| 実験日 | 2023　年 07　月 05　日 | |
|---|---|---|
| | 実験開始時刻 | 実験終了時刻 |
| 時刻 | 12:57 | 15:01 |
| 天候 | 雨 | 雨 |
| 気温 | 23.0[°C] | 23.2[°C] |
| 湿度 | 75[%] | 75[%] |
| 気圧 | 998.0[hPa] | 998.1[hPa] |

（気温、湿度、気圧が不明の場合は不明と記す）

| 学生番号 | 22122003 | 実験日 | 2023/07/05 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 表紙 | 時刻･天候等(表)，実験題目，報告者･共同実験者名，ﾎｯﾁｷｽ綴じ | | | | | |
| 構成 | 目的，理論，方法，データ，計算，結果，考察 | | | | | |
| 理論 | 理論式，式の説明，式の導出、説明不足，論理性，単位 | | | | | |
| 方法 | 方法が違う，欠落，図，表，説明不足 | | | | | |
| 測定 | 計測ミス，箇所，5回以上，器具（選択･使用法･目分量まで） | | | | | |
| データ | 生データ（表），有効数字，単位欠落，単位間違い | | | | | |
| 表 | 番号，タイトル，記載位置，ページ内，罫線，桁揃え，0，単位 | | | | | |
| 計算 | 理論式，途中計算，誤差計算，最小二乗法，価値平均，計算ミス，単位 | | | | | |
| 有効数字 | 計算時考慮，四捨五入，誤差1桁，最確値，数値表記，指数表示 | | | | | |
| グラフ･図 | 番号，タイトル，記載位置，軸の罫線，軸名･単位，目盛り線と値 | | | | | |
| グラフの線 | 測定点（ﾌﾟﾛｯﾄ），実験式(直線･曲線)，線の区別（実線･破線･色） | | | | | |
| 結果 | まとめて表示する，実験目的との対応，単位 | | | | | |
| 考　察 | どのようなことが結論づけできるか | | | | | |
| | 結果の比較検討（公称値，他の測定値，予測値） | | | | | |
| | 誤差の評価（原因，定性的，定量的，なし，少ない，あと一息） | | | | | |
| | 実験方法の改良点，改良により定量的に期待できること | | | | | |
| | 結果からどのような理解が得られるか | | | | | |
| その他 | 未完成，追加実験，形状から計算，理解不足，出展記載 | | | | | |
| 提出 | | | | | | |
| 返却 | | | | | | |

実験題目

# 小球落下法(Falling Ball)による液体の粘性係数の測定

| | 課程名 | 学生番号 | 氏　　名 |
|---|---|---|---|
| 実験報告者 | 情報工学課程 | 22122003 | 阿波野　隼英 |
| 共同実験者 | 情報工学課程 | 22122001<br>22122002 | AHMAD ZAID BIN ROSLI<br>新井　香澄 |

# 1 目的

小球落下法により，高粘度の液体の粘性係数を求めること.

# 2 理論

## 算術平均の確率誤差

$$r_a = \pm 0.6745\sqrt{\frac{[v^2]}{n(n-1)}} \tag{1}$$

$$[v^2] = \sum_{i=1}^{n} v_i^2 = \sum_{i=1}^{n}(q_i - \bar{q})^2 \tag{2}$$

$$Q = F(q_i, q_2, ...) \tag{3}$$

$Q :, q_1, q_2, \ldots$ 　の誤差をそれぞれ　$r : r_1, r_2, ...$ 　として，

$$r^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial q_1} r_1\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial q_2} r_2\right)^2 + \ldots \tag{4}$$

$q_i$ : 測定値, $n$ : 測定回数, $\bar{q}$ : 平均値

## 価値平均

確率誤差の違う測定値を平均する場合.
同一物理量を種々の方法で測定して，$X_i \pm E_i (i = 1, 2, 3, \ldots)$ を得た時,
その最確値 $X_0$ 確率誤差 $E_0$ は次のようにして求められる.

誤差の分布は，$f(x) = \dfrac{h}{\sqrt{\pi}} exp(-h^2 x^2)$ で表される. $h_i = \dfrac{1}{E_i}, x_i = X_0 - X_i$とすると

$x_i$の確率は，$f(x_i) = \dfrac{h_i}{\sqrt{\pi}} exp(-h_i^2 (X_0 - X_i)^2)$

したがって，これらの誤差が同時に起こる確率は，$f(x_1) \cdot f(x_2) \cdot \ldots f(x_n) = \dfrac{h_1 h_2 \ldots h_n}{\sqrt{\pi^n}} exp(-\sum_i^n h_i^2 (X_0 - X_i)^2)$.

これが最大となるには，$\sum_i^n h_i^2 (X_0 - X_i)^2$が最小となるので,

$$\frac{\partial \sum_i^n h_i^2 (X_0 - X_i)^2}{\partial X_0} = 0 \Longrightarrow \frac{\partial (h_1^2 (X_0 - X_1)^2 + h_2^2 (X_0 - X_2)^2 + \cdots + h_n^2 (X_0 - X_n)^2)}{\partial X_0} = 0$$

$$\Longleftrightarrow 2h_1^2 (X_0 - X_1) + 2h_2^2 (X_0 - X_2) + \cdots + 2h_n^2 (X_0 - X_n) = 0$$

$\iff (h_1^2+h_2^2+\cdots+h_n^2)X_0-(h_1^2X_1+h_2^2X_2+\ldots h_n^2X_n)=0$

$\therefore X_0=\dfrac{h_1^2X_1+h_2^2X_2+\ldots h_n^2X_n}{h_1^2+h_2^2+\cdots+h_n^2}=\dfrac{\sum_i^n h_i^2X_i}{\sum_i^n h_i^2}$

$h_i=\dfrac{1}{E_i}$ より，最確値 $X_0$は,

$$X_0=\frac{\sum_i^n\left(\frac{X_i}{E_i^2}\right)}{\sum_i^n\left(\frac{1}{E_i^2}\right)} \tag{5}$$

となる．

また，確率誤差 $E_0$は誤差伝播の法則を用いて

$E_0^2=\sum_i^n\left(\dfrac{\partial X_0}{\partial X_i}E_i\right)^2=\left(\dfrac{\partial X_0}{\partial X_1}E_1\right)^2+\left(\dfrac{\partial X_0}{\partial X_2}E_2\right)^2+\cdots+\left(\dfrac{\partial X_0}{\partial X_n}E_n\right)^2$

$=\left(\dfrac{\left(\frac{1}{E_1^2}\right)}{\sum_i^n\left(\frac{1}{E_i^2}\right)}E_1\right)^2+\left(\dfrac{\left(\frac{1}{E_2^2}\right)}{\sum_i^n\left(\frac{1}{E_i^2}\right)}E_2\right)^2+\cdots+\left(\dfrac{\left(\frac{1}{E_n^2}\right)}{\sum_i^n\left(\frac{1}{E_i^2}\right)}E_n\right)^2$

$=\dfrac{\sum_i^n\left(\frac{1}{E_i^2}\right)}{\left(\sum_i^n\left(\frac{1}{E_i^2}\right)\right)^2}=\dfrac{1}{\sum_i^n\left(\frac{1}{E_i^2}\right)}$

したがって，確率誤差 $E_0$ は,

$$E_0=\pm\sqrt{\frac{1}{\sum_i^n\left(\frac{1}{E_i^2}\right)}} \tag{6}$$

### 粘性係数の導出

粘性係数$\eta$，密度$\rho$なる液体中を半径 $r$，密度$\sigma$なる球が速度$\nu$で運動する場合,

球の受ける粘性抵抗力 (上向き)$f$ は **stokes** の式に従い，$r,\eta,\nu$に比例する．

即ち，$f=6\pi r\eta\nu$となる．今，液体中を球が重力によって落下するときの力 (下向き)$f'$は,

浮力を考慮すれば $f'=\dfrac{4}{3}\pi r^3(\sigma-\rho)g(g:$ 重力加速度$)$ となり，球が終速度で落下している時は

これらの 2 力は釣り合っている．即ち $6\pi r\eta\nu=\dfrac{4}{3}\pi r^3(\sigma-\rho)g$ となる．

したがって粘性係数$\eta$は,

$$\eta = \frac{2}{9} g \frac{r^2(\sigma-\rho)}{\nu} \qquad \left[\frac{g}{cm \cdot sec}\right] \tag{7}$$

なお，正確に粘性係数を求めるためには，管壁および管端による補正を入れるべきで，管の半径を $R$, 測定距離を $H$ とすれば，補正後の粘性係数$\eta'$の式は以下となる．

$$\eta' = \frac{2}{9} g \frac{r^2(\sigma-\rho)}{\nu\left(1+2.4\frac{r}{R}\right)\left(1+3.3\frac{r}{H}\right)} \approx \frac{2}{9} g \frac{r^2(\sigma-\rho)}{\nu}\left(1-2.4\frac{r}{R}-3.3\frac{r}{H}\right) \qquad \left[\frac{g}{cm \cdot sec}\right] \tag{8}$$

# 3 実験方法

1. 小球 5 個の各々の直径 D=2r を 5 回ずつシックスネスゲージで測定し，小球を区別するために番号付けをする．例えば $\mathbf{D_1 \ldots D_5}$ とする．ゲージは目分量を含むと $\mathbf{0.000mm}$ まで読める．外側の目盛板の長針が一周すると $\mathbf{1.000mm}$ となり内側の目盛板の短針が「1」を指す．例えば小球の直径 D が約 1mm の場合，零点は $\mathbf{0.***mm}$ となり小球を挟むと $\mathbf{1.***mm}$ となり，小球の直径 $\mathbf{D = 1.***mm - 0.***mm}$ となる．必ず内側の目盛板の数値を忘れずに読む．
2. 小球をピンセットで挟み，メスシリンダ内の液体試料の液面近くで放ち液中を落下させる．小球が一定速度を得る 160ml の目盛り線から 40ml の目盛り線を通過する時間をストップウォッチで測定する．
3. この小球をネットスプーンですくい上げて同じ測定を 1 つの小球に対して 5 度行う．
4. 2. と 3. を 5 個の小球につき順次行う．これは半径の異なる小球の落下速度 v が異なるためである．
5. 時間測定を行った目盛り線の間の距離をノギスで 5 回測定して，各小球の落下速度 $\nu_1 \ldots \nu_5$ を算出する．
6. 液体試料に直接 **hydrometer** を挿入して液体試料の密度 $\rho$ を求める．この時 **hydrometer** と管壁との摩擦の影響を除くために **hydrometer** を静かに放ち液中を沈下して静止した時の液面の数値を読み，その静止した位置から僅かに **hydrometer** を押し沈めて浮上して静止した時の液面の数値とを平均する．これを 5 セット行う．
7. 測定した小球 5 個をなくさないように濾紙で拭き，5 個まとめた質量 M を電子天秤で 5 回測定する．
8. 半径から 5 個の小球の全体積 $V = \frac{4}{3}\pi(r_1^3 + r_2^3 + r_3^3 + r_4^3 + r_5^3)$ を求めて，これで 7. で求めた全質量 M を割ると小球の平均密度 $\sigma = \frac{M}{V}$ が求まる．
9. 以上の測定より，液体試料の測定中の液温における粘性係数 $\eta$ は式 (1) で求められる．忘れずにアルコール棒温度計で液温を測定しておくこと．
10. 各小球ごとに粘性係数 $\eta$(最確値と確率誤差) を求めて，5 つの粘性係数の $\eta$ を価値平均を使って 1 つの粘性係数 $\eta$ にする．

※ 小球は測定中紛失しないように細心の注意を払う．

## 4 データ処理・結果

表 1 $r_1(D_1)$ の測定値

| n | Zero 点 Z[mm] | 直径 $D_1$[mm] | 半径 $r_1 = (D_1 - Z)/2$[mm] | $v_{r_1}$[mm] | $v_{r_1}^2 \times 10^4$ $[mm^2]$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.001 | 1.153 | 0.5760 | 0.0026 | 0.067600 |
| 2 | -0.001 | 1.162 | 0.5815 | 0.0081 | 0.656100 |
| 3 | -0.001 | 1.150 | 0.5755 | 0.0021 | 0.044100 |
| 4 | 0.009 | 1.151 | 0.5710 | -0.0024 | 0.057600 |
| 5 | 0.006 | 1.132 | 0.5630 | -0.0104 | 1.081600 |
| sum | | | 2.8670 | 0.0000 | 1.9070000 |
| ave | | | 0.5734 | | |

したがって，$r_1$の最確値は $r_1 = 0.5734[mm] = 0.05734[cm]$.

確率誤差 $r_{r_1}$は，理論 (1) より，$r_{r_1} = \pm 0.6745\sqrt{\dfrac{1.907000 \times 10^{-4}}{5 \times 4}} = \pm 0.002083[mm] = \pm 0.0002083[cm]$.

表 2 $r_2(D_2)$ の測定値

| n | Zero 点 Z[mm] | 直径 $D_2$[mm] | 半径 $r_2 = (D_2 - Z)/2$[mm] | $v_{r_2}$[mm] | $v_{r_2}^2 \times 10^4$ $[mm^2]$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.000 | 1.379 | 0.6895 | -0.0205 | 4.202500 |
| 2 | -0.001 | 1.399 | 0.7000 | -0.0100 | 1.000000 |
| 3 | 0.001 | 1.471 | 0.7350 | 0.0250 | 6.250000 |
| 4 | -0.001 | 1.472 | 0.7365 | 0.0265 | 7.022500 |
| 5 | 0.000 | 1.378 | 0.6890 | -0.0210 | 4.410000 |
| sum | | | 3.5500 | 0.0000 | 22.885000 |
| ave | | | 0.7100 | | |

したがって，$r_2$の最確値は $r_2 = 0.7100[mm] = 0.07100[cm]$.

確率誤差 $r_{r_2}$は，理論 (1) より，$r_{r_2} = \pm 0.6745\sqrt{\dfrac{22.88500 \times 10^{-4}}{5 \times 4}} = \pm 0.007215[mm] = \pm 0.0007215[cm]$.

表 3 $r_3(D_3)$ の測定値

| n | Zero 点 Z[mm] | 直径 $D_3$[mm] | 半径 $r_3 = (D_3 - Z)/2$[mm] | $v_{r_3}$[mm] | $v_{r_3}^2 \times 10^4$ $[mm^2]$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.000 | 1.097 | 0.549 | 0.0005 | 0.002500 |
| 2 | -0.001 | 1.091 | 0.546 | -0.0020 | 0.040000 |
| 3 | 0.003 | 1.094 | 0.546 | -0.0025 | 0.062500 |
| 4 | -0.001 | 1.100 | 0.551 | 0.0025 | 0.062500 |
| 5 | -0.001 | 1.098 | 0.550 | 0.0015 | 0.022500 |
| sum | | | 2.7400 | 0.0000 | 0.190000 |
| ave | | | 0.5480 | | |

したがって，$r_3$の最確値は $r_3 = 0.5480[mm] = 0.05480[cm]$.

確率誤差 $r_{r_3}$は，理論 (1) より，$r_{r_3} = \pm 0.6745\sqrt{\dfrac{0.190000 \times 10^{-4}}{5 \times 4}} = \pm 0.000657[mm] = \pm 0.0000657[cm]$.

表 4　$r_4(D_4)$ の測定値

| n | Zero 点 Z[mm] | 直径 $D_4$[mm] | 半径 $r_4 = (D_4 - Z)/2$[mm] | $v_{r_4}$[mm] | $v_{r_4}^2 \times 10^4\ [mm^2]$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.001 | 1.159 | 0.5790 | 0.0021 | 0.044100 |
| 2 | -0.001 | 1.142 | 0.5715 | -0.0054 | 0.291600 |
| 3 | -0.001 | 1.154 | 0.5775 | 0.0006 | 0.003600 |
| 4 | 0.000 | 1.152 | 0.5760 | -0.0009 | 0.008100 |
| 5 | -0.001 | 1.160 | 0.5805 | 0.0036 | 0.129600 |
| sum | | | 2.8845 | 0.0000 | 0.477000 |
| ave | | | 0.5769 | | |

したがって，$r_4$の最確値は $r_4 = 0.5769[mm] = 0.05769[cm]$.

確率誤差 $r_{r_4}$は，理論 (1) より，$r_{r_4} = \pm 0.6745\sqrt{\dfrac{0.477000 \times 10^{-4}}{5 \times 4}} = \pm 0.001042[mm] = \pm 0.0001042[cm]$.

表 5　$r_5(D_5)$ の測定値

| n | Zero 点 Z[mm] | 直径 $D_5$[mm] | 半径 $r_5 = (D_5 - Z)/2$[mm] | $v_{r_5}$[mm] | $v_{r_5}^2 \times 10^4\ [mm^2]$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.000 | 1.184 | 0.5920 | 0.0049 | 0.240100 |
| 2 | 0.000 | 1.171 | 0.5855 | -0.0016 | 0.025600 |
| 3 | 0.000 | 1.170 | 0.5850 | -0.0021 | 0.044100 |
| 4 | 0.000 | 1.183 | 0.5915 | 0.0044 | 0.193600 |
| 5 | 0.003 | 1.166 | 0.5815 | -0.0056 | 0.313600 |
| sum | | | 2.9355 | 0.0000 | 0.817000 |
| ave | | | 0.5871 | | |

したがって，$r_5$の最確値は $r_5 = 0.5871[mm] = 0.05871[cm]$.

確率誤差 $r_{r_5}$は，理論 (1) より，$r_{r_5} = \pm 0.6745\sqrt{\dfrac{0.817000 \times 10^{-4}}{5 \times 4}} = \pm 0.001363[mm] = \pm 0.0001363[cm]$.

表 6　$t_1$〜$t_5$ の測定値

| n | $t_1[sec]$ | $t_2[sec]$ | $t_3[sec]$ | $t_4[sec]$ | $t_5[sec]$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 14.44 | 9.56 | 15.77 | 14.38 | 13.70 |
| 2 | 14.47 | 9.53 | 15.80 | 14.67 | 13.60 |
| 3 | 14.34 | 9.59 | 15.59 | 14.12 | 13.90 |
| 4 | 14.39 | 9.50 | 15.70 | 14.22 | 13.69 |
| 5 | 14.11 | 9.60 | 15.70 | 14.26 | 13.65 |
| sum | 71.75 | 47.78 | 78.56 | 71.65 | 68.54 |
| ave | 14.35 | 9.56 | 15.71 | 14.33 | 13.71 |

したがって $t_1$〜$t_5$の最確値は，

$t_1 = 14.35[sec].$

$t_2 = 9.56[sec].$

$t_3 = 15.71[sec].$

$t_4 = 14.33[sec].$

$t_5 = 13.71[sec].$

表 7　$t_1 \sim t_5$ の残差

| n | $v_{t_1}[sec]$ | $v_{t_2}[sec]$ | $v_{t_3}[sec]$ | $v_{t_4}[sec]$ | $v_{t_5}[sec]$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.090 | 0.004 | 0.058 | 0.050 | -0.008 |
| 2 | 0.120 | -0.026 | 0.088 | 0.340 | -0.108 |
| 3 | -0.010 | 0.034 | -0.122 | -0.210 | 0.192 |
| 4 | 0.040 | -0.056 | -0.012 | -0.110 | -0.018 |
| 5 | -0.240 | 0.044 | -0.012 | -0.070 | -0.058 |
| sum | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |

表 8　$t_1 \sim t_5$ の残差の 2 乗

| n | $v_{t_1}^2[sec^2]$ | $v_{t_2}^2[sec^2]$ | $v_{t_3}^2[sec^2]$ | $v_{t_4}^2[sec^2]$ | $v_{t_5}^2[sec^2]$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 81.000 | 0.160 | 33.640 | 25.000 | 0.640 |
| 2 | 144.000 | 6.760 | 77.440 | 1156.000 | 116.640 |
| 3 | 1.000 | 11.560 | 148.840 | 441.000 | 368.640 |
| 4 | 16.000 | 31.360 | 1.440 | 121.000 | 3.240 |
| 5 | 576.000 | 19.360 | 1.440 | 49.000 | 33.640 |
| sum | 818.000 | 69.20 | 262.80 | 1767.00 | 522.80 |

確率誤差 $r_{t_1} \sim r_{t_5}$は，理論 (1) より，

$$r_{t_1} = \pm 0.6745\sqrt{\frac{818.000 \times 10^{-4}}{5 \times 4}} = \pm 0.0431[sec].$$

$$r_{t_2} = \pm 0.6745\sqrt{\frac{69.20 \times 10^{-4}}{5 \times 4}} = \pm 0.0125[sec].$$

$$r_{t_3} = \pm 0.6745\sqrt{\frac{262.80 \times 10^{-4}}{5 \times 4}} = \pm 0.0245[sec].$$

$$r_{t_4} = \pm 0.6745\sqrt{\frac{1767.00 \times 10^{-4}}{5 \times 4}} = \pm 0.0634[sec].$$

$$r_{t_5} = \pm 0.6745\sqrt{\frac{522.80 \times 10^{-4}}{5 \times 4}} = \pm 0.0345[sec].$$

表 9　距離 H の測定値

| n | H[mm] | $v_H[mm]$ | $v_H^2[mm^2]$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 112.60 | -0.240 | 576.000000 |
| 2 | 112.75 | -0.090 | 81.000000 |
| 3 | 112.75 | -0.090 | 81.000000 |
| 4 | 113.10 | 0.260 | 676.000000 |
| 5 | 113.00 | 0.160 | 256.000000 |
| sum | 564.20 | 0.000 | 1670.000000 |
| ave | 112.84 | | |

したがって，$H$ の最確値は $H = 112.84[mm] = 11.284[cm]$.

確率誤差 $r_H$は，理論 (1) より，$r_H = \pm 0.6745\sqrt{\dfrac{1670.000000 \times 10^{-4}}{5 \times 4}} = \pm 0.061635[mm] = \pm 0.0061635[cm]$.

表 10　小球 5 個の質量 M の測定値

| n | M[g] | $v_M[g]$ | $v_M^2[g^2]$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.01328 | -0.00022 | 0.048400 |
| 2 | 0.01343 | -0.00007 | 0.004900 |
| 3 | 0.01350 | 0.00000 | 0.000000 |
| 4 | 0.01361 | 0.00011 | 0.012100 |
| 5 | 0.01368 | 0.00018 | 0.032400 |
| sum | 0.06750 | 0.05400 | 0.097800 |
| ave | 0.01350 | | |

したがって，$M$ の最確値は $M = 0.01350[g]$.

確率誤差 $r_M$は，理論 (1) より，$r_M = \pm 0.6745\sqrt{\dfrac{0.097800 \times 10^{-4}}{5 \times 4}} = \pm 0.00004717[g]$.

表 11　液体の密度 $\rho$ の測定値

| n | 浮上時$\rho_1[g/cm^3]$ | 沈下時$\rho_2[g/cm^3]$ | $\rho((\rho_1+\rho_2)/2)[g/cm^3]$ | $v_\rho[g/cm^3]$ | $v_\rho^2[g^2/cm^6]$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.8770 | 0.8761 | 0.8766 | 0.0002 | 0.000625 |
| 2 | 0.8769 | 0.8760 | 0.8765 | 0.0001 | 0.000225 |
| 3 | 0.8769 | 0.8760 | 0.8765 | 0.0001 | 0.000225 |
| 4 | 0.8768 | 0.8758 | 0.8763 | 0.0000 | 0.000000 |
| 5 | 0.8760 | 0.8755 | 0.8758 | -0.0005 | 0.003025 |
| sum | | | 4.3815 | 0.0000 | 0.004100 |
| ave | | | 0.8763 | | |

したがって,$\rho$の最確値は $M = 0.8763[g/cm^3]$.

確率誤差 $r_\rho$は，理論 (1) より，$r_\rho = \pm 0.6745\sqrt{\dfrac{0.004100 \times 10^{-4}}{5 \times 4}} = \pm 0.00009657370307[g/cm^3]$.

### 物体の密度

まず，体積 $V$ を求める．$V = \dfrac{4}{3}\pi(r_1^3 + r_2^3 + r_3^3 + r_4^3 + r_5^3)$ より，

$V$ の最確値は $V = \dfrac{4}{3}\pi(0.05734^3 + 0.07100^3 + 0.05480^3 + 0.05769^3 + 0.05871^3) = 0.004630158874[cm^3]$.

確率誤差 $r_V$ は, $\dfrac{\partial V}{\partial r_i} = 4\pi r_i^2$ より,

$r_V^2 = \sum_{n=1}^{5}(\dfrac{\partial V}{\partial r_i}r_{r_i})^2 = 16\pi^2\sum_{n=1}^{5}(r_i^2 r_{r_i})^2$

$= 16\pi^2((0.000006847904261)^2 + (0.00003637132411)^2 + (0.000001974262396)^2 + (0.000003466787513)^2 + (0.000004698964297)^2)$

$= 0.0000002223047422[cm^6]$

$\therefore r_V = \pm 0.0004714920383[cm^3]$.

物体の密度$\sigma$を求める. $\sigma = \dfrac{M}{V}$ より,

最確値$\sigma$は$\sigma = \dfrac{0.01350}{0.004630158874} = 2.91566669[g/cm^3]$.

確率誤差 $r_\sigma$ は, $\dfrac{\partial \sigma}{\partial M} = \dfrac{1}{V}, \dfrac{\partial \sigma}{\partial V} = -\dfrac{M}{V^2} = -\dfrac{\sigma}{V}$ より,

$r_\sigma^2 = (\dfrac{\partial \sigma}{\partial M}r_M)^2 + (\dfrac{\partial \sigma}{\partial V}r_V)^2 = (0.01018686358)^2 + (0.2969042031)^2 = 0.08825587802[g^2/cm^6]$

$\therefore r_\sigma = \pm 0.2970789087[g/cm^3]$.

### 落下速度

各小球の落下速度$\nu_1$〜$\nu_5$の最確値および確率誤差を求める.

$\nu = \dfrac{H}{t}$ より, $\dfrac{\partial \nu}{\partial H} = \dfrac{1}{t}, \dfrac{\partial \nu}{\partial t} = -\dfrac{H}{t^2} = -\dfrac{\nu}{t}$. これを用いて, $\nu_1$〜$\nu_5$の最確値および確率誤差を求める.

$\nu_1 = \dfrac{H}{t_1} = \dfrac{11.2840}{14.35} = 0.7863414634[cm/sec]$.

$\nu_2 = \dfrac{H}{t_2} = \dfrac{11.2840}{9.56} = 1.180828799[cm/sec]$.

$\nu_3 = \dfrac{H}{t_3} = \dfrac{11.2840}{15.71} = 0.7181771894[cm/sec]$.

$\nu_4 = \dfrac{H}{t_4} = \dfrac{11.2840}{14.33} = 0.7874389393[cm/sec]$.

$\nu_5 = \dfrac{H}{t_5} = \dfrac{11.2840}{13.71} = 0.8231689524[cm/sec]$.

$r_{\nu_1}^2 = (\dfrac{\partial \nu_1}{\partial H}r_H)^2 + (\dfrac{\partial \nu_1}{\partial t_1}r_{t_1})^2 = (0.004295100109)^2 + (0.002363757301)^2 = 0.00002403523352[(cm/sec)^2]$.

$\therefore r_{\nu_1} = 0.004902574173[cm/sec].$

$r_{\nu_2}^2 = (\frac{\partial \nu_2}{\partial H} r_H)^2 + (\frac{\partial \nu_2}{\partial t_2} r_{t_2})^2 = (0.006449841624)^2 + (0.001550353731)^2 = 0.00004400405367[(cm/sec)^2].$

$\therefore r_{\nu_2} = 0.00663355513[cm/sec].$

$r_{\nu_3}^2 = (\frac{\partial \nu_3}{\partial H} r_H)^2 + (\frac{\partial \nu_3}{\partial t_3} r_{t_3})^2 = (0.003922777913)^2 + (0.001117582965)^2 = 0.00001663717823[(cm/sec)^2].$

$\therefore r_{\nu_3} = 0.004078869725[cm/sec].$

$r_{\nu_4}^2 = (\frac{\partial \nu_4}{\partial H} r_H)^2 + (\frac{\partial \nu_4}{\partial t_4} r_{t_4})^2 = (0.004301094666)^2 + (0.003483821761)^2 = 0.00003063642939[(cm/sec)^2].$

$\therefore r_{\nu_4} = 0.005535018463[cm/sec].$

$r_{\nu_5}^2 = (\frac{\partial \nu_5}{\partial H} r_H)^2 + (\frac{\partial \nu_5}{\partial t_5} r_{t_5})^2 = (0.004496256679)^2 + (0.002070854717)^2 = 0.00002450476339[(cm/sec)^2].$

$\therefore r_{\nu_5} = 0.00495022862[cm/sec].$

## 粘性係数

上記の$\nu_1 \sim \nu_5$に対して，それぞれ粘性係数$\eta_1 \sim \eta_5$の最確値および確率誤差を求める．

理論 (7) より，

$\eta_1 = \frac{r_1^2(\sigma - \rho)}{\nu_1} = 1.856451736[g/(cm \cdot sec)].$

$\eta_2 = \frac{r_2^2(\sigma - \rho)}{\nu_2} = 1.895436429[g/(cm \cdot sec)].$

$\eta_3 = \frac{r_3^2(\sigma - \rho)}{\nu_3} = 1.856559927[g/(cm \cdot sec)].$

$\eta_4 = \frac{r_4^2(\sigma - \rho)}{\nu_4} = 1.876565177[g/(cm \cdot sec)].$

$\eta_5 = \frac{r_5^2(\sigma - \rho)}{\nu_5} = 1.859150900[g/(cm \cdot sec)].$

また，$\frac{\partial \eta}{\partial r} = \frac{4}{9} g \frac{r(\sigma - \rho)}{\nu}, \frac{\partial \eta}{\partial \nu} = -\frac{2}{9} g \frac{r^2(\sigma - \rho)}{\nu^2}, \frac{\partial \eta}{\partial \sigma} = \frac{2}{9} g \frac{r^2}{\nu}, \frac{\partial \eta}{\partial \rho} = -\frac{2}{9} g \frac{r^2}{\nu}$ より，

$r_{\eta_1}^2 = (\frac{\partial \eta_1}{\partial r_1} r_{r_1})^2 + (\frac{\partial \eta_1}{\partial \nu_1} r_{\nu_1})^2 + (\frac{\partial \eta_1}{\partial \sigma} r_\sigma)^2 + (\frac{\partial \eta_1}{\partial \rho} r_\rho)^2$

$= (0.1348646944)^2 + (0.0115743513)^2 + (0.270433296)^2 + (0.00008791181085)^2$

$= 0.09145662674[(g/(cm \cdot sec))^2].$

$\therefore r_{\eta_1} = 0.302417967[g/(cm \cdot sec)].$

$$r_{\eta_2}^2 = (\frac{\partial\eta_2}{\partial r_2} r_{r_2})^2 + (\frac{\partial\eta_2}{\partial\nu_2} r_{\nu_2})^2 + (\frac{\partial\eta_2}{\partial\sigma} r_\sigma)^2 + (\frac{\partial\eta_2}{\partial\rho} r_\rho)^2$$

$$= (0.3852328243)^2 + (0.0106480144)^2 + (0.2761122796)^2 + (0.00008975792129)^2$$

$$= 0.2247557081[(g/(cm \cdot sec))^2].$$

$$\therefore r_{\eta_2} = 0.4740840729[g/(cm \cdot sec)].$$

$$r_{\eta_3}^2 = (\frac{\partial\eta_3}{\partial r_3} r_{r_3})^2 + (\frac{\partial\eta_3}{\partial\nu_3} r_{\nu_3})^2 + (\frac{\partial\eta_3}{\partial\sigma} r_\sigma)^2 + (\frac{\partial\eta_3}{\partial\rho} r_\rho)^2$$

$$= (0.04454532849)^2 + (0.01054428655)^2 + (0.2704490564)^2 + (0.00008791693418)^2$$

$$= 0.07523816809[(g/(cm \cdot sec))^2].$$

$$\therefore r_{\eta_3} = 0.2742957675[g/(cm \cdot sec)].$$

$$r_{\eta_4}^2 = (\frac{\partial\eta_4}{\partial r_4} r_{r_4})^2 + (\frac{\partial\eta_4}{\partial\nu_4} r_{\nu_4})^2 + (\frac{\partial\eta_4}{\partial\sigma} r_\sigma)^2 + (\frac{\partial\eta_4}{\partial\rho} r_\rho)^2$$

$$= (0.0677671553)^2 + (0.01319063915)^2 + (0.273363264)^2 + (0.00008886427785)^2$$

$$= 0.07949386231[(g/(cm \cdot sec))^2].$$

$$\therefore r_{\eta_4} = 0.2819465593[g/(cm \cdot sec)].$$

$$r_{\eta_5}^2 = (\frac{\partial\eta_5}{\partial r_5} r_{r_5})^2 + (\frac{\partial\eta_5}{\partial\nu_5} r_{\nu_5})^2 + (\frac{\partial\eta_5}{\partial\sigma} r_\sigma)^2 + (\frac{\partial\eta_5}{\partial\rho} r_\rho)^2$$

$$= (0.08633970111)^2 + (0.01118023459)^2 + (0.270826489)^2 + (0.00008803962908)^2$$

$$= 0.08092653653[(g/(cm \cdot sec))^2].$$

$$\therefore r_{\eta_5} = 0.284475898[g/(cm \cdot sec)].$$

$\eta_1$〜$\eta_5$の最確値および確率誤差をまとめた表が以下である.

表 12　液体の密度 $\rho$ の測定値

| n | $\eta_i$ $[g/cm \cdot sec]$ | $r_{\eta_i}$ $[g/cm \cdot sec]$ | $\omega_i = 1/r_{\eta_i}^2$ $[(g/cm \cdot sec)^{-2}]$ | $\omega_i\eta_i$ $[(g/cm \cdot sec)^{-1}]$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.856451736 | 0.302417967 | 10.9341448 | 20.2987121 |
| 2 | 1.895436429 | 0.4740840729 | 4.449275208 | 8.433318311 |
| 3 | 1.856559927 | 0.2742957675 | 13.29112637 | 24.6757726 |
| 4 | 1.876565177 | 0.2819465593 | 12.57958754 | 23.60641593 |
| 5 | 1.859150900 | 0.284475898 | 12.35688617 | 22.97331604 |
| sum | 9.344164169 | 1.6172 | 53.61102009 | 99.98753498 |

表 12 より, $\eta$の価値平均をとる.

$$\eta = \frac{\sum \omega_i \eta_i}{\sum \omega_i} = \frac{99.98753498}{53.61102009} = 1.865055632[g/cm \cdot sec].$$

$$r_\eta = \pm\sqrt{\frac{1}{\sum \omega_i}} = \pm\sqrt{\frac{1}{53.61102009}} = \pm 0.136575552[g/cm \cdot sec].$$

$$\eta = 1.865055632 \pm 0.136575552 = 1.865 \pm 0.137[g/cm \cdot sec].$$

## 5 考察

表 12 の$\eta_1$〜$\eta_5$の最確値に着目すると, $\eta_2$と$\eta_4$が他に比べ大きかったが, $\eta_2$に関しては確率誤差も他に比べ大きかったため, 価値平均にはあまり大きな影響がなかった. 一方で, $\eta_4$は重みが他と度程度であったため, 平均に影響を及ぼした. このようになった原因としては, 表 8 からわかるように, $t_4$の計測で軽微な測定のズレ (観測者による誤差) が混じった可能性などが挙げられる.

# ◯参考文献

[1]

『改訂新版　物理学実験』　吉川泰三 1982年 3月発行

[2]

『「実験47．小球落下法」B4版配布1_20220502』