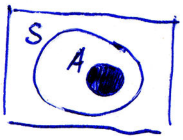
Теория множеств. Множества и операции над ними.

• Множество — совокупность объектов, называемых **элементами** множества.

$a \in S$ означает, что a — **элемент** множества S (a **принадлежит** S)
$a \notin S$ означает, что a **не принадлежит** S.

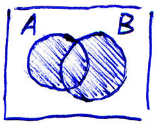
A является **подмножеством** множества S, если каждый его элемент автоматически является элементом множества S.
То есть, множество A **содержится** в множестве S или $A \subset S$



(Диаграмма Венна для $A \subset S$)

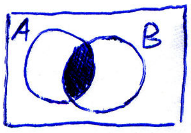
Примечание: два множества считаются **равными**, если каждое из них содержится в другом, то есть если они состоят из одних и тех же элементов.
$A = B$, если $\{x \in A \Rightarrow x \in B\}$ и $\{x \in B \Rightarrow x \in A\}$

Объединением двух множеств называется множество
$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ или } x \in B\}$$
Оно состоит из тех элементов, которые принадлежат либо множеству A, либо множеству B, а возможно и обоим сразу.



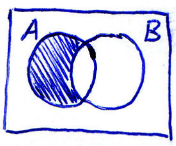
(Диаграмма Венна для $A \cup B$)

Пересечением двух множеств A и B называется множество
$$A \cap B = \{x : x \in A \text{ и } x \in B\}$$
Оно состоит из элементов, которые принадлежат как множеству A, так и множеству B.



(Диаграмма Венна для $A \cap B$)

Дополнением (**разностью**) множества B до множества A называется
$$A \setminus B = \{x : x \in A \text{ и } x \notin B\}$$
Дополнение $A \setminus B$ состоит из всех элементов множества A, которые не принадлежат B.

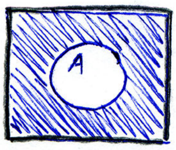


(Диаграмма Венна для $A \setminus B$)

Примечание: если мы оперируем подмножествами некого большого множества U, мы называем U **универсальным множеством** для данной задачи.

Для подмножества A универсального множества U можно рассматривать дополнение A до U, т.е. $U \setminus A$. Поскольку в каждой конкретной задаче универсальное множество фиксировано, множество $U \setminus A$ обычно обозначают $\bar{A}$ и называют просто дополнением множества A. Таким образом, понимая, что мы работаем с подмножествами универсального множества U, можно записать:

$$\bar{A} = \{x : \text{не}\,(x \in A)\} \Leftrightarrow \bar{A} = \{x : x \notin A\}$$



(Диаграмма Венна для $\bar{A}$)

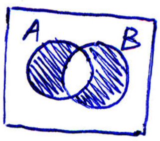
Универсальное множество U

—

Симметрической разностью двух множеств A и B называют множество

$$A \Delta B = \{x : (x \in A \text{ и } x \notin B) \text{ или } (x \in B \text{ и } x \notin A)\}$$

Оно состоит из элементов, лежащих либо в A, либо в B, но не одновременно.



(Диаграмма Венна для $A \Delta B$)