

Отчёт по лабораторной работе №2

Задача о погоне

Виктория Михайловна Шутенко

Содержание

Цель работы	5
Задание	6
Вариант 16	6
Выполнение лабораторной работы	7
1. Запись уравнения, описывающего движение катера, с начальными условиями для двух случаев.	7
2. Построение траектории движения катера и лодки для двух случаев.	12
3. Поиск точки пересечения траектории катера и лодки	15
Выводы	16
Список литературы	17

Список иллюстраций

0.1	Уравнения, описывающие движение катера, с начальными условиями для двух случаев.	9
0.2	Решение исходной задачи - системы из двух дифференциальных уравнений.	11
0.3	Код для построения траектории движения катера и лодки для первого случая.	13
0.4	Построение траектории движения катера и лодки для первого случая.	13
0.5	Код для построения траектории движения катера и лодки для второго случая.	14
0.6	Построение траектории движения катера и лодки для второго случая.	14
0.7	Точка пересечения траектории катера и лодки.	15

Список таблиц

Цель работы

Приобрести практические навыки при работе с задачей о погоне и scilab.

Задание

Вариант 16

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 9,5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,3 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

Выполнение лабораторной работы

1. Запись уравнения, описывающего движение катера, с начальными условиями для двух случаев.

1. Принимаю за $t_0 = 0$, $x_{л0} = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_{к0} = k$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введу полярные координаты. Считаю, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров $x_{л0}$ ($\theta = x_{л0}$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны.
3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса θ , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.
4. Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), составила простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $k - x$ (или $k + x$, в зависимости от начального по-

ложения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляю как x/v или $k - x / 2v$ (во втором случае $x + k / 2v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x могу найти из следующего уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{k-x}{2v} \text{ в первом случае или}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{x+k}{2v} \text{ во втором}$$

Отсюда мы найдем два значения $x_1 = \frac{k}{3}$ и $x_2 = k$, задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываю на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_τ - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $\frac{dr}{dt} = v$. Тангенциальная скорость - это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{d\theta}{dt}$ на радиус r , $v_\tau = r \frac{d\theta}{dt}$. Из рисунка видно: $v_\tau = \sqrt{4v^2 - v^2} = \sqrt{3}v$

$$\begin{aligned}
t_0 &= 0, \quad x_{л0} = 0 \\
x_{к0} &= 9,5 \\
\Theta &- \text{ полюс} \\
x_{л0}(\Theta = x_{л0} = 0) \\
t_{л} &= \frac{x}{v} \\
t_{к1} &= \frac{9,5 + x}{3,3 * v} \\
\text{или} \\
t_{к2} &= \frac{9,5 - x}{3,3 * v} \\
\frac{x}{v} &= \frac{9,5 + x}{3,3 * v}; \quad 3,3x = 9,5 + x; \quad 2,3x = 9,5; \quad x = \frac{95}{23} \\
\text{или} \\
\frac{x}{v} &= \frac{9,5 - x}{3,3 * v}; \quad 3,3x = 9,5 - x; \quad 4,3x = 9,5; \quad x = \frac{95}{43} \\
v_r &= \frac{dr}{dt} - \text{ радиальная скорость} \\
v_t &= r \frac{d\Theta}{dt} - \text{ тангенциальная скорость} \\
v_t &= \sqrt{4v^2 - v^2} = v\sqrt{3} \\
r \frac{d\Theta}{dt} &= v\sqrt{3} \\
\frac{dr}{dt} &= v \\
r \frac{d\Theta}{dt} &= v\sqrt{3} \\
\frac{dr}{d\theta} &= \frac{r}{\sqrt{3}}
\end{aligned}$$

Рис. 0.1: Уравнения, описывающие движение катера, с начальными условиями для двух случаев.

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифферен-

циальных уравнений

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = v \\ r_0 = x_1 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t , могу перейти к следующему уравнению:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = r \\ \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{3} \end{cases}$$

Начальные условия остаются прежними. Решив эти уравнение, я получу траекторию движения катера в полярных координатах.

$$\begin{aligned}
& \frac{dr}{d\Theta} = \frac{r}{\sqrt{3}} \\
& dr = \frac{r}{\sqrt{3}} d\Theta \\
& \frac{1}{r} dr = \frac{1}{\sqrt{3}} d\Theta, r \neq 0 \\
& \int \frac{1}{r} dr = \int \frac{1}{\sqrt{3}} d\Theta \\
& \ln(|r|) + C_1 = \frac{\sqrt{3}\Theta}{3} + C_2, C_1, C_2 \in \mathbb{R} \\
& \ln(|r|) = \frac{\sqrt{3}\Theta}{3} + C \\
& |r| = e^{\frac{\sqrt{3}\Theta}{3} + C} \\
& |r| = e^{\frac{\sqrt{3}\Theta}{3}} * e^C \\
& |r| = e^{\frac{\sqrt{3}\Theta}{3}} * C \\
& r = e^{\frac{\sqrt{3}\Theta}{3}} * C, \quad r = C * e^{\frac{\sqrt{3}\Theta}{3}} \\
& \text{или} \\
& -r = e^{\frac{\sqrt{3}\Theta}{3}} * C, \quad r = -C * e^{\frac{\sqrt{3}\Theta}{3}}, r = 0
\end{aligned}$$

Рис. 0.2: Решение исходной задачи - системы из двух дифференциальных уравнений.

2. Построение траектории движения катера и лодки для двух случаев.

Для построения я использовала кот, приведённые в методичке, изменив исходные данные:

```
s=6; // начальное расстояние от лодки до катера
fi=3*pi/4; //функция, описывающая движение катера береговой охраны
function dr=f(tetha, r)
dr=r/sqrt(3);
endfunction; //начальные условия в случае 2
r0=s;
tetha0=-pi;
tetha=0:0.01:2*pi;
r=ode(r0,tetha0,tetha,f); //функция, описывающая движение лодки браконьеров
function xt=f2(t)
    xt=tan(fi)*t;
endfunction
t=0:1:800;
polarplot(tetha,r,style = color('green')); //построение траектории движения катера
plot2d(t,f2(t),style = color('red'));
```

```

Users > shutenkovika > work > 2021-2022 > математическое моделирование > laba2 > cod1.sc*
1  s=95/45; // начальное расстояние от лодки до катера
2  fi=3*pi/4;
3  //функция, описывающая движение катера береговой охраны
4  function dr=f(tetha, r)
5  dr=r/sqrt(3);
6  endfunction;
7  //начальные условия в случае 2
8  r0=s;
9  tetha0=-pi;
10 tetha=0:0.01:2*pi;
11 r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
12 //функция, описывающая движение лодки браконьеров
13 function xt=f2(t)
14 xt=tan(fi)*t;
15 endfunction
16 t=0:1:800;
17 polarplot(tetha,r,style = color('green')); //построение траектории
18 движения катера в полярных координатах
19 plot2d(t,f2(t),style = color('red'));

```

Рис. 0.3: Код для построения траектории движения катера и лодки для первого случая.

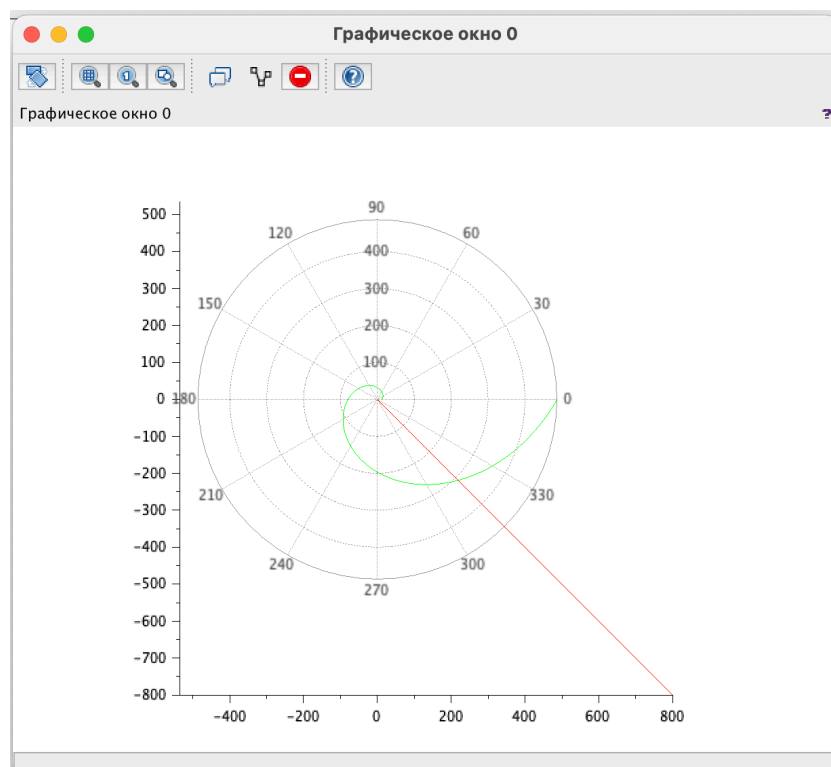


Рис. 0.4: Построение траектории движения катера и лодки для первого случая.

```

Users > shutenkovika > work > 2021-2022 > математическое моделирование > laba2 > cod2.sc*
1  s=95/23; // начальное расстояние от лодки до катера
2  fi=3*pi/4;
3  //функция, описывающая движение катера береговой охраны
4  function dr=f(tetha, r)
5  dr=r/sqrt(3);
6  endfunction;
7  //начальные условия в случае 2
8  r0=s;
9  tetha0=0;
10 tetha=0:0.01:2*pi;
11 r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
12 //функция, описывающая движение лодки браконьеров
13 function xt=f2(t)
14 xt=tan(fi)*t;
15 endfunction
16 t=0:1:800;
17 polarplot(tetha,r,style = color('green')); //построение траектории
18 движения катера в полярных координатах
19 plot2d(t,f2(t),style = color('red'));

```

Рис. 0.5: Код для построения траектории движения катера и лодки для второго случая.

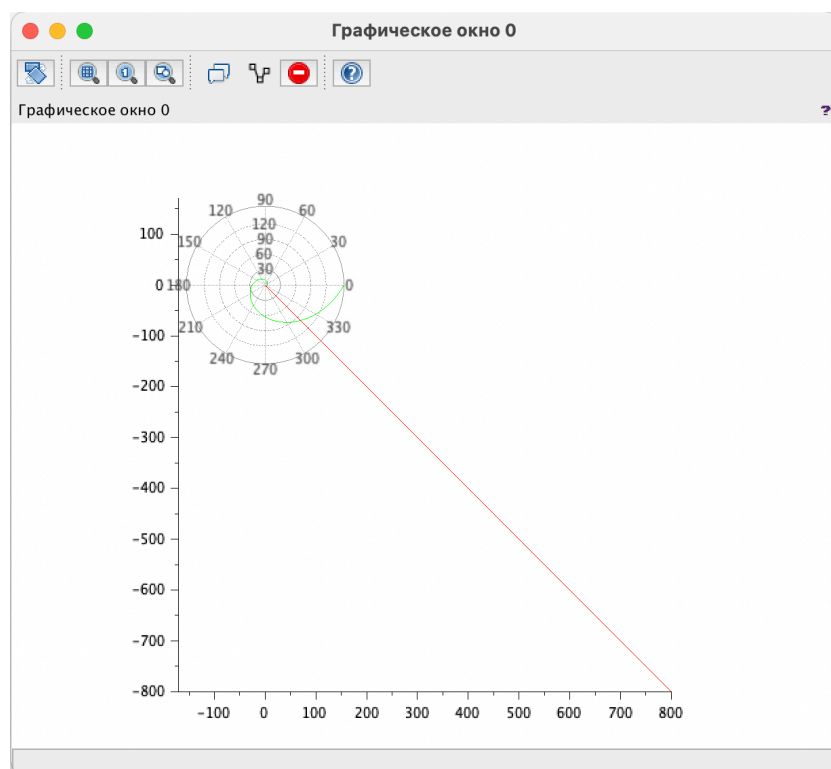


Рис. 0.6: Построение траектории движения катера и лодки для втоого случая.

3. Поиск точки пересечения траектории катера и лодки

Точка пересечения искалась по графику. Координата ($4,205e2$; $-4,383e2$)

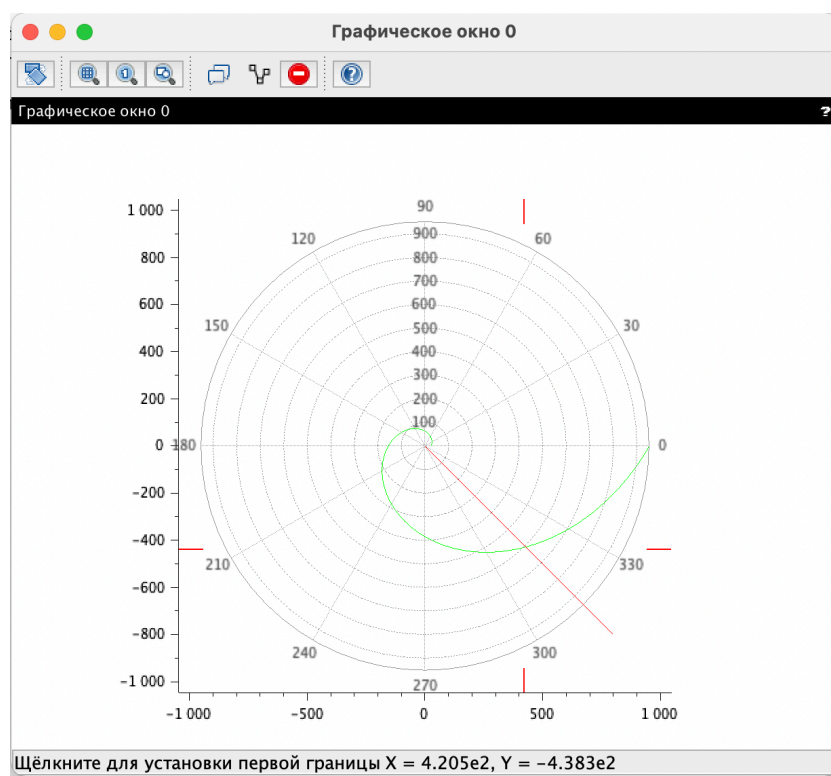


Рис. 0.7: Точка пересечения траектории катера и лодки.

Выводы

Я приобрела практические навыки при работе с задачей о погоне и scilab.

Список литературы