**海明码生成原理和构造方法**

**海明码是一种可以纠正一位差错的编码。海明码的构造方法采用简单奇偶校验码的生成原理。若k(=n-1)位信息an-1an-2…a1加上一位偶校验位a0，构成一个n位的码字an-1an-2…a1a0，则在接收端检验时，可按关系式S = an-1+an-2+…+a1+a0来计算。若求得S＝0，则表示无错；若S=1，则有错。这个关系式称为监督关系式，S称为校正因子。在简单奇偶校验情况下，只有一个监督关系式和一个校正因子，其取值只有“0”和“1”两种情况，分别代表无错和有错两种结果，无法指出差错所在地位置。**

**海明码就是利用增加冗余位，即相应地增加监督关系式和校正因子，以区分更多的情况。设信息位为k位，增加r位冗余位，构成一个n＝k＋r位的码字。若希望用r个监督关系式产生的r个校正因子来区分出错和在码字中的几个不同位置的一位错，则要求满足以下关系式：**

**2r≥n+1或2r≥k+r+1**

**只要合理设计监督关系式，使得每位冗余位能够和若干位信息位建立监督关系，就可以很好地实现差错控制。**

**若信息位为1001000，要构成能纠正一位错的海明码，则至少要加上多少冗余位？写出其监督关系表达式。**

**信息位长度k＝7，根据表达式2r≥k+r+1可知冗余位长度r＝4，所以最后构成的海明码码字长度应为n＝k＋r＝11，在7位信息位a10a9…a5a4后追加4位冗余位a3a2a1a0，构成11位码字a10a9…a1a0。**

**设置校正因子与错码位置的对应关系如下：**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **0000** | **0001** | **0010** | **0100** | **1000** | **0011** | **0101** | **0110** | **0111** | **1001** | **1010** | **1011** |
| **错码位置** | **无错** | **a0** | **a1** | **a2** | **a3** | **a4** | **a5** | **a6** | **a7** | **a8** | **a9** | **a10** |

**由上表可得监督关系式：**

**S0=a0⊕a4⊕a5⊕a7⊕a8⊕a10**

**S1=a1⊕a4⊕a6⊕a7⊕a9⊕a10**

**S2=a2⊕a5⊕a6⊕a7**

**S3=a3⊕a8⊕a9⊕a10**

**令S3S2S1S0＝0000，即令**

**a0⊕a4⊕a5⊕a7⊕a8⊕a10=0**

**a1⊕a4⊕a6⊕a7⊕a9⊕a10=0**

**a2⊕a5⊕a6⊕a7=0**

**a3⊕a8⊕a9⊕a10=0**

**由此可求得各冗余位的生成表达式：**

**a0＝a4⊕a5⊕a7⊕a8⊕a10**

**a1＝a4⊕a6⊕a7⊕a9⊕a10**

**a2＝a5⊕a6⊕a7**

**a3＝a8⊕a9⊕a10**

**举例：若海明码的监督关系式为：**

**S0=a0⊕a3⊕a4⊕a5**

**S1=a1⊕a4⊕a5⊕a6**

**S2=a2⊕a3⊕a5⊕a6**

**接收方收到的码字为：a6a5a4a3a2a1a0=1010100，问在最多一位错的情况下发送方发送的信息位是什么？**

**将a6a5a4a3a2a1a0=1010100带入监督关系式可得：**

**S0=a0⊕a3⊕a4⊕a5=0⊕0⊕1⊕0=1**

**S1=a1⊕a4⊕a5⊕a6=0⊕1⊕0⊕1=0**

**S2=a2⊕a3⊕a5⊕a6=1⊕0⊕0⊕1=0**

**因为S2S1S0＝001≠0，接收的码字有错，错误位置是a0，所以正确的码字应为1010101。**