

## 応用幾何 ma・pa 演習 05 解答例.

(2023.10.27)

曲線  $C: \mathbf{x}(t) = (\cos t, \sin t, t)$  ( $t \in \mathbb{R}$ ) を考える.

(i) 速度ベクトル  $\mathbf{x}'(t)$  及び 速度  $\|\mathbf{x}'(t)\|$  を求めよ.

(ii) 弧長関数  $s(t) = \int_0^t \|\mathbf{x}'(t)\| dt$  を求めよ.

(iii) 逆関数  $t = t(s)$  を求めよ.

(iv)  $C$  の 弧長パラメータ表示  $\mathbf{x}(s) = \mathbf{x}(t(s))$  を求めよ.

(v) 加速度ベクトル  $\ddot{\mathbf{x}}(s)$  を求めよ.

(vi) 曲率関数  $\kappa(s)$  を求めよ.

(解答例)

$$(i) \quad \mathbf{x}'(t) = (-\sin t, \cos t, 1) \quad \|\mathbf{x}'(t)\| = \sqrt{\sin^2 t + \cos^2 t + 1} = \sqrt{2}$$

$$(ii) \quad s(t) = \int_0^t \|\mathbf{x}'(t)\| dt = \int_0^t \sqrt{2} dt = \sqrt{2} t$$

$$(iii) \quad t = \frac{s}{\sqrt{2}}$$

$$(iv) \quad \mathbf{x}(s) = \left( \cos \frac{s}{\sqrt{2}}, \sin \frac{s}{\sqrt{2}}, \frac{s}{\sqrt{2}} \right)$$

$$(v) \quad \ddot{\mathbf{x}}(s) = \left( -\frac{1}{2} \cos \frac{s}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{2} \sin \frac{s}{\sqrt{2}}, 0 \right) = -\frac{1}{2} \left( \cos \frac{s}{\sqrt{2}}, \sin \frac{s}{\sqrt{2}}, 0 \right)$$

$$(vi) \quad \kappa(s) = \|\ddot{\mathbf{x}}(s)\| = \frac{1}{2} \left\| \left( \cos \frac{s}{\sqrt{2}}, \sin \frac{s}{\sqrt{2}}, 0 \right) \right\| = \frac{1}{2}$$