

河南农业大学 2022-2023 学年第二学期

《高等数学 A(II)》考试试卷 (A 卷)

(工科类专业适用)

题号	一	二	三	四	五	总分
分数						

一、选择题 (每题 2 分, 共 20 分)

- 向量 $\overrightarrow{OA} = (-1, 1, -\sqrt{2})$ 与 x 轴正向的夹角为 【 】 .
 A. $\frac{1}{3}\pi$ B. $\frac{2}{3}\pi$ C. $\frac{3}{4}\pi$ D. $\frac{1}{6}\pi$
- 直线 $\frac{x-3}{-2} = \frac{y+4}{-7} = \frac{z}{3}$ 与平面 $4x-2y-2z=3$ 的位置关系是 【 】 .
 A. 垂直 B. 在平面内
 C. 相交但不垂直 D. 平行但直线不在平面内
- 根据极值的充分判别条件, 函数 $f(x, y) = 3xy - x^3 - y^3$ 在点 $(0, 0)$ 处 【 】 .
 A. 取得极小值 B. 取得极大值
 C. 不取得极值 D. 无法判定是否取得极值
- 利用估值性质估计 $\iint_D (x+y+1) dx dy$, $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$ 的值的范围是 【 】 .
 A. $[1, 4]$ B. $[2, 8]$ C. $[2, 4]$ D. $[6, 8]$
- 幂级数 $1 + x + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots$ 的收敛域是 【 】 .
 A. $(-\infty, +\infty)$ B. $(-1, 1)$ C. $(-1, 1]$ D. 0
- 设 $f(x)$ 的周期为 2π , 在 $[-\pi, \pi]$ 上表达式为 $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \leq x < 0, \\ 1+x^2, & 0 \leq x < \pi. \end{cases}$ 则 $f(x)$ 的傅里叶级数在 $x = \pi$ 处收敛于 【 】 .
 A. $1 + \pi^2$ B. $\frac{1 + \pi^2}{2}$ C. $\frac{\pi^2}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
- 设 L 是圆周 $x^2 + y^2 = a^2 (a > 0)$, 则 $\oint_L ds =$ 【 】 .
 A. $2\pi a^2$ B. $4\pi a^2$ C. $4\pi a$ D. $2\pi a$

8. 由方程 $\cos y + e^x - xy^2 = 3$ 所确定的隐函数 $y = f(x)$ 的导数为【 】.

- A. $\frac{e^x - y^2}{\sin y + 2xy}$ B. $\frac{e^x - y^2}{\sin y - 2xy}$ C. $\frac{e^x + y^2}{\sin y + 2xy}$ D. $\frac{e^x + y^2}{\sin y - 2xy}$

9. 若 Σ 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ 的表面外侧, 则曲面积分 $\oiint_{\Sigma} x dy dz + y dz dx + z dx dy =$ 【 】

- A. $4\pi a^3$ B. $\frac{4}{3}\pi a^3$ C. $4\pi a^5$ D. πa^5

10. 幂级数 $x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \cdots$ 在其收敛域内的和函数是【 】.

- A. $\cos x$ B. $\sin x$ C. $\ln(1+x)$ D. $\ln(1-x)$

二、判断题 (每题 2 分, 共 10 分)

- () 1. 梯度 $\text{grad}(2x + yz + e^{xz})|_{(1,0,0)} = \{2, 0, 1\}$.
- () 2. 函数 $z = f(x, y)$ 在点 (x, y) 处偏导数存在是 $z = f(x, y)$ 在该点处可微的充要条件.
- () 3. 方程 $z = x^2 + y^2$ 表示的二次曲面是旋转抛物面.
- () 4. 曲线积分 $\int_L (x + e^y) dx + (y + xe^y) dy$ 与积分路径无关.
- () 5. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}$ 是绝对收敛的.

三、填空题 (每题 2 分, 共 10 分)

1. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1 - \cos(x+y)}{(x+y)^2} =$ _____.

2. 设 $\vec{a} = \{2, 2, 2\}$, $\vec{b} = \{1, 2, 4\}$, 则 $|\vec{a} \times \vec{b}| =$ _____.

3. 将 xOz 平面上的椭圆 $\frac{x^2}{3} + \frac{z^2}{4} = 1$ 绕 z 轴旋转一周所得旋转曲面方程为_____.

4. 交换积分次序 $\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx =$ _____.

5. 设 D 是由 $x = 2, y = x, y = 0$ 所围成的三角形区域, 则 $\iint_D dx dy =$ _____.

四、计算题（1-2 每题 6 分，3-7 每题 8 分，共 52 分）

1. 求抛物面 $z = x^2 + y^2 + 2$ 在点 $(2, 1, 7)$ 处的切平面和法线方程.
2. 设 $z = u^2v$, $u = x \sin y$, $v = x + y$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$.
3. 计算 $\iint_D e^{-y^2} dx dy$, 其中 D 是由直线 $y = x$, $y = 1$, $x = 0$ 所围成的闭区域.
4. 利用柱面坐标计算 $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) dv$, 其中 Ω 是由曲面 $2z = x^2 + y^2$ 与平面 $z = 2$ 所围成的闭区域.
5. 计算 $\int_L (x^2 + y^2) ds$, 其中 L 是圆心在 $(1, 0)$, 半径为 1 的上半圆周.
6. 将函数 $f(x) = \frac{1}{3-x}$ 展开成 $(x+2)$ 的幂级数.
7. 计算 $\iint_{\Sigma} x^2 dx dy$, 其中 Σ 是平面 $x + y + z = 1$ 位于第一卦限的部分的上侧.

五、应用题（本题 8 分）

假定有一块面积足够大的铝板，要用它制作一个容积为 $4 m^3$ 的有盖子的长方体容器，问长、宽、高分别为多少时，所使用的材料最少？