

1 Динамика СВП

Исходная система уравнений, описывающая динамику СВП:

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 H}{dt^2} &= pS - mg \\ \frac{dp}{dt} &= \frac{np_a}{W} \left(Q_{in} - Q_{out} - \frac{dW}{dt} \right) \\ I_z \frac{d^2 \varphi}{dt^2} &= pS \cdot l_{AC} \end{aligned} \quad (1.1)$$

2 Расходно напорная характеристика

Таблица 1: Исходные параметры центробежного нагнетателя, округленные до целой части. Точные параметры можно найти в *initials.xlsx*

p , Па	2809	2965	2902	2715	2497	2325	2060	1280	593
Q , $\frac{м^3}{с}$	0	6	11	17	22	25	28	34	38

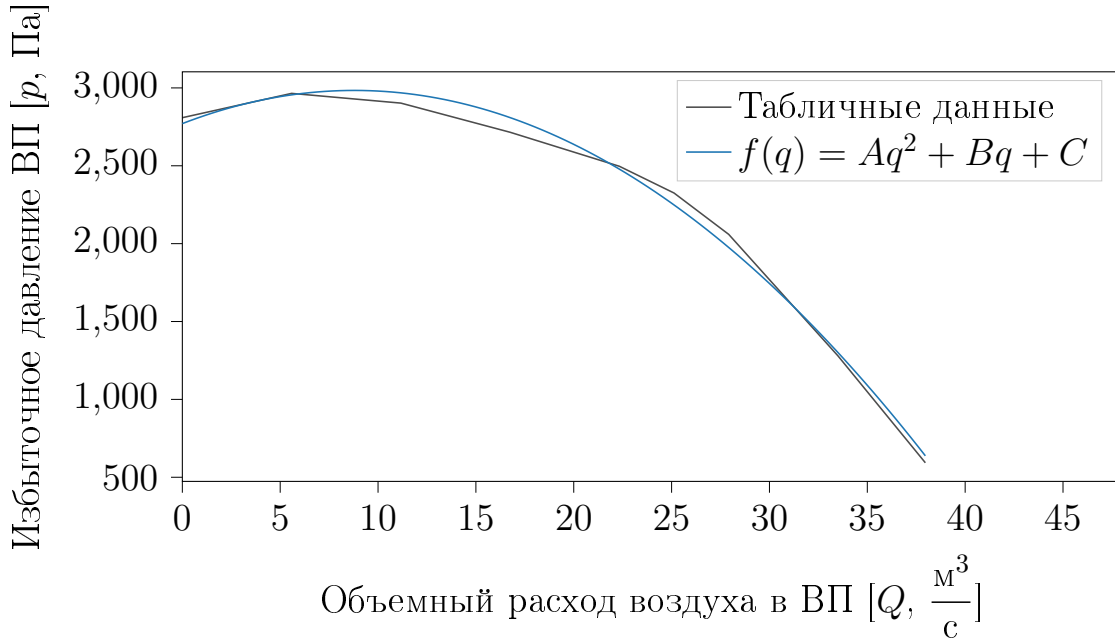


Рис. 1: Расходно напорная характеристика $p(Q_{in})$. Аппроксимация МНК квадратичной функцией $f(q) = -2.756q^2 + 48.46q + 2771$.

Для выполнения условия устойчивости судна в предположении отсутствия волнения, необходимо:

$$\left. \frac{1}{2}Q_0 - \frac{\partial Q}{\partial p} \right|_0 p_0 > 0, \text{ где } (Q_0, p_0) \text{ точка на нисходящей ветви РНХ} \quad (2.1)$$

Преобразуем $p(Q_{in})$ для получения функции $Q_{in}(p)$, решив уравнение $f(q) = p$ и выбрав решения на нисходящей ветке. Получим:

$$Q_{in}(p) = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4A(C - p)}}{2A}, \text{ где } A, B, C \text{ из } f(q) \quad (2.2)$$

Объемный расход воздуха Q_{out} , вытекающего из зоны ВП, может быть вычислено следующим образом:

$$Q_{out} = Q_{out}(p, S_{gap}) = \chi \sqrt{\frac{2p}{\rho}} S_{gap} \quad (2.3)$$

Объемный расход воздуха Q_{in} , нагнетаемого вентиляторами в зону ВП, вычисляется с помощью РНХ вентилятора:

$$Q_{in} = Q_{in}(p) \quad (2.4)$$

3 Симуляция

Преобразуем 1.1, заменив дифференциальные уравнения второго порядка уравнениями первого порядка. Также, допишем уравнение, описывающее изменение объема ВП:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{pS - mg}{m} \\ \frac{dH}{dt} &= V \\ \frac{dW}{dt} &= S \frac{dH}{dt} + S \cdot l_{AC} \frac{d\varphi}{dt} \\ \frac{dp}{dt} &= \frac{np_a}{W} \left(Q_{in} - Q_{out} - \frac{dW}{dt} \right) \\ \frac{dV_\varphi}{dt} &= \frac{pS \cdot l_{AC}}{I_z} \\ \frac{d\varphi}{dt} &= V_\varphi \end{aligned} \quad (3.1)$$

3.1 Шаг симуляции

В качестве метода численного интегрирования выбран метод *Рунге-Кутты четвертого порядка* в следующей формулировке:

Рассмотрим задачу Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (далее \mathbf{y} , \mathbf{f} , $\mathbf{k}_i \in \mathcal{R}^n$, $x, h \in \mathcal{R}^1$)

$$\mathbf{y}' = \mathbf{f}(x, \mathbf{y}), \quad \mathbf{y}(x_0) = \mathbf{y}_0 \quad (3.1.1)$$

Тогда приближенное значение в последующих точках вычисляется по итерационной формуле:

$$\mathbf{y}_{n+1} = \mathbf{y}_n + \frac{h}{6}(\mathbf{k}_1 + 2\mathbf{k}_2 + 2\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4) \quad (3.1.2)$$

Вычисление нового значения происходит в четыре стадии:

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_1 &= \mathbf{f}(x_n, \mathbf{y}_n) \\ \mathbf{k}_2 &= \mathbf{f}\left(x_n + \frac{h}{2}, \mathbf{y}_n + \frac{h}{2}\mathbf{k}_1\right) \\ \mathbf{k}_3 &= \mathbf{f}\left(x_n + \frac{h}{2}, \mathbf{y}_n + \frac{h}{2}\mathbf{k}_2\right) \\ \mathbf{k}_4 &= \mathbf{f}(x_n + h, \mathbf{y}_n + h\mathbf{k}_3) \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

3.2 Начальные условия

В симуляции используются начальные значения из таблицы 2. Предполагается, что в самом начале симуляции ВП отсутствует и только начинает наполняться воздухом.

Таблица 2: Значения физических величин до первого шага симуляции

обозначение	величина	значение	СИ
A	коэффициент $f(q)$	-2.756	-
B	коэффициент $f(q)$	48.46	-
C	коэффициент $f(q)$	2771	-
a	длина ВП	15	м
b	ширина ВП	6	м
S	площадь ВП	$ab = 90$	м ²
d_{max}	максимальный клиренс ВП	0.7	м
d	текущий клиренс ВП	0	м
W	объем ВП	$Sd = 0$	м ³
I_z	момент инерции	$2.5 \cdot 10^5$	кг · м ²
S_{gap}	площадь истечения	0.012	м ²
g	ускорение св. падения	9.8	м/с ²
n	показатель политропы	1.4	-
χ	коэффициент истечения	1	-
p_a	атмосферное давление	10^5	Па
ρ	плотность воздуха	1.269	кг/м ³
l_{AC}	расстояние ...	1	м
H	вертикальная коорд. ц.т. судна	0	м
φ	тангаж	0	рад
m	масса судна	$1.6 \cdot 10^4$	кг
p	избыточное давление ВП	0	Па