

Отчёт по лабораторной работе №6

Задача на собственные значения

Виктория Михайловна Шутенко, НФИбд-03-19

Содержание

Цель работы	3
Выполнение лабораторной работы	4
Собственные значения и собственные векторы	4
Марковские цепи. Случайное блуждание	5
Выводы	8
Библиография	9

Цель работы

Приобрести практические навыки работы с задачами на собственные значения в Octave.

Выполнение лабораторной работы

Собственные значения и собственные векторы

1. Число называют собственным значением или собственным числом данной матрицы. Поскольку каждой квадратной матрице соответствует определенное линейное преобразование (в некотором базисе), то, исходя из содержательно-го смысла, часто говорят о собственных значениях и собственных векторах линейного преобразования.
2. В 1 пункте нужно было задать матрицу A и определить собственные векторы этой матрицы. Для этого я использовала команду `eig` с двумя выходными аргументами. (Рис. 01). Первый элемент результата есть матрица, столбцы которые представляют собой собственные векторы, а второй результат будет диагональной матрицей собственными значениями на диагонали.
3. Далее я получила матрицу с действительными собственными значениями, также я создала симметричную матрицу, которая имеет действительные собственные значения, путём умножения матрицы на транспонированную матрицу. (Рис. 01).

```

laba8 — octave-gui — 80x46
[octave:1> diary on
[octave:2> A = [1 2 -3; 2 4 0; 1 1 1]
A =

    1    2   -3
    2    4    0
    1    1    1

[octave:3> [v lambda] = eig (A)
v =

-0.2400 + 0i -0.7920 + 0i -0.7920 - 0i
-0.9139 + 0i  0.4523 + 0.1226i  0.4523 - 0.1226i
-0.3273 + 0i  0.2322 + 0.3152i  0.2322 - 0.3152i

lambda =

Diagonal Matrix

    4.5251 + 0i      0      0
           0      0.7374 + 0.8844i      0
           0      0      0.7374 - 0.8844i

[octave:4> C = A' * A
C =

    6    11   -2
    11   21   -5
    -2   -5   10

[octave:5> [v lambda] = eig (C)
v =

    0.876137    0.188733   -0.443581
   -0.477715    0.216620   -0.851390
   -0.064597    0.957839    0.279949

lambda =

Diagonal Matrix

    0.1497      0      0
           0    8.4751      0
           0      0   28.3752

octave:6>

```

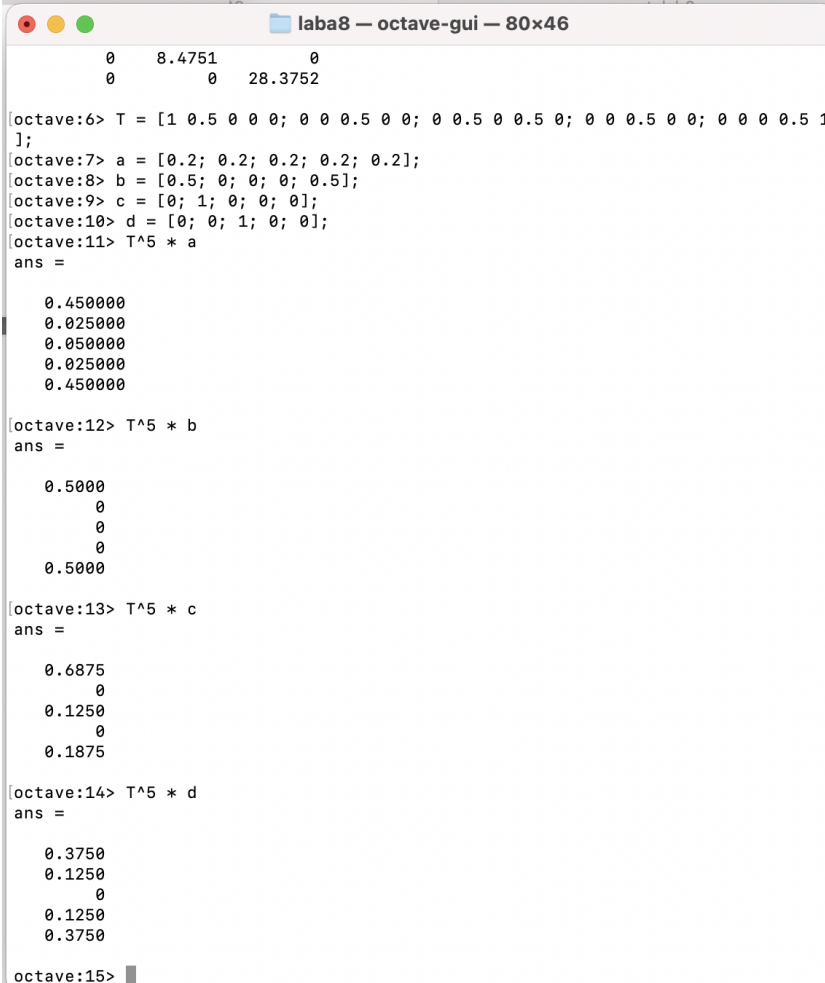
Рис. 0.1: Включение журналирования работы; задание матрицы A ; поиск собственных значений и собственных векторов этой матрицы

Марковские цепи. Случайное блуждание

1. Далее я изучала марковские цепи. Цепь Маркова является стохастической моделью, описывающая последовательность событий, в которой вероятность каждого события зависит от состояния, достигнутого в последнем событии.
2. Случайное блуждание — математический объект, известный как стохастический или случайный процесс, который описывает путь, состоящий из последовательности случайных шагов в каком-нибудь математическом пространстве

(например, на множестве целых чисел).

- По заданию мне нужно было найти вектор вероятности после пяти шагов для каждого из следующих начальных векторов вероятности (a, b, c, d). (Рис. 02).
- Я сформировала матрицу переходов.
- Далее я вычислила вероятность будущего состояния через начальный вектор вероятности. (Рис. 02).
- Потом я нашла вектор равновесного состояния для цепи Маркова с переходной матрицей. (Рис. 03).



```
0      8.4751      0
0      0      28.3752

[octave:6> T = [1 0.5 0 0 0; 0 0 0.5 0 0; 0 0.5 0 0.5 0; 0 0 0.5 0 0; 0 0 0 0.5 1]
1];
[octave:7> a = [0.2; 0.2; 0.2; 0.2; 0.2];
[octave:8> b = [0.5; 0; 0; 0; 0.5];
[octave:9> c = [0; 1; 0; 0; 0];
[octave:10> d = [0; 0; 1; 0; 0];
[octave:11> T^5 * a
ans =
    0.450000
    0.025000
    0.050000
    0.025000
    0.450000

[octave:12> T^5 * b
ans =
    0.5000
    0
    0
    0
    0.5000

[octave:13> T^5 * c
ans =
    0.6875
    0
    0.1250
    0
    0.1875

[octave:14> T^5 * d
ans =
    0.3750
    0.1250
    0
    0.1250
    0.3750

octave:15>
```

Рис. 0.2: Формирование матрицы переходов; поиск вероятности будущего состояния через начальный вектор вероятности

```
0.3750

[octave:15> T = [0.48 0.51 0.14; 0.29 0.04 0.52; 0.23 0.45 0.34]
T =

    0.480000    0.510000    0.140000
    0.290000    0.040000    0.520000
    0.230000    0.450000    0.340000

[octave:16> [v lambda] = eig (T)
v =

   -0.6484   -0.8011    0.4325
   -0.5046    0.2639   -0.8160
   -0.5700    0.5372    0.3835

lambda =

Diagonal Matrix

    1.0000         0         0
         0    0.2181         0
         0         0   -0.3581

[octave:17> x = v(:,1)/sum(v(:,1))
x =

    0.3763
    0.2929
    0.3308

[octave:18> T^10 * x
ans =

    0.3763
    0.2929
    0.3308

[octave:19> T^50 * x
ans =

    0.3763
    0.2929
    0.3308

[octave:20> T^50 * x - T^10 * x
ans =

    2.2204e-16
    1.6653e-16
    1.1102e-16

[octave:21> diary off
octave:22>
```

Рис. 0.3: Задание матрицы переходов; вычисление вероятности будущего состояния через начальный вектор вероятности; поиск вектора равновесного состояния для цепи Маркова с переходной матрицей

Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы я приобрела практические навыки работы с задачами на собственные значения в Octave.

Библиография

1. http://www.mathprofi.ru/sobstvennye_znachenija_i_sobstvennye_vektory.html
[Электронный ресурс].
2. https://wikichi.ru/wiki/Markov_chain [Электронный ресурс].