

1 目的

resonance tube により音叉の振動数を測定すること.

2 理論

算術平均の確率誤差

$$r_a = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{[v^2]}{n(n-1)}} \quad (1)$$

$$[v^2] = \sum_{i=1}^n v_i^2 = \sum_{i=1}^n (q_i - \bar{q})^2 \quad (2)$$

$$Q = F(q_1, q_2, \dots) \quad (3)$$

Q : q_1, q_2, \dots の誤差をそれぞれ $r : r_1, r_2, \dots$ として,

$$r^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial q_1} r_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial q_2} r_2 \right)^2 + \dots \quad (4)$$

q_i : 測定値, n : 測定回数, \bar{q} : 平均値

振動数の導出

0°C , 1 気圧における空気中の音の速度を V_0 とすると

$$V_0 = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{1.403 \times 1.013 \times 10^6}{331.4 \times 10^2}} = 331.4 \times 10^2 [\text{cm/sec}] \quad (5)$$

となる. ただし γ は空気の比熱比, p_0 は標準気圧, ρ_0 は空気の密度である.

実際に空気中を音が伝播する時には, その時の温度および湿度に対する補正を行わなければならない.
温度 $t[^\circ\text{C}]$, 気圧 $p[\text{hPa}]$, 水蒸気分圧 $e[\text{hPa}]$ の時の伝播速度 V は,

$$V = V_0(1 + 0.00183t)\{1 + (3/16)(e/p)\} = 331.4 \times 10^2(1 + 0.00183t)\{1 + (3/16)(e/p)\} \quad [\text{cm/sec}] \quad (6)$$

で与えられる.

実験の便宜上同一種類の進行波と後退派との干渉により生ずる定常波 (*stationary wave*) を用いる.

図 1 のように下部に水面がある管中を音波が進行して定常波ができる場合, 粗なる媒質より密なる媒質への反射面では筋 (*node*) を生ずる. すなわち入射波と反射波との間に π radian (すなわち $\lambda/2$ [cm]) なる位相差を考えなければならぬが逆に密より疎への反射面には腹 (*loop*) を生ずるゆえ, 位相差を考える必要はない. このような定常波の節間または腹間の距離は $\lambda/2$ [cm] に等しい. 今昔の波長を λ [cm], 振動数を ν [sec⁻¹] とすれば

$$\nu = V/\lambda \quad [\text{Hz}] \quad (7)$$

となる関係がある. したがって V は (7) を用い, λ を測定して音叉の振動数 ν を計算することができる.

3 実験方法

1. 共鳴管 AB の中に水を入れて水面が管口 A の近くに来るように C を上げる. 水面が A の近くに来た時 C の下の cock を閉じて C を下の方に置いていく. 音叉をゴムハンマー (プラスチック) でたたいて管端に持ってくる. と同時に C の下の cock を開くと, 水面は徐々に下って行くが音叉が水面上の気柱と共鳴する時には音が大きくなり共鳴の位置を知ることができる.
2. 水面が最低位に来た時に C の cock を閉じて C を充分上の方に置き直す.
3. 再び音叉を鳴らしながら C の下の cock を開き水面を上げて前と同様に共鳴点を求めていく.
4. 同様の実験を繰り返して, その共鳴点の位置, N_1, N_2, N_3, \dots を各 2 回読み取り各々 y_1, y_2, \dots とする.
5. 別紙「連続して繰り返される測定」にしたがって共鳴時の波長 λ を求めることができる.
6. 室温 t [°C], 大気圧 p [hPa] および水蒸気分圧 e [hPa] を文末の表より知れば, (6) より, その時の音速 V を求めることができる.
7. λ と V が求まれば (6) にしたがってその音叉の振動数 ν が測定できる.
8. 3 種の音叉につき各音叉の振動数を求める.

*図 2 の上部に示すように定常波の *loop* は開口端 A と厳密には一致しない. 今 N_1 より $\lambda/4$ の点を取り L_0 とすれば L_0 は A より X だけ外になる. すなわち $X = (\lambda/4) - AN_1$ であって X と管の半径 r との比を口端補正 (*terminal correction*) と呼びこれを実験的に定めれば $X/r = 0.55 \sim 0.85$ となる.

*音叉の振動数は温度の上昇と共に少し減少する. 0 [°C] および t [°C] における振動数を ν_0, ν とすれば $\nu_0 = \nu(1 + 0.000112t)$ によって求めた振動数を 0 [°C] の振動数に書き直すこともできる.

*音叉はゴムハンマー (プラスチック) 以外のもので叩いてはならない. 硬いもので強く叩いて傷をつけると振動数に変化を生ずるし, 強く叩いたことにより多くの倍音を生じて正しい音叉の基本音と混乱を生ずる.

表. 水の飽和蒸気圧(e)

単位:[hPa]

| 温度[°C] | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 15 | 17.057 | 17.167 | 17.278 | 17.390 | 17.502 | 17.614 | 17.728 | 17.842 | 17.956 | 18.071 |
| 16 | 18.187 | 18.304 | 18.421 | 18.539 | 18.658 | 18.777 | 18.897 | 19.017 | 19.138 | 19.260 |
| 17 | 19.383 | 19.506 | 19.630 | 19.755 | 19.880 | 20.006 | 20.133 | 20.260 | 20.388 | 20.517 |
| 18 | 20.647 | 20.777 | 20.908 | 21.040 | 21.172 | 21.305 | 21.439 | 21.574 | 21.709 | 21.845 |
| 19 | 21.982 | 22.120 | 22.258 | 22.397 | 22.537 | 22.678 | 22.819 | 22.961 | 23.104 | 23.248 |
| 20 | 23.392 | 23.538 | 23.684 | 23.831 | 23.978 | 24.127 | 24.276 | 24.426 | 24.577 | 24.729 |
| 21 | 24.882 | 25.035 | 25.189 | 25.344 | 25.500 | 25.657 | 25.814 | 25.973 | 26.132 | 26.292 |
| 22 | 26.453 | 26.615 | 26.777 | 26.941 | 27.105 | 27.271 | 27.437 | 27.604 | 27.772 | 27.941 |
| 23 | 28.110 | 28.281 | 28.452 | 28.625 | 28.798 | 28.972 | 29.148 | 29.324 | 29.501 | 29.679 |
| 24 | 29.858 | 30.037 | 30.218 | 30.400 | 30.583 | 30.766 | 30.951 | 31.136 | 31.323 | 31.511 |
| 25 | 31.699 | 31.889 | 32.079 | 32.270 | 32.463 | 32.656 | 32.851 | 33.046 | 33.243 | 33.440 |
| 26 | 33.639 | 33.838 | 34.039 | 34.240 | 34.443 | 34.647 | 34.852 | 35.057 | 35.264 | 35.472 |
| 27 | 35.681 | 35.891 | 36.102 | 36.315 | 36.528 | 36.742 | 36.958 | 37.174 | 37.392 | 37.611 |
| 28 | 37.831 | 38.052 | 38.274 | 38.497 | 38.722 | 38.947 | 39.174 | 39.402 | 39.631 | 39.861 |
| 29 | 40.092 | 40.325 | 40.558 | 40.793 | 41.029 | 41.266 | 41.505 | 41.744 | 41.985 | 42.227 |
| 30 | 42.470 | 42.715 | 42.960 | 43.207 | 43.455 | 43.705 | 43.955 | 44.207 | 44.460 | 44.715 |
| 31 | 44.970 | 45.227 | 45.485 | 45.745 | 46.005 | 46.267 | 46.531 | 46.795 | 47.061 | 47.328 |
| 32 | 47.597 | 47.867 | 48.138 | 48.410 | 48.684 | 48.959 | 49.236 | 49.514 | 49.793 | 50.074 |
| 33 | 50.356 | 50.639 | 50.924 | 51.210 | 51.497 | 51.786 | 52.077 | 52.368 | 52.662 | 52.956 |
| 34 | 53.252 | 53.550 | 53.848 | 54.149 | 54.451 | 54.754 | 55.059 | 55.365 | 55.672 | 55.981 |
| 35 | 56.292 | 56.604 | 56.918 | 57.233 | 57.549 | 57.868 | 58.187 | 58.508 | 58.831 | 59.155 |

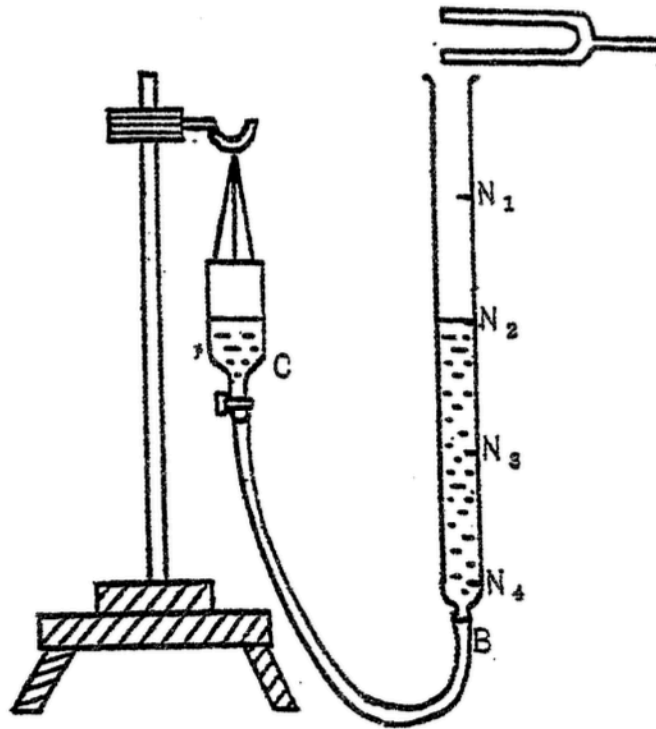
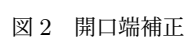


図1 実験装置概略図



4 データ処理・結果

実験を行う前に、使用する管管に記載された 150[cm] の目盛りと実際の長さとのスケールを計測することで、補正値を算出した。

表 1 管の補正

| n | 実測値 [cm] |
|-----|----------|
| 1 | 149.70 |
| 2 | 149.90 |
| 3 | 150.00 |
| 4 | 149.65 |
| 5 | 149.70 |
| Sum | 748.95 |
| Ave | 149.79 |

$\frac{149.79}{150} = 0.9986$ より、実測値に補正値 0.9986 をかけた補正後の値を用いて、波長を求める。

4.1 音叉 1(1400Hz)

波長 λ の導出

表 2 共鳴点の測定値

| n | 1 回目 [cm] | 2 回目 [cm] | 平均値 [cm] | 補正後 N_i [cm] |
|---|-----------|-----------|----------|----------------|
| 1 | 4.80 | 4.75 | 4.78 | 4.77 |
| 2 | 17.80 | 17.40 | 17.60 | 17.58 |
| 3 | 29.55 | 29.65 | 29.60 | 29.56 |
| 4 | 42.30 | 42.45 | 42.38 | 42.32 |
| 5 | 54.15 | 54.20 | 54.18 | 54.10 |
| 6 | 66.75 | 66.80 | 66.78 | 66.68 |
| 7 | 79.20 | 79.30 | 79.25 | 79.14 |

共鳴点の個数が奇数個であるため、桁数が揃っている $N_2 \sim N_7$ のデータを用いて波長を以下のように算出する。

表 3 音叉の波長

| | $(3/2)\lambda = N_{i+3} - N_i$ [cm] | λ [cm] | v_λ [cm] | $v_\lambda^2 \times 10^4$ [cm ²] |
|-----|-------------------------------------|----------------|------------------|--|
| i=2 | 36.52 | 24.349 | -0.200 | 398.88078 |
| i=3 | 37.12 | 24.749 | 0.200 | 398.88078 |
| i=4 | 36.82 | 24.549 | 0.000 | 0.00000 |
| Sum | | 73.647 | 0.000 | 797.76157 |
| Ave | | 24.549 | | |

よって λ の最確値は $\lambda = 24.549$ [cm]。

確率誤差は理論 (1) より, $r_\lambda = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{797.76157 \times 10^{-4}}{3 \times 2}} = \pm 0.077776[cm]$.

伝播速度 V の導出

表 4 温度 t, 気圧 p, 水蒸気の分圧 e の測定値

| n | $t[^\circ C]$ | $p[hPa]$ | $e[hPa]$ |
|-----|---------------|----------|----------|
| 1 | 23.8 | 1001.0 | 29.5010 |
| 2 | 23.8 | 1000.9 | 29.5010 |
| 3 | 23.6 | 1000.9 | 29.1480 |
| 4 | 23.5 | 1000.2 | 28.9720 |
| 5 | 23.5 | 1000.1 | 28.9720 |
| Sum | 118.2 | 5003.1 | 146.0940 |
| Ave | 23.64 | 1000.6 | 29.21880 |

表より, t, p, e の最確値はそれぞれ, $t = 23.64[^\circ C]$, $p = 1000.6[hPa]$, $e = 29.21880[hPa]$.

したがって理論 (6) より, 伝播速度 V の最確値は,

$$V = 331.4 \times 10^2 (1 + 0.00183 \times 23.64) \left\{ 1 + (3/16) \times \frac{29.21880}{1000.6} \right\} = 34762.97[cm/sec].$$

表 5 温度 t の誤差

| n | $v_t[^\circ C]$ | $v_t^2 \times 10^4[^\circ C^2]$ |
|-----|-----------------|---------------------------------|
| 1 | 0.16 | 256.00000 |
| 2 | 0.16 | 256.00000 |
| 3 | -0.04 | 16.00000 |
| 4 | -0.14 | 196.00000 |
| 5 | -0.14 | 196.00000 |
| Sum | 0.00 | 920.00000 |

よって理論 (1) より, t の確率誤差 r_t は $r_t = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{920.00000 \times 10^{-4}}{5 \times 4}} = \pm 0.0457468[^\circ C]$.

表 6 気圧 p の誤差

| n | $v_p[hPa]$ | $v_p^2 \times 10^4[hPa]$ |
|-----|------------|--------------------------|
| 1 | 0.38 | 1444.00000 |
| 2 | 0.28 | 784.00000 |
| 3 | 0.28 | 784.00000 |
| 4 | -0.42 | 1764.00000 |
| 5 | -0.52 | 2704.00000 |
| Sum | 0.00 | 7480.00000 |

よって理論 (1) より, p の確率誤差 r_p は $r_p = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{7480.00000 \times 10^{-4}}{5 \times 4}} = \pm 0.1304421[hPa]$.

表 7 水蒸気の分圧 e の誤差

| n | $v_e[hPa]$ | $v_e^2 \times 10^4[hPa^2]$ |
|-----|------------|----------------------------|
| 1 | 0.28 | 796.36840 |
| 2 | 0.28 | 796.36840 |
| 3 | -0.07 | 50.12640 |
| 4 | -0.25 | 609.10240 |
| 5 | -0.25 | 609.10240 |
| Sum | 0.00 | 2861.06800 |

よって理論 (1) より, e の確率誤差 r_e は $r_e = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{2861.06800 \times 10^{-4}}{5 \times 4}} = \pm 0.0806735[hPa]$.

したがって理論 (4) より, V の確率誤差 r_V は,

$$r_V^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial t} r_t \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial p} r_p \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial e} r_e \right)^2 = (2.789561)^2 + (0.024677)^2 + (0.522647)^2 = 8.055417[(cm/sec)^2]$$

$$\therefore r_V = \pm 2.838207[cm/sec].$$

振動数 ν の導出

理論 (7) より, 振動数 ν の最確値は $\nu = \frac{V}{\lambda} = \frac{34762.97}{24.549} = 1416.07[Hz]$.

確率誤差 r_ν は理論 (4) より,

$$r_\nu^2 = \left(\frac{\partial \nu}{\partial V} r_V \right)^2 + \left(\frac{\partial \nu}{\partial \lambda} r_\lambda \right)^2 = (0.115614)^2 + (4.486370)^2 = 20.140885[Hz^2]$$

$$\therefore r_\nu = \pm 4.487860[Hz].$$

$$\therefore \nu = 1416.07 \pm 4.487860 = (1.416 \pm 0.004) \times 10^3[Hz].$$

4.2 音叉 2(1600Hz)

波長 λ の導出

表 8 共鳴点の測定値

| n | 1 回目 [cm] | 2 回目 [cm] | 平均値 [cm] | 補正後 N_i [cm] |
|---|-----------|-----------|----------|----------------|
| 1 | 4.25 | 4.20 | 4.23 | 4.22 |
| 2 | 14.65 | 14.70 | 14.68 | 14.65 |
| 3 | 25.90 | 25.80 | 25.85 | 25.81 |
| 4 | 36.55 | 36.55 | 36.55 | 36.50 |
| 5 | 47.45 | 47.55 | 47.50 | 47.43 |
| 6 | 58.25 | 58.30 | 58.28 | 58.19 |
| 7 | 68.75 | 68.85 | 68.80 | 68.70 |
| 8 | 79.80 | 79.90 | 79.85 | 79.74 |

表 9 音叉の波長

| | $2\lambda = N_{i+4} - N_i[cm]$ | $\lambda[cm]$ | $v_\lambda[cm]$ | $v_\lambda^2 \times 10^6[cm^2]$ |
|-----|--------------------------------|---------------|-----------------|---------------------------------|
| i=1 | 43.21 | 21.607 | -0.003 | 9.738300 |
| i=2 | 43.54 | 21.769 | 0.159 | 25329.319316 |
| i=3 | 42.89 | 21.445 | -0.165 | 27354.885797 |
| i=4 | 43.24 | 21.620 | 0.009 | 87.644704 |
| Sum | | 86.441 | 0.000 | 52781.588117 |
| Ave | | 21.610 | | |

よって λ の最確値は $\lambda = 21.610[cm]$.

$$\text{確率誤差は理論 (1) より, } r_\lambda = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{52781.588117 \times 10^{-6}}{4 \times 3}} = \pm 0.044733[cm].$$

伝播速度 V の導出

表 10 温度 t , 気圧 p , 水蒸気分圧 e の測定値

| n | $t[^\circ C]$ | $p[hPa]$ | $e[hPa]$ |
|-----|---------------|----------|----------|
| 1 | 23.4 | 1000.1 | 28.7980 |
| 2 | 23.3 | 1000.1 | 28.6250 |
| 3 | 23.3 | 1000.1 | 28.6250 |
| 4 | 23.2 | 1000.1 | 28.4520 |
| 5 | 23.1 | 1000.2 | 28.2810 |
| Sum | 116.3 | 5000.6 | 142.781 |
| Ave | 23.26 | 1000.1 | 28.5562 |

表より, t, p, e の最確値はそれぞれ, $t = 23.26[^\circ C]$, $p = 1000.1[hPa]$, $e = 28.5562[hPa]$.

したがって理論 (6) より, 伝播速度 V の最確値は,

$$V = 331.4 \times 10^2 (1 + 0.00183 \times 23.26) \{1 + (3/16) \times \frac{28.5562}{1000.1}\} = 34735.60[cm/sec].$$

表 11 温度 t の誤差

| n | $v_t[^\circ C]$ | $v_t^2 \times 10^4[^\circ C^2]$ |
|-----|-----------------|---------------------------------|
| 1 | 0.14 | 196.00000 |
| 2 | 0.04 | 16.00000 |
| 3 | 0.04 | 16.00000 |
| 4 | -0.06 | 36.00000 |
| 5 | -0.16 | 256.00000 |
| Sum | 0.00 | 520.00000 |

$$\text{よって理論 (1) より, } t \text{ の確率誤差 } r_t \text{ は } r_t = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{520.00000 \times 10^{-4}}{5 \times 4}} = \pm 0.0343929[^\circ C].$$

表 12 気圧 p の誤差

| n | $v_p[hPa]$ | $v_p^2 \times 10^4[hPa]$ |
|-----|------------|--------------------------|
| 1 | -0.02 | 4.00000 |
| 2 | -0.02 | 4.00000 |
| 3 | -0.02 | 4.00000 |
| 4 | -0.02 | 4.00000 |
| 5 | 0.08 | 64.00000 |
| Sum | 0.00 | 80.00000 |

よって理論 (1) より, p の確率誤差 r_p は $r_p = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{80.00000 \times 10^{-4}}{5 \times 4}} = \pm 0.0134900[hPa]$.

表 13 水蒸気の分圧 e の誤差

| n | $v_e[hPa]$ | $v_e^2 \times 10^4[hPa^2]$ |
|-----|------------|----------------------------|
| 1 | 0.24 | 584.67240 |
| 2 | 0.07 | 47.33440 |
| 3 | 0.07 | 47.33440 |
| 4 | -0.10 | 108.57640 |
| 5 | -0.28 | 757.35040 |
| Sum | 0.00 | 1545.26800 |

よって理論 (1) より, e の確率誤差 r_e は $r_e = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{1545.26800 \times 10^{-4}}{5 \times 4}} = \pm 0.0592883[hPa]$.

したがって理論 (4) より, V の確率誤差 r_V は,

$$r_V^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial t} r_t \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial p} r_p \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial e} r_e \right)^2 = (2.096965)^2 + (0.002495)^2 + (0.384038)^2 = 4.544751[(cm/sec)^2]$$

$$\therefore r_V = \pm 2.131842[cm/sec].$$

振動数 ν の導出

理論 (7) より, 振動数 ν の最確値は $\nu = \frac{V}{\lambda} = \frac{34735.60}{21.610} = 1607.36[Hz]$.

確率誤差 r_ν は理論 (4) より,

$$r_\nu^2 = \left(\frac{\partial \nu}{\partial V} r_V \right)^2 + \left(\frac{\partial \nu}{\partial \lambda} r_\lambda \right)^2 = (0.098649)^2 + (3.327244)^2 = 11.080285[Hz^2]$$

$$\therefore r_\nu = \pm 3.328706[Hz].$$

$$\therefore \nu = 1607.36 \pm 3.328706 = (1.607 \pm 0.003) \times 10^3[Hz].$$

4.3 音叉 3(1800Hz)

波長 λ の導出

表 14 共鳴点の測定値

| n | 1 回目 [cm] | 2 回目 [cm] | 平均値 [cm] | 補正後 N_i [cm] |
|---|-----------|-----------|----------|----------------|
| 1 | 3.75 | 3.85 | 3.80 | 3.79 |
| 2 | 12.55 | 12.60 | 12.58 | 12.56 |
| 3 | 22.65 | 22.75 | 22.70 | 22.67 |
| 4 | 32.80 | 32.30 | 32.55 | 32.50 |
| 5 | 42.25 | 42.40 | 42.33 | 42.27 |
| 6 | 51.90 | 51.90 | 51.90 | 51.83 |
| 7 | 61.70 | 61.95 | 61.83 | 61.74 |
| 8 | 71.35 | 71.45 | 71.40 | 71.30 |

表 15 音叉の波長

| | $2\lambda = N_{i+4} - N_i$ [cm] | λ [cm] | v_λ [cm] | $v_\lambda^2 \times 10^4$ [cm ²] |
|-----|---------------------------------|----------------|------------------|--|
| i=1 | 38.47 | 19.236 | -0.215 | 463.640482 |
| i=2 | 39.27 | 19.635 | 0.184 | 338.990237 |
| i=3 | 39.07 | 19.535 | 0.084 | 70.992210 |
| i=4 | 38.80 | 19.398 | -0.053 | 28.143688 |
| Sum | | 77.803 | 0.000 | 901.766616 |
| Ave | | 19.451 | | |

よって λ の最確値は $\lambda = 19.451$ [cm].

$$\text{確率誤差は理論 (1) より, } r_\lambda = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{901.766616 \times 10^{-4}}{4 \times 3}} = \pm 0.058471 \text{ [cm]}.$$

伝播速度 V の導出

表 16 温度 t , 気圧 p , 水蒸気分圧 e の測定値

| n | t [°C] | p [hPa] | e [hPa] |
|-----|----------|-----------|-----------|
| 1 | 23.1 | 1000.2 | 28.2810 |
| 2 | 23.1 | 1000.3 | 28.2810 |
| 3 | 23.2 | 1000.2 | 28.4520 |
| 4 | 23.4 | 1000.1 | 28.7980 |
| 5 | 23.5 | 1000.1 | 28.9720 |
| Sum | 116.3 | 5000.9 | 142.784 |
| Ave | 23.26 | 1000.2 | 28.5568 |

表より, t, p, e の最確値はそれぞれ, $t = 23.26$ [°C], $p = 1000.2$ [hPa], $e = 28.5568$ [hPa].

したがって理論 (6) より, 伝播速度 V の最確値は,

$$V = 331.4 \times 10^2 (1 + 0.00183 \times 23.26) \{1 + (3/16) \times \frac{28.5568}{1000.2}\} = 34735.60 [cm/sec].$$

表 17 温度 t の誤差

| n | $v_t [^\circ C]$ | $v_t^2 \times 10^4 [^\circ C^2]$ |
|-----|------------------|----------------------------------|
| 1 | -0.16 | 256.00000 |
| 2 | -0.16 | 256.00000 |
| 3 | -0.06 | 36.00000 |
| 4 | 0.14 | 196.00000 |
| 5 | 0.24 | 576.00000 |
| Sum | 0.00 | 1320.00000 |

よって理論 (1) より, t の確率誤差 r_t は $r_t = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{1320.00000 \times 10^{-4}}{5 \times 4}} = \pm 0.0547966 [^\circ C]$.

表 18 気圧 p の誤差

| n | $v_p [hPa]$ | $v_p^2 \times 10^4 [hPa^2]$ |
|-----|-------------|-----------------------------|
| 1 | 0.02 | 4.00000 |
| 2 | 0.12 | 144.00000 |
| 3 | 0.02 | 4.00000 |
| 4 | -0.08 | 64.00000 |
| 5 | -0.08 | 64.00000 |
| Sum | 0.00 | 280.00000 |

よって理論 (1) より, p の確率誤差 r_p は $r_p = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{280.00000 \times 10^{-4}}{5 \times 4}} = \pm 0.0252375 [hPa]$.

表 19 水蒸気分圧 e の誤差

| n | $v_e [hPa]$ | $v_e^2 \times 10^4 [hPa^2]$ |
|-----|-------------|-----------------------------|
| 1 | -0.28 | 760.65640 |
| 2 | -0.28 | 760.65640 |
| 3 | -0.10 | 109.83040 |
| 4 | 0.24 | 581.77440 |
| 5 | 0.42 | 1723.91040 |
| Sum | 0.00 | 3936.82800 |

よって理論 (1) より, e の確率誤差 r_e は $r_e = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{3936.82800 \times 10^{-4}}{5 \times 4}} = \pm 0.0946325 [hPa]$.

したがって理論 (4) より, V の確率誤差 r_V は,

$$r_V^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial t} r_t\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial p} r_p\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial e} r_e\right)^2 = (3.340999)^2 + (0.004667)^2 + (0.612942)^2 = 11.537991 [(cm/sec)^2]$$

$$\therefore r_V = \pm 3.396762 [cm/sec].$$

振動数 ν の導出

理論 (7) より, 振動数 ν の最確値は $\nu = \frac{V}{\lambda} = \frac{34735.60}{19.451} = 1785.81[\text{Hz}]$.

確率誤差 r_ν は理論 (4) より,

$$r_\nu^2 = \left(\frac{\partial \nu}{\partial V} r_V \right)^2 + \left(\frac{\partial \nu}{\partial \lambda} r_\lambda \right)^2 = (0.174633)^2 + (5.368287)^2 = 28.849003[\text{Hz}^2]$$

$$\therefore r_\nu = \pm 5.371127[\text{Hz}].$$

$$\therefore \nu = 1785.81 \pm 5.371127 = (1.786 \pm 0.005) \times 10^3[\text{Hz}].$$

5 考察

音叉 1～3 までの振動数を算出したが, それぞれの算出された値と公称値の誤差率は以下ようになった.

表 20 音叉 1～3 の振動数の公称値との誤差率

| 音叉 | 誤差率 [%] |
|----|----------|
| 1 | +0.8～1.4 |
| 2 | +0.3～0.6 |
| 3 | -0.5～1.0 |

この表より, 3 つとも概ね同じ精度で実験ができていると考えられる. また, 音叉 1 に関しては, 計算の都合上, 共鳴点のデータをひとつ省いてしまっているため, (表 2, 表 3 参照) 誤差率が他の 2 つよりも大きくなっていると考えられる.

また, この実験では温度, 湿度, 気圧を計測し, 伝播速度 V を求めたが, ν の確率誤差の誤差伝播の式からも分かるとおり, ν の誤差は V よりも λ に大きく左右されるため, 上表の誤差の原因は共鳴点測定時における個人差や人的要因が大きいと考える.