lambda&a+b_{n-1}&b_n\\b_1&b_2&\Lambda&b_{n-1}&a+b_n\end{vmatrix}$. (本小题8分)(题目ID:39975)

2、设 $\alpha=(a_1,a_2,\Lambda,a_n)^T$ 是单位向量，其中 $a_1\neq 0,$ 求矩阵 $A=\alpha\alpha^T$ 的全部特征值和特征向量。(本小题7分)(题目ID:39976)

3、设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+x_3^2+2\alpha x_1x_2+2x_1x_3+2\beta x_2x_3$ 经过正交变换 $X=PY$ 化为 $f=y_2^2+2y_3^2,$ 求常数 α,β 。
(本小题5分)(题目ID:39977)

4、已知齐次线性方程组 $\begin{cases}x_1+2x_2+x_3+2x_4=0\\x_2+tx_3+tx_4=0\\x_1+tx_2+x_4=0\end{cases}$ 有两个线性无关的解向量，求 t 的值及线性方程组的通解。(本小题10分)(题目ID:39978)

5、设三阶方阵 A,B 满足 $A^2B-A-B=I,$ 若 $A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&2&0\\-2&0&1\end{pmatrix}$, 求 $|B|$ 和 B。(本小题8分)(题目ID:39979)

6、$A=\begin{pmatrix}3&2&-2\\-k&-1&k\\4&2&-3\end{pmatrix}$, (1) 问 k 为何值时，存在可逆矩阵 $P,$ 使得 $P^{-1}AP=\Lambda$ 并求出 $P,\Lambda,(2)$ 若 $\beta=\begin{pmatrix}a\\4\\2\end{pmatrix}$, 且
$A^{2017}\beta=-\beta,$ 求 a 。(本小题12分)(题目ID:39980)

三、证明题 (本大题共 1 小题，共 5 分)

1、设 A 为 n 阶正定矩阵，$\alpha_1,\alpha_2,\Lambda,\alpha_m$ 为 n 维非零列向量，且对任意 $i\neq j$ 都有 $\alpha_i^TA\alpha_j=0,i,j=1,2,\Lambda,m,$ 证明 $\alpha_1,\alpha_2,\Lambda,\alpha_m$ 线性无关。(本小题5分)(题目ID:39981)