1　目的

光学台で薄い凸レンズ及び薄い凹レンズの焦点距離を測定すること．

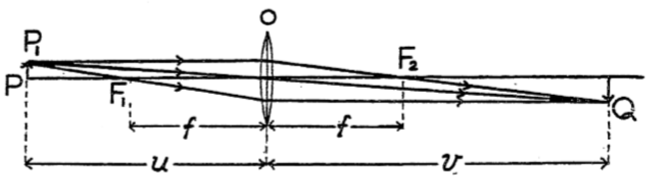
2　実験方法

以下に記述する実験方法については，それぞれ図 1〜3 を参照している．

焦点距離を f とし，光軸に沿って物体からレンズまでの距離を u, レンズから像までの距離を v とする．
u,v を測定して f を求める．また，薄い凸レンズの暑さを t，測定針の長さを l とする．
u,v の長さを精密に測定するためには，図 1 のような長さ 1.5m ほどの光学台を用いる．

なお測定針の長さ l は最初にノギスで測定しておくようにする．

2.1　実験 A-薄い凸レンズ (第一法)



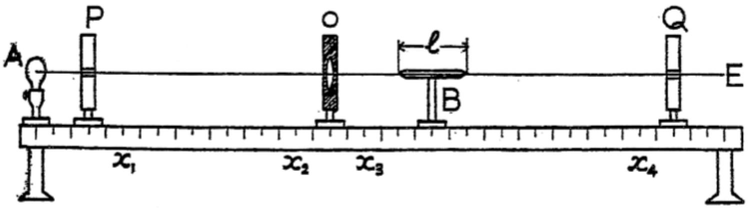


図 1　実験 A

点 P は物点，点 O はレンズの位置，点 Q はスクリーンの位置．点 B は測定針の位置．

1. まず点 P,O の位置を固定し Q を動かしながら，なるべく鮮明な実像をスクリーンに生じさせる．鮮明な像が生じる位置は範囲が広く決定しがたいため，背面 E より接眼鏡で観測して，最も像の鮮明な位置をとるようにする．
2. 測定針を用いて x_1, x_2, x_3, x_4 を測定する．

まず測定針を PO 間にいれ，針の左端を P に軽く触れさせた時の B の位置 x_1を光学台の目盛りで読み取り，針の右端がレンズの左面に触れた時の B の位置を x_2とする．次に，針を OQ 間に置きその左端がレンズの右面に触れた時の位置を x_3, その右端が Q に触れた時の B の位置を x_4とする．

2.2　実験 B-薄い凸レンズ (第二法)

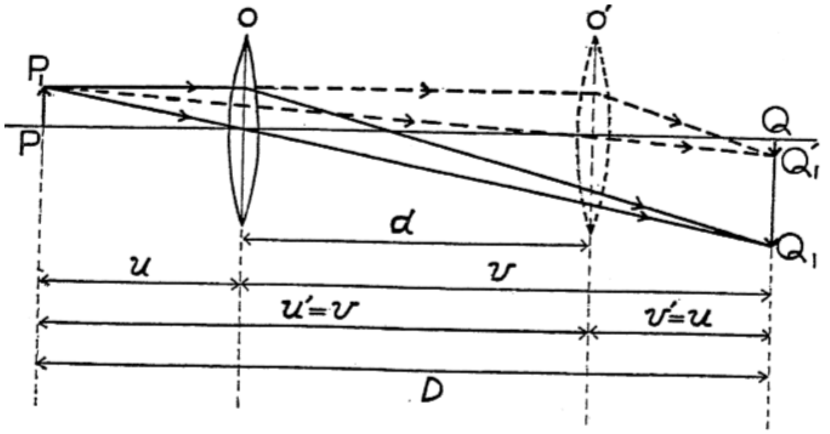


図 2　実験 B

点 P は物点，点 O はレンズの位置，点 Q はスクリーンの位置．光学台の長さが 4f より長い必要がある．

1. 十型板 P およびスクリーン Q を $4f$ より相当大なる距離 D に固定し，測定針 B の左端を P に触れて，指標 B の位置 x_1を読み取る．次に右端を Q に触れた時の B の位置 x_4を読んで，$PQ(=D)$ の距離を読み取る．

2. 図 2 に示すように，凸レンズを光学台の左側から，スクリーンに向かって，滑らせると O の位置において，P の拡大された実像が Q に生じる．その時の O 台の指標の位置より x_2を読み取る．更にレンズを右に滑らせていけば再び O'の位置で P の縮小された実像が Q 上に生じるから，その時の O'の位置から x_3を得て，$OO'(=d)$ の距離を読み取る．

2.3　実験 C-薄い凹レンズ

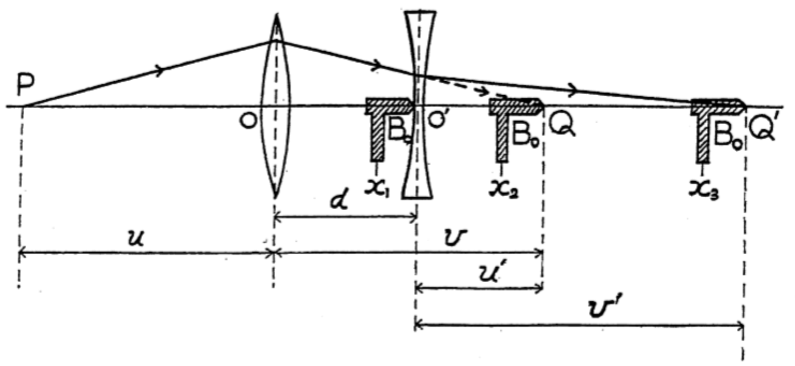


図 3　実験 C

点 P は物点，点 O は凸レンズの位置，点 O' は凹レンズの位置，点 Q はスクリーンの位置．点 B は測定針の位置．

Q は P, O が作る実像点である．Q を決定したあと，OQ 間に薄い凹レンズ O'を置くと，実像点は Q か

ら Q'に移動する．

薄い凹レンズの中心の厚さを t'とし，x_4, x_5を介して間接測定をしておく．また，凹レンズを O'に置いた時，測定針の右端が凹レンズの左端に触れた時の指標 B の位置を x_1, スクリーンを Q に置いた時，針の右端が Q に触れた時の B の位置を x_2, スクリーンを Q'に置いた時，針の右端が Q'に触れた時を x_3とする．

各測定を 5 回以上行い f'の平均を求める．

3　理論

算術平均の確率誤差は

r_a=±0.6745$\sqrt{\dfrac{[v^2]}{n(n-1)}}$　　$[v^2]$=$\sum_{i=1}^{n} v_i^2$=$\sum_{i=1}^{n}(q_i-\bar{q})^2$

Q=F(q_i, q_2,...)　　Q $q_1, q_2, \ldots$　　の誤差をそれぞれ　　r, r_1, r_2, ...　　として，

$r^2 = (\frac{\partial F}{\partial q_1} r_1)^2 + (\frac{\partial F}{\partial q_2} r_2)^2 + \ldots$　　q_i : 測定値, n : 測定回数, $\bar{q}$: 平均値

焦点距離を f とし，光軸に沿って物体からレンズまでの距離を u, レンズから像までの距離を v とすれば一般にレンズの公式は,

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

となる．

これを書き換えて,

$$f = \frac{uv}{u+v}$$

3.1　実験 A

x_1, x_2, x_3, x_4(図 1 参照) と u,v,l 及び薄い凸レンズの厚み t の関係式は以下で表される．

$$\begin{cases} u = x_3 - x_1 - \dfrac{t}{2} \\ \\ v = x_4 - x_2 - \dfrac{t}{2} \\ \\ t = x_3 - x_2 - l \end{cases}$$

3.2 実験 B

D,d(図 2 参照) の値は,x_1, x_2, x_3, x_4,l を用いて以下のように表される.

$$\begin{cases} D = x_4 - x_1 + l \\ d = x_3 - x_2 - (l + t) \end{cases}$$

なお，u,v と D,d の関係は以下のとおり.

$$\begin{cases} u = \dfrac{D - d}{2} \\ v = \dfrac{D + d}{2} \end{cases}$$

ここでレンズの公式を用いることで，f を D,d の式で表すことができる.

$$f = \frac{D^2 - d^2}{4D}$$

3.3 実験 C

図 3 より，O'Q=u',O'Q'=v' とし，凹レンズの焦点距離を f' とすれば

$$\frac{1}{u'} - \frac{1}{v'} = \frac{1}{f'}$$

となる.

これを書き換えて,

$$f' = \frac{u'v'}{v' - u'}$$

なお，x_1, x_2, x_3 と u',v',t' の関係は以下の通り.

$$\begin{cases} u' = x_2 - (x_1 + \dfrac{t'}{2}) \\ v' = x_3 - (x_1 + \dfrac{t'}{2}) \\ t' = x_5 - x_4 - l \end{cases}$$

4　データ処理・結果

表 1　l の測定値

測定回 i	実測値 q_i[mm]	残差 r_i=q_i-$\bar{q}$[mm]	残差の二乗 $r_i^2 \times 10^4[mm^2]$
1	137.20	-0.040	16.000
2	137.30	0.060	36.000
3	137.25	0.010	1.000
4	137.20	-0.040	16.000
5	137.25	0.010	1.000
sum	686.20	0.000	70.000
平均値 $\bar{q}$	137.24		

$$r_l = \pm 0.6745\sqrt{\frac{[r_l]^2}{n(n-1)}} = \pm 0.6745\sqrt{\frac{70.000}{20}} \times 10^{-2} = \pm 0.0126[mm]$$

したがって，$l = 137.24 \pm 0.0126[mm] = 13.724 \pm 0.00126[cm]$

4.1　実験 A

表 2　x_1 の測定値

測定回 i	実測値 q_i[cm]	残差 r_i=q_i-$\bar{q}$[cm]	残差の二乗 $r_i^2 \times 10^4[cm^2]$
1	15.00	-0.014	1.960
2	15.00	-0.014	1.960
3	15.01	-0.004	0.160
4	15.05	0.036	12.960
5	15.01	-0.004	0.160
sum	75.07	0.000	17.200
平均値 $\bar{q}$	~~15.01~~ 15.012		

$$r_{x_1} = \pm 0.6745\sqrt{\frac{[r_{x_1}]^2}{n(n-1)}} = \pm 0.6745\sqrt{\frac{17.200}{20}} \times 10^{-2} = \pm 0.00626[cm]$$

したがって，$x_1 = \cancel{15.01} \pm 0.00626[cm]$

15.012

表 3　x_2 の測定値

測定回 i	実測値 q_i[cm]	残差 r_i=q_i-$\bar{q}$[cm]	残差の二乗 $r_i^2 \times 10^4[cm^2]$
1	38.19	0.718	5155.240
2	38.18	0.708	5012.640
3	36.98	-0.492	2420.640
4	37.01	-0.462	2134.440
5	37.00	-0.472	2227.840
sum	187.36	0.000	16950.800
平均値 $\bar{q}$	~~37.47~~ 37.472		

$$r_{x_2} = \pm 0.6745\sqrt{\frac{[r_{x_2}]^2}{n(n-1)}} = \pm 0.6745\sqrt{\frac{16950.800}{20}} \times 10^{-2} = \pm 0.196[cm]$$

したがって，$x_2 = \cancel{37.47} \pm 0.196[cm]$
37.472

表 4　x_3 の測定値

測定回 i	実測値 q_i[cm]	残差 r_i=q_i-$\bar{q}$[cm]	残差の二乗 $r_i^2 \times 10^4[cm^2]$
1	52.49	0.690	4761.000
2	52.50	0.700	4900.000
3	51.34	-0.460	2116.000
4	51.34	-0.460	2116.000
5	51.33	-0.470	2209.000
sum	259.00	0.000	16102.000
平均値 $\bar{q}$	~~51.80~~ 51.800		

$$r_{x_3} = \pm 0.6745\sqrt{\frac{[r_{x_3}]^2}{n(n-1)}} = \pm 0.6745\sqrt{\frac{16102.000}{20}} \times 10^{-2} = \pm 0.191[cm]$$

したがって，$x_3 = \cancel{51.80} \pm 0.191[cm]$
51.800

表 5　x_4 の測定値

測定回 i	実測値 q_i[cm]	残差 r_i=q_i-$\bar{q}$[cm]	残差の二乗 $r_i^2 \times 10^4[cm^2]$
1	62.42	0.158	249.640
2	62.83	0.568	3226.240
3	62.51	0.248	615.040
4	61.61	-0.652	4251.040
5	61.94	-0.322	1036.840
sum	311.31	0.000	9378.800
平均値 $\bar{q}$	~~62.26~~ 62.262		

$$r_{x_4} = \pm 0.6745\sqrt{\frac{[r_{x_4}]^2}{n(n-1)}} = \pm 0.6745\sqrt{\frac{9378.800}{20}} \times 10^{-2} = \pm 0.146[cm]$$

したがって，$x_4 = \cancel{62.26} \pm 0.146[cm]$
62.262

上記のデータより，

$\cancel{t = x_3 - x_2 - l = 51.80 - 37.47 - 13.724 \pm (0.191 - 0.196 - 0.00126) = 0.606 \pm 0.00626[cm]}$

t の最確値は，$t = x_3 - x_2 - l = 51.800 - 37.472 - 13.724 = 0.604[cm]$

t の確率誤差 r_t は，$r_t^2 = (\frac{\partial t}{\partial x_3} r_{x_3})^2 + (\frac{\partial t}{\partial x_2} r_{x_2})^2 + (\frac{\partial t}{\partial l} r_l)^2 = {r_{x_3}}^2 + {r_{x_2}}^2 + {r_l}^2 = (0.191)^2 + (0.196)^2 + (0.00126)^2 = 0.0749[cm^2]$

したがって，$r_t = \pm 0.274[cm]$.

$\cancel{u = x_3 - x_1 - \frac{t}{2} = 51.80 - 15.01 - 0.303 \pm (0.191 - 0.00626 - 0.00313) = 36.487 \pm 0.182[cm]}$

u の最確値は，$u = x_3 - x_1 - \dfrac{t}{2} = 51.800 - 15.012 - 0.303 = 36.485[cm]$

u の確率誤差 r_u は，$r_u^2 = (\frac{\partial u}{\partial x_3} r_{x_3})^2 + (\frac{\partial u}{\partial x_1} r_{x_1})^2 + (\frac{\partial u}{\partial t} r_t)^2 = {r_{x_3}}^2 + {r_{x_1}}^2 + \dfrac{{r_t}^2}{4} = (0.191)^2 + (0.00626)^2 + \dfrac{(0.274)^2}{4} = 0.0553[cm^2]$

したがって，$r_u = \pm 0.235[cm]$.

$\cancel{v = x_4 - x_2 - \frac{t}{2} = 62.26 - 37.47 - 0.303 \pm (0.146 - 0.196 - 0.00313) = 24.487 \pm 0.0531[cm]}$

v の最確値は，$v = x_4 - x_2 - \dfrac{t}{2} = 62.262 - 37.472 - 0.303 = 24.487[cm]$

v の確率誤差 r_v は，$r_v^2 = (\frac{\partial v}{\partial x_4} r_{x_4})^2 + (\frac{\partial v}{\partial x_2} r_{x_2})^2 + (\frac{\partial v}{\partial t} r_t)^2 = {r_{x_4}}^2 + {r_{x_2}}^2 + \dfrac{{r_t}^2}{4} = (0.146)^2 + (0.196)^2 + \dfrac{(0.274)^2}{4} = 0.0785[cm^2]$

したがって，$r_v = \pm 0.280[cm]$.

f=F(u,v)=$\dfrac{uv}{u+v}$ より，~~f の最確値は，$f = \dfrac{36.487 \times 24.487}{36.487 + 24.487}$=14.653[cm]~~

f の最確値は，$f = \dfrac{36.485 \times 24.487}{36.485 + 24.487}$=14.653[cm]

f の確率誤差 r_f は,$\frac{\partial f}{\partial u} = \dfrac{v^2}{(u+v)^2}$,$\frac{\partial f}{\partial v} = \dfrac{u^2}{(u+v)^2}$ より，

$\cancel{r_f^2 = (\frac{\partial f}{\partial u} r_u)^2 + (\frac{\partial f}{\partial v} r_v)^2 = (\frac{v^2}{(u+v)^2} r_u)^2 + (\frac{u^2}{(u+v)^2} r_v)^2 = (0.16128 \times 0.182)^2 + (0.35809 \times 0.0531)^2 = (0.02935)^2 + (0.019015)^2 = 0.00086142 + 0.00036155 = 0.0012230[cm^2]}$

$r_f^2 = (\frac{\partial f}{\partial u} r_u)^2 + (\frac{\partial f}{\partial v} r_v)^2 = (\frac{v^2}{(u+v)^2} r_u)^2 + (\frac{u^2}{(u+v)^2} r_v)^2$

$= (\frac{(24.487)^2}{(36.485+24.487)^2} \times 0.235)^2 + (\frac{(36.485)^2}{(36.485+24.487)^2} \times 0.280)^2$

$= (0.16129 \times 0.235)^2 + (0.35807 \times 0.280)^2$

$= (0.037903)^2 + (0.10026)^2 = 0.0014366 + 0.010052 = 0.011489[cm^2]$

~~したがって，$r_f = \pm 0.034971[cm]$.~~

したがって，$r_f = \pm 0.10718[cm]$

この結果より，

~~$f = 14.653 \pm 0.034971[cm] = 14.65 \pm 0.03 = (1.465 \pm 0.003) \times 10[cm]$.~~

$f = 14.653 \pm 0.10718 = 14.7 \pm 0.1 = (1.47 \pm 0.01) \times 10[cm]$

4.2　実験 B

表 6　x_1 の測定値

測定回 i	実測値 q_i[cm]	残差 r_i=q_i-$\bar{q}$[cm]	残差の二乗 $r_i^2 \times 10^4[cm^2]$
1	15.00	0.002	0.040
2	14.99	-0.008	0.640
3	15.00	0.002	0.040
4	15.00	0.002	0.040
5	15.00	0.002	0.040
sum	74.99	0.000	0.800
平均値 $\bar{q}$	~~15.00~~ 14.998		

$$r_{x_1} = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{[r_{x_1}]^2}{n(n-1)}} = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{0.800}{20}} \times 10^{-2} = \pm 0.00135[cm]$$

したがって，$x_1 = \cancel{15.00} \pm 0.00135[cm]$
14.998

表 7　x_2 の測定値

測定回	実測値	残差	残差の二乗
i	q_i[cm]	r_i=q_i-$\bar{q}$[cm]	$r_i^2\times10^4[cm^2]$
1	17.67	0.018	3.240
2	17.70	0.048	23.040
3	17.69	0.038	14.440
4	17.61	-0.042	17.640
5	17.59	-0.062	38.440
sum	88.26	0.000	96.800
平均値 $\bar{q}$	~~17.65~~	17.652	

$$r_{x_2} = \pm0.6745\sqrt{\frac{[r_{x_2}]^2}{n(n-1)}} = \pm0.6745\sqrt{\frac{96.800}{20}} \times 10^{-2} = \pm0.0148[cm]$$

したがって，$x_2 = \cancel{17.65} \pm 0.0148[cm]$

17.652

表 8　x_3 の測定値

測定回	実測値	残差	残差の二乗
i	q_i[cm]	r_i=q_i-$\bar{q}$[cm]	$r_i^2\times10^4[cm^2]$
1	130.99	-0.074	54.760
2	131.08	0.016	2.560
3	131.03	-0.034	11.560
4	131.11	0.046	21.160
5	131.11	0.046	21.160
sum	655.32	0.000	111.200
平均値 $\bar{q}$	~~131.06~~	131.064	

$$r_{x_3} = \pm0.6745\sqrt{\frac{[r_{x_3}]^2}{n(n-1)}} = \pm0.6745\sqrt{\frac{111.200}{20}} \times 10^{-2} = \pm0.0159[cm]$$

したがって，$x_3 = \cancel{131.06} \pm 0.0159[cm]$

131.064

表 9　x_4 の測定値

測定回	実測値	残差	残差の二乗
i	q_i[cm]	r_i=q_i-$\bar{q}$[cm]	$r_i^2\times10^4[cm^2]$
1	133.75	0.008	0.640
2	133.76	0.018	3.240
3	133.72	-0.022	4.840
4	133.76	0.018	3.240
5	133.72	-0.022	4.840
sum	668.71	0.000	16.800
平均値 $\bar{q}$	~~133.74~~	133.742	

$$r_{x_4} = \pm0.6745\sqrt{\frac{[r_{x_4}]^2}{n(n-1)}} = \pm0.6745\sqrt{\frac{16.800}{20}} \times 10^{-2} = \pm0.00618[cm]$$

したがって，$x_4 = \cancel{133.74} \pm 0.00618[cm]$

133.742

上記のデータより，

~~$D = x_4 - x_1 + l = 133.74 - 15.00 + 13.724 \pm (0.00618 - 0.00135 + 0.00126) = 132.464 \pm 0.00609[cm]$~~

D の最確値は，$D = x_4 - x_1 + l = 133.742 - 14.998 + 13.724 = 132.468[cm]$

D の確率誤差 r_D は，$r_D^2 = (\frac{\partial D}{\partial x_4} r_{x_4})^2 + (\frac{\partial D}{\partial x_1} r_{x_1})^2 + (\frac{\partial D}{\partial l} r_l)^2 = {r_{x_4}}^2 + {r_{x_1}}^2 + {r_l}^2 = (0.00618)^2 + (0.00135)^2 + (0.00126)^2 = 0.0000416[cm^2]$

したがって，$r_D = \pm 0.00645[cm]$.

~~$d = x_3 - x_2 - (l + t) = 131.06 - 17.65 - 13.724 - 0.606 \pm (0.0159 - 0.0148 - 0.00126 - 0.00626) = 99.08 \pm 0.00642[cm]$~~

d の最確値は，$d = x_3 - x_2 - (l + t) = 131.064 - 17.652 - 13.724 - 0.604 = 99.084[cm]$

d の確率誤差 r_d は，$r_d^2 = (\frac{\partial d}{\partial x_3} r_{x_3})^2 + (\frac{\partial d}{\partial x_2} r_{x_2})^2 + (\frac{\partial d}{\partial l} r_l)^2 + (\frac{\partial d}{\partial t} r_t)^2 = {r_{x_3}}^2 + {r_{x_2}}^2 + {r_l}^2 + {r_t}^2 = (0.0159)^2 + (0.0148)^2 + (0.00126)^2 + (0.274)^2 = 0.0755[cm^2]$

したがって，$r_d = \pm 0.275[cm]$.

$f = F(D, d) = \dfrac{D^2 - d^2}{4D}$ より，

~~f の最確値は，$f = \dfrac{(132.464)^2 - (99.08)^2}{4 \times 132.464} = \dfrac{17546.711 - 9816.8468}{529.856} = \dfrac{7729.8646}{529.856} = 14.589[cm]$~~

f の最確値は，$f = \dfrac{(132.468)^2 - (99.084)^2}{4 \times 132.468} = \dfrac{17547.7710 - 9817.6391}{529.872} = 14.589[cm]$

f の確率誤差 r_f は，$\frac{\partial f}{\partial D} = \dfrac{1}{4} + \dfrac{d^2}{4D^2}, \frac{\partial f}{\partial d} = -\dfrac{d}{2D}$ より，

~~$r_f^2 = ((\dfrac{1}{4} + \dfrac{d^2}{4D^2}) r_D)^2 + (\dfrac{-d}{2D} r_d)^2 = ((0.25000 + 0.13987) \times 0.00609)^2 + (0.37399 \times 0.00642)^2 = (0.0023743)^2 + (0.0024010)^2 = 0.000011402[cm^2]$~~

$$r_f^2 = ((\frac{1}{4} + \frac{d^2}{4D^2}) r_D)^2 + (\frac{-d}{2D} r_d)^2 = ((0.25000 + \frac{(99.084)^2}{4 \times (132.468)^2}) \times 0.00645)^2 + (\frac{-99.084}{2 \times 132.468} \times 0.275)^2$$

$$= ((0.25000 + 0.13987) \times 0.00645)^2 + (0.37399 \times 0.275)^2 = (0.0025147)^2 + (0.10285)^2 = 0.010584[cm^2]$$

~~したがって，$r_f = \pm 0.0033767[cm]$.~~

したがって，$r_f = \pm 0.10288[cm]$.

この結果より，

~~$f = 14.589 \pm 0.003 = (1.4589 \pm 0.0003) \times 10[cm]$~~

$f = 14.589 \pm 0.10288 = 14.6 \pm 0.1 = (1.46 \pm 0.01) \times 10[cm]$

4.3 実験 C

表 10　x の測定値

測定回 i	x_1[cm]	x_2[cm]	x_3[cm]
1	50.69	63.92	69.72
2	54.21	63.42	66.01
3	47.29	63.32	73.78
4	51.39	59.68	61.73
5	49.70	59.71	63.14

表 11　x_4 の測定値

測定回 i	実測値 q_i[cm]	残差 r_i=q_i-$\bar{q}$[cm]	残差の二乗 $r_i^2 \times 10^4[cm^2]$
1	100.00	0.010	1.000
2	100.00	0.010	1.000
3	100.01	0.020	4.000
4	99.99	0.000	0.000
5	99.95	-0.040	16.000
sum	499.95	0.000	22.000
平均値 $\bar{q}$	~~99.99~~	99.990	

$$r_{x_4} = \pm 0.6745\sqrt{\frac{[r_{x_4}]^2}{n(n-1)}} = \pm 0.6745\sqrt{\frac{22.000}{20}} \times 10^{-2} = \pm 0.00707[cm]$$

したがって，$x_4 = \cancel{99.99} \pm 0.00707[cm]$

99.990

表 12　x_5 の測定値

測定回 i	実測値 q_i[cm]	残差 r_i=q_i-$\bar{q}$[cm]	残差の二乗 $r_i^2 \times 10^4 [cm^2]$
1	114.03	-0.034	11.560
2	114.08	0.016	2.560
3	114.08	0.016	2.560
4	114.08	0.016	2.560
5	114.05	-0.014	1.960
sum	570.32	0.000	21.200
平均値 $\bar{q}$	114.064		

$$r_{x_5} = \pm 0.6745\sqrt{\frac{[r_{x_5}]^2}{n(n-1)}} = \pm 0.6745\sqrt{\frac{21.200}{20}} \times 10^{-2} = \pm 0.00694[cm]$$

したがって，$x_5 = 114.064 \pm 0.00694[cm]$

上記のデータより，

~~$t' = x_5 - x_4 - l = (114.064 - 99.99 - 13.724) \pm (0.00694 - 0.00707 - 0.00126) = 0.35 \pm 0.00139[cm]$~~

~~$u'_1 = x_{2_1} - x_{1_1} - \frac{t'}{2} = (63.92 - 50.69 - 0.175) \pm (0.00618) = 13.055 \pm 0.00618[cm]$~~

~~$u'_2 = x_{2_2} - x_{1_2} - \frac{t'}{2} = (63.42 - 54.21 - 0.175) \pm (0.00618) = 9.035 \pm 0.00618[cm]$~~

~~$u'_3 = x_{2_3} - x_{1_3} - \frac{t'}{2} = (63.32 - 47.29 - 0.175) \pm (0.00618) = 15.855 \pm 0.00618[cm]$~~

~~$u'_4 = x_{2_4} - x_{1_4} - \frac{t'}{2} = (59.68 - 51.39 - 0.175) \pm (0.00618) = 8.115 \pm 0.00618[cm]$~~

~~$u'_5 = x_{2_5} - x_{1_5} - \frac{t'}{2} = (59.71 - 49.70 - 0.175) \pm (0.00618) = 9.835 \pm 0.00618[cm]$~~

~~$v'_1 = x_{3_1} - x_{1_1} - \frac{t'}{2} = (69.72 - 50.69 - 0.175) \pm (0.00618) = 18.855 \pm 0.00618[cm]$~~

~~$v'_2 = x_{3_2} - x_{1_2} - \frac{t'}{2} = (66.01 - 54.21 - 0.175) \pm (0.00618) = 11.625 \pm 0.00618[cm]$~~

~~$v'_3 = x_{3_3} - x_{1_3} - \frac{t'}{2} = (73.78 - 47.29 - 0.175) \pm (0.00618) = 26.315 \pm 0.00618[cm]$~~

~~$v'_4 = x_{3_4} - x_{1_4} - \frac{t'}{2} = (61.73 - 51.39 - 0.175) \pm (0.00618) = 10.165 \pm 0.00618[cm]$~~

~~$v'_5 = x_{3_5} - x_{1_5} - \frac{t'}{2} = (63.14 - 49.70 - 0.175) \pm (0.00618) = 13.265 \pm 0.00618[cm]$~~

$$t' = x_5 - x_4 - l = (114.064 - 99.990 - 13.724) = 0.350[cm]$$
$$u'_1 = x_{2_1} - x_{1_1} - \frac{t'}{2} = (63.920 - 50.690 - 0.175) = 13.055[cm]$$
$$u'_2 = x_{2_2} - x_{1_2} - \frac{t'}{2} = (63.420 - 54.210 - 0.175) = 9.035[cm]$$
$$u'_3 = x_{2_3} - x_{1_3} - \frac{t'}{2} = (63.320 - 47.290 - 0.175) = 15.855[cm]$$
$$u'_4 = x_{2_4} - x_{1_4} - \frac{t'}{2} = (59.680 - 51.390 - 0.175) = 8.115[cm]$$
$$u'_5 = x_{2_5} - x_{1_5} - \frac{t'}{2} = (59.710 - 49.700 - 0.175) = 9.835[cm]$$
$$v'_1 = x_{3_1} - x_{1_1} - \frac{t'}{2} = (69.720 - 50.690 - 0.175) = 18.855[cm]$$
$$v'_2 = x_{3_2} - x_{1_2} - \frac{t'}{2} = (66.010 - 54.210 - 0.175) = 11.625[cm]$$
$$v'_3 = x_{3_3} - x_{1_3} - \frac{t'}{2} = (73.780 - 47.290 - 0.175) = 26.315[cm]$$
$$v'_4 = x_{3_4} - x_{1_4} - \frac{t'}{2} = (61.730 - 51.390 - 0.175) = 10.165[cm]$$
$$v'_5 = x_{3_5} - x_{1_5} - \frac{t'}{2} = (63.140 - 49.700 - 0.175) = 13.265[cm]$$

$f' = F(u', v') = \frac{u'v'}{v' - u'}$ より，$f'_1 \sim f'_5$の最確値は，

$$f'_1 = \frac{13.055 \times 18.855}{18.855 - 13.055} = 42.440[cm]$$

$$f'_2 = \frac{9.035 \times 11.625}{11.625 - 9.035} = 40.553[cm]$$

$$f'_3 = \frac{15.855 \times 26.315}{26.315 - 15.855} = 39.888[cm]$$

$$f'_4 = \frac{8.115 \times 10.165}{10.165 - 8.115} = 40.239[cm]$$

$$f'_5 = \frac{9.835 \times 13.265}{13.265 - 9.835} = 38.035[cm]$$

表にまとめると以下の通り，

表 13　f' の最確値

測定回 i	実測値 q_i[cm]	残差 r_i=q_i-$\bar{q}$[cm]	残差の二乗 r_i^2×10^4[cm^2]
1	42.440	2.209	48796.810
2	40.553	0.322	1036.840
3	39.888	-0.343	1176.490
4	40.239	0.008	0.640
5	38.035	-2.196	48224.160
sum	201.155	0.000	99234.940
平均値 $\bar{q}$	40.231		

$$r_{f'} = \pm 0.6745\sqrt{\frac{[r_{f'}]^2}{n(n-1)}} = \pm 0.6745\sqrt{\frac{99234.940}{20}} \times 10^{-2} = \pm 0.475[cm]$$

したがって，$f' = 40.231 \pm 0.475[cm] = 40.2 + \pm 0.5 = (4.02 \pm 0.05) \times 10[cm]$.

5　考察

実験 A と実験 B について，こちらは同じ凸レンズの焦点距離を異なる手法で測定した．

~~計算結果としては $\frac{14.586}{14.68} = 0.993$ と実験 A の f と実験 B の f とで最大約 0.7 %の誤差が生じたが，鮮明な像を決める範囲が観測者の裁量にある程度依存してしまうため，この程度の誤差は十分生じうると考えられる．~~

~~また実験 B については，x_2, x_3 の位置を前者はレンズの左側から，後者はレンズの右側から測るというミスをしてしまったため，d の計算の際にあとから (l+t) を引いている (理論を参照)．そのため実験 B の結果に余計な誤差が混じってしまい，実験 A の結果と一致しなかったとも考えられる．~~

誤差伝播の計算を修正した結果，誤差の範囲で A と B の結果が等しくなったため，実験 A,B はうまくいったと考えられる．

実験 C については，最初に x_1, x_2, x_3 を測定した際，各 f' の値にかなりのばらつきが出たため，5 回測定し直し，それをデータとして扱っている．最初の 5 回で測定がうまく行かなかった理由として，実験

A,B とはちがい，スクリーンを二度動かすため，観測者の判断が二回入ってしまい誤差が A,B よりも大きくなっていると考えられる．