演習（１）

- 10進数で表現されたn桁の正の数xとして $a_{n-1}a_{n-2}\ldots a_1a_0(a_{n-1}\neq 0)$を考える。このとき、xを 9で割った余りは、$a_0+a_1+\cdots+a_{n-1}$を9で割った余りと等しい。このことを合同式の性質を使って説明しなさい

（例）695973を9で割ると余りは3。また、6+9+5+9+7+3=39であり、39を9で割ると余りは3になっている。
（39を9で割った余りを求める際も、3+9=12、1+2=3というようにこの方法を繰り返し適用すればよい）

演習（１）Answer

- 数xは、$x=\sum_{i=0}^{n-1} a_i \times 10^i$と表現できる。従って、

$$x(mod\ 9)=\sum_{i=0}^{n-1}(a_i \times 10^i\ (mod\ 9))$$
$$=\sum_{i=0}^{n-1}(a_i(mod\ 9)) \times (10^i(mod\ 9))$$

と変形できる（定理１を使った）。また、$10^i(mod\ 9)=(10\ mod\ 9)^i=1^i=1$であるので（これも定理１を使った）、結局

$$x(mod\ 9)=\sum_{i=0}^{n-1} a_i\ (mod\ 9)$$

である。

演習（２）

- 前問と同様に、数xを10進数n桁の正の数とする。このとき、xを11で割った余りを求める便利な方法を前問にならって考えよ。

演習（２）Answer

- 数$x = \sum_{i=0}^{n-1} a_i \times 10^i$ とするとき、数xを11で割った余りは、
$$\sum_{i=0}^{n-1} (-1)^i \times a_i$$
を11で割った余りに等しい。
10 = -1 (mod 11)であることに注意すること。

- （例）695973を11で割った余りは、3である。一方、
-6+9-5+9-7+3=3 であり、これを11で割った余りも3である。
- 上記の証明は各自で考えてみること。

演習（３）

1. 数9798と4278の最大公約数gをユークリッドの互除法を使って求めなさい。
2. また、g=9798s+4278t となる整数s,tを拡張ユークリッドの互除法を使って求めなさい。

演習（3）Answer

1. 最大公約数は、138
2. 138=9798×7-4278×16 である。
   つまり、s=7、t=-16

答えが違っていた者は、必ず見直して正解を導き出しておくこと。