

## 第四周学习提纲:

**学习内容:** 同学们结合慕课视频 (P13和P14的前9分钟) 和电子版教材 (第四版) 学习本PPT中的内容, 并注意以下问题。

1. 什么是数学规划模型, 如何求解规划问题。
2. 查找matlab帮助文件, 自学线性规划求解函数linprog和整数规划求解函数intlinprog的使用, 并思考如何使用这两个函数求解书中的奶制品的生产与销售问题。

**作业:** 见下页PPT, 要求使用计算机求解并把源代码作为附录放在正文后, 在4月6日23:00之前发送到 [sufe\\_math\\_model@163.com](mailto:sufe_math_model@163.com)

## 作业：

有4名同学到一家公司参加三个阶段的面试：公司要求每个同学都必须首先找公司秘书初试，然后到部门主管处复试，最后到经理处参加面试，并且不允许插队（即在任何一个阶段4名同学的顺序是一样的）。由于4名同学专业背景不同，所以每人在三个阶段的面试时间也不同，这4名同学约定他们全部面试完以后一起离开公司。假定现在时间是早上8：00，问他们最早何时离开公司？

	秘书初试	主管复试	经理面试
同学甲	13	15	20
同学乙	10	20	18
同学丙	20	16	10
同学丁	8	10	15

# 第四章 数学规划模型

## 4.1 奶制品的生产与销售

# 数学规划模型

实际问题中的  
优化模型

$$\begin{aligned} \text{Min(或Max)} \quad & z = f(x), \quad x = (x_1, \dots, x_n)^T \\ \text{s.t.} \quad & g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \end{aligned}$$

$x$ ~决策变量

$f(x)$ ~目标函数

$g_i(x) \leq 0$ ~约束条件

多元函数  
条件极值

决策变量个数 $n$ 和  
约束条件个数 $m$ 较大

最优解在可行域  
的边界上取得

数学  
规划

线性规划  
非线性规划  
整数规划

重点在模型的建立和结果的分析

## 4.1 奶制品的生产与销售



### 企业生产计划

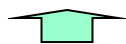
### 空间层次

工厂级：根据外部需求和内部设备、人力、原料等条件，以最大利润为目标制订产品生产计划；

车间级：根据生产计划、工艺流程、资源约束及费用参数等，以最小成本为目标制订生产批量计划。

### 时间层次

若短时间内外部需求和内部资源等不随时间变化，可制订单阶段生产计划，否则应制订多阶段生产计划。

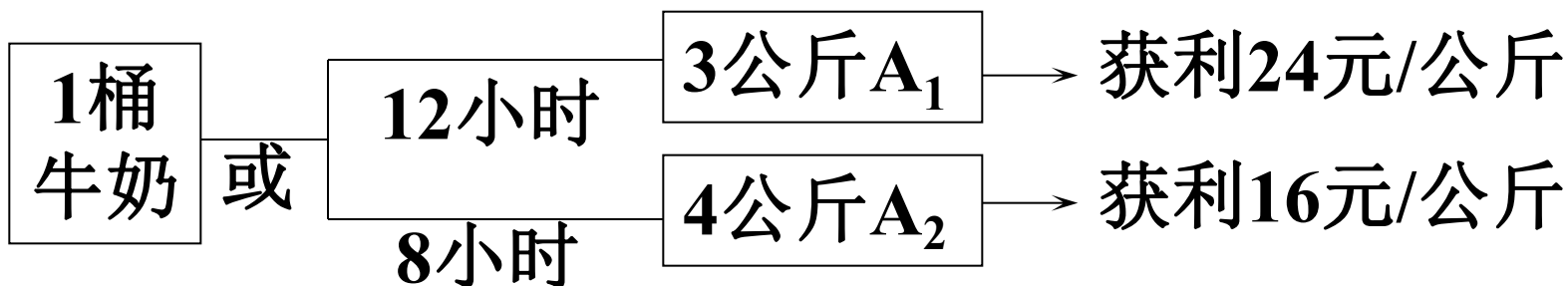


### 本节课题

## 例1 加工奶制品的生产计划



### 问题



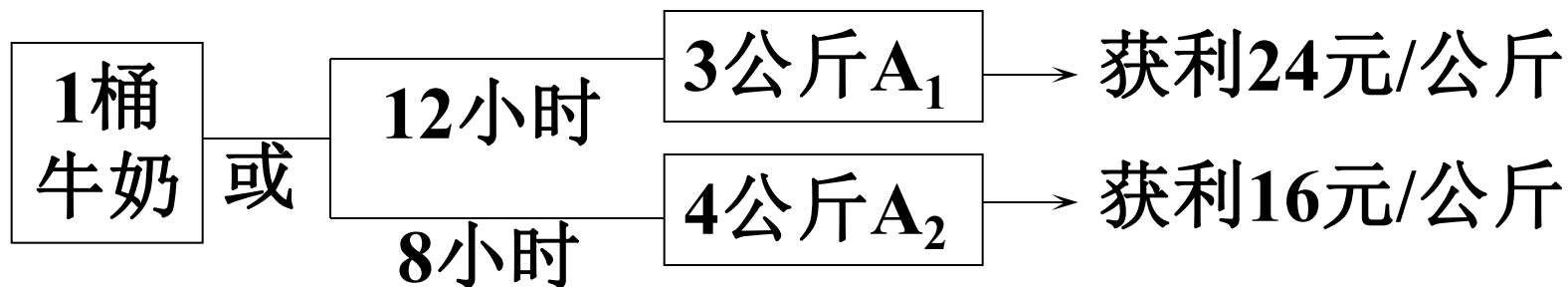
每天： 50桶牛奶 时间480小时 至多加工100公斤A<sub>1</sub>

制订生产计划，使每天获利最大

- 35元可买到1桶牛奶，买吗？若买，每天最多买多少？
- 可聘用临时工人，付出的工资最多是每小时几元？
- A<sub>1</sub>的获利增加到 30元/公斤，应否改变生产计划？



## 基本模型



每天 50桶牛奶 时间480小时 至多加工100公斤A<sub>1</sub>

## 决策变量

$x_1$ 桶牛奶生产A<sub>1</sub>     $x_2$ 桶牛奶生产A<sub>2</sub>

## 目标函数

获利  $24 \times 3x_1$     获利  $16 \times 4x_2$

每天获利  $Max \ z = 72x_1 + 64x_2$

## 约束条件

原料供应

劳动时间

加工能力

非负约束

$$x_1 + x_2 \leq 50$$

$$12x_1 + 8x_2 \leq 480$$

$$3x_1 \leq 100$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

线性  
规划  
模型  
(LP)

## 模型分析与假设

比例性

$x_i$ 对目标函数的“贡献”与 $x_i$ 取值成正比

$x_i$ 对约束条件的“贡献”与 $x_i$ 取值成正比

可加性

$x_i$ 对目标函数的“贡献”与 $x_j$ 取值无关

$x_i$ 对约束条件的“贡献”与 $x_j$ 取值无关

连续性

$x_i$ 取值连续

## 线性规划模型

$A_1, A_2$ 每公斤的获利是与各自产量无关的常数

每桶牛奶加工 $A_1, A_2$ 的数量, 时间是与各自产量无关的常数

$A_1, A_2$ 每公斤的获利是与相互产量无关的常数

每桶牛奶加工 $A_1, A_2$ 的数量, 时间是与相互产量无关的常数

加工 $A_1, A_2$ 的牛奶桶数是实数



## 模型求解

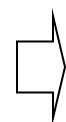
约束条件

$$x_1 + x_2 \leq 50$$

$$12x_1 + 8x_2 \leq 480$$

$$3x_1 \leq 100$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



$$l_1 : x_1 + x_2 = 50$$

$$l_2 : 12x_1 + 8x_2 = 480$$

$$l_3 : 3x_1 = 100$$

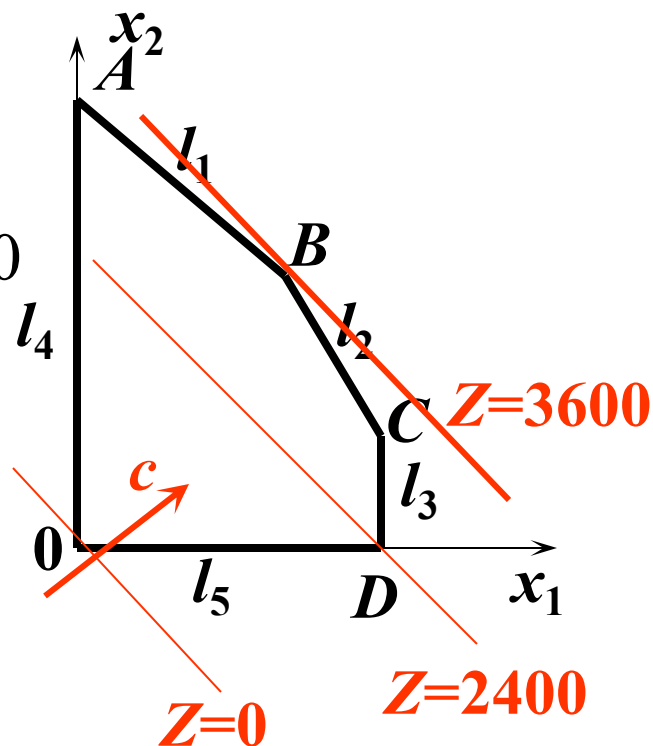
$$l_4 : x_1 = 0, l_5 : x_2 = 0$$

目标函数

$$\text{Max } z = 72x_1 + 64x_2$$

$z=c$  (常数) ~等值线

## 图解法



在 $B(20, 30)$ 点得到最优解

目标函数和约束条件是线性函数  
可行域为直线段围成的凸多边形  
目标函数的等值线为直线

最优解一定在凸多边形的某个顶点取得。

# 奶制品的生产与销售



- 由于产品利润、加工时间等均为常数，可建立线性规划模型。
- 线性规划模型的三要素：决策变量、目标函数、约束条件。
- 建模时尽可能利用原始的数据信息，把尽量多的计算留给计算机去做（分析例2的建模）。
- 用LINGO求解，输出丰富，利用影子价格和灵敏性分析可对结果做进一步研究。