高等数学A练习题目

一、选择题

1. 已知空间两点 $P_1(4,3,2)$ 和 $P_2(3,1,4)$，则向量 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 的模为【　】

A. 3　　B. 5　　C. $\sqrt{6}$　　D. 9

2. 直线 $L:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{5}=\dfrac{z-3}{3}$ 与平面 $\Pi: x+2y-4z+3=0$ 的位置关系是【　】

A. L 在 Π 上　　B. L 垂直于 Π　　C. L 平行于 Π　　D. L 与 Π 斜交

3. 设 $z=xy+\mathrm{e}^x y^2$，则 $\mathrm{d}z(0,1)=$【　】

A. $2\mathrm{d}x-2\mathrm{d}y$　　B. $2\mathrm{d}x+2\mathrm{d}y$　　C. $-2\mathrm{d}x+2\mathrm{d}y$　　D. $-2\mathrm{d}x-2\mathrm{d}y$

4. 设 $f(x+az,y+bz)=0$，则 $a\dfrac{\partial z}{\partial x}+b\dfrac{\partial z}{\partial y}=$【　】

A. 0　　B. 1　　C. -1　　D. $2ab$

5. 设 D 是 xOy 面上以 $(1,1),(-1,1),(-1,-1)$ 为顶点的三角形区域，D_1 是 D 在第一象限部分，则 $\iint\limits_{D}(xy+\cos x\sin y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$【　】

A. $2\iint\limits_{D_1}\cos x\sin y\mathrm{d}x\mathrm{d}y$　　B. $2\iint\limits_{D_1}xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

C. $4\iint\limits_{D_1}(xy+\cos x\sin y)\cos x\sin y\mathrm{d}x\mathrm{d}y$　　D. 0

6. 设 $f(x,y,z)$ 连续，Ω 是三个坐标平面及平面 $x+y+z=1$ 所围成的空间闭区域，将 $\iiint\limits_{\Omega}f(x,y,z)\mathrm{d}v$ 化为三次积分，正确的是【　】

A. $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^1 f(x,y,z)\mathrm{d}z$　　B. $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^{1-x-y} f(x,y,z)\mathrm{d}z$

C. $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{1-y}\mathrm{d}y\int_0^{1-x-y} f(x,y,z)\mathrm{d}z$　　D. $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{1-x}\mathrm{d}y\int_0^{1-x-y} f(x,y,z)\mathrm{d}z$

7. 设 L 是自原点 $O(0,0)$，经 $A(2,0)$ 到 $B(2,2)$ 的有向折线，则 $\int_L xy^2\mathrm{d}x+y(x-y)\mathrm{d}y=$【　】

A. $\dfrac{8}{3}$　　B. 4　　C. $-\dfrac{8}{3}$　　D. $\dfrac{4}{3}$

8. 若 Σ 是球面 $x^2+y^2+z^2=a^2$ 的表面外侧，则曲面积分 $\oiint_{\Sigma} x\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$【　】

A. $2\pi a^2$　　B. $4\pi a^2$　　C. $4\pi a^3$　　D. πa^5

9. 设 $f(x)=\begin{cases}-1, & -\pi\le x<0,\\ 1+x^2, & 0\le x<\pi,\end{cases}$ $f(x)$ 的周期为 2π，则 $f(x)$ 的傅里叶级数在 $x=\pi$ 处收敛于【　】

A. $1+\pi^2$　　B. $\dfrac{1+\pi^2}{2}$　　C. $\dfrac{\pi^2}{2}$　　D. $\dfrac{1}{2}$

10.关于级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n^p}$，正确的说法是【　】

A. $p>1$ 时条件收敛　　B. $0<p\le 1$ 时条件收敛

C. $0<p\le 1$ 时绝对收敛　　D. $0<p\le 1$ 时发散

二、判断题

(　　) 1. 在空间直角坐标系中，方程 $x^2+y^2=4$ 表示一个圆.

(　　) 2. 若函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处的一阶偏导数连续，则在该点可微.

(　　) 3. 若 $f(x,y)$ 在有界闭区域 D 上连续，则 $\iint_D k\,f(x,y)\mathrm{d}\sigma=k\iint_D f(x,y)\mathrm{d}\sigma$.

(　　) 4. 设 L 是圆周 $x^2+y^2=a^2(a>0)$，则 $\oint_L(x^2+y^2)\mathrm{d}s=a^2\oint_L\mathrm{d}s=2\pi a^3$.

(　　) 5. 若 $\lim_{n\to\infty}u_n=0$，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛.

三、填空题

1. $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{2-\sqrt{xy+4}}{xy}=$__________.

2. 函数 $f(x,y)=x^2+2y^2$ 在点 $(0,1)$ 处的方向导数的最大值为__________.

3. 交换积分次序 $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{x^2}f(x,y)\mathrm{d}y+\int_1^3\mathrm{d}x\int_0^{\frac{3-x}{2}}f(x,y)\mathrm{d}y=$__________.

4. 若曲线积分 $\int_L\dfrac{x\mathrm{d}x-ay\mathrm{d}y}{x^2+y^2-1}$ 在区域 $D=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2<1\right\}$ 内与路径无关，则 $a=$__________.

5. 设正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n^2$ __________. (填收敛或发散)

四、计算题

1. 求过点 $(1,1,1)$ 且垂直于两平面 $x-y+z=7$ 和 $3x+2y-12z+5=0$ 的平面方程.

2. 设 $z=\mathrm{e}^{u}\sin v, u=xy, v=x+y$, 求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$.

3. 计算 $\iint\limits_{D}\dfrac{y}{x}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, 其中 D 为 $y=2x, y=x, x=4, x=2$ 所围成的闭区域.

4. 计算 $\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)\mathrm{d}v$, 其中 Ω 是由抛物面 $x^2+y^2=2z$ 及平面 $z=2$ 所围成的闭区域.

5. 计算 $\int_{L}\left(x^2-y\right)\mathrm{d}x+\left(y^2-x\right)\mathrm{d}y$，其中 L 是沿逆时针方向以原点为圆心，a 为半径的上半圆周.

6. 将函数 $f(x)=\dfrac{1}{5-x}$ 展开成 $(x-2)$ 的幂级数.

7. 计算 $\iint\limits_{\Sigma}xz\mathrm{d}S$，其中 Σ 是平面 $x+y+z=1$ 在第一卦限的部分.

五、应用题

某工厂生产产品 A 需用两种原料，其价格分别为 2 万元/千克和 1 万元/千克. 当这两种原料的投入量分别为 x 千克和 y 千克时，可生产产品 z 千克，且 $z=20-x^2+10x-2y^2+5y$. 若产品 A 价格为 5 万元/千克，试确定投入量，使利润最大.