# 倒立摆控制研究文献调研报告

## 引言

为进一步拓展关于倒立摆稳定控制研究的方向和深度，本文通过一次文献调研为研究项目提供倒立摆控制研究领域的前沿视角。本次文献调研覆盖了领域内三十余篇研究文献，主要为外文文献，以期刊文章为主；文章来源包括IEEE、arxiv以及google学术，较为宽泛；文献的刊载时间大多为近五年，一定程度上保证了调研结论的时效性和价值；所调研的文献内容大致可以分为以下五种：控制器设计、摆的建模、抗干扰、参数自适应，以及一些子课题的文献综述。

## 控制器设计

有关控制器的设计研究是大多研究者的重点内容，相关文献在总调研文献中占比达60%以上，可谓研究的热点与重中之重；其中研究控制器的设计方法较为多样，以模糊控制与其他控制方法结合设计为主。

1）模糊控制器

模糊控制是基于模糊数学衍生出来的控制方法，越是复杂精细的任务设计，模糊控制的潜力就越大。模糊控制中十分关键的一点就是对模糊规则的设计，这决定了模糊控制的模糊程度，并最终影响控制效果；一般的模糊规则可以具体化为隶属度函数。Arpit Jain等设计了一种优化模糊控制器，通过“模糊熵”来优化隶属度函数，以最优控制代价函数最小为停止准则的遗传算法对模糊集进行迭代[1]；最终得到的控制器在性能参数上都略优于其他先进控制器。这是一种优化型的设计思路，而更早（1989）的SILER, W.和H. Ying则从头设计了分段线性隶属函数，定义了一种一输入一输出的线性模糊PI控制器，控制器能和非模糊控制器等价的前提是所使用的模糊逻辑是适当考虑控制规则操作数本身所暗示的先验关联的[2]；这种对隶属度函数的直接处理需要更有力的数学支撑，但在稳定性分析和设计余量上更有优势。

关于模糊控制系统的一个经典应用就是模糊PID控制。Armin Masoumian等利用“乐高头脑风暴NXT”的相关组件以及机器视觉等开发了一套滑动一级摆实验装置，经过Matlab仿真以及实验测算研究了PD、PID控制的效果，得到了模糊PD控制更优的结论[3]；虽然使用了机器视觉以及构型不同的倒立摆装置，但是Masoumian等的研究历程完整清晰，十分值得本项目后续研究参考。模糊PID控制器是经典PID控制器的一种更新，其与经典控制方法的比较是不可避免的；Abdulbasid Ismail Isa等将所提模糊自整定控制方案与PID和LQR控制器进行了性能比较，结果表明该控制方案具有更高的参考跟踪精度、更快的响应速度和更强的抗干扰能力[4]；R. Eini和S. Abdelwahed提出并设计了一种抗参数变化的间接自适应模糊控制器，通过仿真与线性反馈控制器进行了效率、可靠性方面的比较，得出了设计的模糊系统更优的结论[5] ；Roja Eini与Sherif Abdelwahed还首次提出了将自适应Mamdani模糊模型与模型预测控制相结合的非线性倒立摆控制方法，所提出的方法还创新性地将干扰预测作为系统输入的一部分；相较于经典模型预测控制方法，该方法求解优化问题的计算时间大大缩短且稳态跟踪误差能够收敛到零[6]。上述的模糊自适应控制器设计思路以及其与经典控制器的比较方法是具有一定参考意义的，但是在比较环节上不少研究也发现了设计出的模糊控制器相较于经典控制器在参数层面并没有明显的优势，停留在数值层面的比较是需要斟酌的。

此外还有一类模糊控制器的设计思路是直接从模糊规则层面下手。如J. Yi与N. Yubazaki提出了一种基于SIRMs动态连接模糊推理模型的模糊控制器，通过为每个输入项分配SIRM和动态重要度使得输入项之间的相互作用被嵌入到动态变量的模糊规则中；仿真结果上控制器具有较高的泛化能力，可在9.0 s内对倒立摆系统进行大范围的完全稳定，初始角度可达30.0°[7]。Kavirayani Srikanth与Gundavarapu V Nagesh Kumar还设计了一种基于查找表的模糊预览控制器，不仅利用了查表节能省事的优势，还使系统即使在系统时延的影响下也具有鲁棒性[8]。这类设计方法更需要对模糊规则与控制效果的联系更加了解，并且需要更合适的数学模型进行规则设计。

2）神经网络与大数据应用

随着算法技术的迅速发展，控制器的设计不免会需要借助如今强大的神经网络算法、大数据甚至人工智能模型的力量。

上述方法的一类比较基本的应用就是辅助参数设计。Ali Unluturk和Omer Aydogdu在利用两轮欠驱动倒立摆(U-MIP)进行实验时使用神经网络对有效载荷带来的干扰进行预估分类，实现了基于ANN的AFL-PI控制器，得到了U-MIP的最小和最大身体倾斜角变化分别提高了%29.42和%55.62的良好结果[9]；Ahmadreza Ahmadi等在模糊PID控制器中采用帝国主义竞争算法(ICA)进行比例因子的在线调整，得到了在干扰存在和不存在的情况下，该控制器的跟踪性能均优于常规控制器和自整定控制器的结果[10]。神经网络的巨大优势就是能够高效完成参数整定这类繁琐但精细的优化任务，但是这样简单的将神经网络整合进控制器设计中只是让机器代替人完成了高重复度的工作，并不能影响控制规则设计；笔者认为，只有将神经网络与控制器设计强耦合，才可以既满足控制器设计的性能要求又将学习网络的使用贯穿始终。例如He Yin等在设计控制器时将李雅普诺夫理论与局部二次约束相结合，对神经网络中的非线性激活函数进行约束，得到了的凸稳定性和安全条件被纳入到IL过程中使IL损失最小化，从而设计具有稳定和安全保证的神经网络(NN)控制器；控制器在倒立摆系统、飞行器动力学等模型上进行了理论验证[11]，虽然没有仿真和实践证明，但很有借鉴意义。

3）基于控制理论

基于控制理论的控制器设计是更为有效且有价值的设计思路，但是由于条件限制本文所覆盖的文献较少不能完全说明有关情况。

Mayra Antonio-Cruz等在设计线性状态反馈控制器时重点关注了系统由于非线性而出现的极限环，即死区问题；他们将得到的平面系统转换到频域，并把死区非线性离线处理为通过描述函数法得到的近似，通过实验程序可以找到消除极限环的控制器增益，最终得到几个精确的说明公式[12]。另外，还有Ngo Phong Nguyen等人在进行一种基于模糊的、用于欠驱动的欠驱动旋转倒立摆系统(RotIPS) 的(连续)超扭稳定算法(FBSTSA)时，通过结合完全驱动(旋转臂)和欠驱动(摆)变量来定义一个滑动面，从而解决了欠驱动问题；并且利用所提出的FBSTSA，他们证明了滑动变量可以在有限时间内达到零，然后闭环系统状态渐近收敛到零[13]。注意到，上述两项控制器设计工作对于控制理论的涉及并非从头开始，而是在实践中为解决部分问题提出的，这说明诸如极限环、稳定性的设计工作都必须结合具体问题进行分析，并且需要通过理论和实践证明方法的有效性。

## 模型

建模工作也是研究工作中不可或缺的内容之一，这关系到理论仿真与实物验证衔接的可靠性；倒立摆的经典模型包括滑动一级摆、反应轮式倒立摆以及古田摆，在此之上还有延伸出的多级摆、多反应轮摆等扩展构型，并且这些扩展也更为复杂。但是倒立摆研究所用的模型远不止上述几种类型，具体的模型还要根据所处的具体情形设计。

1）数学建模

Amir Iqbal等在研究腿式机器人在动态刚性表面运动时的规划问题时，将经典的线性倒立摆(LIP)模型从静态表面上的腿运动扩展到DRS运动，得到显式时变的“DRS-LIP”模型；并通过将DRS-LIP转化为Mathieu方程，得到了DRS-LIP的近似解析解，被用于开发一个分层运动规划器[14]。Amir Iqbal等的工作的关键在于对建模环境（动态刚性表面）的处理，有别于经典模型的建模条件都需要合适的数学处理，这影响到模型的合理性；当然模型建立后很大程度上也会影响控制器的设计，K. Pathak等人所做的建模工作就经典且值得参考。K. Pathak等人在考虑非完整防滑约束的情况下，以车轮电机转矩为输入，建立了欠驱动系统的动力学模型；随后验证了系统的强可达性条件，找到了系统的最大相对度；在此基础上，K. Pathak等人得到了系统的部分反馈线性化，并分离了系统的内部动力学方程，用于设计控制器[15]。对模型的数学处理包括动力学和运动学等，有效的数学方程是设计控制回路的重要依据。

2）模型研究

模型的研究有时也不必要从数学建模开始，研究模型的性能也是重要的一部分。Zied Ben Hazem等人在研究突变环境下的关节摩擦模型时，使用了径向基函数人工神经网络(RBANN)训练的神经模糊系统对关节摩擦模型的估计性能进行计算，将每个关节摩擦模型获得的位置模拟结果与实验设置中的编码器之间的总均方根误差(RMSE)作为收敛条件[16]。除了上述神经网络外，还有许多方法可以用于研究模型的性能，不过要明确的是，这些方法的最终目的都是为了使得模型的描述更加精准从而有利于后续工作进行。

值得一提是，有关倒立摆不同模型的比较，Mohammadreza Kasaei等人针对类人机器人模型如何选择的课题做过较为详细的说明；他们分析比较了使用普遍的多个模型，提出了一个行走引擎的整体架构以解释如何使用生成的轨迹来产生行走，并基于matlab数值模拟进行定量比较，最终得出了线性倒立摆+飞轮的增强模型最优的结论[17]。这项工作的结论可能并不适用于所有项目，但是这份工作值得参阅。

## 抗干扰

倒立摆系统是一种非线性非自衡系统，平衡点处的干扰是控制摆稳定时终点关注的内容。应对干扰的研究重点放在了对干扰的数学处理上，便于控制器通过一定的设计抵消扰动的影响。

Justin Jacob和Navin Khaneja在研究非线性系统控制中强调积分控制器对于有界扰动的抑制能力；并且更进一步的，对于非线性系统，非线性被假定为对系统的扰动，只要系统可控，任何不稳定的工作点都可以通过放置极点来稳定。Justin Jacob等人的工作通过研究非线性处理了不稳定平衡点，从而使得扰动问题通过积分就可以轻易解决[18]。但是Justin Jacob等人的工作更多针对已知扰动，对于未知的扰动可以参考Fayez F. M. El-Sousy等人的工作。Fayez F. M. El-Sousy等人在设计一种结合超扭算法的自适应比例-积分-导数(PID)滑模控制技术时，假定扰动的上界是未知的并考虑了自适应控制过程，以逼近外部扰动的不确定边界；最终利用超扭PID滑模控制实现了上界未知的有界外部扰动下旋转倒立摆系统的有限时间稳定。

扰动的抑制不仅需要进行一定的建模，还要考虑控制器的特殊设计以保证稳定性。

## 参数自适应

对于倒立摆控制问题，固定的模型往往需要确定的参数输入才可以实施较为精确的控制，同时匹配的控制算法也是针对这一准确模型优化过的；这样的控制方法可以对唯一模型实施较好的控制，但是没法直接使用在参数不同的装置上。因而对未知或者时变参数的适应也成为研究的一大重点。

Michal Waszak和Rafal Langowski在针对倒立摆参数值不完全可知的问题的研究上提出了一种针对所设计控制系统的自动自整定机构，它以一种设计好的参数识别程序为基础；控制系统在仿真和实物装置上得到了验证[19]。Sabri Bicakci在进行VMC控制摆装置的稳定控制研究时，为了提高VMC的性能，设计了Takagi-Sugeno模糊参数调谐器；相较于传统LQR控制，带模糊参数调谐器的VMC实现了更低的上升时间、稳定时间、IAE和ITAE[20]。上述工作实现了从参数识别到稳定控制的完全自动，一种是识别装置本身的物理参数，另一种侧重于调整出控制器参数的最优值，都被证明是有效的实践途径。

## 总结

关于倒立摆控制研究的问题，本文认为有关控制器的设计在当前是最前沿的内容，并且以模糊控制为主导的复合控制方法研究十分火热；与此同时神经网络方法正在快速普及，并且已经脱离了简单的辅助参数整定内容，向着制定控制规则的方向前进。另外稳定与抗干扰方向也有重要价值，其在控制理论、数学方法上的探索大多具有借鉴意义；自适应控制的实用倾向较为明显，但是目前还没有脱离参数识别的框架。

本文所作调研及调研结论服务于本人科研训练项目，仅供本人参考。

**References:**

[1]. Jain, A., et al., Real-Time Swing-Up Control of Non-Linear Inverted Pendulum Using Lyapunov Based Optimized Fuzzy Logic Control. IEEE Access, 2021. 9: p. 50715-50726.

[2]. SILER, W. and H. Ying, Fuzzy Control Theory: The Linear Case. 1989.

[3]. Masoumian, A., et al., Designing and Analyzing the PID and Fuzzy Control System for an Inverted Pendulum. 2021.

[4]. Isa, A.I., M.F. Hamza and M. Muhammad, Hybrid Fuzzy Control of Nonlinear Inverted Pendulum System. 2019.

[5]. Eini, R. and S. Abdelwahed, Time-varying Rotational Inverted Pendulum Control using Fuzzy Approach. 2018.

[6]. Eini, R. and S. Abdelwahed, Indirect Adaptive Fuzzy Model Predictive Control of a Rotational Inverted Pendulum. 2019.

[7]. Yi, J. and N. Yubazaki, Stabilization fuzzy control of inverted pendulum systems. Artificial Intelligence in Engineering, 2000. 14(2): p. 153-163.

[8]. Srikanth, K. and G.V.N. Kumar, Novel Fuzzy Preview Controller for Rotary Inverted Pendulum under Time Delays. INTERNATIONAL JOURNAL of FUZZY LOGIC and INTELLIGENT SYSTEMS, 2017. 17(4): p. 257-263.

[9]. Unluturk, A. and O. Aydogdu, Machine Learning Based Self-Balancing and Motion Control of the Underactuated Mobile Inverted Pendulum With Variable Load. IEEE Access, 2022. 10: p. 104706-104718.

[10]. Ahmadi, A., H. Abdul Rahim and R. Abdul Rahim, Optimization of a self-tuning PID type fuzzy controller and a PID controller for an inverted pendulum. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2014. 26(4): p. 1987-1999.

[11]. Yin, H., et al., Imitation Learning with Stability and Safety Guarantees. 2012.

[12]. Antonio-Cruz, M., V.M. Hernandez-Guzman and R. Silva-Ortigoza, Limit Cycle Elimination in Inverted Pendulums: Furuta Pendulum and Pendubot. IEEE Access, 2018. 6: p. 30317-30332.

[13]. Nguyen, N.P., et al., Fuzzy-Based Super-Twisting Sliding Mode Stabilization Control for Under-Actuated Rotary Inverted Pendulum Systems. IEEE Access, 2020. 8: p. 185079-185092.

[14]. Iqbal, A., S. Veer and Y. Gu, Real-Time Walking Pattern Generation of Quadrupedal Dynamic-Surface Locomotion based on a Linear Time-Varying Pendulum Model. 2023.

[15]. Pathak, K., J. Franch and S.K. Agrawal, Velocity and position control of a wheeled inverted pendulum by partial feedback linearization. IEEE Transactions on Robotics, 2005. 21(3): p. 505-513.

[16]. Ben Hazem, Z., M.J. Fotuhi and Z. Bingul, A Comparative Study of the Joint Neuro-Fuzzy Friction Models for a Triple Link Rotary Inverted Pendulum. IEEE Access, 2020. 8: p. 49066-49078.

[17]. Kasaei, M., N. Lau and A. Pereira, Comparison Study of Well-Known Inverted Pendulum Models for Balance Recovery in Humanoid Robot. 2019.

[18]. Justin Jacob, N.K., Extension of a Linear Controller Scheme to Non-Linear Systems and its Application on Inverted Pendulum. 2022.

[19]. Waszak, M. and R. Langowski, An Automatic Self-Tuning Control System Design for an Inverted Pendulum. IEEE Access, 2020. 8: p. 26726-26738.

[20]. Bicakci, S., On the Implementation of Fuzzy VMC for an Under Actuated System. IEEE Access, 2019. 7: p. 163578-163588.