

Отчёт по лабораторной работе №4

Системы линейных уравнений

Виктория михайловна Шутенко, НФИбд-03-19

Содержание

Цель работы	3
Выполнение лабораторной работы	4
4.4.1 Метод Гаусса	4
4.4.2 Левое деление	7
4.4.3 LU-разложение	8
4.4.4 LUP-разложение	10
Выводы	12

Цель работы

Приобрести практические навыки работы с системами линейных уравнений.

Выполнение лабораторной работы

4.4.1 Метод Гаусса

1. После внимательного изучения методички я приступила к выполнению заданий.

Сначала я делала 4.1.1

- Для заданной матрицы A надо было построить расширенную матрицу B.

$$>> B = [1, 2, 3, 4; 0, -2, -4, 6; 1, -1, 0, 0]$$

- Я просмотрела ее поэлементно и получила ответ -4. Он является скаляром, находящимся на строке 2 и столбце 3.

$$>> B(2, 3)$$

- Также я извлекла целый вектор строки т.е. первую строку матрицы, используя команду:

$$>> B(1, :)$$

- Далее я начала реализовывать метод Гаусса для заданной матрицы B:
 - Сначала добавила к третьей строке первую, умноженную на минус один:

$$>> B(3, :) = (-1) * B(1, :) + B(3, :)$$

- В полученном ответе получилось избавиться от 1 в третьей строке.

- Далее я избавилась от минус три в третьей строке. Для этого я добавила к третьей строке вторую, умноженную на минус полтара. (Рис. 1)

$$>> B(3,:) = -1,5 * B(2,:) + B(3,:)$$

- Теперь матрица имеет треугольный вид. После я вырзила x_1, x_2, x_3 . (Рис. 1-2) И задал вектор полученных значений x .

- Далее через Octave выполнила поиск треугольной матрицы:

$$>> rref(\hat{A})$$

- В полученном ответе я заметила тот факт, что все числа записываются с плавающей точкой (как десятичные дроби).
- Я отобразила больше десятичных разрядов, введя:

$$>> formatlong$$

$$>> rref(\hat{A})$$

- Потом я вернусь в предыдущий формат. (Рис. 2)

$$>> formatshort$$

$$>> rref(\hat{A})$$

```

[octave:1> diary on
octave:2> B = [ 1 2 3 4 ; 0 -2 -4 6 ; 1 -1 0 6 ]
B =

     1     2     3     4
     0    -2    -4     6
     1    -1     0     6

[octave:3> B (1, :)
ans =

     1     2     3     4

[octave:4> B(3,:) = (-1) * B(1,:) + B(3,:)
B =

     1     2     3     4
     0    -2    -4     6
     0    -3    -3    -4

[octave:5> B(3,:) = -1.5 * B(2,:) + B(3,:)
B =

     1     2     3     4
     0    -2    -4     6
     0     0     3   -13

[octave:6> x3=-13/3
[x3 = -4.3333
octave:7> x2=(6-4*13/3)/2
[x2 = -5.6667

```

Рис. 0.1: задание расширенной матрицы; просмотр ее элементов; реализация метода Гаусса для приведения матрицы к треугольному виду; поиск через выражение x_2 , x_3 .

```

octave:11> x1 = 4 - 3*x3 - 2*x2
[x1 = 5.6667
octave:12> x = [x1; x2; x3]
x =

    5.6667
    5.6667
   -4.3333

[
octave:13> rref(B)
ans =

    1.0000    0    0    5.6667
         0    1.0000    0    5.6667
         0    0    1.0000   -4.3333

[
octave:14> format long
octave:15> rref(B)
ans =

    1.0000000000000000    0    0    5.666666666666667
         0    1.0000000000000000    0    5.666666666666666
         0    0    1.0000000000000000   -4.333333333333333

[
octave:16> format short
octave:17> rref(B)
ans =

    1.0000    0    0    5.6667
         0    1.0000    0    5.6667
         0    0    1.0000   -4.3333

[
octave:18> B = [ 1 2 3 4 ; 0 -2 -4 6 ; 1 -1 0 0 ]
B =

    1    2    3    4
    0   -2   -4    6
    1   -1    0    0

```

Рис. 0.2: поиск через выражение x_1 ; вывод столбца полученных значений; поиск треугольной матрицы; перевод в большую точность и возвращение к исходному

4.4.2 Левое деление

1. Далее я работала с левым делением:

- Встроенная операция для решения линейных систем вида

$$Ax = b$$

в Octave называется левым делением и записывается как:

$$>> A \backslash b$$

- Выделила из расширенной матрицы B матрицу A и вектор b:

```
>> A = B(:,1:3)
```

```
$$»b = B(:,4)
```

- После я нашла вектор x (Рис. 3):

```
>> A\b
```

```
octave:19> A = B(:,1:3)
A =
[
    1    2    3
    0   -2   -4
    1   -1    0

octave:20> b = B(:,4)
b =
[
    4
    6
    0

octave:21> A\b
ans =
[
    5.6667
    5.6667
   -4.3333
```

Рис. 0.3: Левое деление

4.4.3 LU-разложение

1. С помощью надо Octave было расписать заданную матрицу и ее LU-разложение.

- LU-разложение - это вид факторизации матриц для метода Гаусса. Необходимо записать матрицу A в виде:

$$A = LU$$

- где L - нижняя треугольная матрица,
- U - верхняя треугольная матрица
- LU-разложение существует, когда матрица A обратима и все главные миноры невырождены.
- С помощью следующей команды я нашла матрицы L и U :

$$[L, U] = lu(A)$$

- Затем я нашла y , используя левое деление:

$$y = L \backslash b$$

- Также через левое деление я нашла x . (Рис. 4):

$$U \backslash y$$

```

[octave:23> [L,U]=lu(A)
L =

    1.0000    0    0
         0    0.6667    1.0000
    1.0000    1.0000    0

U =

    1    2    3
    0   -3   -3
    0    0   -2

[octave:24> y=L\b
y =

    4.0000
   -4.0000
    8.6667

[octave:25> U\y
ans =

    5.6667
    5.6667
   -4.3333

```

Рис. 0.4: LU-разложение

4.4.4 LUP-разложение

1. Я задаю LUP-разложение с помощью команды (Рис. 5): $[LUP] = \text{lu}(A)$

```

[octave:26> [L U P] = lu(A)
L =

    1.0000    0    0
    1.0000    1.0000    0
         0    0.6667    1.0000

U =

    1    2    3
    0   -3   -3
    0    0   -2

P =

Permutation Matrix

    1    0    0
    0    0    1
    0    1    0

octave:27> █

```

Рис. 0.5: LU-разложение

Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы я приобрела практически навыки работы с системами линейных уравнений в Octave.