

応用幾何 ma・pa 演習 03 解答例.

(2022.10.14)

曲線 $C: \mathbf{x}(t) = (3t, 3t^2, 2t^3) \ (t \in \mathbb{R})$ を考える.

- (i) 速度ベクトル $\mathbf{x}'(t)$ 及び 速度 $\|\mathbf{x}'(t)\|$ を求めよ.
- (ii) 点 $\mathbf{x}(1)$ における C の接線を求めよ
- (iii) この曲線の $t=0$ から $t=t$ までの弧長 $s(t)$ を求めよ.

(解答例)

(i) $\mathbf{x}'(t) = (3, 6t, 6t^2)$

$$\|\mathbf{x}'(t)\|^2 = 9 + 36t^2 + 36t^4 = (3 + 6t^2)^2 \quad \therefore \|\mathbf{x}'(t)\| = |3 + 6t^2| = 3 + 6t^2$$

- (ii) 点 $\mathbf{x}(1) = (3, 3, 2)$ を通り, 速度ベクトル $\mathbf{x}'(1) = (3, 6, 6)$ に平行だから, 求める接線の方程式は

$$\frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{6} = \frac{z-2}{6} \quad \therefore 2(x-3) = y-3 = z-2 \quad \therefore \begin{cases} y = 2x - 3 \\ z = 2x - 4 \end{cases}$$

(iii) $s(t) = \int_0^t \|\mathbf{x}'(u)\| du = \int_0^t (3 + 6u^2) du = \left[3u + 2u^3 \right]_0^t = 3t + 2t^3$