

# **Отчёт по лабораторной работе №4**

**Модель гармонических колебаний**

**Виктория Михайловна Шутенко**

# **Содержание**

<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>Задание</b>	<b>6</b>
Вариант 16 . . . . .	6
<b>Теоретические сведения</b>	<b>7</b>
<b>Ход работы</b>	<b>8</b>
1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы . . . . .	8
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы . . . . .	11
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы . . . . .	14
<b>Выводы</b>	<b>17</b>
<b>Библиография</b>	<b>18</b>

# Список иллюстраций

0.1	Выполнение проверки модели для 1 случая. . . . .	9
0.2	Установка Симуляции. . . . .	9
0.3	Решение уравнения гармонического осциллятора для 1 случая “Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 2x = 0$ . . . . .	10
0.4	Фазовый портрет гармонического осциллятора для 1 случая “Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 2x = 0$ . . . . .	10
0.5	Выполнение проверки модели для 2 случая. . . . .	12
0.6	Установка Симуляции. . . . .	12
0.7	Фазовый портрет гармонического осциллятора для 2 случая “Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 3\dot{x} + 3x = 0$ . . . . .	13
0.8	Решение уравнения гармонического осциллятора для 2 случая “Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 3\dot{x} + 3x = 0$ . . . . .	13
0.9	Выполнение проверки модели для 3 случая. . . . .	15
0.10	Установка Симуляции. . . . .	15
0.11	Решение уравнения гармонического осциллятора для 3 случая “Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 4\dot{x} + 4x = 0$ . . . . .	16
0.12	Фазовый портрет гармонического осциллятора для 3 случая “Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 4\dot{x} + 4x = 0$ . . . . .	16

# **Список таблиц**

# **Цель работы**

Приобрести практические навыки при работе с моделью гармонических колебаний.

# **Задание**

## **Вариант 16**

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы  $\ddot{x} + 2x = 0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы  $\ddot{x} + 3\dot{x} + 3x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы  $\ddot{x} + 4\dot{x} + 4x = \sin(4t)$

На интервале  $t \in [0; 44]$  (шаг 0.05) с начальными условиями  
 $x_0 = 1.5, y_0 = 1.1$

# Теоретические сведения

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + x\omega_0^2 = 0$$

$x$  – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.);

$\gamma$  – параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре);

$\omega_0 = 2$  – собственная частота колебаний;

$t$  – время.

Уравнение (1) есть линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка и оно является примером линейной динамической системы. При отсутствии потерь в системе ( $\gamma = 0$ ) вместо уравнения (1.1) получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени.

$$\ddot{x} + x\omega_0^2 = 0 \quad (2)$$

# Ход работы

## 1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 2x = 0$$

В моем 1-ом задании уравнение задается, следующими параметрами:

$x$  – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.);

$\gamma = 0$  – параметр, характеризующий потери энергии (затухание);

$\omega_0 = 2$  – собственная частота колебаний;

$t \in [0; 44]$  – время.

Для этого уравнения я написала следующий программный код:

```
model oscillation1 //x''+w0^2x=0
parameter Real w = 2;//w0^2 - собственная частота колебаний в квадрате
parameter Real g = 0;// - параметр, характеризующий потери энергии
parameter Real x0 = 1.5;// начальное условие
parameter Real y0 = 1.1;// начальное условие
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation// система диф уравнений
der(x)=y;
der(y)=-w*x;
```

```
end oscillation1;
```

Я выполнила проверку кода.

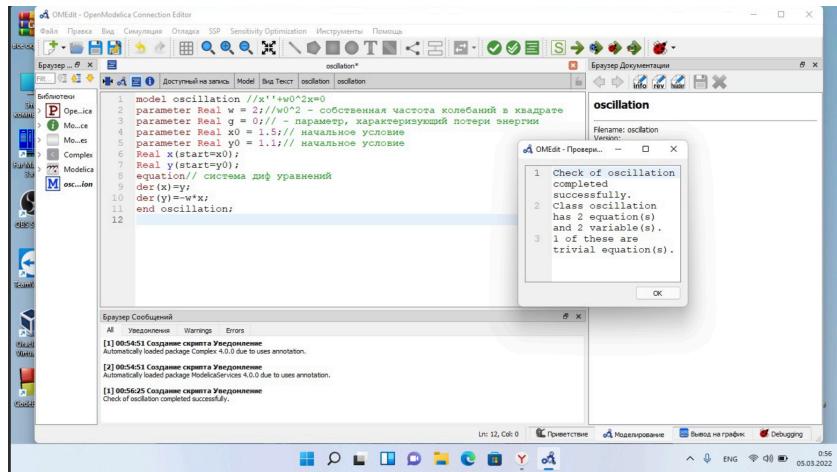


Рис. 0.1: Выполнение проверки модели для 1 случая.

После я делала установку симуляции.

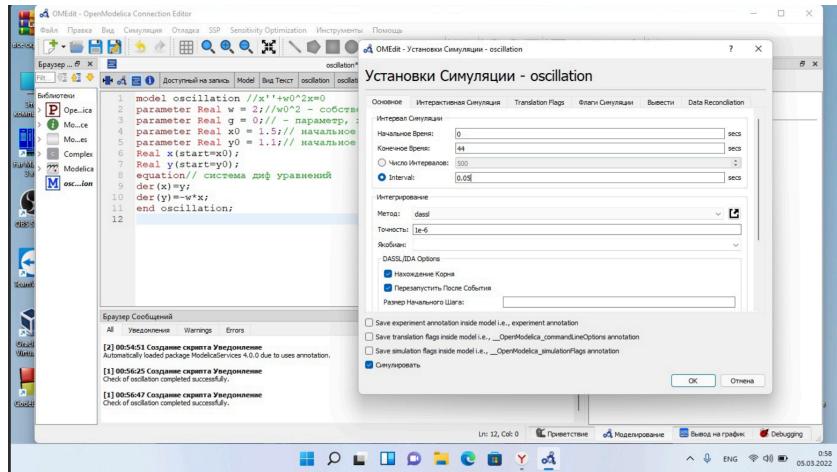


Рис. 0.2: Установка Симуляции.

В итоге, я получила следующий график:

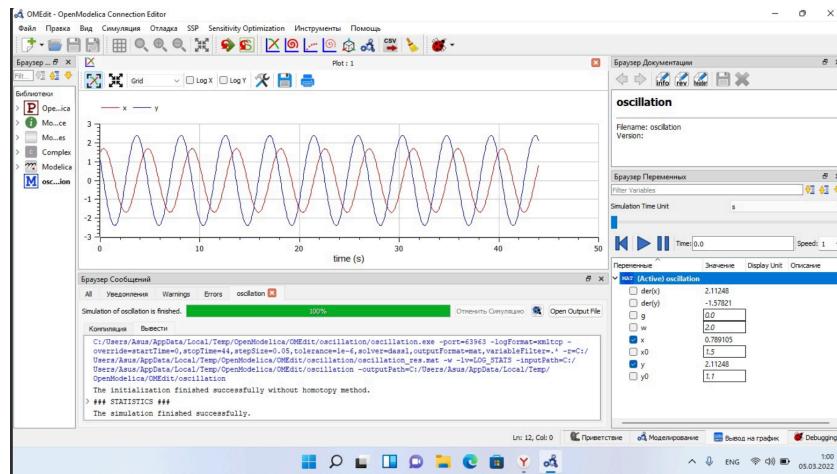


Рис. 0.3: Решение уравнения гармонического осциллятора для 1 случая “Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы  $\ddot{x} + 2x = 0$ ”.

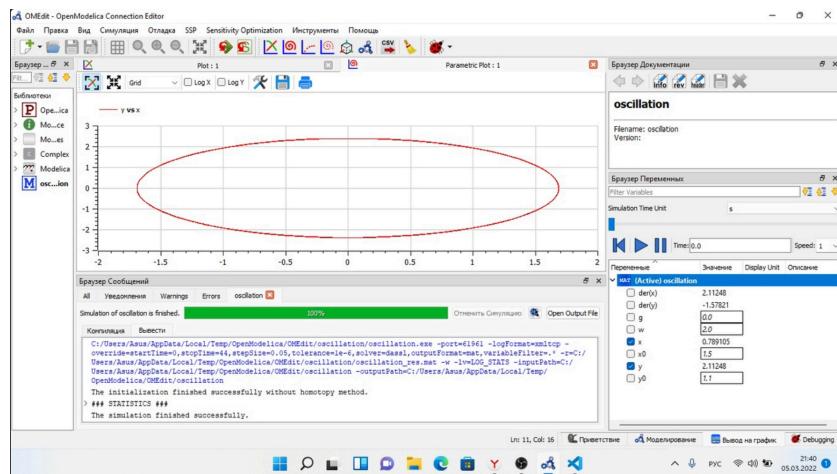


Рис. 0.4: Фазовый портрет гармонического осциллятора для 1 случая “Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы  $\ddot{x} + 2x = 0$ ”.

## 2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 3\dot{x} + 3x = 0$$

В моем 2-ом задании уравнение задается, следующими параметрами:

$x$  – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.);

$\gamma = 3$  – параметр, характеризующий потери энергии (затухание);

$\omega_0 = 3$  – собственная частота колебаний;

$t \in [0; 44]$  – время.

Для этого уравнения я написала следующий программный код:

```
model oscillation2 //x''+w0^2x=0
parameter Real w = 3;//w0^2 - собственная частота колебаний в квадрате
parameter Real g = 3;// - параметр, характеризующий потери энергии
parameter Real x0 = 1.5;// начальное условие
parameter Real y0 = 1.1;// начальное условие
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation// система диф уравнений
der(x)=y;
der(y)=-g*y-w*x;
end oscillation2;
```

Я выполнила проверку кода.

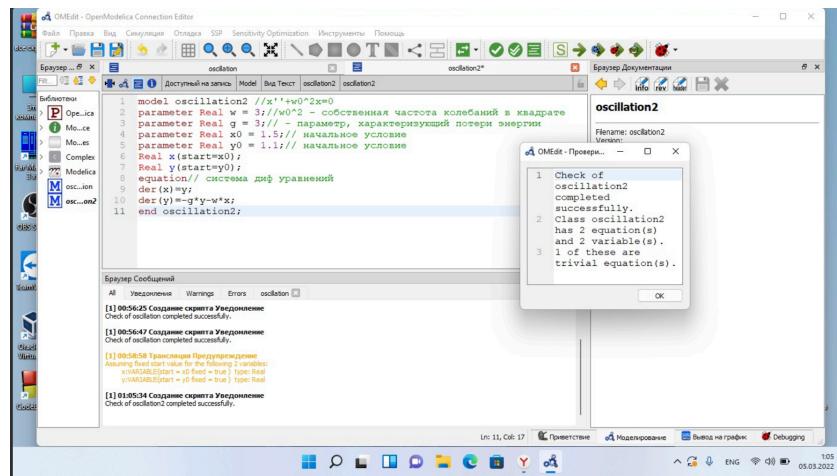


Рис. 0.5: Выполнение проверки модели для 2 случая.

После я делала установку симуляции.

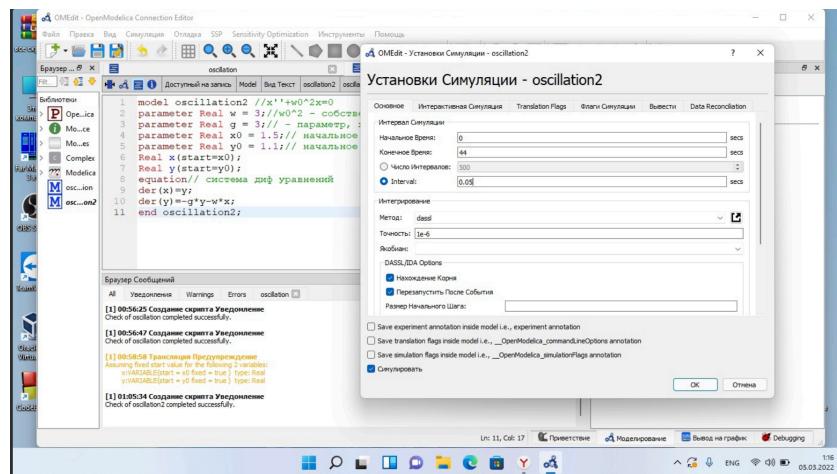


Рис. 0.6: Установка Симуляции.

В итоге, я получила следующий график:

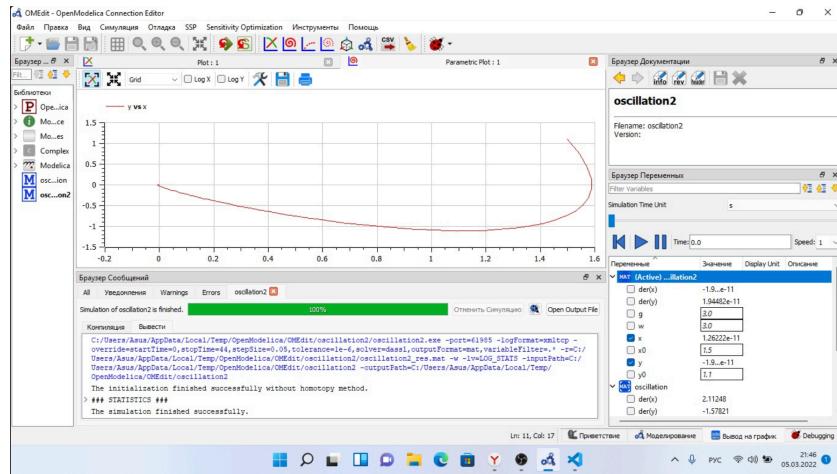


Рис. 0.7: Фазовый портрет гармонического осциллятора для 2 случая “Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы  $\ddot{x} + 3\dot{x} + 3x = 0$ ”.

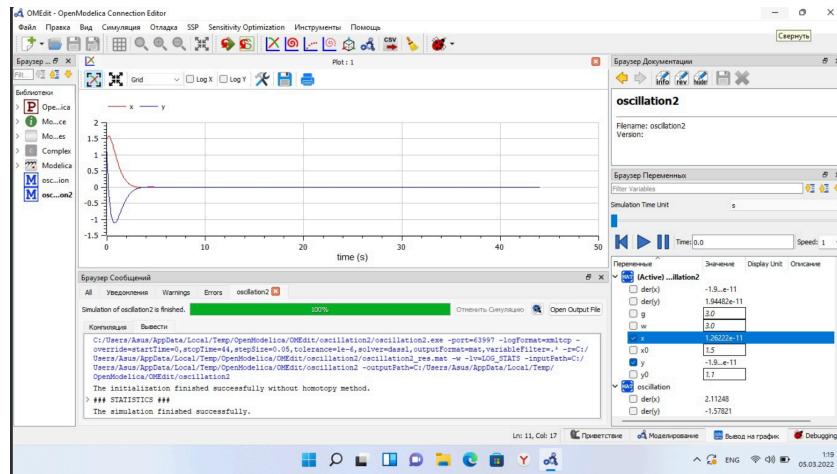


Рис. 0.8: Решение уравнения гармонического осциллятора для 2 случая “Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы  $\ddot{x} + 3\dot{x} + 3x = 0$ ”.

### **3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы**

$$\ddot{x} + 4\dot{x} + 4x = 0$$

В моем 3-ем задании уравнение задается, следующими параметрами:

$x$  – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.);

$\gamma = 4$  – параметр, характеризующий потери энергии (затухание);

$\omega_0 = 4$  – собственная частота колебаний;

$t \in [0; 44]$  – время.

Для этого уравнения я написала следующий программный код:

```
model oscillation2 //x''+w0^2x=0
parameter Real w = 4;//w0^2 - собственная частота колебаний в квадрате
parameter Real g = 4;// - параметр, характеризующий потери энергии
parameter Real x0 = 1.5;// начальное условие
parameter Real y0 = 1.1;// начальное условие
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation// система диф уравнений
der(x)=y;
der(y)=sin(4*time)-g*y-w*x;
end oscillation2;
```

Я выполнила проверку кода.

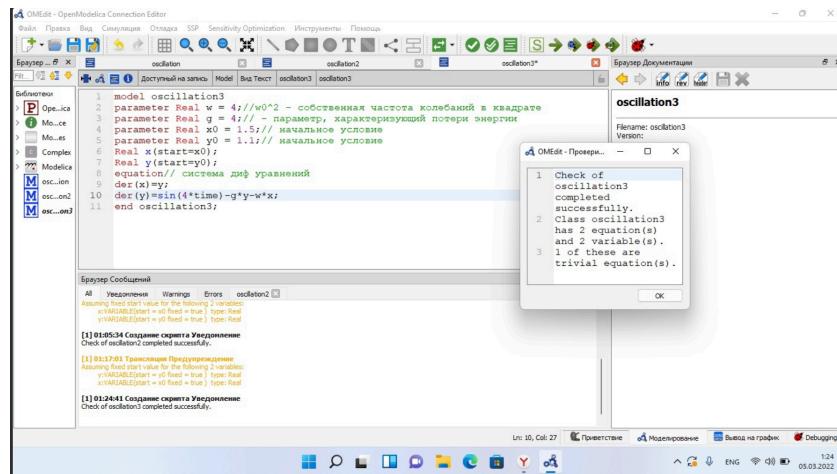


Рис. 0.9: Выполнение проверки модели для 3 случая.

После я делала установку симуляции.

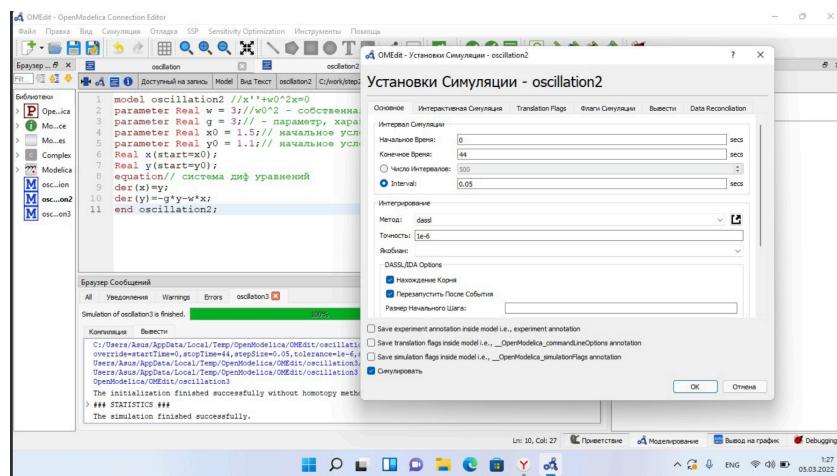


Рис. 0.10: Установка Симуляции.

В итоге, я получила следующий график:

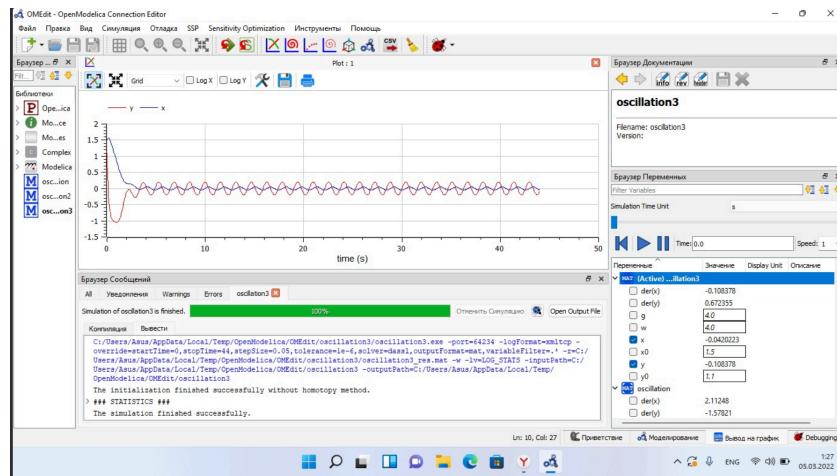


Рис. 0.11: Решение уравнения гармонического осциллятора для 3 случая “Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы  $\ddot{x} + 4\dot{x} + 4x = 0$ ”.

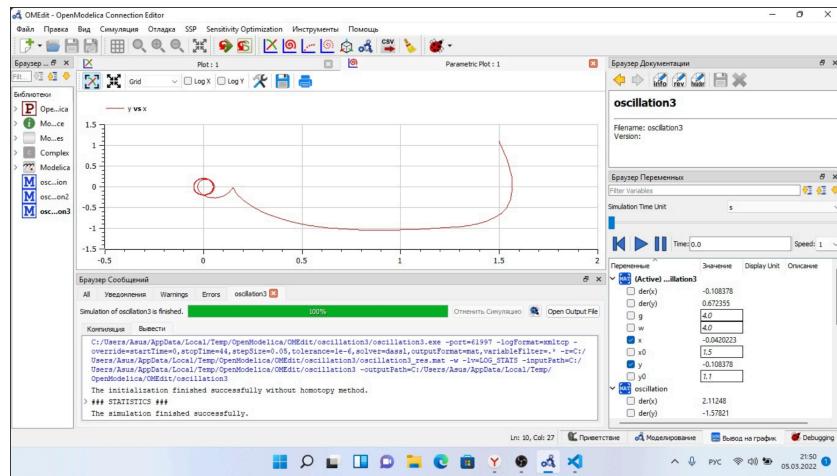


Рис. 0.12: Фазовый портрет гармонического осциллятора для 3 случая “Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы  $\ddot{x} + 4\dot{x} + 4x = 0$ ”.

## **Выводы**

Я приобрела практические навыки при работе с моделью гармонических колебаний.

# **Библиография**

1. Википедия [https://ru.wikipedia.org/wiki/Гармонические\\_колебания](https://ru.wikipedia.org/wiki/Гармонические_колебания)