3.2 Druckverlust

Der Druckverlust Δp bei der Strömung durch einen Rohrreaktor der Länge L und de Durchmesser d_t errechnet sich zu

$$\boxed{\frac{\Delta p}{L} = \zeta \, \frac{1}{d_t} \, \frac{\rho \, u^2}{2}} \, . \qquad (3.$$

Hierbei bedeutet ρ die Dichte und u die Strömungsgeschwindigkeit und ζ bezeichnet m als Widerstandsbeiwert. Er hängt vom Strömungszustand, d. h. von der REYNOLDS-Z ab:

$$\zeta = \text{Funktion}(Re) \qquad \text{mit} \qquad Re \equiv \frac{\rho \, u \, d_t}{\eta} \qquad (3$$

Unterhalb der kritischen REYNOLDS-Zahl $Re_c = 2320$ liegt eine laminare Strömu vor, oberhalb wird mit turbulenter Strömung gerechnet, obwohl in einem begrenz Übergangsgebiet auch noch oberhalb dieses kritischen Wertes laminare Strömung möglich sind.

Im laminaren Bereich gilt das HAGEN–POISEUILLEsche Gesetz

$$\zeta = \frac{64}{Re} \, . \qquad (3$$

Für den turbulenten Bereich gilt für technisch glatte Rohre nach BLASIUS

$$\zeta = \frac{0{,}3164}{Re^{0{,}25}} \qquad \text{für} \qquad 3000 \leq Re \leq 100\,000 \qquad (3.$$

bzw. nach HERRMANN

$$\zeta = 0{,}0054 + \frac{0{,}3964}{Re^{0{,}3}} \qquad \text{für} \qquad 20\,000 \leq Re \leq 2\,000\,000 \, . \qquad (3$$

An technisch rauen Flächen steigt der Widerstand mit der Rauigkeit K (mm) an. Z Beispiel gilt für Stahlrohre die Tabelle 3.2.

Bei vollständig ausgebildeter Rauigkeitsströmung ist ζ unabhängig von Re und es das PRANDTL–VON KÁRMÁN-Gesetz

$$\frac{1}{\sqrt{\zeta}} = 2 \lg \left(\frac{d_t}{K} \right) + 1{,}14 \qquad (3$$

und im Übergangsgebiet die implizite Gleichung von COOLEBROOK und WHITE

$$\frac{1}{\sqrt{\zeta}} = -2 \lg \left(\frac{2{,}51}{Re \sqrt{\zeta}} + \frac{K/d_t}{3{,}71} \right) \, . \qquad (3$$

$x \cdot 0.4 = V_{ges}$

Bei nicht kreisförmigen Querschnitten tritt an die Stelle des Rohrdurchmessers d_t der hydraulische Durchmesser

$$d_h \equiv 4 \frac{\text{durchströmte Querschnittsfläche}}{\text{benetzter Umfang}} \; . \tag{3.14}$$

Bei gepackten Rohren (Schüttungen) errechnet sich der Druckverlust z. B. mit Hilfe der ERGUN-Gleichung zu

$$\boxed{\frac{\Delta p}{L} = 150 \, \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \, \frac{\eta \, u}{d_p^2} + 1{,}75 \, \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \, \frac{\rho \, u^2}{d_p}} \; . \tag{3.15}$$

Hierbei steht d_p für den Partikeldurchmesser, η für die dynamische Zähigkeit und ε für die Porosität der Schüttung. Sie beträgt für regellose Packungen etwa 0,4. Mit u wird die fiktive Leerraumgeschwindigkeit bezeichnet.

Bei gepackten Rohren definiert man die REYNOLDS-Zahl mit Hilfe des Partikeldurchmessers

$$\boxed{Re_p \equiv \frac{G \, d_p}{\eta}} \; . \tag{3.16}$$

Diese REYNOLDS-Zahl bewegt sich im Bereich $0{,}1 \leq Re_p \leq 10\,000$; aus technischer Sicht ist der Bereich $1 \leq Re_p \leq 2500$ von Interesse.

Die ERGUN-Gleichung kann daher auch in der Form

$$\frac{\Delta p}{L} = \left(150 \, \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \, Re_p + 1{,}75 \, \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \, Re_p^2 \right) \frac{\eta^2}{\rho \, d_p^3} \tag{3.17}$$

angeschrieben werden.

Um den Druckverlust möglichst gering zu halten, wird man die Länge der Schüttung so klein wie möglich wählen. Da nur das Volumen V durch den geforderten Umsatz bestimmt ist, können die Querschnittsfläche A und die Länge L nur mit der Einschränkung $V = A\,L$

Tabelle 3.2: Rauigkeiten für Stahlrohre

Art des Rohres	Rauigkeit K mm
neu	$\leq$0,10
gebraucht	$\leq$0,20
verrostet	$\leq$0,40
leicht verkrustet	$\leq$1,50
stark verkrustet	$\leq$4,00

variiert werden. Dies hat dazu geführt, dass bei modernen Reaktoren die Schüttung in radialer Richtung durchströmt wird. Diese Bauform ermöglicht große Flächen und damit geringe Längen in einem zylinderförmigen Druckbehälter unterzubringen.

2 Eine weitere Möglichkeit, den Druckverlust niedrig zu gestalten, bietet eine kleine Querschnittsbelastung G und damit eine kleine REYNOLDS-Zahl Re_p. Die gewählte Querschnittsbelastung sollte jedoch mindestens so hoch gewählt werden, dass der Wärme- und Stofftransport vom Fluid zur äußeren Oberfläche des Katalysators bzw. in umgekehrter Richtung nicht limitierend wirkt. Der zugehörige Wärmeübergangskoeffizient α_p und der entsprechende Stoffübergangskoeffizient β_p lassen sich berechnen und ermöglichen so, den Einfluss dieser Transportprozesse auf den gesamten Reaktionsablauf zu bestimmen. Eine grobe Berechnung der Transportkoeffizienten α_p und β_p kann z. B. mit den einfachen Korrelationsgleichungen

$$Nu \equiv \frac{\alpha_\mathrm{p}\, d_\mathrm{p}}{\lambda} = \frac{2{,}06}{\varepsilon}\, Re_\mathrm{p}^{0{,}425}\, Pr^{1/3} \qquad \text{für} \quad 100 \le Re_\mathrm{p} \le 2500 \tag{3.18a}$$

und

$$Sh \equiv \frac{\beta_\mathrm{p}\, d_\mathrm{p}}{\mathcal{D}} = \frac{0{,}4548}{\varepsilon}\, Re_\mathrm{p}^{0{,}5931}\, Sc^{1/3} \qquad \text{für} \quad 1 \le Re_\mathrm{p} \le 10\,000 \tag{3.18b}$$

erfolgen.

Als dritter Parameter, den Druckverlust zu beeinflussen, bietet sich der Durchmesser des Katalysatorteilchens an. Große Durchmesser d_p erweisen sich bezüglich des Druckverlustes als günstig, jedoch steigt mit wachsendem Partikeldurchmesser der innere Stofftransportwiderstand. Dieser Widerstand für die Diffusion in den Poren – die Reaktanden müssen von der äußeren Katalysatoroberfläche in das Innere des porösen Katalysators gelangen und die Produkte zurück – reduziert die effektive Reaktionsgeschwindigkeit. Der vergrößerte Widerstand reduziert somit letztlich den Umsatz. Er führt dazu, dass die teueren Katalysatorkomponenten im Innern der porösen Partikel schlechter genutzt werden.

3.3 Wärmetransport

Gepackte Rohre zeigen durch die Wirkung des Feststoffes einen stärker ausgeprägten Wärmetransport in axialer und radialer Richtung im Vergleich zu ungepackten Rohren, den man bei einer pseudo-homogenen Betrachtungsweise mit den effektiven Wärmeleitfähigkeiten $\lambda_{\mathrm{eff,z}}$ und $\lambda_{\mathrm{eff,r}}$ beschreibt. Diese effektiven Wärmeleitfähigkeiten sind keine Stoffwerte, sondern Kennzeichen des Systems „durchströmte Packung“. Sie weisen deutlich höhere Zahlenwerte auf als die Wärmeleitfähigkeit λ des Fluids, aber geringere