

Laboratório de Circuitos Elétricos - 02/2024 - Turma 05

**Experimento 3**

14/11/2024

**Grupo 5:**

Yuri Shumyatsky - 231012826

Vinicius de Melo Moraes - 231036274

# 1 Introdução

O experimento de Teoremas de Circuitos tem como objetivo explorar e comprovar a aplicação de teoremas fundamentais na análise de circuitos elétricos. No decorrer das atividades experimentais, são utilizados componentes como resistores, fontes de tensão e equipamentos de medição para observar o comportamento de circuitos simples e complexos. Os teoremas abordados incluem o de superposição, Thévenin e Norton, permitindo que seja adquirida uma compreensão prática da simplificação e análise de circuitos. Por meio da montagem e medição de tensões, correntes e resistências, o experimento visa consolidar o conhecimento teórico sobre como esses teoremas podem ser aplicados para prever e calcular parâmetros em circuitos reais.

## 2 Materiais

- Multímetro - Agilent 34410A
- Fonte DC - Agilent E3631A
- Protoboard
- Década resistiva
- 1 resistor de  $1,5k\Omega$
- 1 resistor de  $1,2k\Omega$
- 1 resistor de  $1k\Omega$
- 1 resistor de  $1,8k\Omega$
- 1 resistor de  $2,2k\Omega$

Para o grupo 5, foi definido que  $R_1 = 1,2k\Omega$ ,  $R_2 = 1,5k\Omega$ ,  $R_3 = 1,8k\Omega$ ,  $R_4 = 2,2k\Omega$ ,  $R_5 = 1k\Omega$ ,  $V_{S1} = 3V$ ,  $V_{S2} = 2V$ .

A configuração inicial do circuito é:

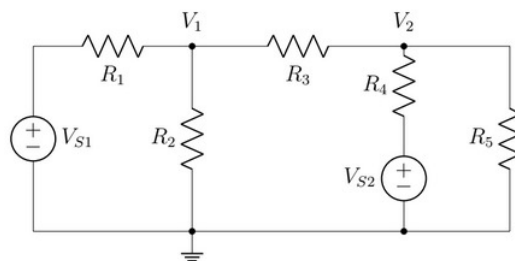


Figura 1: Circuito inicial

### 3 Experimento

Como usual, as resistências são medidas e comparadas com os valores teóricos, de forma a preencher a Tabela 1.

Resistência	Valor nominal	Valor medido	Erro (%)
$R_1$	$1,2 \cdot 10^3 \Omega$	$1,179 \cdot 10^3 \Omega$	1,75
$R_2$	$1,5 \cdot 10^3 \Omega$	$1,495 \cdot 10^3 \Omega$	0,33
$R_3$	$1,8 \cdot 10^3 \Omega$	$1,822 \cdot 10^3 \Omega$	1,22
$R_4$	$2,2 \cdot 10^3 \Omega$	$2,181 \cdot 10^3 \Omega$	0,86
$R_5$	$1 \cdot 10^3 \Omega$	$0,990 \cdot 10^3 \Omega$	1,00

Tabela 1: Resistências

Em seguida, já com o circuito montado, são medidas as tensões relevantes. Para calcular os valores de  $V_1$  e  $V_2$ , é usada a seguinte análise nodal:

Nó 1:

$$\frac{V_2 - V_1}{1,8 \cdot 10^3} + \frac{0 - V_1}{1,5 \cdot 10^3} + \frac{3 - V_1}{1,2 \cdot 10^3} = 0 \implies \frac{V_2 - 3,7V_1 + 4,5}{1,8} = 0 \implies V_2 - 3,7V_1 + 4,5 = 0$$

Nó 2:

$$\frac{-(V_2 - V_1)}{1,8 \cdot 10^3} + \frac{2 - V_2}{2,2 \cdot 10^3} + \frac{0 - V_1}{1 \cdot 10^3} = 0 \implies \frac{-2,2V_2 - 7,96V_2 + 3,6}{3,96} \implies -2,2V_2 - 7,96V_2 + 3,6 = 0$$

O que nos dá o seguinte sistema:

$$\begin{cases} V_2 - 3,7V_1 + 4,5 = 0 \\ 2,2V_1 - 7,96V_2 + 3,6 = 0 \end{cases}$$

que usamos na forma matricial e realizamos a eliminação de Gauss-Jordan para resolver. A forma matricial é dada por A e a matriz equivalente pós Gauss-Jordan é dada por A'.

$$A = \begin{bmatrix} -3,7 & 1 & -4,5 \\ 2,2 & -7,96 & 3,6 \end{bmatrix}, \quad A' = \begin{bmatrix} -3,7 & 1 & -4,5 \\ 0 & -7,37 & -6,64 \end{bmatrix}$$

Do sistema equivalente a A',

$$\begin{cases} -3,7V_1 + V_2 = 4,5 \\ -7,37V_2 = 6,64 \end{cases}$$

é fácil ver que  $V_1 = 1,46$  e  $V_2 = 0,901$

Tensão	Valor Calculado (V)	Valor Medido (V)	Erro (%)
$V_1$	1,460	1,455	0,34
$V_2$	0,901	0,851	5,55
$V_{S1}$	3	2,979	0,70
$V_{S2}$	2	2,000	0,00

Tabela 2: Tensões

Tendo essas informações, a fonte  $V_{S1}$  é substituída por um fio e são medidas e calculadas as tensões nodais para os nós 1 e 2. O cálculo para encontrar as tensões nodais é análogo ao que foi feito previamente e resulta no sistema representado pela matriz B:

$$B = \begin{bmatrix} -3,7 & 1 & 0 \\ 2,2 & -7,56 & -3,6 \end{bmatrix}$$

que é reduzido a

$$B' = \begin{bmatrix} -3,7 & 1 & 0 \\ 0 & -7,37 & -3,6 \end{bmatrix}$$

de onde segue que  $V_{1a} = 0,132$  e  $V_{2a} = 0,488$

Tensão	Valor Calculado (V)	Valor Medido (V)	Erro(%)
$V_{1a}$	0,132	0,130	1,52
$V_{2a}$	0,488	0,490	0,41

Tabela 3: Tensões sem a fonte  $V_{S1}$

O mesmo processo é feito ao substituir  $V_{S2}$  em vez de  $V_{S1}$  e obtemos, de forma análoga, o sistema representado pela matriz C e sua versão reduzida em C':

$$C = \begin{bmatrix} -3,7 & 1 & -4,5 \\ 2,2 & -7,96 & 0 \end{bmatrix}, \quad C' = \begin{bmatrix} -3,7 & 1 & -4,5 \\ 0 & -7,37 & 2,68 \end{bmatrix}$$

de onde segue que  $V_{1b} = 0,132$  e  $V_{2b} = 0,488$

Tensão	Valor Calculado (V)	Valor Medido (V)	Erro (%)
$V_{1b}$	1,314	1,328	1,06
$V_{2b}$	0,363	0,359	1,10

Tabela 4: Tensões sem  $V_{S2}$

Para verificar o princípio de superposição, usando os valores encontrados anteriormente:

Tensão	Valor Calculado (V)	Valor Medido (V)	Erro (%)
$V_{1a} + V_{1b}$	1,446	1,458	0,83
$V_{2a} + V_{2b}$	0,851	0,849	0,24

Tabela 5: Superposição

Em seguida,  $R_5$  é substituída por um fio, de forma a realizar um curto circuito cuja corrente será medida, depois será feita a medição da tensão de circuito aberto e da resistência equivalente na mesma posição.

Para encontrar a corrente de curto circuito, é feita a análise de malhas:

$$\begin{cases} -3 + 1,2 \cdot 10^3 I_1 + 1,5 \cdot 10^3 (I_1 - I_2) = 0 & (Malha\ 1) \\ 2 + 1,8 \cdot 10^3 I_2 + 1,5 \cdot 10^3 (I_2 - I_1) + 2,2 \cdot 10^3 (I_2 - I_3) = 0 & (Malha\ 2) \\ -2 + 2,2 \cdot 10^3 (I_3 - I_2) = 0 & (Malha\ 3) \end{cases}$$

que após simplificar e colocar na forma matricial obtemos a matriz D, que é reduzida via eliminação de Gauss-Jordan para a matriz D':

$$D = \begin{bmatrix} 2,7 & -1,5 & 0 & 3 \\ -1,5 & 5,5 & -2,2 & -2 \\ 0 & -2,2 & 2,2 & 2 \end{bmatrix}, \quad D' = \begin{bmatrix} 2,7 & -1,5 & 0 & 3 \\ 0 & 4,67 & -2,2 & -0,33 \\ 0 & 0 & 1,16 & 1,84 \end{bmatrix}$$

de onde segue que  $1,16I_3 = 1,84 \implies I_3 = I_{SC} = 1,59$

Para encontrar  $V_{OC}$ , usa-se a análise nodal, que de forma análoga às outras análises feitas previamente resulta no seguinte sistema:

Nó 1:

$$\frac{3 - V_1}{1,2 \cdot 10^3} + \frac{0 - V_1}{1,5 \cdot 10^3} + \frac{V_2 - V_1}{1,8 \cdot 10^3} = 0 \implies 4,5 - 3,7V_1 + V_2 = 0$$

Nó 2:

$$\frac{2 - V_2}{2,2 \cdot 10^3} - \frac{(V_2 - V_1)}{1,8 \cdot 10^3} = 0 \implies 3,6 - 4V_2 + 2,2V_1 = 0$$

que na forma matricial resulta na matriz E e sua forma simplificada E':

$$E = \begin{bmatrix} -3,7 & 1 & -4,5 \\ 2,2 & -4 & -3,6 \end{bmatrix}, \quad E' = \begin{bmatrix} -3,7 & 1 & -4,5 \\ 0 & -3,41 & -6,2 \end{bmatrix}$$

de onde segue facilmente que  $-3,41V_2 = -6,2 \implies V_2 = V_{OC} = 1,843V$ .

Por fim, o cálculo da  $R_{eq}$  é simplesmente  $R_{eq} = ((R_1 // R_2) + R_3) // R_4 = 1,163k\Omega$

Grandeza	Valor Calculado	Valor Medido	Erro (%)
$I_{SC}$	1,590mA	1,584mA	0,38
$V_{OC}$	1,821V	1,843V	1,19
$R_{eq}$	1,163k $\Omega$	1,161k $\Omega$	0,17
$V_{OC}/I_{SC}$	1,145k $\Omega$	1,164k $\Omega$	1,62

Tabela 6: Corrente de curto-circuito, tensão de circuito aberto e resistência equivalente

Usando os valores encontrados anteriormente, foi montado o circuito equivalente de Thévenin, da forma da Figura 2.

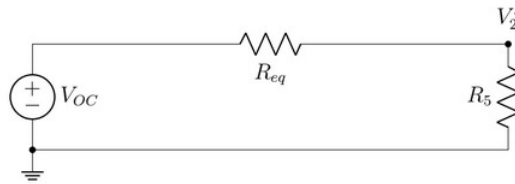


Figura 2: Circuito de Thévenin

Os valores calculados de  $V_{OC}$  e de  $R_{eq}$  são os mesmos medidos da Tabela 6. Para encontrar  $V'_2$ , é feita a seguinte análise nodal:

$$\frac{1,84 - V'_2}{1,2 \cdot 10^3} + \frac{0 - V'_2}{1 \cdot 10^3} = 0 \implies 1,84 - 2,2V'_2 = 0 \implies V'_2 = 0,836V$$

Grandeza	Valor Calculado	Valor Medido	Erro (%)
$V_{OC}$	1,843V	1,842V	0,05
$R_{eq}$	1,161k $\Omega$	1,161k $\Omega$	0,00
$V'_2$	0,836V	0,843V	0,84

Tabela 7: Circuito de Thévenin

## 4 Conclusão

O estudo e a aplicação prática dos teoremas de Thévenin, Norton e da sobreposição demonstraram a eficácia dessas ferramentas na análise e simplificação de circuitos elétricos complexos. A utilização do circuito equivalente de Thévenin permitiu prever com precisão o comportamento do sistema, enquanto o princípio da sobreposição facilitou a análise de circuitos lineares com múltiplas fontes. Os resultados experimentais confirmaram a validade dos métodos teóricos, evidenciando sua relevância na engenharia elétrica para a resolução eficiente de problemas e otimização de sistemas elétricos.

## 5 Bibliografia

- HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. Fundamentos de Física. 10. ed. v. 3. Rio de Janeiro: LTC, 2016.