

**Бакалавры ИТ — 4 семестр**  
**Вычислительная математика**  
**Общее задание**

**Тема 3. Численное интегрирование**

Пользуясь материалами пособия [1], выполните следующее задание.

1. Выберите функцию и отрезок интегрирования по своему номеру в группе из данных в пособии. Найдите контрольное значение заданного несобственного интеграла.
2. Реализуйте процедуры построения трёхточечных квадратурных формул Ньютона — Котеса и Гаусса для данной в варианте весовой функции на произвольном отрезке. Моменты весовой функции до нужного порядка найдите аналитически. Корни кубического полинома для формул Гаусса найдите: (а) с помощью метода Ньютона с точностью  $1e-12$  ( $10^{-12}$ ); (б) используя формулы Кардано. Убедитесь, что все они действительные и попадают в заданный отрезок; если нет, то выдавайте сообщение об этом и останавливайте расчёт. Причиной этого является плохая обусловленность решаемой СЛАУ, а, как вы знаете, корни полинома очень чувствительны к погрешностям коэффициентов.
3. Реализуйте процедуру нахождения определённого интеграла по составным КФ с постоянным шагом на основе построенных выше формул Ньютона — Котеса и Гаусса.
4. Найдите значение требуемого в задании интеграла с относительной точностью  $1e-12$ , начав с какой-нибудь грубой сетки и уменьшая шаг в два раза на каждой итерации. Оценку погрешности проводите по правилу Рунге.
5. Оцените скорость сходимости процесса по методу Эйткена по всем последовательным тройкам сеток. Покажите, к чему она сходится при уменьшении шага.
6. Найдите значение требуемого в задании интеграла с относительной точностью  $1e-12$ , проводя расчёт по двум грубым сеткам и оценивая оптимальную длину шага с использованием в качестве показателя скорости сходимости АСТ метода (не забудьте увеличить её на 1). Обязательно проверьте точность полученного на оптимальном шаге результата.
7. Найдите значение требуемого в задании интеграла с относительной точностью  $1e-12$ , проводя расчёт по трём грубым сеткам и оценивая оптимальную длину шага с использованием в качестве показателя скорости сходимости оценку через формулу Эйткена.

Если формулы Гаусса не смогут вычислить интеграл из-за проблем с корнями полиномов, то уменьшите требуемую точность.

### **Литература:**

1. Олемской И. В. Методические указания по вычислительному практикуму: Задание № 7 (Вычисление определённого интеграла)  
<http://www.apmath.spbu.ru/ru/structure/depts/is/>
2. Крылов В. И. Приближённое вычисление интегралов — М.: Наука, 1967.
3. Вержбицкий В. М. Основы численных методов: Учебник для вузов — М.: Высш. шк., 2002.