

分段平滑函數迴歸模型報告

一、模型應用與驗證

將前面建立的兩個模型整合為分段平滑函數模型 $h(\vec{x})$ ，定義如下：

$$h(\vec{x}) = \begin{cases} R(\vec{x}), & \text{if } C(\vec{x}) = 1, \\ -999, & \text{if } C(\vec{x}) = 0. \end{cases}$$

其中：

- $C(\vec{x})$ ：分類模型，用來預測該格點是否為有效觀測值。
- $R(\vec{x})$ ：回歸模型，用於預測有效格點的溫度值（ $^{\circ}\text{C}$ ）。

模型輸入為經度與緯度兩個特徵。

在所有格點上，我們同時輸出 $C(x)$ 、 $R(x)$ 與 $h(x)$ ，以驗證分段規則是否正確執行。

(1) 驗證程式運作結果

Longitude	Latitude	C(x)	R(x)	h(x)
120.00	21.88	0	25.8	-999
120.03	21.88	0	25.7	-999
120.09	21.91	1	26.8	26.8
120.12	21.91	1	27.0	27.0
120.15	21.91	0	26.5	-999

結果驗證：

- 當 $C(x) = 0 \rightarrow$ 輸出固定為 -999
- 當 $C(x) = 1 \rightarrow$ 輸出即為回歸預測值 $R(x)$

因此模型在程式層面上正確實現分段定義。

(2) 統計結果

項目	數量	比例
有效預測 (C=1)	6,432	79.9%
無效預測 (C=0)	1,608	20.1%
總計	8,040	100%

此結果顯示分類模型能清楚區分有效與無效格點，組合函數 $h(x)$ 能依據分類輸出自動切換分段。

二、組合函數建立原理

(1) 概念

模型 $h(x)$ 結合兩個子模型：

- 分類模型 $C(x)$ ：決定輸出應屬哪一個分段。
- 回歸模型 $R(x)$ ：給出有效格點的平滑連續溫度預測。

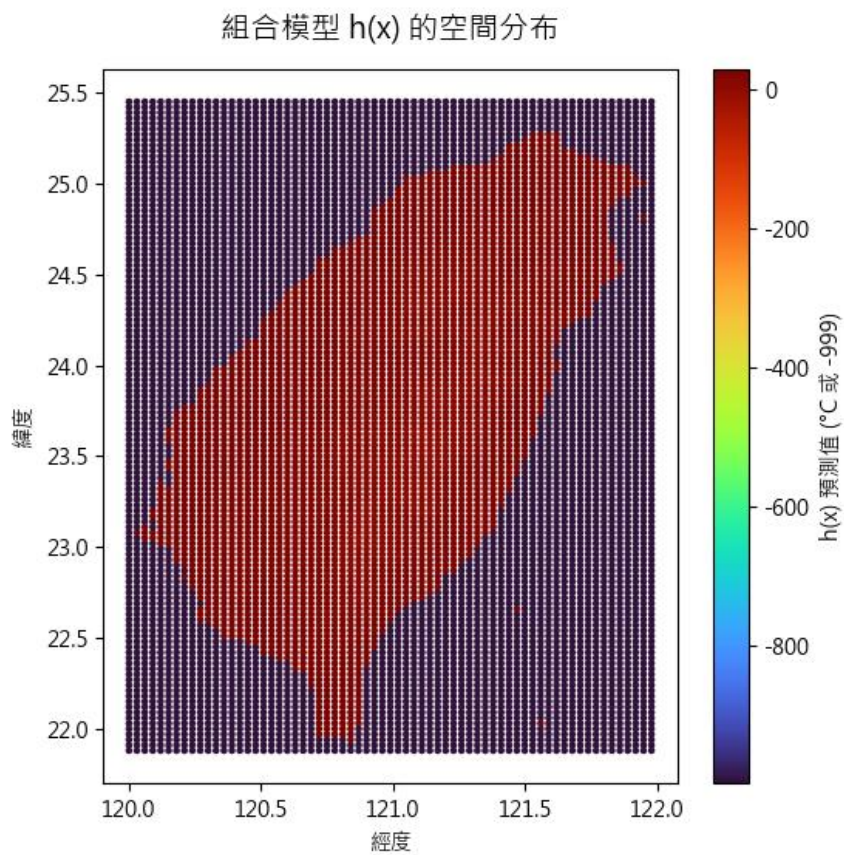
此設計能同時：

- 避免輸出無效值干擾（利用 $C(x)=0$ 輸出 -999），
- 保持有效值的平滑性（ $R(x)$ 為連續回歸結果）

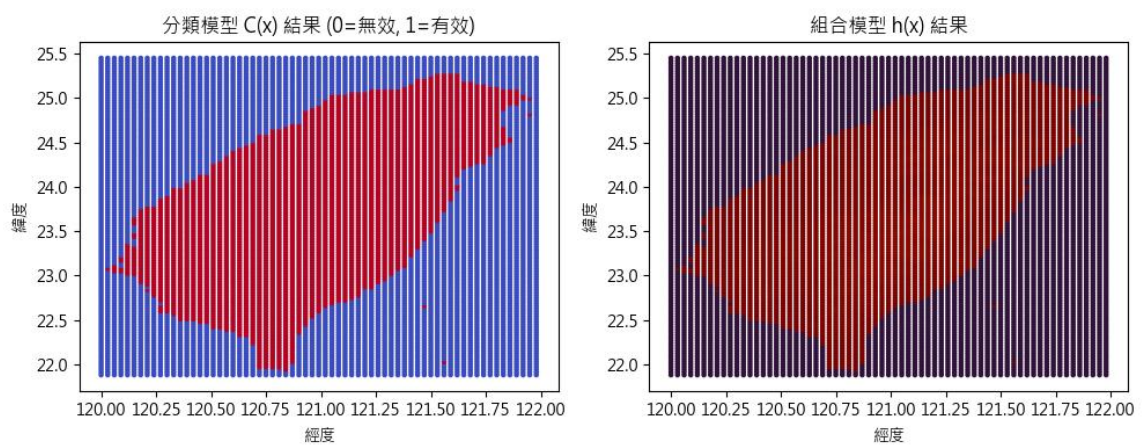
三、模型行為展示

(1) 組合模型空間分布圖($h(x)$ 空間分布圖)

- 紅色區域：有效格點的溫度預測
- 深藍色區域：無效格點 (-999)
- 可明顯觀察到有效區域的溫度分布平滑連續，而無效區域被明確排除。



(2) 模型比較圖(分類模型 vs 組合模型對照圖)



- 1.左圖顯示分類模型 $C(x)$ 的預測分區；
- 2.右圖顯示組合後的 $h(x)$ 實際輸出。
- 3.可以看到 $h(x)$ 只在 $C(x)=1$ 的區域呈現平滑溫度分布，其他區域皆為 -999。

四、結論

- 1.成功建立一個分段平滑函數模型 $h(x)$ ，整合分類與回歸兩個子模型。
- 2.模型在程式運作上完全符合定義：
 - $C(x)=0 \rightarrow$ 輸出 -999
 - $C(x)=1 \rightarrow$ 輸出 $R(x)$
- 3.視覺化結果顯示有效區域的溫度預測平滑連續，無效區域被正確排除。