

## 応用幾何 ma・pa 演習 09 解答例.

(2023.12.01)

$xyz$  空間において、原点を通りベクトル  $\mathbf{v} = (1, 1, 1)$  に平行な直線  $\ell$  をとり、 $\ell$  の周りの角速度  $\omega = 3$  (一定) の回転運動を考える。ただし、回転の向きは  $\mathbf{v}$  に対して右ネジの向きとする。

- (i) この回転運動の角速度ベクトル  $\boldsymbol{\omega}$  を求めよ。
- (ii) この回転運動の速度ベクトル場  $\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \mathbf{v}(x, y, z)$  を求めよ。
- (iii)  $\mathbf{v}(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$  を満たす実 3 次正方行列  $A$  を求めよ。
- (iv) この回転運動の流れの概略図を描け。

(解答例)

- (i)  $\boldsymbol{\omega} = c\mathbf{v}$  ( $c > 0$ ) とおける。

$$3 = \|\boldsymbol{\omega}\| = c\|\mathbf{v}\| = \sqrt{3}c \quad \therefore c = \sqrt{3} \quad \therefore \boldsymbol{\omega} = \sqrt{3}(1, 1, 1)$$

$$(ii) \mathbf{v}(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{x} = \sqrt{3}\mathbf{v} \times \mathbf{x} = \sqrt{3} \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \end{vmatrix} = \sqrt{3}(z - y, x - z, y - x)$$

$$(iii) A = \sqrt{3} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\because \mathbf{v}(\mathbf{x}) = \sqrt{3}(z - y, x - z, y - x) = \sqrt{3} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix})$$

(iv)

