

## 1 実験項目

### 1.1 アナログ LCR 回路の作成と時間応答の測定

### 1.2 アナログ LCR 回路の作成と周波数応答の測定

## 2 目的

省略.

## 3 理論

省略.

## 4 方法

省略.

## 5 実験結果

### 5.1 時間応答

実験では，抵抗  $R\ 100 \pm 5[\Omega]$ (茶黒茶金)，コンデンサ  $C\ 2.2[\mu F]$ ，インダクタ  $L\ 30[\text{mH}]$  を用いて，回路を作成した．

上記の条件下での LCR 回路の時間応答の結果は下記の表 1 及び図 1 のようになった．

表 1 LCR 回路の時間応答の実測値

t 時刻 [s]	A(t) 測定値 [V]	t 時刻 [s]	A(t) 測定値 [V]	t 時刻 [s]	A(t) 測定値 [V]
0.00003	0.001447227	0.001001	1.040244148	0.0026	1.009140441
0.00004	0.007467299	0.0011	1.044257529	0.0027	1.009140441
0.00005	0.015159614	0.0012	1.04191639	0.0028	1.008805993
0.00006	0.024189722	0.0013	1.035896318	0.0029	1.010478235
0.00007	0.033554279	0.0014	1.029207349	0.003	1.009809338
0.00008	0.044925527	0.0015	1.021849483	0.00305	1.009809338
0.00009	0.056296774	0.0016	1.014491616	0.0031	1.010143786
0.0001	0.068671368	0.0017	1.009809338	0.00315	1.010143786
0.0002	0.225527696	0.0018	1.007468199	0.0032	1.009809338
0.0003	0.408471004	0.0019	1.004792611	0.00325	1.009809338
0.0004	0.584390895	0.002	1.004792611	0.0033	1.010478235
0.0005	0.732886012	0.0021	1.004123714	0.00335	1.010143786
0.0006	0.847936283	0.0022	1.005461508	0.004	1.01148158
0.0007	0.931213949	0.0023	1.006130405	0.0045	1.010812683
0.0008	0.987401291	0.0024	1.00713375	0.005	1.011816029
0.0009	1.021180586	0.0025	1.007802647		

以下に示すインダクタの抵抗値を実験の際に考慮に入れていなかったため、実際の抵抗値が大きくなってしまっていた。

表2 インダクタの抵抗値

$L[\text{mH}]$	10	20	30
$r[\Omega]$	20	35	55

実験では  $30[\text{mH}]$  のインダクタを使用したので、上記表から考慮して、抵抗  $R$  は  $100[\Omega]$  のものではなく  $100 - 55 = 45[\Omega]$  のものを繋ぐべきであった。

しかしながら、実験では  $100[\Omega]$  の抵抗  $R$  を用いたので、合計の抵抗値  $155[\Omega]$  の状態で実験を行っていたということになる。そこで、 $R$  の値を  $100[\Omega]$  から  $155[\Omega]$  に変え、理論値のグラフを書き直すと、以下の図2に示すように、理論値のグラフと実測値が概ね一致した。

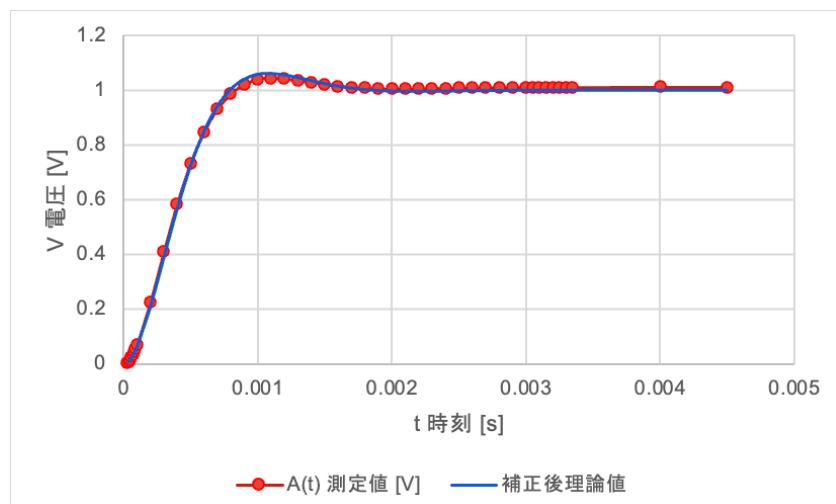


図1 LCR 回路の時間応答 (理論値のグラフ補正)

しかしながら、 $R = 155[\Omega]$ ,  $C = 22[\mu F]$ ,  $L = 30[mH]$  とした場合の  $\zeta$  の値は、 $\zeta = 0.6636703499$  となり、 $\frac{\sqrt{2}}{6} < \zeta < \frac{\sqrt{2}}{3}$  の範囲から外れてしまっている。

## 5.2 周波数応答

実験では  $R : 86[\Omega]$  (インダクタの抵抗値含む),  $C : 1.0[\mu F]$ ,  $L : 10[mH]$  の条件で実験を行った. ゲイン特性, 位相特性の理論値と実測値を比較したグラフはそれぞれ, 以下の図 2,3 である.

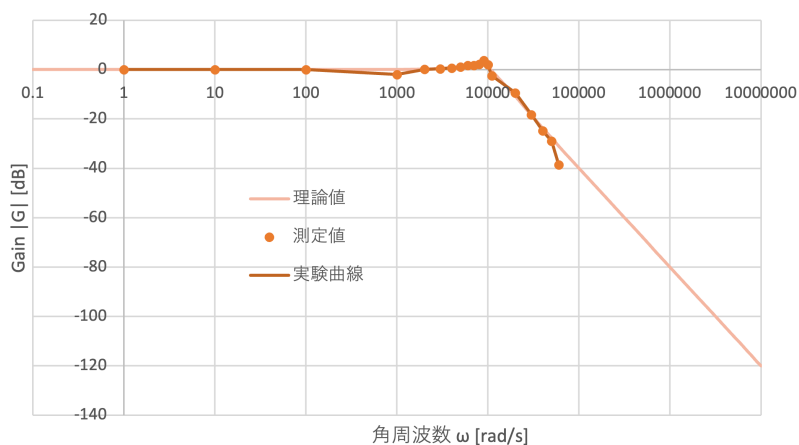


図 2 ゲイン特性

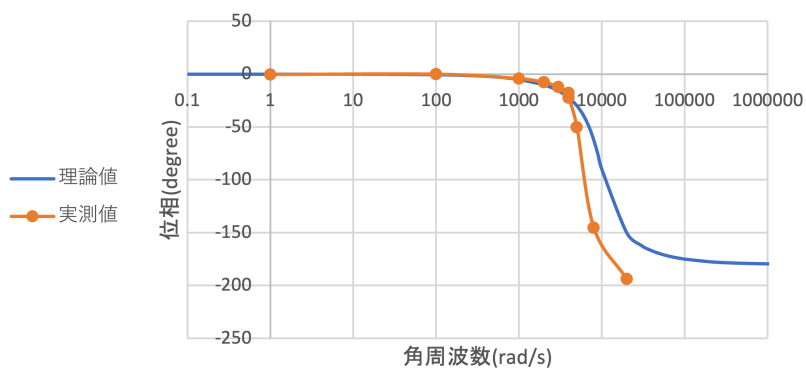


図 3 位相特性

## 6 考察

### 6.1 時間応答の測定に関する考察

(a)

$R = 155[\Omega]$  として理論値を計算した結果，理論値と実測値のグラフがほぼ一致した．

(b)

実測値，理論値，理論値 (補正後) の立ち上がり時間と行き過ぎ量の比較は以下の通り．

表 3 立ち上がり時間，行き過ぎ量の比較

	立ち上がり時間 $T_r$ [s]	行き過ぎ量 $A_p$ [V]
実測値	0.00054925	0.03143815504
理論値	0.00039	0.2257114817
理論値 (補正後)	0.00052	0.06158634348

立ち上がり時間と行き過ぎ量の差についても，原因は (a) で述べたものと同じであると考えられる．

$R, C, L$  の値を合わせている実測値と理論値 (補正後) の間で差が出たのは行き過ぎ量の式

$$A_p = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad (1)$$

より， $\zeta$  の値が理論値より小さくなってしまったことが考えられる．これは実験に使用した抵抗  $R$ ，コンデンサ  $C$ ，インダクタ  $L$  の値の誤差によるものであろう．

## 6.2 周波数応答の測定に関する考察

(a)

図 2,3 からわかるように，ゲイン特性は 10000 をこえたあたりから，位相特性は 10000 手前から実測値と理論値のグラフのずれが生じているが，考えられる諸原因としては，

- 高周波数になる程 waveform の波形が荒ぶったため正確な測定が難しかった
- 回路のアースが甘かった

などが考えられる．

(b)

表 4 立ち上がり時間，行き過ぎ量の比較

	折れ点周波数 [rad/s]	共振周波数 [rad/s]	共振値
実測値	11000	9000	1.2571267371638
理論値	10000	9028.288874	1.287941396

と概ね一致した．折れ点周波数に関しては，折れ点付近のデータが不足していたので実際の理論値と実測値の誤差はもう少し小さくなると考えられる．

## 7 課題

以下，抵抗  $R$ ，コンデンサ  $C$ ，インダクタ  $L$  にかかる電圧をそれぞれ  $V_R, V_C, V_L$  とする．

### 7.1 問 1

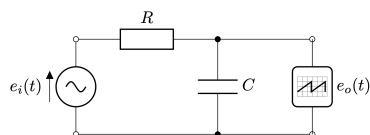


図 4 RC 回路 (実験テキスト図 1)

抵抗  $R$  とコンデンサー電荷量を  $q(t)$  とする．  
出力はコンデンサと並列に繋がれているので，

$$e_o(t) = V_C = \frac{q(t)}{C} \quad (2)$$

電圧則より,

$$e_i(t) = V_R + V_C \quad (3)$$

$V_R = R \frac{d}{dt}(q(t))$  より,  $RC$  直列回路の回路方程式は,

$$e_i(t) = R \frac{d}{dt}(q(t)) + \frac{q(t)}{C} \quad (4)$$

(4) 式に (2) 式を代入して,

$$e_i(t) = RC \frac{d}{dt}(e_o(t)) + e_o(t) \quad (5)$$

(5) 式は実験テキスト図 1 の  $RC$  回路の電圧,  $e_i(t), e_o(t)$  に関する微分方程式である.  
この式をラプラス変換して,

$$E_i(s) = RCs(E_o(s)) + E_o(s) = (RCs + 1)E_o(s) \quad (6)$$

(6) 式より, 伝達関数  $G(s) = \frac{E_o(s)}{E_i(s)}$  は,

$$G(s) = \frac{1}{RCs + 1} \quad (7)$$

となる.

## 7.2 問 2

(7) 式とボード線図より, 入力周波数が低い場合はゲイン特性, 位相特性ともに値が 0 に近づくため, 出力振幅は入力約 1 倍となり, 出力位相も入力とほぼ同じ位相となる (といっても微小な遅れは生じる).

## 7.3 問 3

(7) 式とボード線図より, 入力周波数が高い場合はゲイン特性が負の値となり, 位相特性の値は  $-90^\circ$  に近づくため, 出力振幅は入力より小さくなり, 出力位相は入力よりも  $90^\circ$  ほど遅れる ( $90^\circ$  以上遅れることはない).

## 7.4 問 4

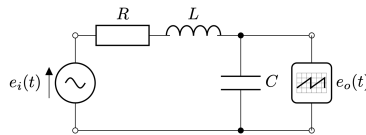


図 5 LCR 回路 (実験テキスト図 2)

電圧則より,

$$e_i(t) = V_R + V_C + V_L \quad (8)$$

$V_R = R \frac{d}{dt}(q(t))$ ,  $V_L = L \frac{d^2}{dt^2}(q(t))$  より,  $LCR$  直列回路の回路方程式は,

$$e_i(t) = L \frac{d^2}{dt^2}(q(t)) + R \frac{d}{dt}(q(t)) + \frac{q(t)}{C} \quad (9)$$

(9) 式に (2) 式を代入して,

$$e_i(t) = LC \frac{d^2}{dt^2}(e_o(t)) + RC \frac{d}{dt}(e_o(t)) + e_o(t) \quad (10)$$



(10) 式は実験テキスト図 2 の  $LCR$  回路の電圧,  $e_i(t), e_o(t)$  に関する微分方程式である.  
この式をラプラス変換して,

$$E_i(s) = LCs^2(E_o(s)) + RCs(E_o(s)) + E_o(s) = (LCs^2 + RCs + 1)E_o(s) \quad (11)$$

(11) 式より, 伝達関数  $G(s) = \frac{E_o(s)}{E_i(s)}$  は,

$$G(s) = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1} \quad (12)$$

となる.

## 参考文献

1. 『エレクトロニクス基礎』 実験テキスト
2. 『制御工学』 第 6 回授業資料