

応用幾何 ma・pa 演習 10 解答例.

(2023.12.08)

- (1) \mathbb{R}^3 上の関数 $f(x, y, z) = xyz$ の外微分 df を求めよ.
- (2) \mathbb{R}^3 上の 1 次微分形式 $\alpha = z dx + x dy + y dz$ の外微分 $d\alpha$ を求めよ.
- (3) \mathbb{R}^3 上の 2 次微分形式 $\eta = x dy \wedge dz + y dz \wedge dx + z dx \wedge dy$ の外微分 $d\eta$ を求めよ.

(解答例)

- (1) $df = f_x dx + f_y dy + f_z dz = yz dy + xz dy + xy dz$
- (2) $d\alpha = (\partial_y y - \partial_z x) dy \wedge dz + (\partial_z z - \partial_x y) dz \wedge dx + (\partial_x x - \partial_y z) dx \wedge dy$
 $= 1 dy \wedge dz + 1 dz \wedge dx + 1 dx \wedge dy$
- (3) $d\eta = (\partial_x x + \partial_y y + \partial_z z) dx \wedge dy \wedge dz = 3 dx \wedge dy \wedge dz$