

応用幾何 ma・pa 演習 06 解答例.

(2023.11.10)

次の関数を考える. $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}: f(x, y, z) = x^2 + y + e^z$

(1) $\text{grad } f$ を求めよ.

(2) 等位面 $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid f(x, y, z) = 3\}$ を考える.

点 $\mathbf{p} = (1, 1, 0)$ における S の接平面 π を求めよ.

(3) 関数 $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ は次の条件を満たすとする. $\text{grad } g = (x, y, z), \quad g(\mathbf{p}) = -1$

このとき, $\text{grad}_{\mathbf{p}}(fg)$ を求めよ.

(解答例)

(1) $\text{grad } f = (2x, 1, e^z)$

(2) π は点 \mathbf{p} を通り ベクトル $\text{grad}_{\mathbf{p}} f = (2, 1, 1)$ と直交する.

$\therefore \pi$ の方程式は $2(x-1) + 1(y-1) + 1z = 0 \quad \therefore 2x + y + z = 3$

(3) $\text{grad}_{\mathbf{p}}(fg) = f(\mathbf{p}) \text{grad}_{\mathbf{p}} g + g(\mathbf{p}) \text{grad}_{\mathbf{p}} f = 3(1, 1, 0) - 1(2, 1, 1) = (1, 2, -1)$