

## 干旱植物群落的综合预测模型

**摘要:** 全球变暖越来越严重,这也导致了一些地区干旱的增加。严重影响了当地植物群落的长期生存能力。为了理解干旱地区植物群落的变化模式,我们提出了三个模型,一个考虑干旱和中间相互作用的 Logistic 模型,一个衡量生物量和效益变化的新模型,以及一个考虑污染和栖息地减少的修正模型。

首先,我们建立了考虑干旱和种间相互作用的 Logistic 模型,对腾格里沙漠 4 种植物种群变化进行了预测。通过比较规律和不规则干旱周期下的植物数量变化,发现不同植物由于自身特点对干旱环境具有不同的适应性。同时,我们发现强降雨之后的快速干旱过程会严重威胁植物的生存。

其次,我们利用生物量构建了一个新的模型来衡量植物群落的效益程度,并从 4 种植物物种中随机选择 2、3 和 4 种进行分析。一方面,我们发现随着物种数量的增加,越来越多的选择组合表现出正效益,且效益逐渐增加;另一方面,我们将植物分为敏感型和耐旱型,发现敏感型的生物量更容易受到干旱强度波动的影响,而耐旱型的生物量在干旱条件下保持稳定,但在降雨充足的情况下由于竞争加剧而减少。

第三,我们使用蒙特卡罗方法生成了干旱频率和严重程度较大和较小的两种新的降水分布,并使用之前的模型分析了四种植物。我们发现,在这两种条件下,植物生物量都保持稳定,但数量不同。

第四,我们通过引入污染程度和栖息地减少指数对之前的模型进行修正,并结合工厂建设的实际情况再次分析四种植物数量的变化。我们发现,栖息地丧失的副作用比污染更大,两者的结合使植物种群随着时间的推移保持较低水平。

第五,我们对这四种植物的一些初始参数进行敏感性分析,探讨这些参数对模型和模拟实验的影响。我们发现,理想条件下的最大单株数对实验的影响比较大,但在可接受范围内。这反映了我们模型的鲁棒性。

最后,对模型的求解方法进行了优化。我们采用四阶龙格-库塔法对模型进行求解,得到更准确的预测结果。我们还利用分析结果,对如何提高干旱条件下植物群落的生存力,为环境治理做出贡献提出了有价值的建议。

**关键词:** 干旱;交流;生物质能;福利;污染;栖息地的减少

目录

干旱植物群落的综合预测模型	1
1 介绍	3
1.1 背景	3
1.2 问题重述	3
1.3 研究内容	3
2 假设	3
3 变量说明	4
4.1 植物群落变化的预测模型	4
4.1.1 修正 Logistic 模型的建立	4
4.1.2 使用修正模型进行种群预测	5
4.2 修正模型的进一步分析	6
4.2.1 物种数量与效益的关系	7
4.2.2 不同物种类型的影响	9
4.2.3 干旱严重程度和频率的影响	11
4.2.4 污染与栖息地减少的影响	13
4.2.5 确保社区生存能力的建议	14
4.3 敏感性分析	14
4.4 模型优化	15
5 模型评价	15
5.1 优势	15
5.2 缺点	15
附录	17

1 介绍

1.1 背景

当前，全球变暖对生态环境的影响越来越严重。气候变暖将导致部分地区干旱和荒漠化加剧。干旱地区不利于维持生物多样性和物种稳定。人们的生产生活也受到了影响。

以腾格里沙漠为例，它是中国第四大沙漠。近年来，腾格里沙漠附近的沙漠化现象不容忽视。此外，腾格里沙漠的地下水被发现多年来受到工厂排放的污染，严重影响了该地区生态系统的稳定。我们以此为背景，探索干旱地区植物物种的变化，为维持植物群落的长期生存能力提供有价值的建议。



(a) A drought-hit area<sup>[12]</sup> (b) The Tengger Desert<sup>[13]</sup>

图 1:全球变暖的影响

1.2 问题重述

- 建立数学模型，预测不规则干旱周期下植物群落的变化。该模型需要考虑到植物物种之间的相互作用。
- 探索需要多少植物物种才能使植物群落受益。描述植物群落受益程度和物种数量的变化规律。
- 探索干旱周期下不同植物类型对植物数量和效益变化的影响。
- 探索不同频率和程度的干旱如何影响植物群落的变化。此时，分析植物种类数量对整个种群变化的影响。
- 探索考虑到环境污染变化和栖息地减少的干旱周期下植物丰度和效益的变化。
- 就维持植物群落的长期生存能力及其对环境的影响提出建议。

1.3 研究内容

根据要求，我们的研究内容如下。

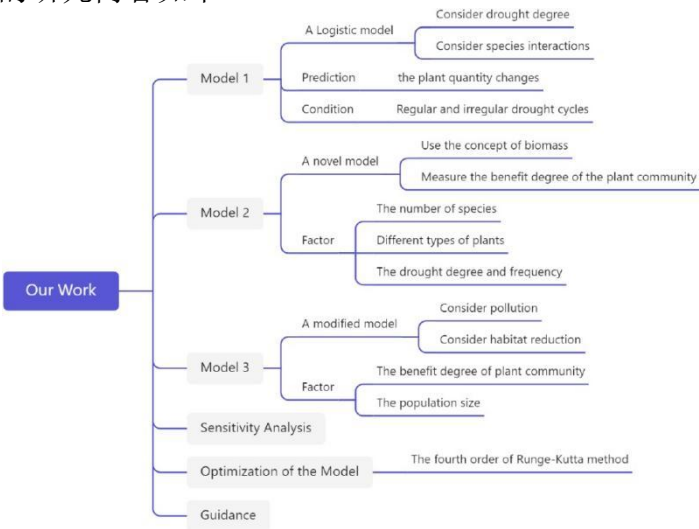


图 2:我们的工作

2 假设

- 当没有干旱，没有相互作用时，一个物种在环境资源充足的理想条件下的种群增长符合 logistic 曲线。

- 多物种之间的相互作用只有两种类型:竞争和互利。没有其他复杂的相互作用。
- 假设干旱程度只与降水有关，与其他因素无关。
- 假设不考虑干旱、污染、栖息地丧失(如风、阳光、温度、动物、微生物.....)以外的环境因素。
- 植物类型分为敏感型和耐旱型，不考虑其他类型。
- 该模型不适用于极端天气条件，如严重干旱和洪水。

3 变量说明

表 1:表示法列表

Symbol	Meaning
$x_i$	The number of plants in a single species i
$r_i$	The growth rate of species i
$N_i$	The maximum capacity of species i
$\sigma_{ij}$	The interspecific relationship index between $x_j$ and $x_i$ .
$k_{sigma}^{(ij)}$	The influence gradient of the interaction index $\sigma_{ij}$ and drought stress $S$ .
$S$	The degree of drought stress
$S0$	Critical degree of drought stress.
$P$	Precipitation
$P_{max}$	The maximum precipitation
$L_i$	The maximum growth rate
$k_i$	The influence gradient between the growth rate of species $r_i$ and precipitation $P$
$\alpha_i$	The influence gradient between the maximum number of plants $N_i$ and the degree of drought stress $S$
$N_i^0$	The ideal maximum number of plants in a single species uner the initial condition
$B_i$	The biomass of species i.
$n$	The total number of species
$k$	The number of selected species( $0 < k \leq n$ )
$T$	The total stress degree
$PO$	The pollution degree
$\delta$	The pollution of a single moment
$\mu_i$	The purification factor of species i
$H$	The impact of habitat reduction
$A$	The habitat area
$A_0$	The initial habitat area

4 模型建立与求解

4.1 植物群落变化的预测模型

在这个问题中，我们构建了一个修正的 Logistic 模型，该模型考虑了不同物种之间的相互作用和干旱胁迫程度。利用该模型，结合国家统计局[1] 的气象数据和相关文献的物种数据，我们[2] 预测了腾格里沙漠周边地区 4 种植物在几个不规则干旱周期中的种群变化。

4.1.1 修正 Logistic 模型的建立

在不考虑物种与干旱胁迫相互作用的情况下，单个物种理想种群增长的 Logistic 模型如式 1 所示。

$$\frac{dx_i}{dt} = r_i x_i (1 - \frac{x_i}{N_i})$$

(1)

其中， $x$  表示单个物种的植物数量， $r$  表示该物种的生长速度， $n$  表示特定环境容量下 单个物种的最大植物数量。在考虑种间关系时，需要引入一个校正项，如式 2 所示。

$$\frac{dx_i}{dt} = r_i x_i (1 - \frac{x_i}{N_i} - \sum_j \sigma_{ij} \frac{x_j}{N_j})$$

(2)

其中， $\sigma_{ij}$  表示  $x_j$  和  $x_i$  之间的种间关系指数。当  $\sigma_{ij} > 0$  时，种间关系是竞争。物种的生长速度会下降，甚至变成负值。当  $\sigma_{ij} < 0$  时，种间关系是互惠互利的。在一个单一的物种中，植物数量的增长速度将会更大。

物种间相互作用指数也受干旱胁迫程度的影响。已有研究表明，当干旱胁迫程度较低且水分充足时，物种间的相互作用关系往往更具竞争性。在干旱胁迫高、水资源稀缺时，物种间的关系往往是互惠互利的，以满足自身的发展需要，提高自身在极端环境中的适应能力。物种间相互作用指数  $\sigma_{ij}$  与干旱胁迫程度  $S$  的关系如式 3 所示。

$$\sigma_{ij} = -k_{\sigma_{ij}}^{(ij)} (S - S_0) \tag{3}$$

其中， $k_{\sigma_{ij}}^{(ij)}$  为互作指数  $\sigma_{ij}$  与干旱胁迫的影响梯度， $S_0$  为临界干旱胁迫程度。当干旱胁迫程度低于临界值时， $\sigma_{ij} > 0$ 。当干旱胁迫程度高于临界值  $\sigma_{ij} < 0$  时，物种间的关系是互利的。因此，建立了物种相互作用指数与干旱胁迫程度之间合理的线性关系。用降水  $P$  来描述干旱胁迫程度  $S$ ， $S$  的取值范围限制在  $0 \sim 1$  之间，如式 4 所示。

$$S(t) = 1 - \frac{P(t)}{P_{\max}} \tag{4}$$

可以发现，降水量  $P$  与干旱胁迫程度  $s$  呈负相关，其中  $P_{\max}$  为该地区一段时间内的最大降水量。

我们发现，降水不仅通过影响干旱胁迫程度影响物种间的相互作用指数，还会影响各物种的生长速度。由于干旱地区雨水过多时植物可能会被淹没，因此生长速度并不是无限增加，而是逐渐放缓。因此，生长速度并不是简单地与降水量成线性关系。我们假设增长率  $r_i$  与降水量  $P$  呈 Logistic 关系，如公式 5 所示。

$$r_i(t) = \frac{L_i}{1 + e^{-k_i \cdot P(t)}} \tag{5}$$

在式中， $L_i$  表示物种的最大生长速率， $k_i$  表示物种的生长速率与降水之间的影响梯度。此外，降水  $P$  还影响单一物种  $N_i$  的最大植物数量，假设其为线性正，如式 6 所示。

$$N_i(t) = (1 - \alpha_i(S(t) - S_0)) \cdot N_i^0 \tag{6}$$

式中， $\alpha_i$  为单个物种中最大植物数与干旱胁迫程度之间的影响梯度， $N_i^0$  为初始条件下单个物种中的理想最大植物数

将  $r_i$ ,  $S$ ,  $N_i$ ,  $\sigma_{ij}$  的表达式代入公式 2，得到了描述单种植物数量以及种与降水相互作用的微分方程，并成功地构建了数学模型。

#### 4.1.2 使用修正模型进行种群预测

结合国家统计局[1]的数据和相关文献，我们[2]对腾格里沙漠东南部的 4 种植物物种进行了种群预测。它们分别是雀形目、甘蓝、甘蓝和叶面甘蓝。为方便起见，我们称它们为植物 A、B、C、D。

该地区 2018 - 2021 年的月平均降水量如图 1 所示。我们将通过修正后的模型对这 48 个月的 4 个植物数量变化进行预测和分析。

以文中的植物数量为参考，分析接下来 48 个月的植物数量变化，得到每个月的 4 株数量。植物 A、B、C、D 的初始数量  $x_i$  分别为 34、34、29、33。

此外，根据四种植物对干旱的适应能力不同，按比例设定初始理想最大容量  $N_i^0$ ，分别为 200、153、137、36。可以看出，植物 D 对干旱的适应能力较差，因此其初始理想最大容量最低。

根据本文中四株植物的根长不同，可估计其最大生长率  $i$  分别为 5、3.5 株/月和 5、2.5 株/月。可以发现，越长根系是，从土壤中吸收水分的能力越强，生长速度越快。因此，这个假设是合理的。

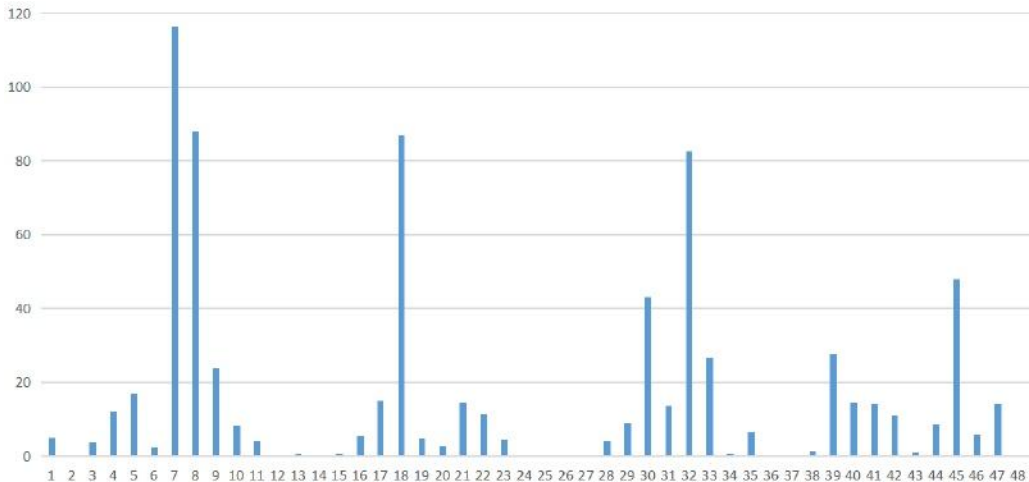


图 3:48 个月的降水量

通过数据拟合和实证分析，可以合理估计出微分方程模型中其他系数的定量值，分别为  $\alpha_i = 0.6$ ,  $S_0 = 0.5$ ,  $k_{ij}^{sigma} = 0.002$ ,  $k_i = 0.01$ ，如表 2 所示。

表 2:初始参数设置(Initial Parameter Settings)

Plant	$x_i$	$N_i^0$	$L_i$	$\alpha_i$	$S_0$	$k_{ij}^{(ij)}$ $sigma$	$k_i$
A	34	200	5	0.6	0.5	0.002	0.01
B	34	153	3.5				
C	29	137	5				
D	33	36	2.5				

由于时间数据是离散的，我们将微分方程转化为差分方程，通过 `matlab` 进行迭代，计算四种植物在干旱周期中的数量变化，如附录清单 1 和图 4(a)所示。

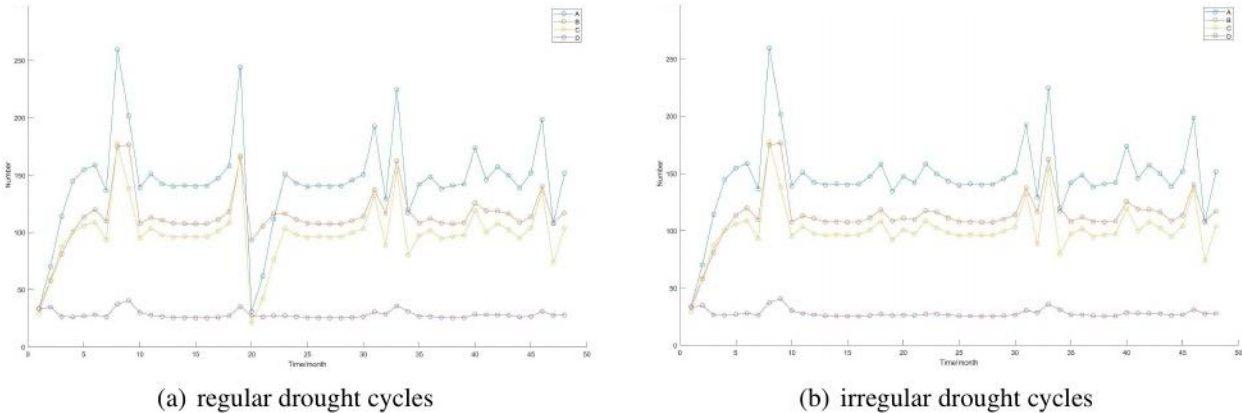


图 4:规律干旱周期和不规则干旱周期下的植物数量

从图 4(a)中可以看出，随着图 3 中降水的变化，4 种植物的数量会在降水高的时期达到峰值，在降水低的时期保持相对较低的水平。同时可以发现，在种群的高峰期，种间竞争加剧，四种植物的数量存在显著差异。在降水稀缺时期，四种植物都将稳定在一个较低的水平上，不会因为共生而灭绝。此外，植物 D 由于抗旱能力较弱，初始理想最大容量较小，仅在较低水平波动。

图 4(a)和图 3 的对比进一步表明，在降水快速变化时期，4 种植物的数量变化剧烈，特别是在第 20 个月，a、B、C 植物的数量急剧下降。这说明快速干旱过程将严重威胁植物的生存，为今后的沙漠治理提供一定的参考价值。

从图 3 的降水数据可以看出，每年的降水都是周期性变化的。为了模拟极端不规则的干旱周期，我们对降水进行了改变，将第 18 个月的原始数据降至十分之一，然后使用模型预测结果，如图 4(b)所示。

从图中可以看出，由于此时的降水在 18 个月左右不会发生剧烈变化，因此植物 A、B、C 的数量不会迅速下降，会保持在一个稳定的水平，说明植物对降水条件的剧烈变化非常敏感。

通过对规律和不规则干旱周期中四种植物数量变化的分析，发现所建立的模型具有一定的鲁棒性。该模型合理、准确，能在一定程度上反映干旱区植物数量的变化。为指导今后的沙漠种植提供一定的参考价值。

#### 4.2 修正模型的进一步分析

4.2.1 物种数量与效益的关系

(1)建立描述效益的模型

为了探索物种数量和效益之间的关系，我们需要根据生物量来衡量效益，而不仅仅是不同物种的植物数量。生物量是指在任何给定时间内，单位面积内生活的有机物总量。因为每个物种在质量、大小和生理结构上都有很大的差异，所以它的生物量也是如此。同时，我们可以用数学方法量化这些好处。首先，假设有  $n$  个物种，并且只允许一个物种在环境中生长。利用所建立的模型，可以得到每个物种在这个环境中随时间的数值曲线。将每个物种的数量乘以相应的生物量。将这些数据在每个时刻进行比较，并使用最大的数据构建曲线。这条曲线被称为基线，如公式 7 所示，其中  $x_i$  为一个物种的数量， $B_i$  是该物种的生物量。

$$B_0(t) = \max\{B_i \cdot x_i(t)|i = 1, 2, 3, \cdots, n\}$$
 (7)

接下来，从  $n$  个物种中选择  $k$  个放置在环境中。利用模型得到该环境下  $k$  个物种的数值曲线。将数量乘以对应的生物量，求和得到总生物量的变化曲线。最后，曲线与基线的差值反映了效益  $B$  的程度，如公式 8 所示。

$$B(t) = \sum_{i=1}^k B_i \cdot x_i(t) - B_0(t)$$
 (8)

只有当  $B > 0$  时，整个植物群落才能获得效益，并且可以选择不同的  $k$  值进行更详细的分析。

(2)根据实际情况进行效益分析

根据第一个问题的数据，结合国家统计局的相关资料和文献，对腾格里沙漠的 4 种植物进行了效益分析。由于植物相互作用和适应干旱的能力的差异，式 3 中提到的影响梯度  $k$  ( $\sigma_{ij}$ ) 也不同，干旱胁迫的临界程度  $s_0$  也不同。根据文献[2]中对根冠比的测量，两者的定量值都可以比较合理。

估计并以矩阵形式给出，如公式 9 和 10 所示。与第一题相比，数据准确合理。

$$K_{\sigma} = 0.1 \times \begin{bmatrix} 0 & 0.763 & 1.10 & 4.11 \\ 1.31 & 0 & 1.45 & 5.39 \\ 0.905 & 0.691 & 0 & 3.72 \\ 0.243 & 0.185 & 0.269 & 0 \end{bmatrix}$$
 (9)

$$S_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0.523 & 0.533 & 0.624 \\ 0.318 & 0 & 0.544 & 0.663 \\ 0.374 & 0.404 & 0 & 0.612 \\ 0.466 & 0.474 & 0.463 & 0 \end{bmatrix}$$
 (10)

在矩阵中， $K(\sigma_{ij})$ ,  $S(s_0)$  分别代表植物  $j$  对植物  $i$  的影响， $j=1、2、3、4、i=1、2、3、4$ ，数字 1、2、3 和 4 代表植物 A、B、C 和 D。

其他参数的设置参考文献中的数据与问题 1 基本一致。表中增加了关于生物量  $B$  的数据

表 3:初始参数设置

Plant	$x_i$	$N_i^0$	$L_i$	$B$	$\alpha_i$	$k_i$
A	34	200	5	371.49	0.002	0.01
B	34	153	3.5	156.32		
C	29	137	5	230.66		
D	33	36	2.5	178.71		

在这一点上，我们仍然假设  $\alpha_i$ ,  $k_i$  相对于这四种植物是一个常数，我们将在以后的问题中改变它，以更接近真实的情况。

当  $k=2$  时，从 4 株植物中选择 2 株，共 6 个结果，分别为 AB、AC、AD、BD、BC 和 CD。利用该模型得到各植物的生物量变化曲线，并与命名为“single”的基线进行对比，如图 5 所示。

表 4:k=2，效益分析

Type	AB	AC	AD	BC	BD	CD
$B(\times 10^4)$	2.1257	2.7259	1.2740	-2.8521	-1.0951	-2.2441



将各时刻的效益值取平均值，得到各组合的平均效益。由图 5 和表 4 可以看出，当  $k=2$  时，三种情况下的收益为正，其他三种情况为负，总体关系为  $B(AC) > B(AB) > B(AD) > 0 > B(BD) > B(CD) > B(BC)$ 。

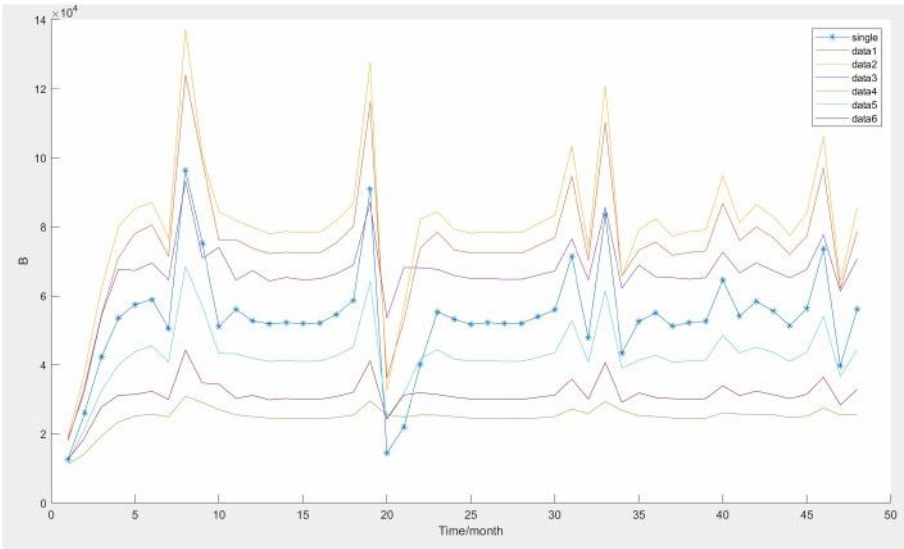


图 5:k=2，生物量分布

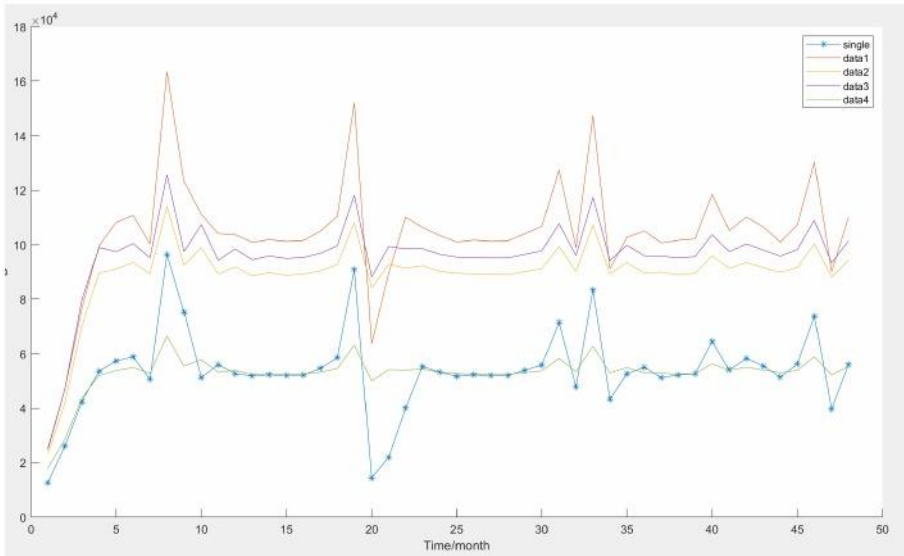


图 6:k=3，生物量分布

当  $k=3$  时，从 4 株植物中选择 3 株，共 4 个结果，分别为 ABC、ABD、ACD、BCD。利用该模型得到各植物的生物量变化曲线，并与命名为“single”的基线进行对比，如图 6 所示。

表 5:k=3，效益分析

Type	ABC	ABD	ACD	BCD
$B(\times 10^4)$	5.1470	3.6501	4.3094	-0.1416

将各时刻的效益值取平均值，得到各组合的平均效益。由图 6 和表 5 可以看出，当  $k=3$  时，三种情况下收益为正，另一种情况为负，整体关系为  $B(ABC) > B(ACD) > B(ABD) > 0 > B(BCD)$ 。

当  $k=n=4$  时，总共有一个结果，即 ABCD。使用该模型得到的生物量变化曲线，并与命名为“single”的基线进行对比，如图 7 所示。



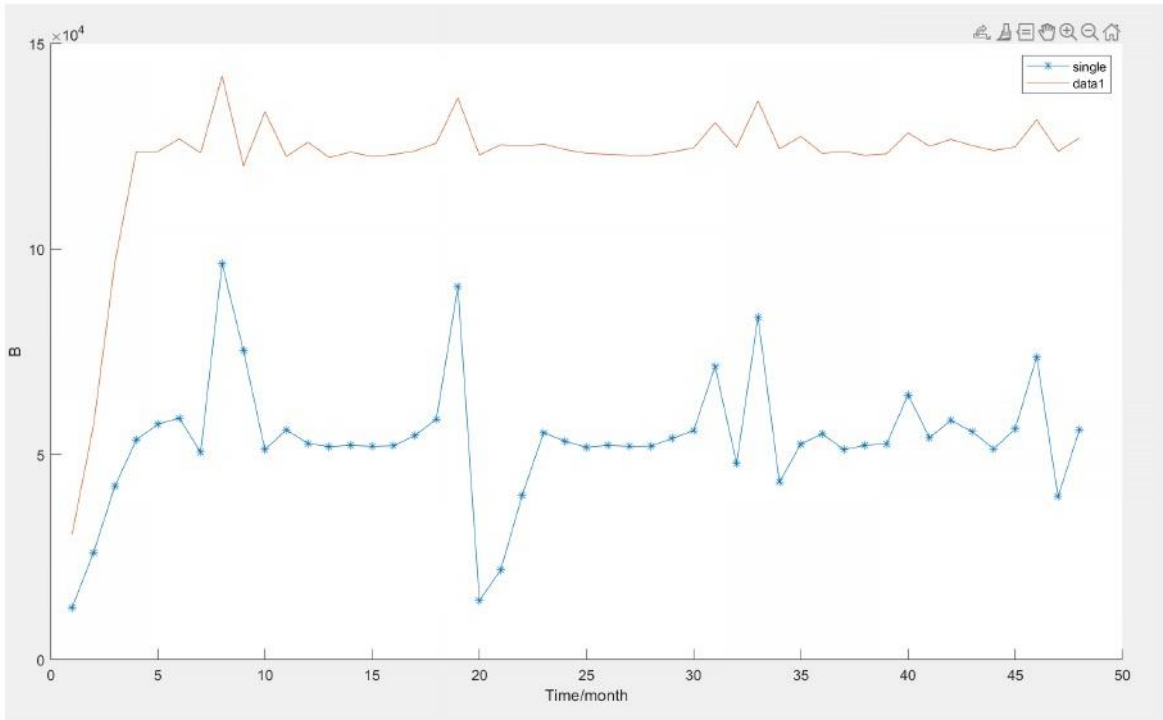


图 7:k=4，效益分析

在这种情况下， $B(ABCD)=6.987 \times 10^4$ ，相对于  $k=2$  和  $k=3$  是最大的。  
 通过不同  $k$  值的纵向比较可以发现，物种数量越多，具有正效益的案例所占比例越大。  
 此外，最大正效益随物种数量的增加而增加。

#### 4.2.2 不同物种类型的影响

我们可以将植物分为标准型、敏感型和耐旱型。公式 6 通过乘以  $\alpha_i$  前面的系数  $\beta_i$  进行修正，如公式 11 所示，标准型、敏感型和耐旱型的系数  $\beta_i$  分别为 1、0.5 和 1.5，表明  $N_i$  与  $S$  的敏感性。

$$N_i(t) = (1 - \beta_i \alpha_i (S(t) - S_0)) \cdot N_i^0 \tag{11}$$

将修正后的公式 11 代入微分方程模型，建立了考虑不同植物类型的模型。

(1)物种类型与种群大小的关系

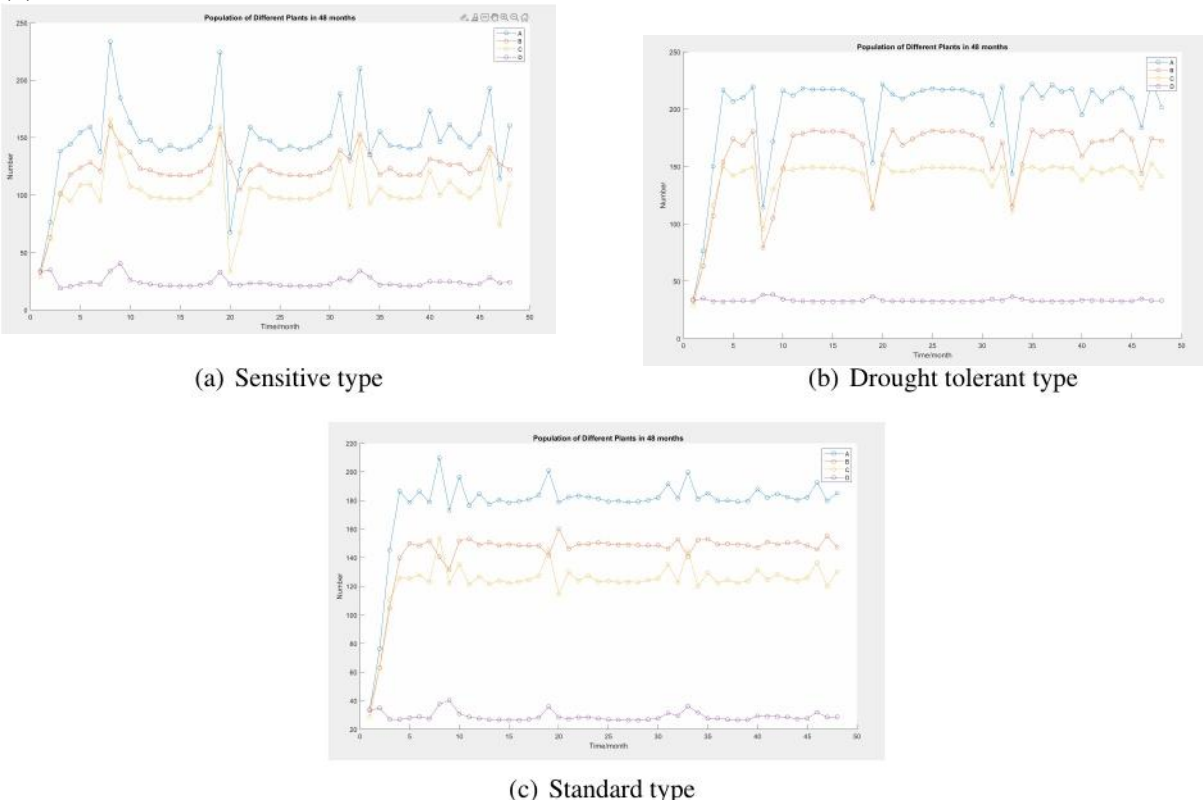


图 8:物种类型与种群规模的关系

从图 8(c)可以看出，标准型的稳定性较好，当降水波动较大时，种群在一定范围内保持稳定。

从 8(a)可以看出，敏感型种群随降水波动较大，稳定性较差。由 8(b)可知，耐旱型种群在降水急剧下降时仍能保持较高水平，但在降水急剧上升时期会出现异常下降。这是因为当降水量较高时，耐旱类型的种间竞争会更加激烈，导致种群数量下降。

(2)物种类型与效益的关系

由 9(a)、9(c)、9(e)可知，对于敏感型，在达到稳定后，随着物种数量 k 的增加，部分组合条件下的生物量大幅增加，效益也在增加。

从 9(b)、9(d)、9(f)可以看出，对于耐旱型，在达到稳定后，随着 k 的增加，尽管竞争异常下降，但仍有越来越多的案例变得有利。

由表 6 和表 7 可以看出，敏感型的平均效益大于耐旱型。随着物种 k 数量的增加，敏感型的效益增加得更快。

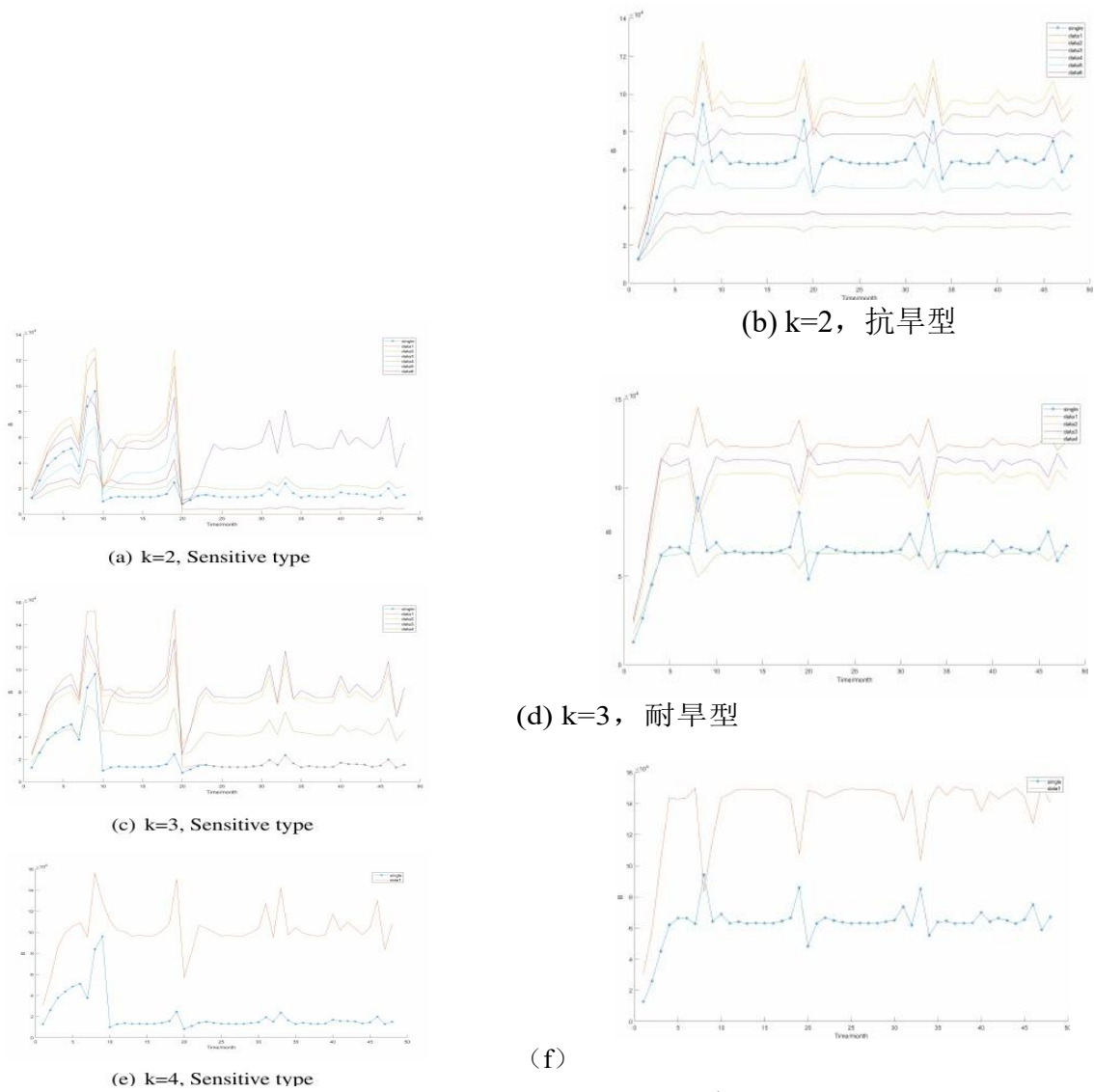


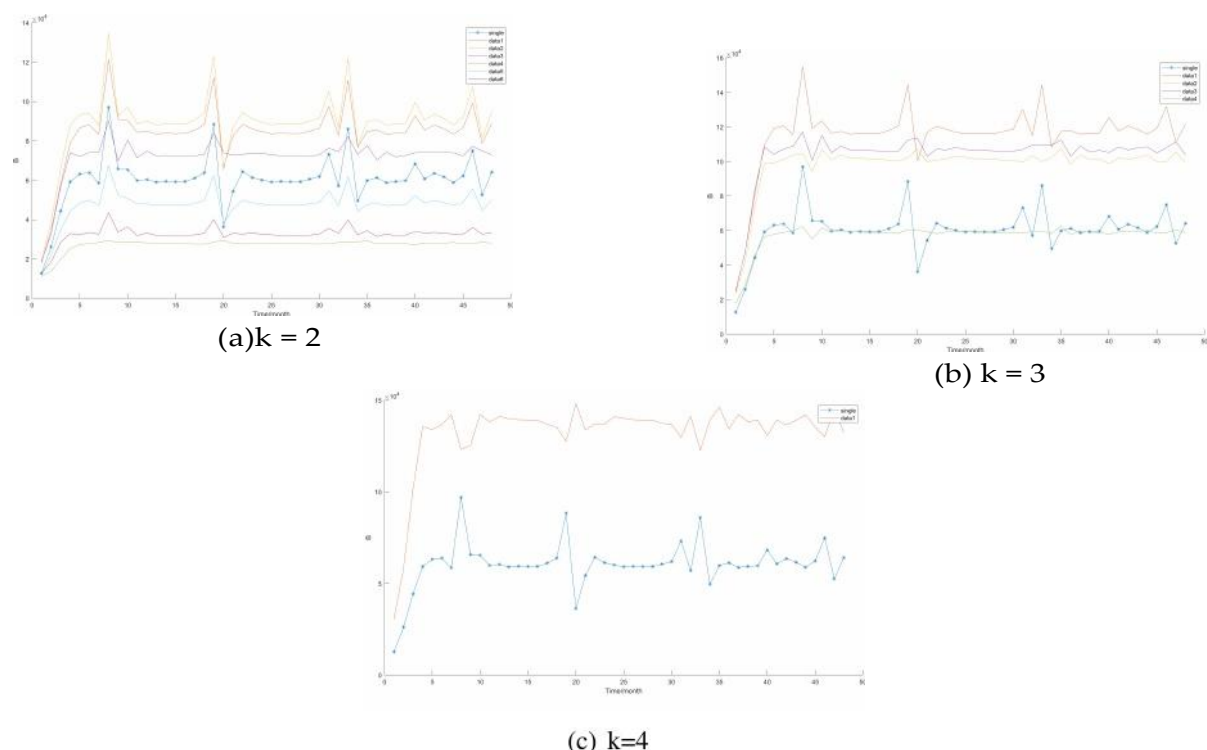
图 9:物种类型与生物量分布的关系  
表 6:k=2，敏感型和耐旱型的效益分析

Type	AB	AC	AD	BC	BD	CD
B of sensitive type( $\times 10^4$ )	0.0000	-1.5088	4.0707	0.6203	0.0000	-1.1004
B of drought-tolerant type( $\times 10^4$ )	2.4879	3.2105	1.3025	-3.6076	-1.4339	-2.8891

表 7:k=3，敏感型和耐旱型的效益分析

Type	ABC	ABD	ACD	BCD
B of sensitive type( $\times 10^4$ )	0.0000	6.1294	6.6526	2.9947
B of drought-tolerant type( $\times 10^4$ )	5.9455	4.0524	4.8102	-0.3003

进一步考虑更复杂的情况，当四种植物中有一种是耐旱植物，其他三种是敏感植物时，给出 k=2、3 和 4 的效益分析，如图 10 和表 8、9 所示。结果表明，混合类型的效益与所有耐旱类型的效益相差不大。



(c) k=4  
图 10:混合型的生物量分布  
表 8:k=2, 混合型效益分析

Type	AB	AC	AD	BC	BD	CD
B( $\times 10^4$ )	2.4735	2.9990	1.1841	-3.4156	-1.3137	-2.8962

表 9:k=3, 混合型效益分析

Type	ABC	ABD	ACD	BCD
B( $\times 10^4$ )	5.7179	3.9472	4.5077	-0.2993

### 4.2.3 干旱严重程度和频率的影响

#### (1)建立不同干旱频率和干旱程度的降水

首先绘制原始 48 个月降水分布的频率直方图。通过合理设置，增加降水较少部分的频率，构建新的频率直方图，如图 11 所示。

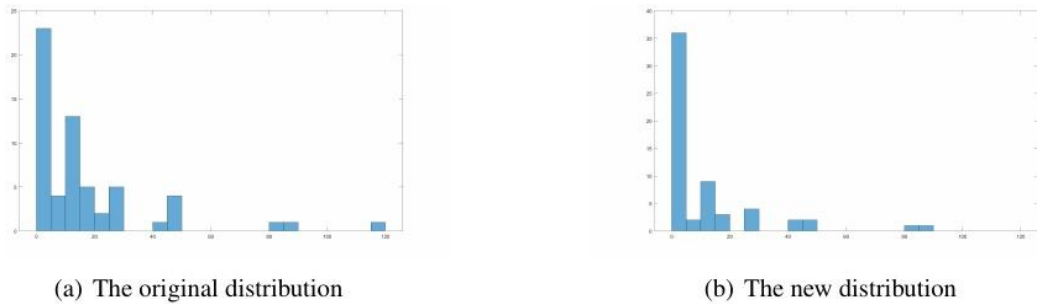
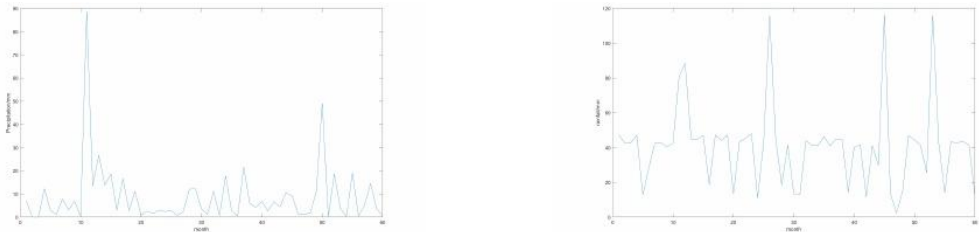


图 11:新旧降水分布的频率直方图  
频率直方图中的每一段都表示处于该降水区间的概率。

可以发现，每个降水区间对应一定的概率范围，这些概率范围之和为 1。首先，使用蒙特卡罗方法，我们随机生成 60 个介于 0 到 1 之间的数字，代表 60 个月。其次，每个数字都会对应一个概率范围，表示当天的降水只能在概率范围对应的降水范围内。最后，将落在同一降水范围内的月份进行均匀分布，得到每个月的降水量，如附录-清单 2 所示。



(a) The precipitation with greater drought  
(b) The precipitation with less drought  
图 12:规律干旱周期和不规则干旱周期的植物数量

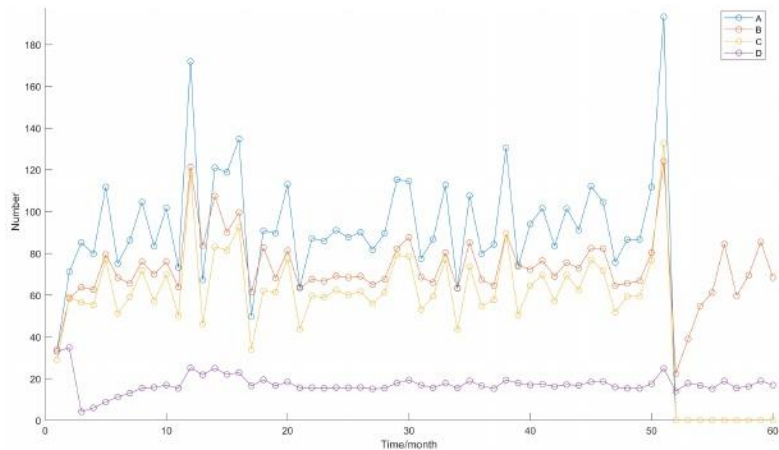


图 13:干旱程度较高的四种植物的数量变化

图 12(a)显示了干旱频率和程度更大的新降水分布。通过将新的降水分布数据引入到之前的模型中，我们可以首先预测在干旱频率和程度更大的情况下，四种植物的数量变化，如图 13 所示。

此外，我们还使用蒙特卡罗方法做出了频率和干旱程度较低的 60 个月降水分布，如图 12(b)所示。

我们将干旱严重程度和频率较大和较小的两种情况与物种数量  $k=2,3,4$  进行了比较。，并分析干旱严重程度和频率对不同物种效益的影响，仅在 4.2.1 和 4.2.2 中进行相同的操作。

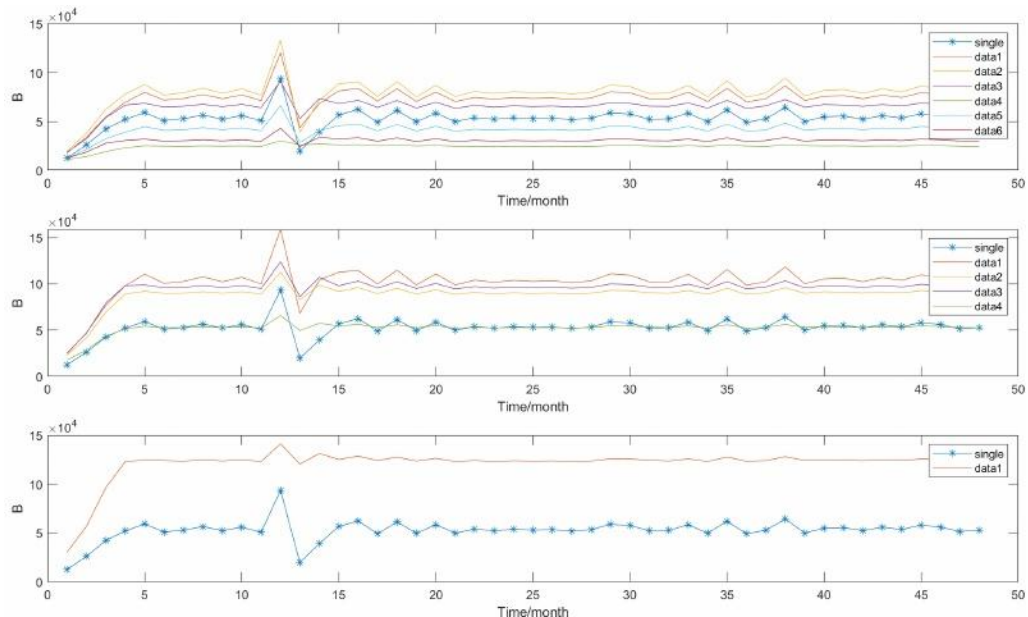


图 14:干旱程度较大时的生物量分布， $k=2,3,4$

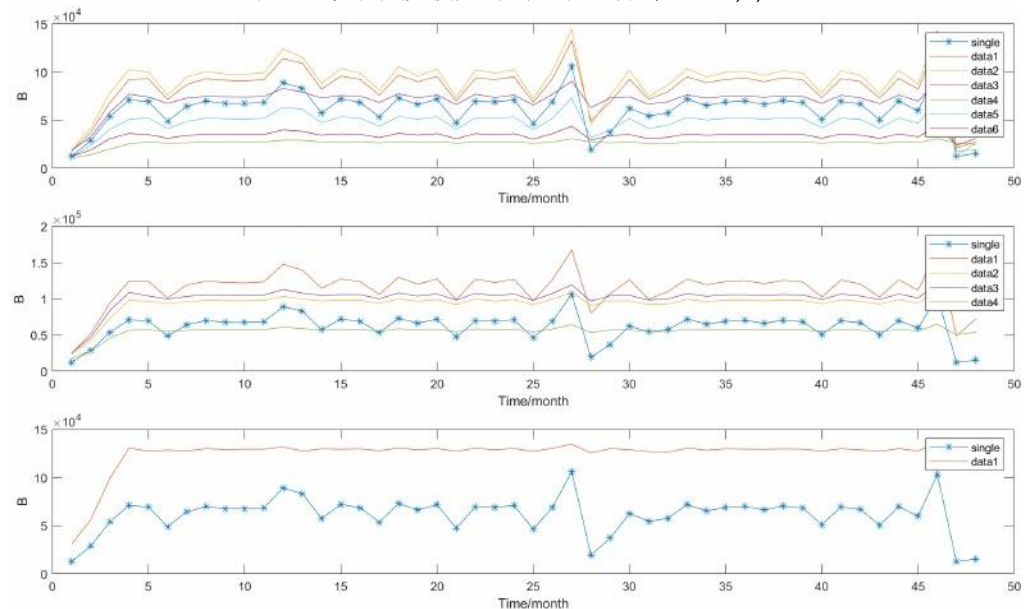


图 15:干旱程度较小的生物量分布， $k=2,3,4$

随着干旱频率和强度的增减，生物量变化趋于稳定并保持在较高水平。随着物种数量的增加，生物量变化趋于稳定。具体效益分析见表 10 和表 11。

表 10:k=2，不同干旱频率和程度的效益分析

Type	AB	AC	AD	BC	BD	CD
B of greater drought( $\times 10^4$ )	2.1050	2.7134	1.2109	-2.9592	-1.1804	-2.3689
B of drought-tolerant type( $\times 10^4$ )	2.3048	2.8819	1.3063	-3.2511	-1.2454	-2.5550

表 11:k=3，不同干旱频率和程度的效益分析

Type	ABC	ABD	ACD	BCD
B of greater drought( $\times 10^4$ )	5.0631	3.6418	4.2837	-0.1046
B of less drought( $\times 10^4$ )	5.5306	3.6953	4.4305	-0.2784

4.2.4 污染与栖息地减少的影响

(1)建立考虑污染和栖息地减少的模型

考虑污染时，总应力程度  $T$  由干旱程度  $S$  和污染程度  $PO$  共同确定，如式 12 所示。 $T$  是时间上的离散点

$$T(t) = S(t) + PO(t) \tag{12}$$

将  $T$  代入原模型，就可以得到考虑污染后的模型。

该时刻的  $PO$  取决于前一刻的总  $PO$ 、最后一刻的污染程度和工厂的净化程度，如式 13 所示。

$$PO(t + 1) = PO(t) + \delta(t) - \sum_{i=1}^n \mu_i x_i \tag{13}$$

$\mu_i$  表示工厂  $i$  的净化系数， $\delta$  是一个小范围内的随机结果，，大于 0，远小于 1。 $\mu_i$  也满足这一要求。

我们用  $H$  来描述栖息地减少的影响。可以看出，栖息地减少对  $N_i$  值的影响，如式 14 所示。

$$N_i(t) = N_0^i \cdot H(t) \tag{14}$$

其中  $H$  可由栖息地减少比例确定， $A$  为当前栖息地面积， $A_0$  为初始栖息地面积，如式 15 所示。

$$H(t) = \frac{A(t)}{A_0} \tag{15}$$

(2)模拟使用真实情况

考虑到以下真实情况，工厂从 25 日开始建在这个区域。在接下来的三个月里，污染 $\delta$ 保持稳定，而栖息地面积  $A$  则随着建设进度而减少。3 个月后，污染不再增加，栖息地面积仍保持稳定，如表 12 所示。

表 12:污染与栖息地变化情况

month	[1,24]	25	26	27	[28,48]
$H$	1	0.9	0.8	0.7	0.7
$\delta$	0	[0.02,0.06]			

下图是仅考虑污染、仅考虑生境变化、两者都考虑时四种植物的数量变化情况，如图 16(a)、16(b)、16(c)所示。代码见附录-清单 4。

可以发现，只有栖息地减少与只有污染相比，在第 25 个月显示出植物数量的显著下降。当两者都考虑时，25 个月后植物数量急剧下降到一个较低的水平，比其他两种情况更为严重。



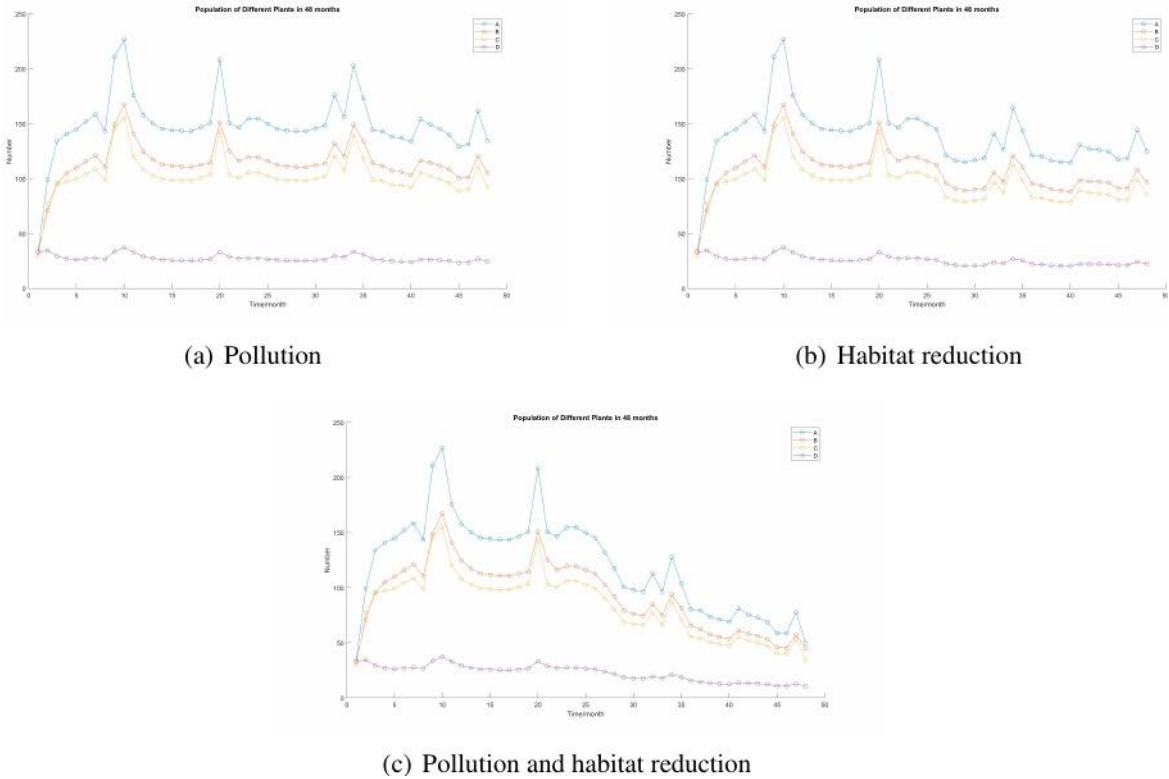


图 16:干旱严重程度和频率的影响

### 4.2.5 确保社区生存能力的建议

首先，通过 4.1.1 中不规则干旱周期对植物数量的变化和 4.2.3 中干旱频率的影响，可以发现，在

充足降水和长期稳定的条件。因此，我们可以通过在干旱月份进行适当的人工降雨来保证植物群落的稳定性和多样性。

其次，从 4.2.1 可以发现，适当增加物种数量也有利于保证植物群落的长期生存能力。此外，4.2.2 表明，敏感类型的数量随降水波动较大，而耐旱类型在降水充足时期竞争激烈。因此，两类植物混种也有利于群落的稳定，扬长避短。

最后，减少附近地区的污染排放，改善干旱地区的生存环境，增加植物栖息地的数量，也会对维持群落的生存能力起到积极的作用。

### 4.3 敏感性分析

考虑到模型的一些初始参数在模拟实验过程中不会发生变化，如  $L_i$ 、 $N_i^0$  和  $k_i$  等，因此，基于 4.2.2 中的混合类型，我们将植物 A、B、C、D 的上述参数分别调整  $\pm 5\%$  和  $\pm 10\%$ ，计算出 4 种植物 48 个月的平均总生物量，如图 17 所示。为了进行准确的定量分析，我们计算了 A、B、C、D 四种植物参数变化  $\pm 5\%$ 、 $\pm 10\%$  时，平均总生物量的变化比例，见表 13。

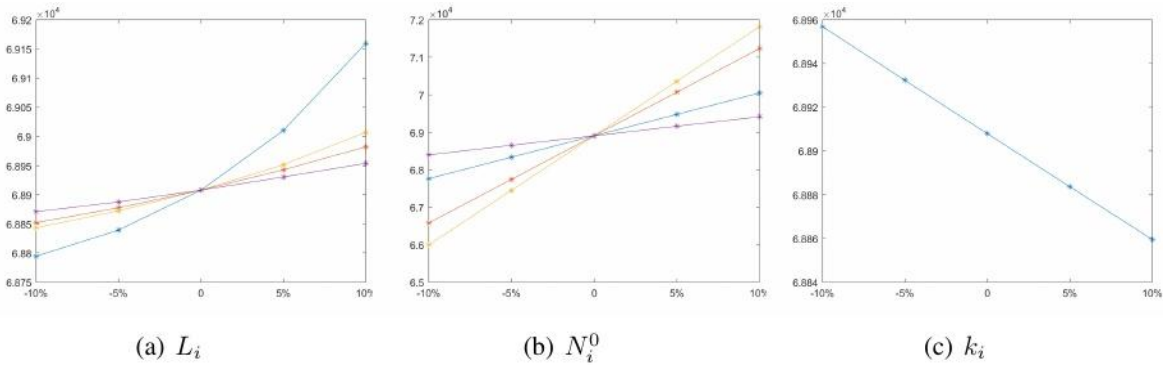


图 17:生物量与参数  $L_i$ 、 $N_i$ 、 $k$  之间的敏感性分析

表 13:总生物量与植物参数之间的敏感性分析

Plant	$L_i$				$N_i^0$				$k_i$			
	-10%	-5%	5%	10%	-10%	-5%	5%	10%	-10%	-5%	5%	10%
A(%)	0.164	0.100	0.148	0.366	1.656	0.829	0.829	1.66	0.071	0.035	0.035	0.070
B(%)	0.081	0.044	0.051	0.107	3.38	1.69	1.69	3.38				
C(%)	0.094	0.052	0.064	0.144	4.23	2.11	2.11	4.23				
D(%)	0.053	0.029	0.033	0.067	0.737	0.369	0.369	0.737				

从图 17 和表 13 中的数据可以发现，总生物量随  $N_{i0}$  的变化比较明显。但三个参数对总生物量的影响较小，且在可接受范围内，这在一定程度上反映了模型的鲁棒性。

4.4 模型优化

在 4.1.2 中，我们使用一阶差分方程来求解 48 个月内 4 个植物数量的变化。采用四阶龙格-库塔公式对求解模型进行优化。代码如附录清单 3 所示。

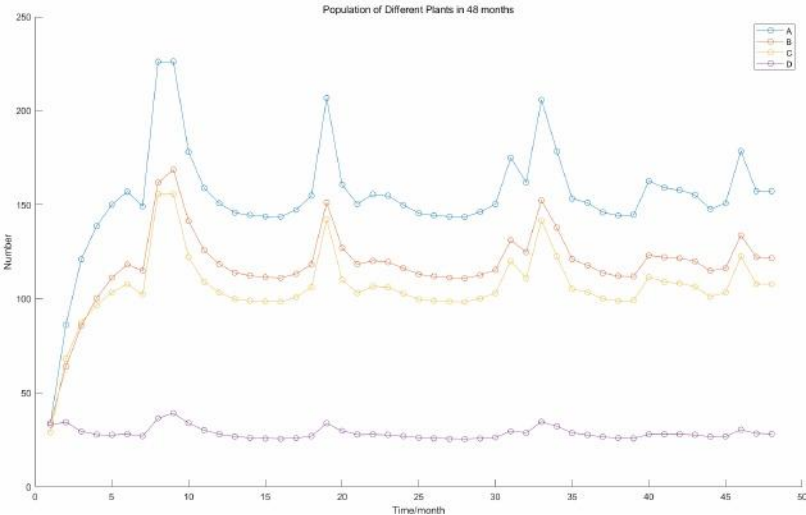


图 18:48 个月内 4 株植物的数量(优化后)

对比图 4 和图 18 可以发现，图 18 的种群变化更加平滑，并没有明显减少，因此优化后的模型可以更准确地预测种群变化。

5 模型评价

5.1 优势

- 利用 Logistic 增长模型，创新性地构建了考虑物种相互作用、干旱程度、污染和栖息地减少等多因素的修正模型。
- 利用生物量构建一个合理的模型来评价某一植物群落的效益程度。
- 利用蒙特卡罗方法构建不同干旱频率和程度的降水分布。
- 采用四阶龙格-库塔法求解模型。结果更加准确。

5.2 缺点

- 没有充分考虑到更多的植物类型和物种数量。
- 该模型对极端气候不具有鲁棒性。
- 一些变量的函数可以从线性关系转变为更复杂的关系。



## References

- [1] Average precipitation statistics of major cities in China, China Statistical Yearbook
- [2] Yang Haotian, Li Xinrong, Liu Lichao, Jia Rongliang, Wang Zengru, Li Xiaojun, Li Gang. Biomass allocation of four shrubs in desert grassland [J]. Journal of Desert Research, 2013, 33(5): 1340-1348 (Chinese)
- [3] Yu, Xiao, Ruo-Xuan Ji, Yuan Chang, Chao Shen, Hui-Hong Guo, Xin-Li Xia, Wei-Lun Yin, and Chao Liu. "Growth Stability of Four Drought Resistant Plant Species in Different Regions." *Ying Yong Sheng Tai Xue Bao* 32.12 (2021): 4212-222. Web.
- [4] Farooq, M., A. Wahid, N. Kobayashi, D. Fujita, and S. M. A. Basra. "Plant Drought Stress: Effects, Mechanisms and Management." *Agronomy for Sustainable Development* 29.1 (2009): 185-212. Web.
- [5] Descamps, Charlotte, Muriel Quinet, and Anne-Laure Jacquemart. "The Effects of Drought on Plant–pollinator Interactions: What to Expect?" *Environmental and Experimental Botany* 182 (2021): 104297. Web.
- [6] Luo, Ruiping, and Benjamin Gilbert. "Timing of Short-term Drought Structures Plant–herbivore Dynamics." *Oikos* 2022.1 (2022): N/a. Web.
- [7] Patel, Jaykumar, and Avinash Mishra. "Plant Aquaporins Alleviate Drought Tolerance in Plants by Modulating Cellular Biochemistry, Root-architecture, and Photosynthesis." *Physiologia Plantarum* 172.2 (2021): 1030-044. Web.
- [8] Born, Norman, David Behringer, Sascha Liepelt, Sarah Beyer, Michael Schwerdtfeger, Birgit Ziegenhagen, and Martin Koch. "Monitoring Plant Drought Stress Response Using Terahertz Time-Domain Spectroscopy." *Plant Physiology (Bethesda)* 164.4 (2014): 1571-577. Web.
- [9] Liu, Yanrong, Dedai Jiang, Jianping Yan, Kexin Wang, Shiwen Lin, and Wanjun Zhang. "ABA-insensitivity of Alfalfa (*Medicago Sativa* L.) during Seed Germination Associated with Plant Drought Tolerance." *Environmental and Experimental Botany* 203 (2022): 105069. Web.
- [10] Chen, Huiying, Kunxian Tang, Yuanmin Sun, Luchun Cai, and Hui Song. "Drought-tolerant Plants Screening and Drought-resistant Technology Research for Island Vegetation Restoration." *Ying Yong Hai Yang Xue Xue Bao = Journal of Applied Oceanography* 35.2 (2016): 223-28. Web.
- [11] Zhang, Min, Lin Yang, Ruqian Hao, Xiaoxiong Bai, Ying Wang, and Xuan Yu. "Drought tolerant Plant Growth-promoting Rhizobacteria Isolated from Jujube (*Ziziphus Jujuba*) and Their Potential to Enhance Drought Tolerance." *Plant and Soil* 452.1-2 (2020): 423-40. Web.
- [12] <https://www.52112.com/pic/30647.html>
- [13] <https://www.zcool.com.cn/work/ZMzcwNDaZNDQ=.html>

## 附录

以下是我们在模型中使用的部分键代码。

清单 1:预测四种植物数量的变化

```
1 for j = 1:(NumofMonth-1)
2 ri = 0.5*Li./(1+exp(k*D(j)));
3 ksigma = 0.002*ones(4,4);
4 s0 = 0.5*ones(4,4);
5 sigma = -ksigma.*(s(j)-s0);
6 for counti = 1:4
7 for countj = 1:4
8 if countj == counti
9 sigma(countj,counti) = 1;
10 end
11 end
12 end
13 tmp1 = 1- sigma*(x(j,:)./Ni)' ;
14 Ni = (1-0.6*(s(j+1)-0.5))*[200 153 137 36];
15 x(j+1,:) = x(j,:) + x(j,:).*ri.*(tmp1' );
16 end
```

清单 2:生成干旱频率和程度更高的降水数据

```
1 clear
2 % genarate a new kind of climate
3 P = xlsread("T and rainfall.xlsx",' sheet2' , ' E2:E49' );
4
5 h = histogram(P,0:5:120);
6 times = h.Values;
7
8 f0 = times/sum(times);
9 % stem(2.5:5:117.5,f0)
10 reference0 = cumsum(f0);
11 myrand = rand(60,1);
12 myrainfall0 = zeros(60,1);
13 for i = 1:60
14 for j = 1:24
15 if myrand(i)<=reference0(j)
16 myrainfall0(i) = unifrnd(5*(j-1),5*j);
17 break
18 end
19 end
20 end
21
22 plot(myrainfall0)
23
24 f1 = f0;
25 f1(24) = 0;
26 f1(18) = 0.1*f0(18);
27 f1(3) = f0(3)+0.9*f0(18)+f0(24);
28 reference1 = cumsum(f1);
29 myrand = rand(60,1);
30 myrainfall1 = zeros(60,1);
31 for i = 1:60
32 for j = 1:24
33 if myrand(i)<=reference1(j)
34 myrainfall1(i) = unifrnd(5*(j-1),5*j);
35 break
36 end
37 end
38 end
39 plot(myrainfall1)
40 % save myrainfall1.mat myrainfall1
41
42 f2 = f0;
43 f2(9:10) = f0(1:2);
44 f2(1:2) = f0(9:10);
45 reference2 = cumsum(f2)
```

```

46 myrand = rand(60,1);
47 myrainfall2 = zeros(60,1);
48 for i = 1:60
49 for j = 1:24
50 if myrand(i)<=reference2(j)
51 myrainfall2(i) = unifrnd(5*(j-1),5*j);
52 break
53 end
54 end
55 end
56 plot(myrainfall2)
57 % save myrainfall2.mat myrainfall2

```

Listing 3: Optimized model using the fourth-order Runge-Kutta method

```

1 for j = 1:(NumofMonth-1)
2 ri = 0.5*Li./(1+exp(-k*s(j)));
3 sigma = -ksigma.*(s(j)-s0);
4 for counti = 1:4
5 for countj = 1:4
6 if countj == counti
7 sigma(countj,counti) = 1;
8 end
9 end
10 end
11 % Runge-Kutta method
12 f = zeros(4,4);
13 f(1,:) = fi(x,sigma,Ni,ri,j,0);
14 f(2,:) = fi(x,sigma,Ni,ri,j,f(1, :));
15 f(3,:) = fi(x,sigma,Ni,ri,j,f(2, :));
16 f(4,:) = fi(x,sigma,Ni,ri,j,2*f(3, :));
17
18 x(j+1,:) = x(j,:) + 1/6*(f(1,:)+2*f(2,:)+2*f(3,:)+f(4,:));
19 for count = 1:4
20 if x(j+1,count)<0
21 x(j+1,count) = 0;
22 end
23 end
24 Ni = (1-0.6*(s(j+1)-0.5))*[200 153 137 36];
25 end
26 function dx = fi(x,sigma,Ni,ri,j,f)
27 x(j,:) = x(j,:) + 0.5*f;
28 tmp0 = zeros(1,4);
29 for count = 1:4
30 if Ni(count)<1
31 tmp0(count) = 0;
32 else
33 tmp0(count) = x(j,count)/Ni(count);
34 end
35 end
36 tmp1 = 1- sigma*(x(j,:)/Ni)' ;
37 dx = x(j,:).*ri.*(tmp1' );
38 end

```

清单 4:考虑污染和栖息地减少的模拟

```

1 for j = 1:(NumofMonth-1)
2 ri = 0.5*Li./(1+exp(-k*T(j)));
3 sigma = -ksigma.*(T(j)-s0);
4 PO = PO+delta(j)-mu*sum(x(j,:));
5 if PO<0
6 PO = 0;
7 end
8 T(j) = s(j)+PO;
9 for counti = 1:4
10 for countj = 1:4
11 if countj == counti
12 sigma(countj,counti) = 1;
13 end

```

```

14 end
15 end
16 f = zeros(4,4);
17 f(1,:) = fi(x,sigma,Ni,ri,j,0);
18 f(2,:) = fi(x,sigma,Ni,ri,j,f(1, :));
19 f(3,:) = fi(x,sigma,Ni,ri,j,f(2, :));
20 f(4,:) = fi(x,sigma,Ni,ri,j,2*f(3, :));
21
22 x(j+1,:) = x(j,:) + 1/6*(f(1,:)+2*f(2,:)+2*f(3,:)+f(4,:));
23 for count = 1:4
24 if x(j+1,count)<0
25 x(j+1,count) = 0;
26 end
27 end
28 Ni = H(j)*(1-0.6*(T(j)-0.5))*[200 153 137 36];
29
30 end
31 function dx = fi(x,sigma,Ni,ri,j,f)
32 x(j,:) = x(j,:) + 0.5*f;
33
34 tmp0 = zeros(1,4);
35 for count = 1:4
36 if Ni(count)<1
37 tmp0(count) = 0;
38 else
39 tmp0(count) = x(j,count)/Ni(count);
40 end
41 end
42
43 tmp1 = 1- sigma*(x(j,:)./Ni)' ;
44 dx = x(j,:).*ri.*(tmp1' );
45 end

```