

河南农业大学 2020-2021 学年第二学期

《高等数学 A (II)》期末考试试卷 (A 卷)

题号	一	二	三	四	五	总分
分数						

得分	评卷人

一、判断题 (每小题 2 分, 共计 10 分)

- () 1. $\alpha \times \beta$ 同时垂直 α 与 β .
- () 2. 在空间直角坐标系中, 方程 $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$ 表示一个椭圆.
- () 3. 若函数 $z = f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处可微, 则在该点必有极限.
- () 4. 向量场 $A = \{(x+y)^2, yz, xz\}$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处的散度为 7.
- () 5. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + \frac{1}{\sqrt{n}})$ 收敛.

得分	评卷人

二、选择题 (每小题 2 分, 共计 20 分)

1. 两平面 $x - y + 2z = 6$ 与 $2x + y + z = 5$ 的夹角为_____.

- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{6}$

2. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1 - \cos(x+y)}{x+y} =$ _____.

- (A) 0 (B) 1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{1}{2}$

学 院 _____ 专 业 _____ 班 级 _____ 姓 名 _____ 学 号 _____

线

封

密

3. 函数 $z = x^2 - y^2 + 2x$ 在点 $(1, 2)$ 处的梯度为_____.

- (A) 0 (B) $(1, -1)$ (C) $(4, -4)$ (D) $(2x + 2, -2y)$

4. 设 D_k 是圆域 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$ 位于第 k 象限的部分, 记

$$I_k = \iint_{D_k} (y - x) dx dy \quad (k = 1, 2, 3, 4), \text{ 则 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

- (A) $I_1 > 0$ (B) $I_2 > 0$ (C) $I_3 > 0$ (D) $I_4 > 0$

5. 设 $D: x^2 + y^2 \leq 9$, $\iint_D (x^5 e^y + e^x \sin y - 1) d\sigma = \underline{\hspace{2cm}}.$

- (A) 9 (B) 9π (C) 0 (D) -9π

6. 若 $(x + ay)dx + (2x + y)dy$ 为某函数的全微分, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}.$

- (A) 1 (B) -2 (C) 2 (D) $\sqrt{2}$

7. 曲面 $z^2 = xy - 1$ 在点 $(0, 1, -1)$ 处的切平面方程为_____.

- (A) $x + 2z + 2 = 0$ (B) $x - 2z + 2 = 0$
(C) $-x + 2z + 2 = 0$ (D) $x + 2z - 2 = 0$

8. $\oint_L (x + y) ds = \underline{\hspace{2cm}}$, 其中 L 是 $O(0, 0), A(1, 1), B(-1, 1)$ 为顶点的三角形的边界.

- (A) 2 (B) 0 (C) $\sqrt{2}$ (D) $2 + \sqrt{2}$

9. 下列命题正确的是_____.

(A) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_{n+100}$ 收敛

(B) 若 $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛

(C) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} (u_{2n-1} + u_{2n})$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛

(D) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + v_n)$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 都收敛

10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} = \underline{\hspace{2cm}}.$

- (A) e (B) $e-1$ (C) $e+1$ (D) e^2

得分	评卷人

三、填空题（每小题 2 分，共计 10 分）

1. 过点 $(1,0,-2)$ 且垂直于平面 $2x+3y-z+4=0$ 的直线方程为_____.

2. 设 $e^z - xyz = 0$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 交换二重积分 $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x,y) dx$ 的次序为_____.

4. Σ 是 $x+y+z=1$ 在第一卦限的部分, 则 $\iint_{\Sigma} xz dS = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. 设 $z = xy + e^x y^2$, 则 $dz(0,1) = \underline{\hspace{2cm}}.$

得分	评卷人

四、计算题（每题 10 分，共计 50 分）

1. 设函数 $z = f(x^2 + y^2, xy)$ 具有二阶连续的偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$

2. 计算 $\iiint_{\Omega} z dx dy dz$, 其中 Ω 是由锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 与平面 $z = 2$ 所围成的闭区域.

3. 利用格林公式计算 $\int_L \frac{y^2}{2\sqrt{a^2+x^2}} dx + y[xy + \ln(x + \sqrt{a^2+x^2})] dy$, 其中 L

是由 $O(0,0)$ 到 $A(2a,0)$ 沿 $x^2 + y^2 = 2ax$ 的上半圆周的一段弧.

4. 计算 $\iint_{\Sigma} x dy dz - 3y dz dx + z dx dy$, 其中 Σ 是平面 $3x + 4y + 12z = 12$ 位于第

一卦限部分的上侧.

5. 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1} x^n$ 的和函数, 并由此计算级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+1)2^n}$ 的和.

得分	评卷人

五、应用题（共计 10 分）

求二元函数 $f(x,y) = x^2(2+y^2) + y \ln y$ 的极值.