1 Динамика СВП

Исходная система уравнений, описывающая динамику СВП:

$$
\begin{gathered}
m\frac{d^2H}{dt^2} = pS - mg \\
\frac{dp}{dt} = \frac{np_a}{W}\left(Q_{in} - Q_{out} - \frac{dW}{dt}\right) \\
I_z\frac{d^2\varphi}{dt^2} = pS \cdot l_{AC}
\end{gathered} \tag{1.1}
$$

2 Расходно напорная характеристика

Таблица 1: Исходные параметры центробежного нагнетателя, округленные до целой части. Точные параметры можно найти в *initials.xlsx*

p, Па	2809	2965	2902	2715	2497	2325	2060	1280	593
Q, $\frac{м^3}{с}$	0	6	11	17	22	25	28	34	38

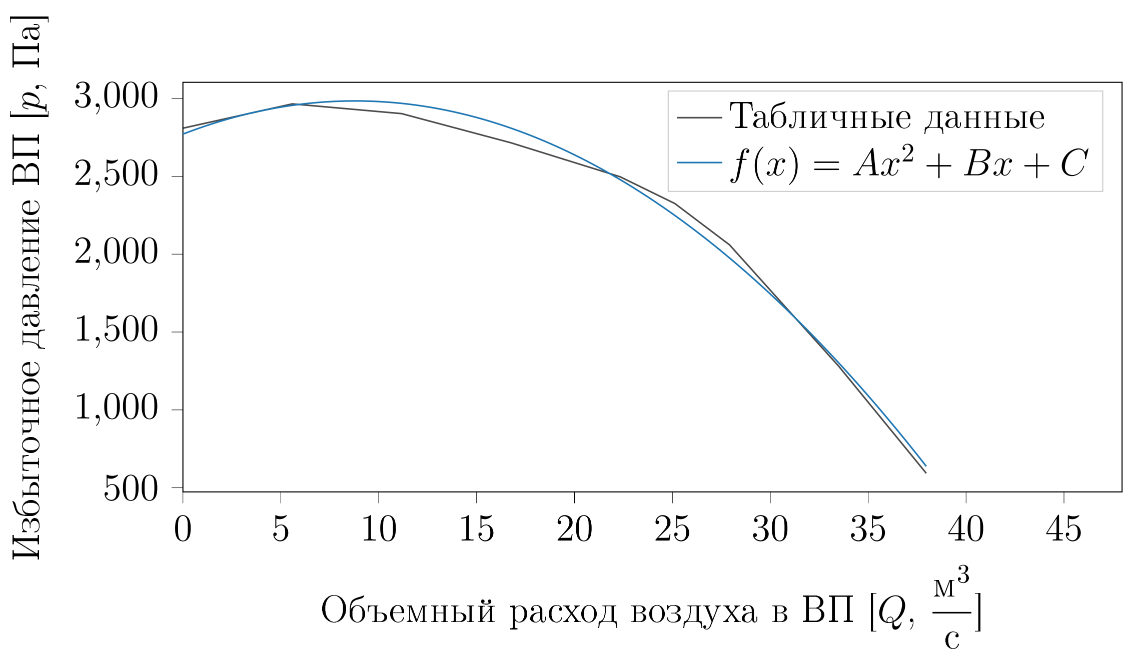

Рис. 1: Расходно напорная характеристика $p(Q_{in})$. Аппроксимация МНК квадратичной функцией $f(x) = -2.756x^2 + 48.46x + 2771$.

Для выполнения условия устойчивости судна в предположении отсутсвия волнения, необходимо:

$$\frac{1}{2}Q_0 - \left.\frac{\partial Q}{\partial p}\right|_0 p_0 > 0, \text{ где } (Q_0, p_0) \text{ точка на нисходящей ветви РНХ} \tag{2.1}$$

Преобразуем $p(Q_{in})$ для получения функции $Q_{in}(p)$, решив уравнение $f(x) = p$ и выбрав решения на нисходящей ветке. Получим:

$$Q_{in}(p) = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4A(C-p)}}{2A}, \text{ где } A, B, C \text{ из } f(x) \tag{2.2}$$

Объмный расход воздуха Q_{out}, вытекающего из зоны ВП, может быть вычислено слующим образом:

$$Q_{out} = Q_{out}(p, S_{gap}) = \chi\sqrt{\frac{2p}{\rho}}S_{gap} \tag{2.3}$$

Объмный расход воздуха Q_{in}, нагнетаемого вентиляторами в зону ВП, вычисляется с помощью РНХ вентилятора:

$$Q_{in} = Q_{in}(p) \tag{2.4}$$

3 Симуляция

Преобразуем 1.1, заменив дифференциальные уравнения второго порядка уравнениями первого порядка. Также, допишем уравнение, описывающее изменение объема ВП:

$$\begin{gathered}
\frac{dV}{dt} = \frac{pS - mg}{m} \\
\frac{dH}{dt} = V \\
\frac{dW}{dt} = S\frac{dH}{dt} + S \cdot l_{AC}\frac{d\varphi}{dt} \\
\frac{dp}{dt} = \frac{np_a}{W}\left(Q_{in} - Q_{out} - \frac{dW}{dt}\right) \\
\frac{dV_\varphi}{dt} = \frac{pS \cdot l_{AC}}{I_z} \\
\frac{d\varphi}{dt} = V_\varphi
\end{gathered} \tag{3.1}$$

3.1 Шаг симуляции

В качестве метода численного интегрирования выбран метод *Рунге-Кутты четвертого порядка* в следующей формулировке:

Рассмотрим задачу Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (далееий первого порядка (далее $\mathbf{y}, \mathbf{f}, \mathbf{k}_i \in \mathcal{R}^n, x, h \in \mathcal{R}^1$)

$$\mathbf{y}' = \mathbf{f}(x, \mathbf{y}), \quad \mathbf{y}(x_0) = \mathbf{y}_0 \tag{3.1.1}$$

Тогда приближенное значение в последующих точдках вычисляется по итерационной формуле:

$$\mathbf{y}_{n+1} = \mathbf{y}_n + \frac{h}{6}(\mathbf{k}_1 + 2\mathbf{k}_2 + 2\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4) \tag{3.1.2}$$

Вычисление нового значения происходит в четыре стадии:

$$\begin{gathered}
\mathbf{k}_1 = \mathbf{f}(x_n, \mathbf{y}_n) \\
\mathbf{k}_2 = \mathbf{f}(x_n + \frac{h}{2}, \mathbf{y}_n + \frac{h}{2}\mathbf{k}_1) \\
\mathbf{k}_3 = \mathbf{f}(x_n + \frac{h}{2}, \mathbf{y}_n + \frac{h}{2}\mathbf{k}_2) \\
\mathbf{k}_4 = \mathbf{f}(x_n + h, \mathbf{y}_n + h\mathbf{k}_3)
\end{gathered} \tag{3.1.3}$$

3.2 Начальные условия

В симуляции используются следующие начальные условия:

Таблица 2: Значения физических величин до первого шага симуляции

обозначение	величина	значение	СИ
A	коэффициент $f(x)$	-2.756	-
B	коэффициент $f(x)$	48.46	-
C	коэффициент $f(x)$	2771	-
a	длина ВП	15	м
b	ширина ВП	6	м
S	площадь ВП	$ab = 90$	$м^2$
d	клиренс ВП	0.7	м
W	объем ВП	$Sd = 63$	$м^3$
I_z	момент инерции	$2.5 \cdot 10^5$	$кг \cdot м^2$
S_{gap}	площадь истечения	0.012	$м^2$
g	ускорение св. падения	9.8	$м/с^2$
n	показатель политропы	1.4	-
χ	коэффициент истечения	1	-
p_a	атмосферное давление	10^5	Па
ρ	плотность воздуха	1.269	$кг/м^3$