

2048 の研究

山下修平

2023 年 11 月 28 日

目次

| | | |
|-------|----------------------------|----|
| 第 1 章 | 序論 | 3 |
| 1.1 | はじめに | 3 |
| 第 2 章 | 2048 | 4 |
| 2.1 | 2048 のルールと用語説明 | 4 |
| 2.2 | 2048 のゲームとしての性質 | 4 |
| 第 3 章 | 2048 と完全解析 | 7 |
| 3.1 | 2048 の完全解析とは | 7 |
| 3.2 | 2048 のミニゲームの完全解析 | 8 |
| 付録 A | 実装の詳細 | 10 |
| 参考文献 | | 11 |

第 1 章

序論

1.1 はじめに

第 2 章

2048

2.1 2048 のルールと用語説明

2048 は, Gabrille Cirulli によって公開された 1 人用のパズルゲームである [1]. ゲームは 16 マスからランダムに選ばれた 2 マスに 2 か 4 の数字タイルが置かれた盤面から始まる. プレイヤが行うことは上下左右いずれかの方向を選択することである. プレイヤがある 1 つの方向を選ぶと, 盤面上のすべての数字タイルは選択した方向に向かってスライドして移動する. スライドする数字タイルは空きマスを通り, 異なる数字タイルの直前か盤面の端で停止する. スライドして移動する際に 2 つの同じ数字のタイルが衝突すると, これらは合体してその合計の数字の 1 つのタイルへ変化し, プレイヤはその数値を得点として獲得する. そのため, ゲームには 2 の累乗の数字タイルしか現れない. 図 2.1 にある盤面から上下左右を選択したときの, 数字タイルのスライドの仕方の具体例を示す.

数字タイルのスライド後, 空きマスから等確率に選択されたある 1 マスに 90% の確率で 2 のタイルが, 10% の確率で 4 のタイルが置かれる. ゲームはプレイヤの行動による数字タイルのスライドと新たな数字タイルの出現を交互に繰り返して進行する.

ここでプレイヤが行動を選択する盤面を**状態**, 行動を選択して新たな数字タイルが出現する直前の盤面を *afterstate* と呼ぶ. 図 2.2 に状態 s から *afterstate* s' を経由して, 次の状態 s_{next} に遷移する例を示す.

プレイヤの一般的な目標はゲームのタイトルが示す $2^{11} = 2048$ のタイルを完成させることだが, それ以降もゲームを続けることができる.

2.2 2048 のゲームとしての性質

本節ではいくつかの重要なゲームの性質について述べる.

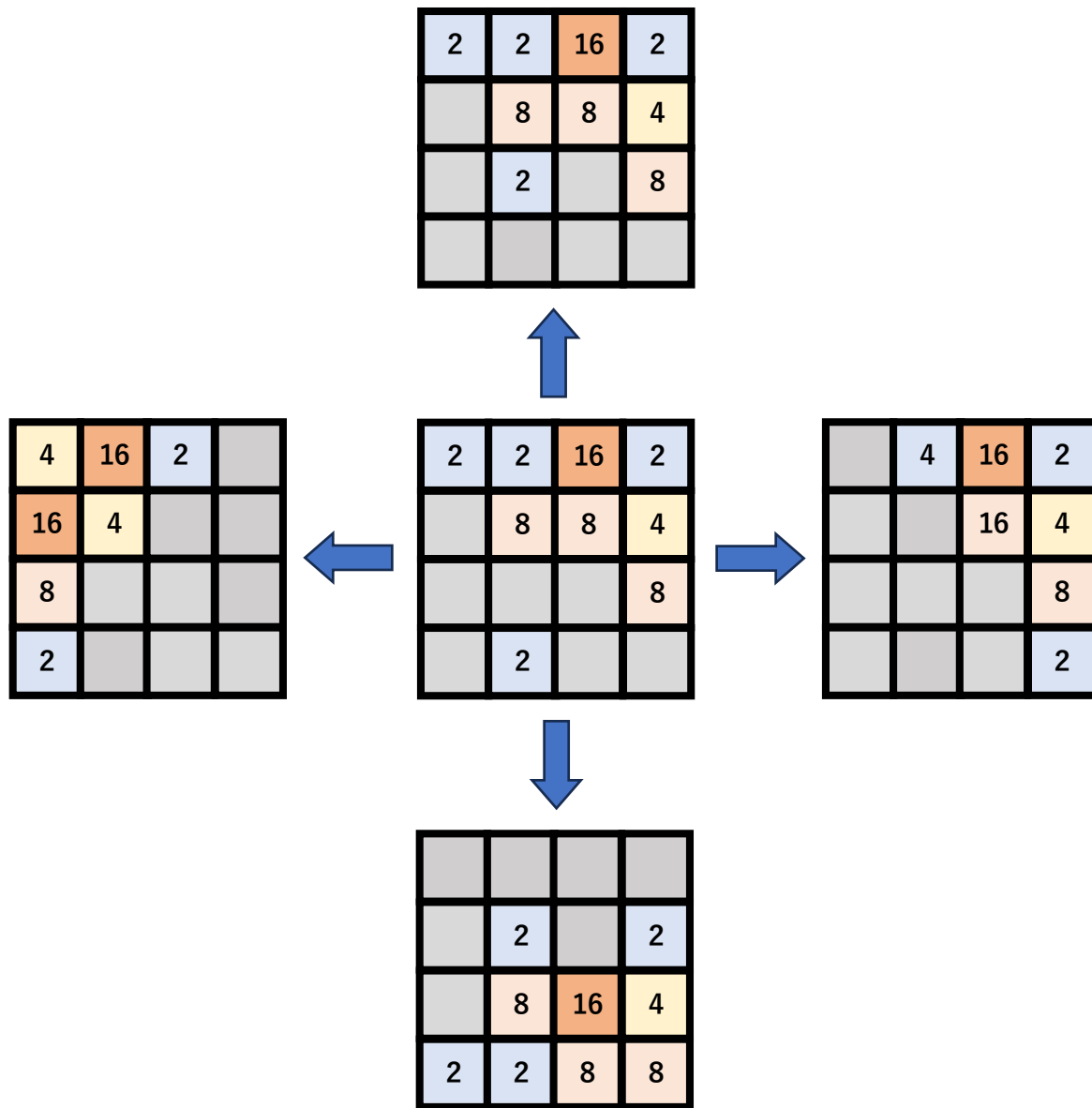


図 2.1: 上下左右それぞれへのスライドの例

2.2.1 ゲームの進行と時刻

2048 はゲームの性質上，状態から afterstate への遷移において盤面上の数字タイルの合計値は不変である (図 2.1 を参照)．盤面上の数字タイルの合計値は afterstate から次の状態への遷移においてのみ変化する．新しい数字タイルとして 2 か 4 のタイルが出現することで，数字タイルの合計値はその値の分だけ必ず増加する．すなわちプレイヤーが 1 回行動するたびに，盤面上の数字タイルの合計値は 2 か 4 ずつ単調に増加する．

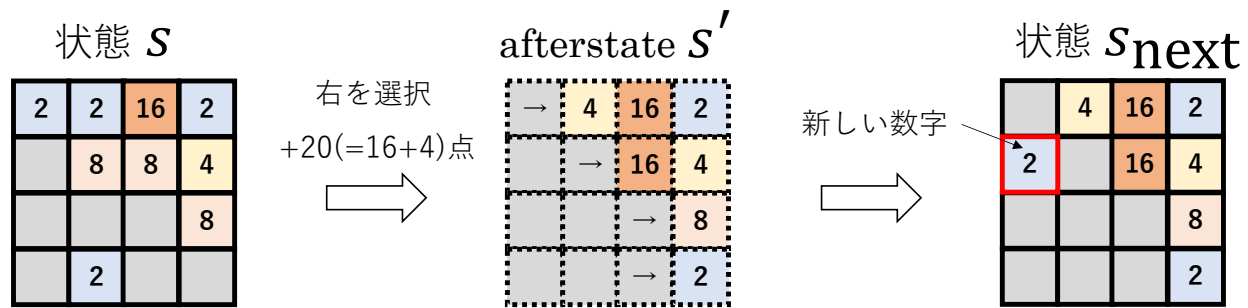


図 2.2: 状態遷移の具体例

よって盤面上の数字タイルの合計値をゲームの進行度合いとして用いることができる。以降これを**時刻**と呼ぶ。例えば図 2.2 では時刻 $2 \times 4 + 4 + 8 \times 3 + 16 = 52$ の状態 s が時刻 $52 + 2 = 54$ の状態 s_{next} に遷移している。ゲームの時刻はプレイヤーが行動するたびに増加するため、2048 はサイクルの出現しないゲームであることがわかる。

2.2.2 ゲームの終了状態

またゲームの開始盤面をまとめて初期状態と呼ぶことにする。

第 3 章

2048 と完全解析

3.1 2048 の完全解析とは

2048 は 1 人用のゲームであるため、勝敗のようなプレイヤーの明確な目標は存在しない。そのためプレイヤーが何を目標とするかによって、プレイヤーの最善手の定義は変化する。また 2.1 節で述べたようにゲームはランダム性を伴うため、同じ状態から毎回同じ手を選んでも結果は確率的に変動する。

そこで本稿ではある状態 s における最善手を「 s から獲得できる得点の合計の期待値が最も高くなるような手」と定義する。これは多くの上手な人間や AI が 2048 のタイルを完成させることに留まらず、より多くの得点を獲得することを目標としていることから妥当な定義であると考えられる。状態 s から最善手を選び続けて獲得できる得点の合計の期待値を状態 s の**価値**と呼び、 $V(s)$ で表すことにする。このとき $V(s)$ は式 3.1 のように再帰的な形式で書くことができる。ただし $r(s, a)$ は状態 s から行動 a をとって獲得する得点、 $s_{\text{next}} \in \mathcal{T}(s, a)$ は状態 s から行動 a をとって遷移しうる次の状態の集合を表す (図 3.1 を参照)。

$$V(s) = \begin{cases} 0 & (s \text{ が終了状態}) \\ \max_a (r(s, a) + \mathbb{E}_{s_{\text{next}} \in \mathcal{T}(s, a)} V(s_{\text{next}})) & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (3.1)$$

ゲームに現れうるすべての状態の価値を計算すれば、任意の状態において最善手を選ぶことができる。本稿ではこれを 2048 の完全解析ということにする。

完全解析によって、最善手を選び続けるプレイヤーの戦略やゲームの初期状態の価値を知りたい人は少なくないだろう。また 2048 を対象とした強化学習の研究は数多くあり、完全解析によってそれらの良し悪しを定量的に評価することができる。一方で、2048 を完全解析することはそのゲーム木の大きさから現状難しいと考えられる。そこで以降では本来 4×4 盤面上で行われる 2048 のミニゲームとして、盤面サイズを縮小した 2048 を完全解析することを考える。

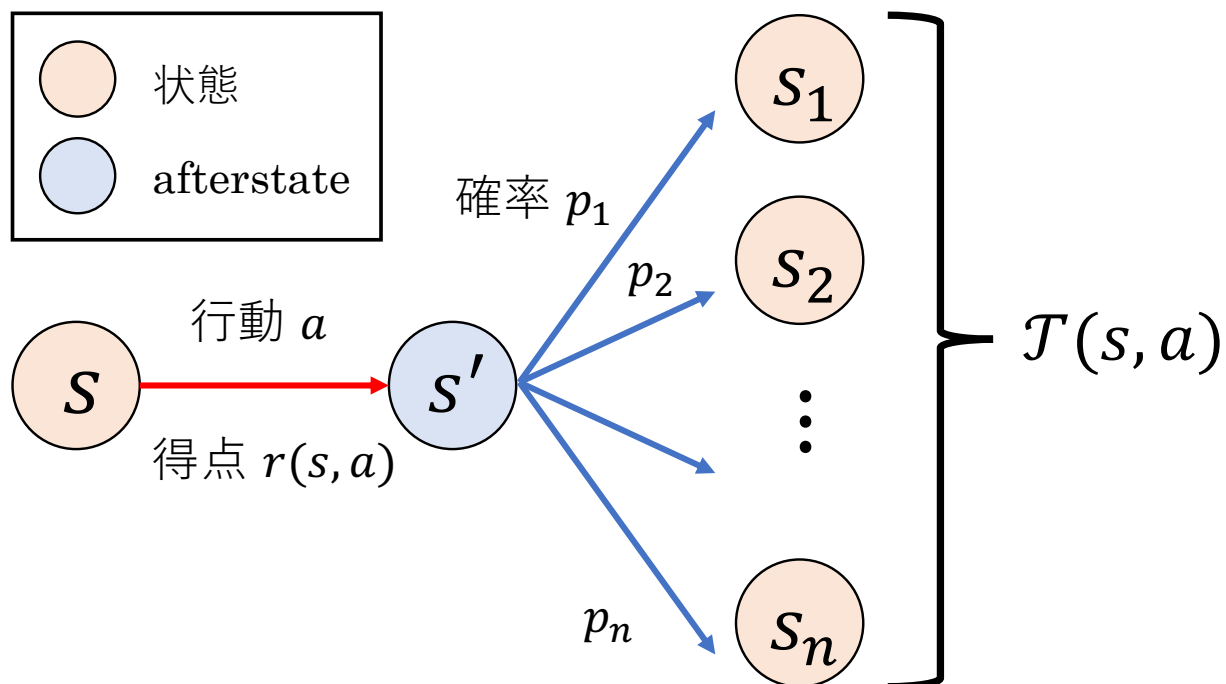


図 3.1: 式 3.1 の補足図

3.2 2048 のミニゲームの完全解析

基本的なルールは 2048 と同じで盤面サイズを 4×4 から縮小したゲームを完全解析することを考える。盤面サイズに関わらず、以下の 2 つのステップを順番に行うことで 2048 を完全解析することができる。

1. ゲームに現れうるすべての状態の列挙
2. 列挙した状態の価値の計算

3.2.1 節と 3.2.2 節で具体的な方法について述べる。なお本節の内容は文献 [2] および文献 [3] を元に執筆された。

3.2.1 幅優先探索によるすべての状態の列挙

完全解析の第 1 ステップとして幅優先探索によってゲームに現れうるすべての状態を列挙する。まず初期状態をキューに詰めて探索を開始する。キューの先頭の状態 s を取り出し、 s から遷移可能な次の状態 $s_{\text{next}} \in \mathcal{T}(s)$ をキューに追加する。これをキューが空になるまで繰り返すことで、すべての状態を列挙することができる。

Algorithm 1 幅優先探索によるすべての状態の列挙

```

1: function ENUMERATION( $t$ )
2:   for all  $s_t \in \text{queue}_t$  do
3:     for all  $s_{t+2} \leftarrow s_t$  do
4:        $\text{queue}_{t+2}.\text{push}(s_{t+2})$ 
5:     end for
6:     if  $\text{element} > \text{max}$  then
7:        $\text{max} \leftarrow \text{element}$ 
8:     end if
9:   end for
10:  return  $\text{max}$ 
11: end function

```

ここで $s_{\text{next}} \in \mathcal{T}(s)$ がすでに発見済みであるか確認するために、これまでに発見した状態を管理する集合が必要である。素朴な方法ではメモリでこれまでに発見した全状態を管理することで行えるが、状態数が非常に大きな場合にはメモリの容量を超えてしまう。

そこで 2.2 節で説明した時刻によってゲーム木を整理する。時刻 t の状態は時刻 $t+2$ か $t+4$ の状態にしか遷移しないため、時刻 $t+2$ と $t+4$ の発見した状態をメモリで管理すれば十分である。よって時刻が最小の 4 の状態から 2 刻みで順番に列挙を行うことで、ディスクを効率的に活用することができる。以上を踏まえた疑似コードを Algorithm 1 に示す。

3.2.2 後退解析による状態の価値の計算

3.2.1 節で列挙した状態の価値を後退解析によって計算する。

付録 A

実装の詳細

参考文献

- [1] G Cirulli. 2048, available from <http://gabrielecirulli.github.io/2048/>, 2014.
- [2] 山下修平, 金子知適, 中屋敷太一. 3×3 盤面の 2048 の完全解析と強化学習の研究. ゲームプログラミングワークショップ 2022 論文集, 第 2022 巻, pp. 1–8, nov 2022.
- [3] 山下修平, 金子知適. 4×3 盤面の 2048 の完全解析. ゲームプログラミングワークショップ 2023 論文集, 第 2023 巻, pp. 1–5, nov 2023.