

二阶欠阻尼系统的模糊控制器设计及其 Matlab 仿真

摘要: 本文对二阶欠阻尼系统进行了时域分析, 并针对该类系统设计了 PID 控制器和模糊 PID 控制器。设计模糊 PID 控制器。制定了模糊规则, 并以此设计了适合系统的控制器。本文对 PID 控制器与模糊 PID 控制器进行仿真, 研究表明模糊 PID 控制器具有在控制过程的前期阶段具有模糊控制器的优点, 而在控制过程的后期阶段又具有 PID 调节器的所有优势, 是一种性能优良的控制。

关键词: 二阶欠阻尼系统; PID 控制; 模糊 PID 控制

Fuzzy Controller Design for Second-order Underdamped Systems and its Matlab Simulation

LIU Wei-chao

(1. Shanghai Maritime University, Logistics Engineering College, Shanghai 510640, China)

Abstract: In this paper, a time-domain analysis of second-order underdamped systems is performed, and a PID controller and a fuzzy PID controller are designed for this type of system. Design of fuzzy PID controller. Fuzzy rules are formulated and used to design a controller suitable for the system. In this paper, simulations of PID controller and fuzzy PID controller are carried out and the study shows that the fuzzy PID controller has all the advantages of a fuzzy controller in the early stages of the control process and all the advantages of a PID regulator in the later stages of the control process and is a controller with excellent performance.

Key words: Second-order underdamped systems; PID control; Fuzzy PID control

0 问题重述

0. 二阶欠阻尼系统的模糊控制器设计及仿真实现

1. 被控对象传递函数:

$$g_p(s) = \frac{25}{s^2 + 2s + 25} \quad (0-1)$$

2. 时域分析:

若设定输入信号 $r(t) = 50(t-1)$ 给出过程(1)的

响应曲线并计算性能指标: 上升时间 t_r 、峰值

时间 t_p 、调节时间 t_s 、超调量 M_p 、稳态误差

e_{ss} , 并列表(性能指标表)说明。

3. 控制器设计:

针对过程(1)分别设计下述控制器:

1) PID 控制器

要求:

- 写出 PID 控制器的传递函数及其参数整定方法、整定过程、整定结果等;
- 给出整定后的 PID 控制器与过程(1)所构成的闭环控制系统方框图及 SIMULINK 仿真实现;
- 若设定值为 $r(t) = 50 \cdot 1(t-1)$ 信号时, 给出该闭环控制系统的响应曲线及性

能指标表。

2) 模糊控制器

要求:

I. 写出模糊控制器的设计过程及结果(30分);

输入输出变量及其论域的确定、论域分割(模糊取值)、隶属度函数、模糊化方法、模糊规则的产生方法及结果(规则库)、推理机、解模糊化方法等。

II. 给出模糊控制器与过程(1)所构成的控制系统方框图及 SIMULINK 仿真实现(20分);

III. 若设定值 $r(t) = 50(t-1)$ 信号时, 给出

该控制系统的响应曲线及性能指标表。

4. 控制器比较分析:

根据 2 及 3 中各控制器的性能指标分析各控制器的优劣, 并给出结论。

1 时域响应分析

1.1 时域响应的性能指标

控制系统的动态性能是指系统在动态过程中输出对于输入量的时间函数关系。由于大多数控制系统是以时间作为独立变量的, 因此系统的动态特性往往用时域响应来描述。欠阻尼二阶系统的阶跃响应如图 1.1 所示, 则系统的动态性能可用该图中所示的性能指标来表征(图中取初始条件为零)。

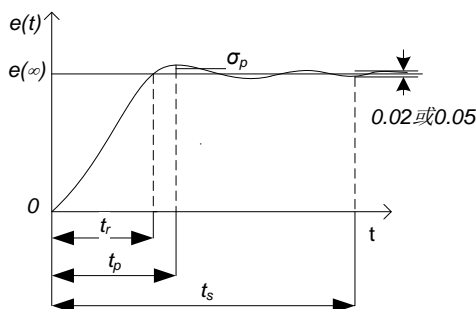


图 1.1 阶跃响应下的性能指标

Fig. 1.1 Performance indicators under step response

ω_n 与负实轴夹角的余弦正好是阻尼比, 即

$$\zeta = \cos \beta \quad (1-1)$$

β 称为阻尼角。

$$\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n \quad (1-2)$$

(1) 上升时间 t_r 指响应从终值 10% 上升到终

值 90% 所需的时间; 对于有振荡的系统, 亦可定义为响应从零第一次上升到终值所需的时间。上升时间是系统响应速度的一种度量。上升时间越短, 响应速度越快。欠阻尼二阶系统上升时间计算公式为:

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d} \quad (1-3)$$

(2) 峰值时间 t_p 指响应超过其终值到达第一个峰值所需的时间。欠阻尼二阶系统峰值时间计算公式为:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} \quad (1-4)$$

(3) 超调量 $\sigma\%$ 。响应曲线超过阶跃输入的最大偏离量。通常表示为阶跃响应终值的百分数, 即 $\sigma\% = (c(t_p) - c(\infty)) / c(\infty) * 100\%$ 。欠阻尼二阶系统超调量计算公式为:

$$\sigma\% = e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}} \times 100\% \quad (1-5)$$

(4) 调整时间 t_s 。响应曲线衰减到并停留在终值的某一规定的误差带(2%或 5%)内所需的时间。欠阻尼二阶系统调整时间计算公式为:

$$t_s = \frac{3.5}{\zeta\omega_n} \quad (1-6)$$

1.2 阶跃输入的性能指标

对于输入信号 $r(t) = 50 \cdot 1(t-1)$ ，其响应曲线如图 1.2 所示。

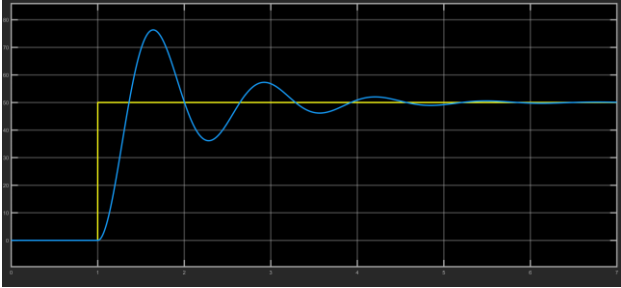


图 1.2 阶跃输入下的响应曲线

Fig. 1.2 Response curve under step input

系统对输入信号的误差传递函数为

$$\Phi_e(s) = \frac{1}{1+G_o(s)} = \frac{1}{1+\frac{25}{s^2+2s}} = \frac{s^2+2s}{s^2+2s+25}$$

稳态误差为

$$e_{ss}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \Phi_e(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{s^2+2s}{s^2+2s+25} = 0$$

$$\text{上升时间 } t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d} = \frac{\pi - \arccos \zeta}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} = 0.3617s$$

$$\text{峰值时间 } t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} = 0.6413s$$

$$\text{调节时间 } t_s = \frac{3.5}{\zeta \omega_n} = \frac{3.5}{0.2 \times 5} = 3.5s$$

$$\text{超调量 } M_p = e^{\frac{-\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 0.5266。系统的性能指标为表 1-1 所示。$$

表 1-1 系统的性能指标表

Table 1-1 Table title in English

性能指标	数据
稳态误差	0
峰值时间	0.6413s
调节时间	3.5s
超调量	0.5266s

2 PID 控制器设计

2.1 PID 控制原理

模拟 PID 控制器

一、模拟 PID 控制系统组成

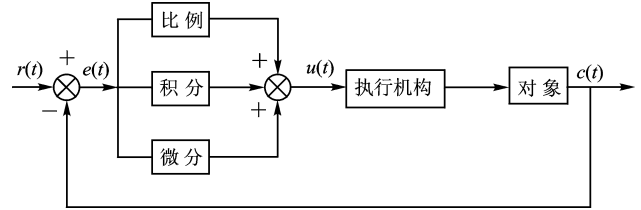


图 2.1 模拟 PID 控制系统组成

Fig. 2.1 Analog PID control system components

二、模拟 PID 控制器的微分方程和传递函数

PID 控制器是一种线性调节器，它将给定值 $r(t)$ 与实际输出值 $c(t)$ 的偏差的比例(P)、积分(I)、微分(D)通过线性组合构成控制量，对控制对象进行控制。

1、PID 控制器的微分方程

$$u(t) = k_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (2-1)$$

式中， $e(t) = r(t) - c(t)$ ； k_p ——比例系数； T_i ——积分时间常数； T_d ——微分时间常数。

2、PID 控制器的传递函数

$$D(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left[1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right] = K_p + K_i \frac{1}{s} + K_d s$$

(2-2)

三、PID 控制器中各环节的作用

控制输出由三部分组成：

1. 比例环节——根据偏差量成比例的调节系统控制量，以此产生控制作用，减少偏差。比例系数的作用是加快系统的响应速度，比例系数越大，系统响应速度越快，系统的调节精度越高，但容易产生超调，甚至会导致系统的不稳定；比例系数过

小,会降低系统调节精度,系统响应速度变慢,调节时间变长,系统动态、静态特性变坏。

2. 积分环节——用于消除静差,提高系统的无差度。积分作用的强弱取决于积分时间常数 T_i 的大小, T_i 越小,积分作用越强。需要注意的是积分作用过强,可能引起系统的不稳定。

3. 微分环节——根据偏差量的变化趋势调节系统控制量,在偏差信号发生较大的变化以前,提前引入一个早期的校正信号,取到加快系统动作速度,减少调节时间的作用。需要注意的是微分作用过强,可能引起系统的振荡。

2.2 PID 控制器设计

以二阶线性传递函数 $g_p(s) = \frac{25}{s^2 + 2s + 25}$ 为

被控对象,进行模拟 PID 控制。输入信号为阶跃信号 $r(t) = 50 \cdot 1(t-1)$, PID 控制系统的方框图如图 2.2 所示。

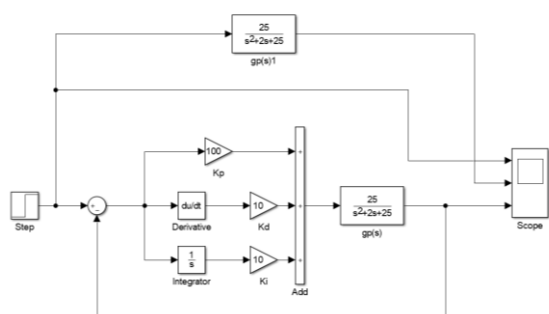


图 2.2 PID 控制系统组成

Fig. 2.2 PID control system components

选取 $k_p = 100, k_i = 10, k_d = 10$, 该系统的模拟 PID 控制阶跃响应结果如图 2.3 所示。

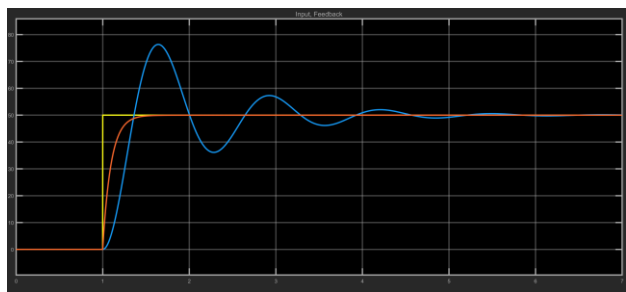


图 2.3 PID 控制下的响应曲线

Fig. 2.3 Response curve under PID control

2.3 PID 控制器的参数整定

PID 参数的整定问题就是根据被控对象和所希望达到的控制特性,调整 k_p 、 k_i 和 k_d 或者 k_p 和 k_p 、 T_i 、 T_d 三个参数,使其满足各种不同动态、静态特性。一般的调整方法是基于 Ziegler-Nichols 规则,经过调整后的受控系统具有良好的抗负载扰动特性,但是往往伴随着较大的超调量和调节时间 PID 控制器的参数整定顺序: $k_p > k_i > k_d$ 。

PID 控制器的整定目标:

- 1、衰减比在 4~10 之间最佳,也就是响应曲线的前两个峰值 B:B1 的比值在 4~10 之间;
- 2、稳态误差趋近于 0;
- 3、系统响应越快越好。

一、 K_p 参数的整定

方法: K_p 影响响应速度和力度, K_p 过小响应慢,过大会产生振荡。首先设定 $K_p = 1, K_i = 0, k_d = 0$ 观察响应曲线,响应曲线没有超调量,说明 K_p 产生的响应速度比较慢。

$K_p = 1.7, K_i = 0, k_d = 0$, 观察系统的响应曲线,曲线超调出现但只有一个波峰,也就意味着调节时间过长,应继续加大 K_p 。

$K_p = 4, K_i = 0, k_d = 0$, 观察系统的响应曲线,此时调节时间显著下降,可以看到此时 K_p 的数量级已经调整完成,也就是 K_p 参数只需微调即可。

$K_p = 100, K_i = 0, k_d = 0$, 观察系统的响应曲线,系统开始变得振荡。

如果继续加大 K_p , 系统会达到一个临界值,这时产生等幅振荡的响应,最后开始发散。

二、 K_i 参数的整定

K_i 在有系统误差和外力作用时消除偏差、提高精度,同时也会增大响应速度,产生过冲,过大会产生振荡。

K_i 主要调节稳态输出, 消除扰动。系统没有扰动输入, 因此看不到 K_i 对于消除扰动的效果。 $K_p = 4$, $K_i = 4$, $k_d = 0$, 观察系统的响应曲线, 此时 K_i 过大导致系统振荡加剧。

$K_p = 4$, $K_i = 0.7$, $k_d = 0$, 观察系统的响应曲线, 响应波形基本符合预期。观察稳态输出约为 4.5 左右。

三、 K_d 参数的整定

K_d 抑制过冲和振荡, 过小系统会过冲, 过大会减慢响应速度。 K_d 的另外一个作用是抵抗外界的突发干扰, 阻止系统的突变。

$K_p = 4$, $K_i = 0.7$, $k_d = 0.7$, 观察系统的响应曲线, 可以看到将所有的冲击都消除了。

经过多次整定, 最终选取 $K_p = 100$, $K_i = 10$, $k_d = 10$ 。

2.4 PID 控制系统的性能指标

(1) 上升时间 t_r 指响应从终值 10% 上升到终值 90% 所需的时间。

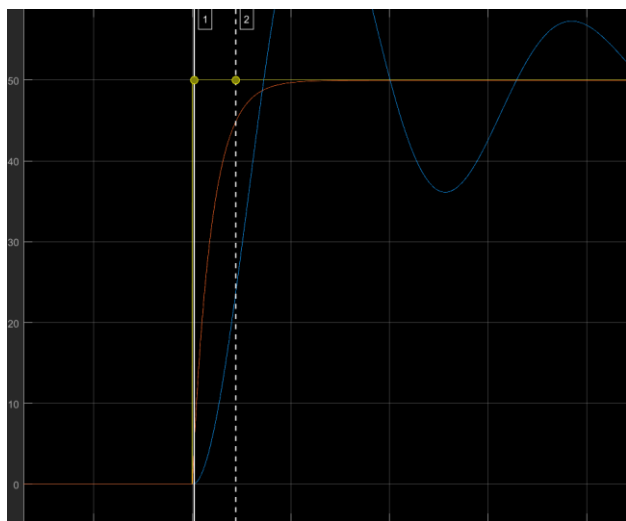


图 2.4(a) PID 控制下的上升时间计算

Fig. 2.4(a) Calculation of rise time under PID control

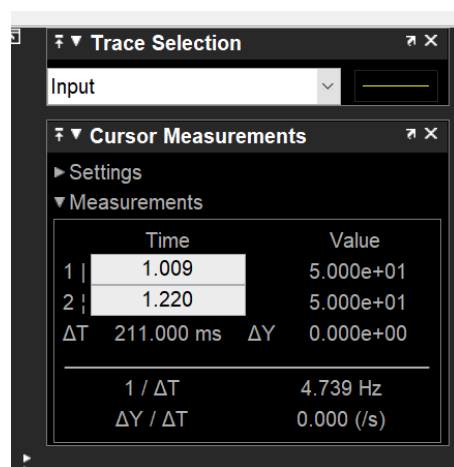


图 2.4(b) PID 控制下的上升时间计算

Fig. 2.4(b) Calculation of rise time under PID control

则上升时间 $t_r = 1.220 - 1.009 = 0.211s$

(2) 调整时间 t_s 。响应曲线衰减到并停留在终值的某一规定的误差带 5% 内所需的时间。

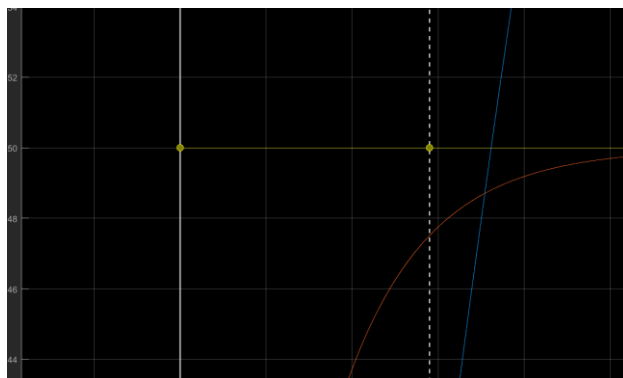


图 2.5(a) PID 控制下的调整时间计算

Fig. 2.5(a) Calculation of adjustment time under PID control

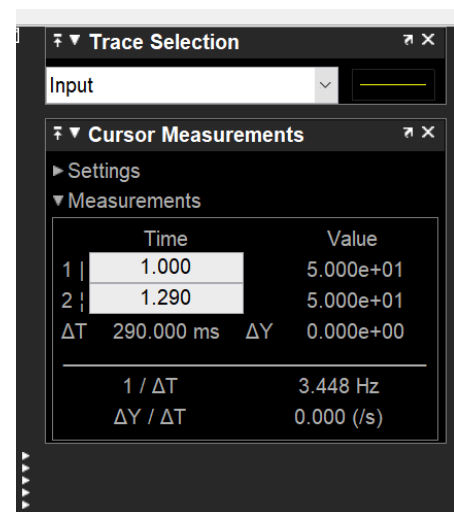


图 2.5(b) PID 控制下的调整时间计算

Fig. 2.5(b) Calculation of adjustment time under PID control

则调整时间 $t_s = 1.290 - 1 = 0.290s$

PID 控制下的系统的性能指标表为表 2-1 所示。

表 2-1 PID 控制下的系统性能指标

Table 2-1 System performance indicators under PID control

性能指标	数据
稳态误差	0
上升时间	0.211s
调节时间	0.290s
超调量	0

3 模糊 PID 控制器设计

3.1 模糊 PID 控制原理

模糊控制是以模糊集合论、模糊语言变量和模糊逻辑推理为基础的一种计算机控制方法，作为智能控制的一个重要分支，在控制领域获得了广泛应用，模糊控制与传统控制方式相比具有以下突出优点：

- 不需要精确的被控对象的数学模型；
- 使用自然语言方法，控制方法易于掌握；
- 鲁棒性好，能够较大范围的适应参数变化；
- 与常规 PID 控制相比，动态响应品质优良。

一个模糊控制器主要是由模糊化，模糊推理机和精确化三个功能模块和知识库（包括数据库和规则库）构成的。常规模糊控制器的原理如下：

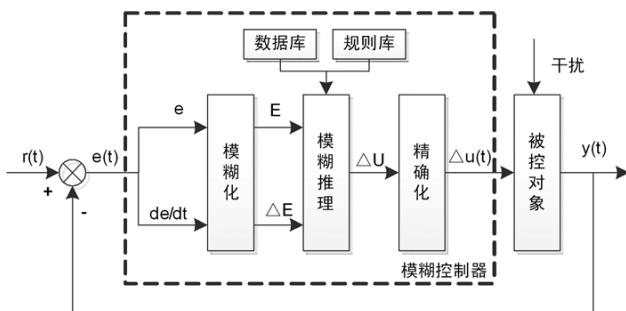


图 3.1 模糊控制系统框图

Fig. 3.1 Block diagram of fuzzy control system

模糊 PID 控制是结合 PID 控制和模糊控制的一种控制方式，其基本原理如下：

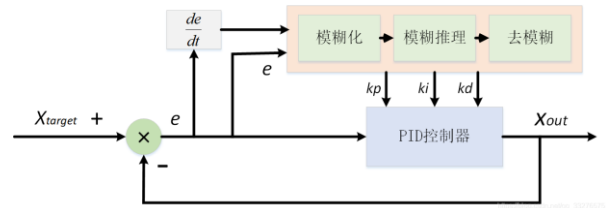


图 3.2 模糊 PID 控制系统框图

Fig. 3.2 Block diagram of fuzzy PID control system

3.2 模糊 PID 控制器设计

PID 模糊控制重要的任务是找出 PID 的三个参数与误差 e 和误差变化率 ec 之间的模糊关系，在运行中不断检测 e 和 ec ，根据确定的模糊控制规则来对三个参数进行在线调整，满足不同 e 和 ec 时对三个参数的不同要求。

比例环节——根据偏差量成比例的调节系统控制量，以此产生控制作用，减少偏差。

积分环节——用于消除静差，提高系统的无差度。积分作用的强弱取决于积分时间常数 T_i 的大小， T_i 越小，积分作用越强。需要注意的是积分作用过强，可能引起系统的不稳定。

微分环节——根据偏差量的变化趋势调节系统控制量，在偏差信号发生较大的变化以前，提前引入一个早期的校正信号，起到加快系统动作速度，减少调节时间的作用。需要注意的是微分作用过强，可能引起系统的振荡。

一般来说，不同的偏差 e 和偏差变化率 ec 对 PID 控制器的参数 k_p 、 k_i 和 k_d 有不同的要求。以典型二阶系统单位阶跃响应的误差曲线为例进行分析如下。

(a) 当误差 $|e|$ 较大时，说明误差的绝对值较大，不论误差的变化趋势如何，都应该考虑控制器的 k_p 取较大值，以提高响应的快速性；而为了防止因为 ec 瞬时过大， k_d 应该取较小的值；为控制超调， k_i 也应该取值很小。

(b) 当误差 $|e|$ 在中等大小时，为保证系统的相应速度并控制超调，应减小 k_p 、 k_i 值应增大， k_d 应适中。

(c) 当误差 $|e|$ 较小时，为保证系统具有良好的稳

态特性, 应加大 k_p 、 k_i 的取值, 同时为避免产生振荡, k_d 的取值应该和 ec 联系起来。

模糊 PID 控制根据系统运行的不同状态, 考虑 k_p 、 k_i 、 k_d 三者的关联, 根据工程经验设计模糊整定这三个参数, 选择输入语言变量为误差 e 和偏差变化率 ec , 语言变量值取{NB,NM,NS,ZO,PS,PM,PB}七个模糊值; 选择输出语言变量为 Δk_p 、 Δk_i 、 Δk_d , 语言变量值也取{NB,NM,NS,ZO,PS,PM,PB}七个模糊值。

根据人的经验, 根据系统输出的误差 e 及误差的变化率 ec 来设计模糊控制规则。模糊控制规则语句构成了描述众多被控过程的模糊模型。建立 Δk_p 、 Δk_i 、 Δk_d 的模糊规则表如下表 3-1、表 3-2、表 3-3, 每个模糊规则库共 49 条规则。

表 3-1 Δk_p 的模糊规则表Table 3-1 Fuzzy rule table for Δk_p

Δk_p	e	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	PB	PB	PB	PB	PS	ZO	NS	
NM	PB	PB	PM	PM	ZO	NS	NM	
NS	PB	PM	PM	PS	NS	NM	NB	
ZO	ZO	ZO	ZO	ZO	ZO	ZO	ZO	
PS	NB	NM	NS	PS	PM	PM	PB	
PM	NM	NS	ZO	PM	PB	PB	PB	
PB	NS	ZO	PS	PB	PB	PB	PB	

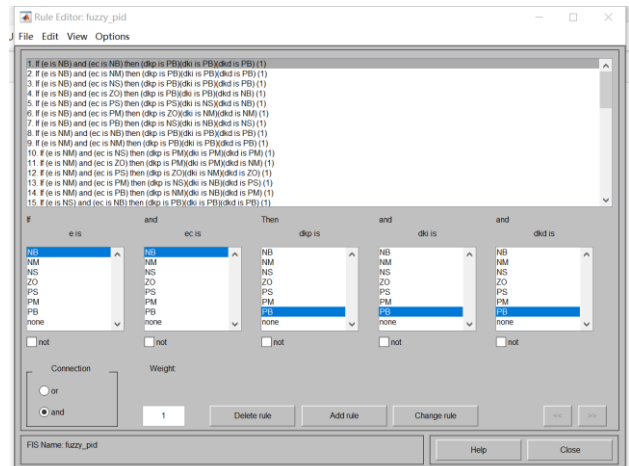
表 3-2 Δk_i 的模糊规则表Table 3-2 Fuzzy rule table for Δk_i

Δk_i	e	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	PB	PB	PB	PB	NS	NM	NB	
NM	PB	PB	PM	PM	NM	NB	NB	
NS	PB	PM	PS	PS	NB	NB	NB	
ZO	ZO	ZO	ZO	ZO	ZO	ZO	ZO	
PS	NB	NB	NB	PS	PS	PM	PB	
PM	NB	NB	NM	PM	PM	PB	PB	
PB	NB	NM	NS	PB	PB	PB	PB	

表 3-3 Δk_d 的模糊规则表Table 3-3 Fuzzy rule table for Δk_d

Δk_d	e	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	PB	PB	PB	PB	NB	NB	NM	NS
NM	PB	PB	PM	PM	NM	ZO	PS	PM
NS	PB	PM	PM	NS	PM	PB	PB	
ZO	ZO	ZO	ZO	ZO	ZO	ZO	ZO	
PS	PB	PB	PM	NS	PM	PM	PB	
PM	PM	PS	ZO	NM	PM	PB	PB	
PB	NS	NM	NB	NB	PB	PB	PB	

则模糊规则形成的规则库为:



根据模糊规则表, 可以对 k_p 、 k_i 、 k_d 进行动态整定, 设 k'_p 、 k'_i 、 k'_d 为采用常规整定方法得到的 k_p 、 k_i 、 k_d 的预整定值, 选择适当的模糊化和去模糊化方法, 则模糊 PID 参数:

$$\begin{cases} k_p = k'_p + \Delta k_p \\ k_i = k'_i + \Delta k_i \\ k_d = k'_d + \Delta k_d \end{cases} \quad (3-1)$$

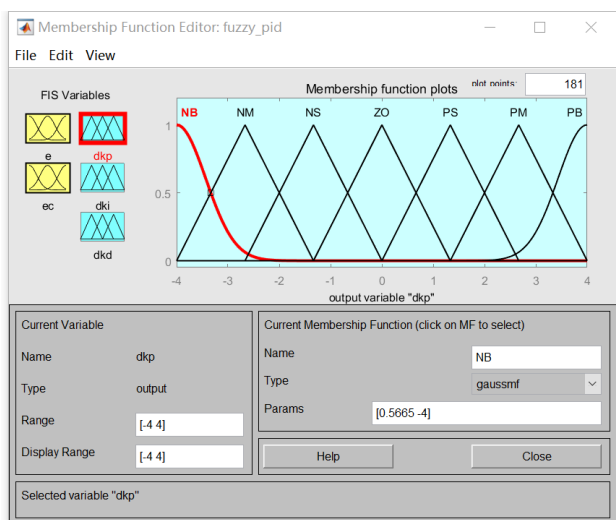
3.3 模糊 PID 控制系统仿真

为比较 PID 控制和模糊 PID 控制器的控制性能, 用 MATLAB 中的 Simulink 和 Fuzzy 工具箱, 对控制对象进行仿真研究。

设控制对象为:

$$g_p(s) = \frac{25}{s^2 + 2s + 25} \quad (3-2)$$

系统仿真模型如图 3.3 所示。

图 3.5 Δk_p 、 Δk_i 、 Δk_d 的隶属度函数Fig. 3.5 Affiliation function of k_p 、 k_i 、 k_d

系统的阶跃响应如图 3.6 所示。

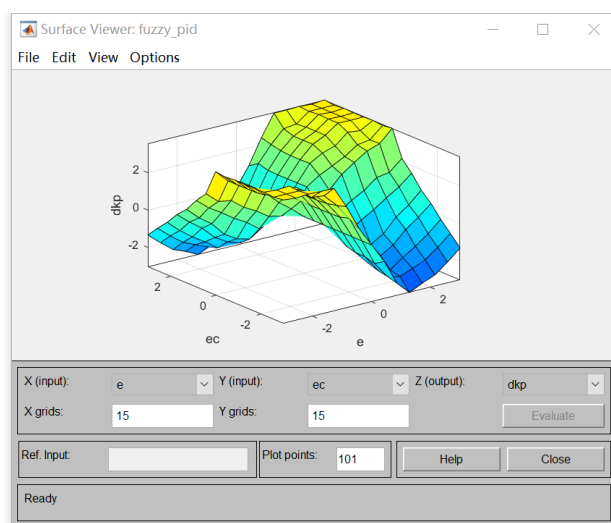
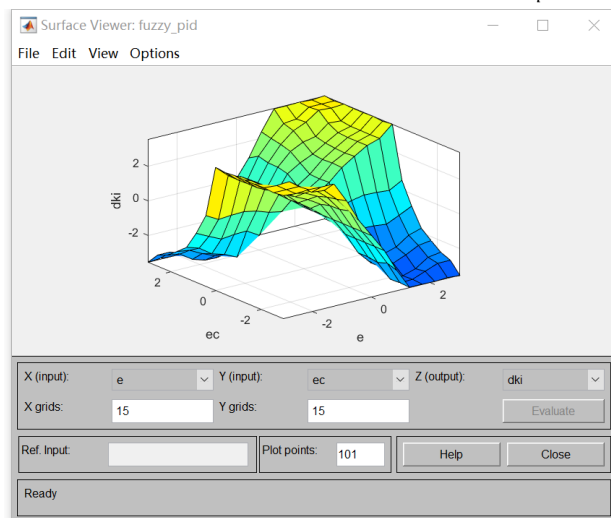


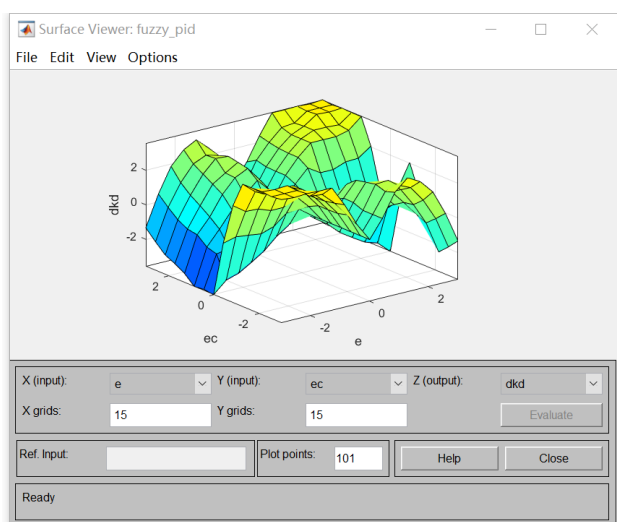
图 3.6 模糊 PID 系统的阶跃响应

Fig. 3.6 Step response of fuzzy PID system

从阶跃响应曲线可以看出,模糊 PID 控制比 PID 控制有更好的动态特性。模糊 PID 控制具有更好的适应性和鲁棒性。所述模糊 PID 控制器结构简单,易于实现,可实时地进行在线模糊推理和模糊运算,具有相当大的应用价值。

模糊控制器的非线性对应关系如图 3.7、3.8、3.9 所示

图 3.7 Δk_p 的非线性对应关系Fig. 3.7 The nonlinear correspondence of Δk_p 图 3.8 Δk_i 的非线性对应关系Fig. 3.8 The nonlinear correspondence of Δk_i

图 3.9 Δk_d 的非线性对应关系Fig. 3.9 The nonlinear correspondence of Δk_d

3.4 模糊 PID 控制系统的性能指标

(1) 上升时间 t_r 指响应从终值 10% 上升到终值 90% 所需的时间。

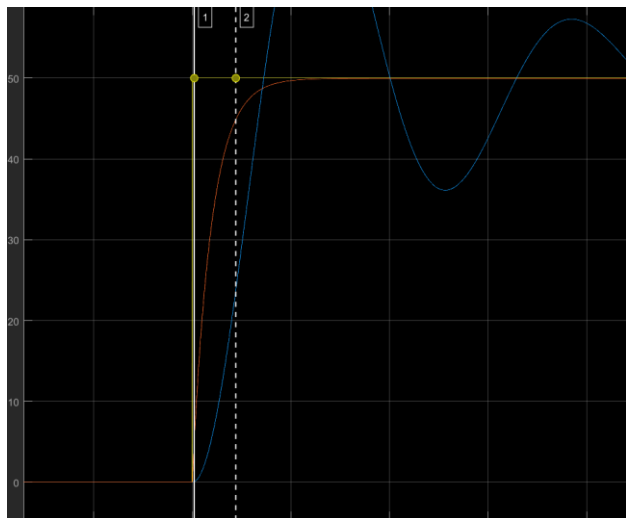


图 3.10(a) 模糊 PID 控制下的上升时间计算

Fig. 3.10(a) Calculation of rise time under fuzzy PID control

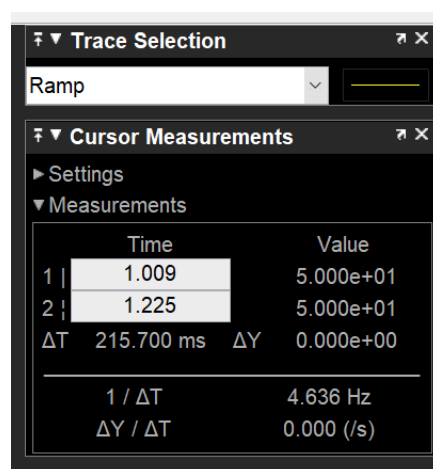


图 3.10(b) 模糊 PID 控制下的上升时间计算

Fig. 3.10(b) Calculation of rise time under fuzzy PID control

则上升时间 $t_r = 1.225 - 1.009 = 0.216s$

(2) 调整时间 t_s 。响应曲线衰减到并停留在终值的某一规定的误差带 5% 内所需的时间。

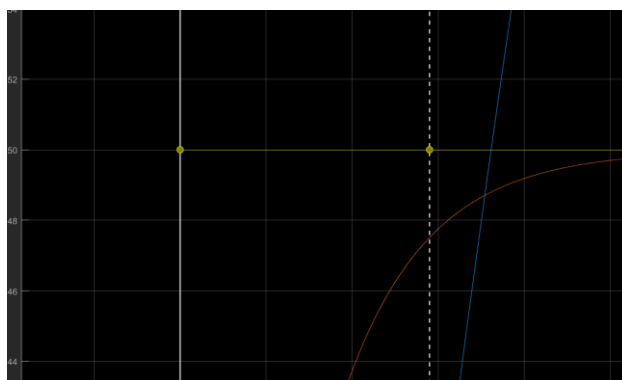


图 3.11(a) 模糊 PID 控制下的调整时间计算

Fig. 3.11(a) Calculation of adjustment time under fuzzy PID control

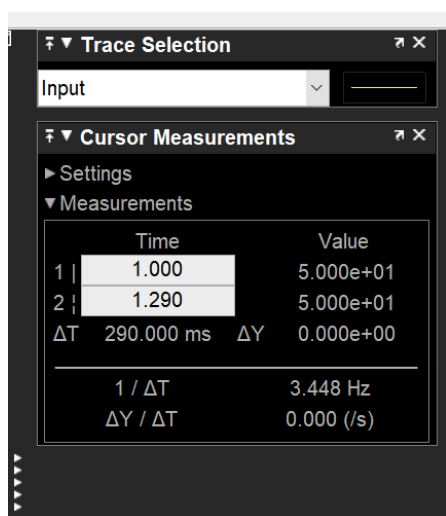


图 3.11(b) 模糊 PID 控制下的调整时间计算

Fig. 3.11(b) Calculation of adjustment time under fuzzy PID control

则调整时间 $t_s = 1.290 - 1 = 0.290s$

模糊 PID 控制下的系统的性能指标表为表 3-4 所示。

表 3-4 模糊 PID 控制下的系统性能指标

Table3-4 System performance indicators under fuzzy PID control

性能指标	数据
稳态误差	0
上升时间	0.216s
调节时间	0.290s
超调量	0

参考文献:

- [1] 殷云华,樊永康,陈闯鄂.自适应模糊 PID 控制器的设计和仿真[J].火力与指挥控制,2008(07):96-99.
- [2] 葛新成,胡永霞.模糊控制的现状与发展概述[J].现代防御技术,2008(03):51-55.
- [3] 王蕾,宋文忠.PID 控制[J].自动化仪表,2004(04):3-8.
- [4] 张恩勤,施颂椒,翁正新.模糊控制与 PID 控制方法的比较[J].上海交通大学学报,1999(04):121-123.DOI:10.16183/j.cnki.jsjtu.1999.04.033