

Laboratório de Circuitos Elétricos - 02/2024 - Turma 05

Experimento 4

28/11/2024

Grupo 5:

Yuri Shumyatsky - 231012826

Vinicius de Melo Moraes - 231036274

Victor Rizzi Wagner - 231012817

1 Introdução

Serão analisados circuitos elétricos de primeira e segunda ordem em experimentos realizados com alimentação por uma fonte de corrente alternada (AC), para que seja possível observar o efeito da mudança de tensão continuamente, em vez de em apenas um instante. Circuitos de primeira ordem, compostos por resistores e capacitores (RC) ou resistores e indutores (RL), apresentam respostas dinâmicas caracterizadas por uma única constante de tempo, enquanto circuitos de segunda ordem, como os RLC, possuem respostas mais complexas, que podem ser oscilatórias ou amortecidas, dependendo de seus parâmetros.

O objetivo do experimento foi investigar o comportamento desses circuitos quando submetidos a uma mudança brusca de tensão, analisando aspectos como amplitude, fase e frequência das grandezas elétricas envolvidas. Através da montagem prática dos circuitos e da medição das tensões e correntes em diferentes componentes, buscou-se validar os modelos teóricos e compreender os fenômenos de ressonância, amortecimento e mudanças de fase.

2 Materiais

- National Instruments Elvis II
- 1 capacitor de 47nF
- 1 indutor de 1mH
- 1 resistor de $1\text{k}\Omega$
- 1 resistor de 47Ω

3 Procedimento

O National Instruments Elvis é usado como fonte, protoboard, e multímetro. Usa-se a função de multímetro para checar as resistências, capacitância e indutância dos componentes, que são marcadas na Tabela 1.

| Grandeza | Valor nominal | Valor medido | Erro (%) |
|----------|---------------|-----------------|----------|
| C | 47nF | 46,58nF | 0,90 |
| L | 1mH | 0,8694mH | 13,06 |
| R_1 | 1k Ω | 0,986k Ω | 1,40 |
| R_2 | 47 Ω | 46,424 Ω | 1,23 |

Tabela 1: Componentes

Em seguida, é montado o circuito da Figura 1, usando $R_1 = 1k\Omega$.

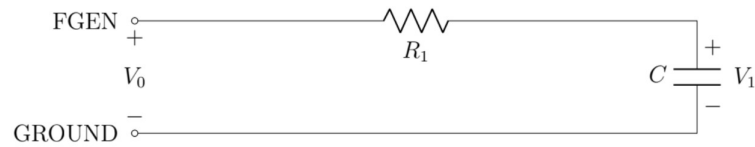


Figura 1: Circuito de primeira ordem

τ é calculado usando a fórmula $\tau = R \cdot C$, o que resulta no valor $4,935 \cdot 10^{-5}s$.

Com isso, podem ser usados os cursores do software do Elvis para fazer a medição em momentos específicos como $t = \tau, t = 2\tau, t = 3\tau$ e $t = 10\tau$ e preencher essas informações na Tabela 2, enquanto a forma da resposta da tensão V_1 pode ser vista no Gráfico 1 (A onda quadrada em preto mais escuro é a tensão V_0 e a que está em um cinza mais claro é V_1).

Sabendo a fórmula da resposta total para a tensão de um capacitor conectado em um circuito com uma fonte, é possível calcular os valores de V_1 para cada instante de tempo que seja necessário. Deste modo:

$$V_1(t) = V_s(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + v(0)e^{-\frac{t}{\tau}} = (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) - e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 - 2e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

$$\implies V_1(0) = -1V;$$

$$\implies V_1(\tau) = 1 - 2e^{-\frac{\tau}{\tau}} = 0,264V;$$

$$\implies V_1(2\tau) = 1 - 2e^{-\frac{2\tau}{\tau}} = 0,729V;$$

$$\implies V_1(3\tau) = 1 - 2e^{-\frac{3\tau}{\tau}} = 0,900V;$$

$$\implies V_1(10\tau) = 1 - 2e^{-\frac{10\tau}{\tau}} = 0,999V.$$

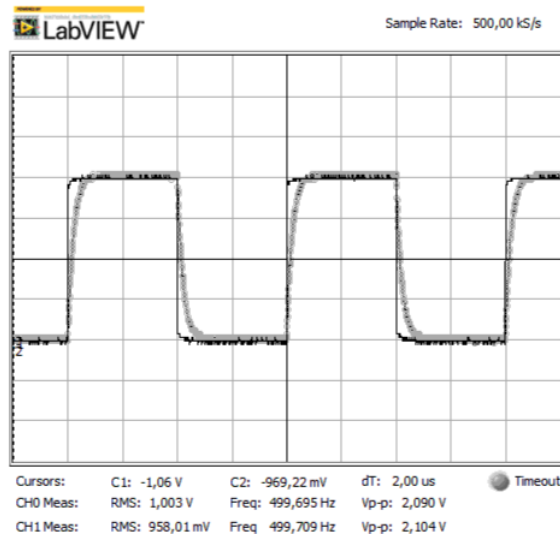


Gráfico 1: Resposta do circuito RC

O gráfico apresenta a resposta V_1 do capacitor quando comparada à entrada s do sistema para um dado tempo t . Nessa ótica, é notável o comportamento exponencial de V_1 após cada variação de V_s . Isso ocorre devido ao período de carregamento do capacitor, que segue uma exponencial, estabilizando-se após aproximadamente $t = 5\tau$, em que t é suficientemente grande para que a exponencial se aproxime indistinguívelmente de zero.

| Tensão | Valor nominal (V) | Valor medido (V) | Erro (%) |
|---------------|-------------------|------------------|----------|
| $V_1(0)$ | -1V | -976,53mV | 2,35 |
| $V_1(\tau)$ | 0,264 V | 281,17mV | 6,50 |
| $V_1(2\tau)$ | 0,729 V | 700,40mV | 3,92 |
| $V_1(3\tau)$ | 0,900 V | 910,00mV | 1,11 |
| $V_1(10\tau)$ | 0,999V | 1,04V | 4,10 |

Tabela 2: Tensões para circuito RC

Em seguida, remonta-se o circuito na forma da Figura 2, tornando-se um circuito RLC.

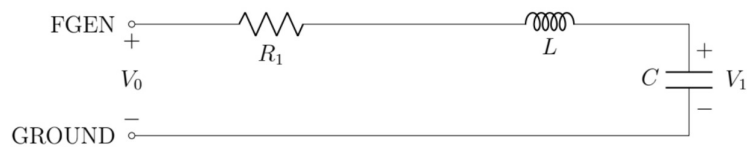


Figura 2: Circuito de segunda ordem

Com esses valores e usando o osciloscópio do Elvis, produz-se o Gráfico 2, de onde podem ser medidos os valores que serão preenchidos na Tabela 3.

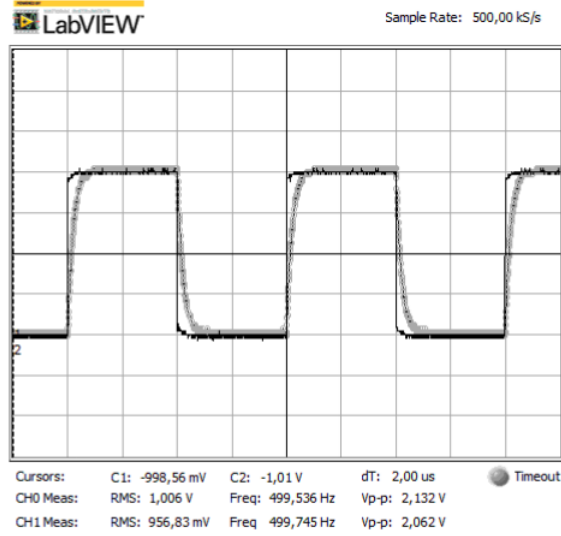


Gráfico 2: Resposta do circuito RLC

No Gráfico 2, observa-se a resposta V_1 do capacitor associado em série no circuito RLC representado na Figura 2. Nesse caso, R é suficientemente grande para que ζ seja maior que ω_n . Assim, o circuito opera em regime de amortecimento supercrítico, apresentando um comportamento exponencial decrescente, similar ao caso do circuito RC anterior, convergindo para V_n aproximadamente em $t = 5\tau$

Para o circuito de segunda ordem RLC com a resistência R_1 , a fim de calcular a frequência natural ω_n e o fator de amortecimento ζ do circuito, usamos as fórmulas:

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Isso nos dá os resultados:

$$\omega_n = 145864,9915 \text{ Hz}; \quad \zeta = 3,599 \text{ Np/s}$$

Com isso são calculados os dois valores de τ ,

$$\tau = \frac{\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}}{\omega_n}$$

$$\Rightarrow \tau_1 = 4,84 \cdot 10^{-5}, \tau_2 = 9,72 \cdot 10^{-7}$$

Como $V_1(t) = V_1(c)Ae^{-\frac{t}{\tau_1}} + Be^{-\frac{t}{\tau_2}}$, encontramos A e B usando as condições iniciais $V_1(0)$ e $\frac{d}{dt}V_1(0)$, obtendo como resultado o sistema simples:

$$\frac{A}{\tau_1} + \frac{B}{\tau_2} = 0$$

$$A + B = -2$$

Que significa que A=-2,04 e B=0,04. Com esses dados, de forma análoga ao que já foi feito previamente, encontram-se os valores colocados na Tabela 3.

| Tensão | Valor nominal (V) | Valor medido (V) | Erro (%) |
|-----------------|-------------------|------------------|----------|
| $V_1(0)$ | -1 | -976,53mV | 2,35 |
| $V_1(\tau_1)$ | 0,250V | 197,32mV | 21,07 |
| $V_1(2\tau_1)$ | 0,724V | 700,40mV | 3,26 |
| $V_1(3\tau_1)$ | 0,898V | 910,02mV | 1,34 |
| $V_1(10\tau_1)$ | 0,999V | 1,04V | 4,10 |

Tabela 3: Tensões para circuito RLC

Após isso, o resistor R_1 é trocado por $R_2 = 47\Omega$ e todo o procedimento é análogo ao anterior, obtendo os resultados expostos no Gráfico 3 e na Tabela 4.

Como somente a resistência mudou, a frequência natural é a mesma. Portanto, pelas equações Y e Z, temos que:

$$\omega'_n = 145864,9915Hz, \quad \zeta' = 0,332Np/s$$

Com esses valores encontra-se $\tau_1 = (2,28 \cdot 10^{-6} + j6,466 \cdot 10^{-6})s$ e $\tau_2 = (2,28 \cdot 10^{-6} - j6,466 \cdot 10^{-6})s$, portanto, $V_1(t) = V_1 c_+(C \cos(\omega_d t) + D \sin(\omega_d t))e^{-\zeta t}$, e de forma análoga ao procedimento anterior, encontra-se C e D usando as condições iniciais para definir que C=-2, D=0, ou seja, $V_1(t) = 1 - 2 \cos(\omega_d t)e^{-\zeta t}$. Com essa função, é calculado o seu valor máximo que é de 2,999986V

Porém, é notável uma diferença na resposta, que pode ser vista melhor no Gráfico 4, cuja escala de tempo é ampliada para que a visualização seja mais fácil.

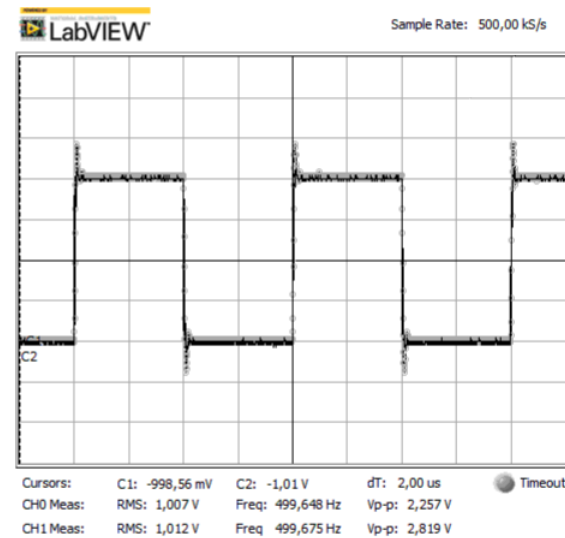


Gráfico 3: Resposta do circuito RLC com resistência menor

No Gráfico 3, observa-se a resposta V_1 do capacitor no circuito RLC série para o caso em que $R = 47\Omega$. Nesse cenário, ζ é menor que ω_n , resultando em um regime de subamortecimento. Isso provoca uma resposta oscilatória, com amplitude decrescente exponencialmente, gerando os picos observados próximos às transições de V_s . Além disso, assim como nos casos anteriores, para $t \approx 5\tau$, V_1 converge para V_s .

| Grandeza | Valor nominal | Valor medido | Erro (%) |
|--|---------------|--------------|----------|
| Tempo para V_1 atingir seu valor máximo a partir de uma borda de subida da onda quadrada | $21,54\mu s$ | $23,20\mu s$ | 7,71 |
| Valor máximo de V_1 | 2,999986V | 1,41V | 53 |

Tabela 4: Circuito RLC com resistência menor

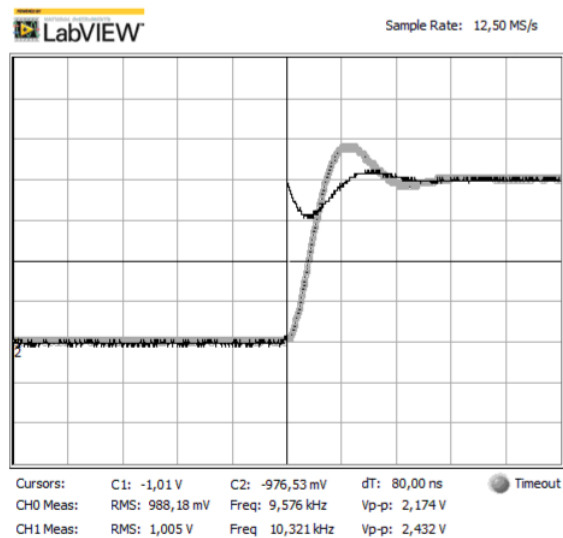


Gráfico 4: Resposta do circuito RLC com R_2 (ampliado)

A escala de tempo ampliada permite observar com maior clareza os efeitos do amortecimento reduzido sobre a forma da onda. Nota-se um aumento significativo na amplitude das oscilações, indicando uma aproximação ao comportamento subamortecido, devido aos polos serem imaginários.

O tempo necessário para atingir o pico de tensão é menor, enquanto o valor de tensão máxima (1,41 V) foi superior ao do circuito RLC com resistência maior. Esse comportamento é esperado, pois a menor resistência resulta em maior energia disponível para oscilações antes de sua dissipação.

4 Conclusão

Os experimentos realizados demonstraram com clareza o comportamento dinâmico de circuitos de primeira e segunda ordem quando submetidos a sinais alternados. No caso do circuito RC, a constante de tempo calculada foi consistente com os dados experimentais, validando a teoria de resposta exponencial para cargas e descargas de capacitores. Para o circuito RLC, foi possível observar fenômenos como ressonância e amortecimento, destacando a influência dos valores de resistência sobre a estabilidade e a frequência da resposta.

A redução da resistência no circuito RLC resultou em uma resposta mais acentuada, evidenciando a diminuição do amortecimento e reforçando a relação entre os parâmetros circuitais e o comportamento oscilatório.

5 Bibliografia

- HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. Fundamentos de Física. 10. ed. v. 3. Rio de Janeiro: LTC, 2016.