

Titan 大气分子的蒙特卡洛模拟

董城昱 MG1626012

摘要

建立了土星-Titan-H₂ 粒子的限制性三体模型，应用 RKF 和 Monte-Carlo 方法模拟得到了 Titan 外逸层的密度分布，与观测数据基本吻合。但模拟结果没有反映出观测数据中存在的外逸层密度各向异性的现象，仅在靠近 Hill 边界的相当高的位置发现了一些差别，这可能是由 L1、L2 两个 Lagrange 点导致的。

关键词：外逸层大气，蒙特卡洛模拟，Titan

目录

第一章 背景	2
第二章 模型	5
第三章 模拟结果	7
参考文献	I

第一章 背景

Titan 是土星环绕轨道上由内向外的第六颗卫星，也是土星最大的卫星。Titan 是现知的唯一一颗拥有浓密大气的卫星，也是除了地球以外唯一一颗被证实表明有液态水存在的天体。Titan 比月球要大 50%，并且比最小的行星——水星更大，是太阳系的第二大卫星，仅此于木星的卫星 Ganymede。

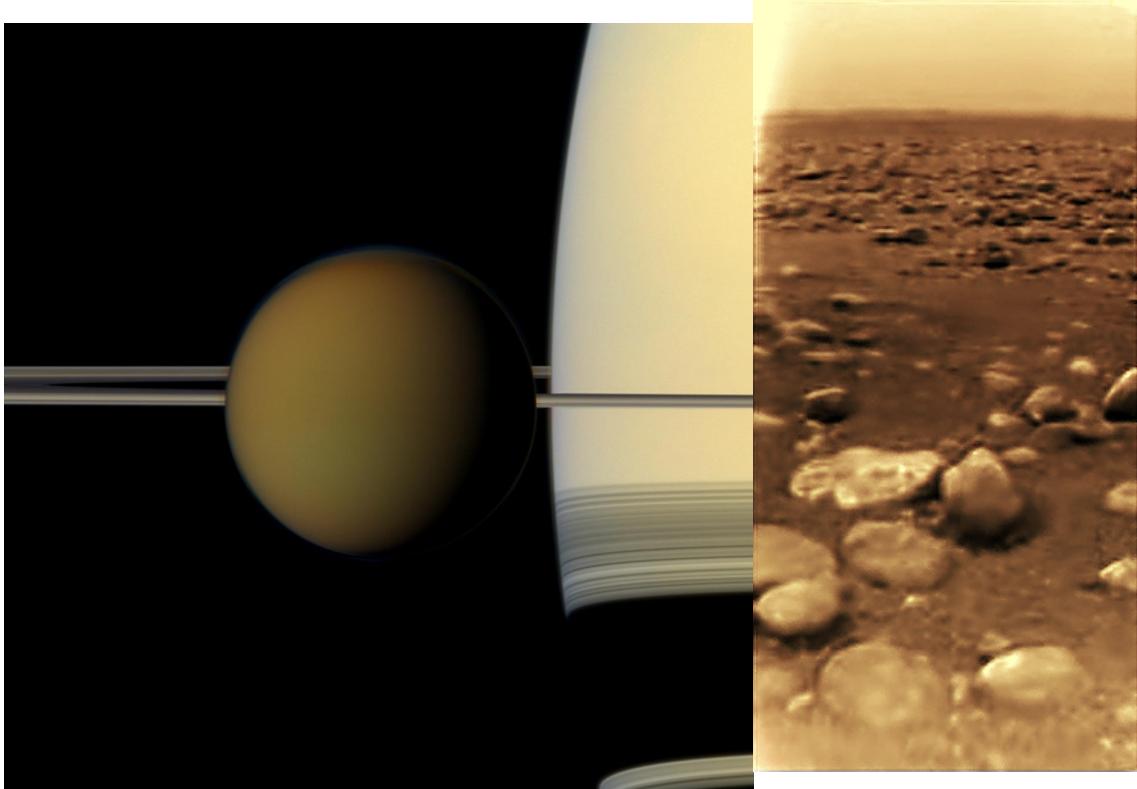


图 1.1：由 Cassini 拍摄得到的在土星环中的 Titan.

图 1.2：由 Huygens 着陆器拍摄的 Titan 表面照片.

Titan 于 1655 年被荷兰天文学家 Christiaan Huygens 发现，但其浓密的大气

阻碍了对其进一步的观测和研究。2004 年 1 月，以 Titan 最早的观测者命名的航天器 Cassini-Huygens 号飞抵土星，开始了对 Titan 表面的近距离观测。其中 Cassini 号作为一个环轨飞行器，搭载了各种探测装置，包括由 NASA 的 Goddard 宇航中心设计建造的离子和中性粒子质谱仪 (INMS)，用于收集数据来确定 Titan 高层大气中的离子和中性气体成分和结构。

图1.3 给出了 Cassini 多次往复飞掠 Titan 时，由 INMS 装置得到的 Titan 大气外逸层的 H_2 密度随高度的各次分布数据。在理想的大气构成理论中，外逸层是指气体分子间没有碰撞，因而不存在大气压力，气体分子完全由引力束缚的区域。Titan 的外逸层高度 (距表面) 大约为 2000Km 左右，在图1.3 中即由黑线所标注的分布数据的拐角处。在外逸层底端往上，由于气体不再受到大气压的作用，气体密度的下降变得平缓，而外逸层的顶端则可以延伸到相当远的地方。

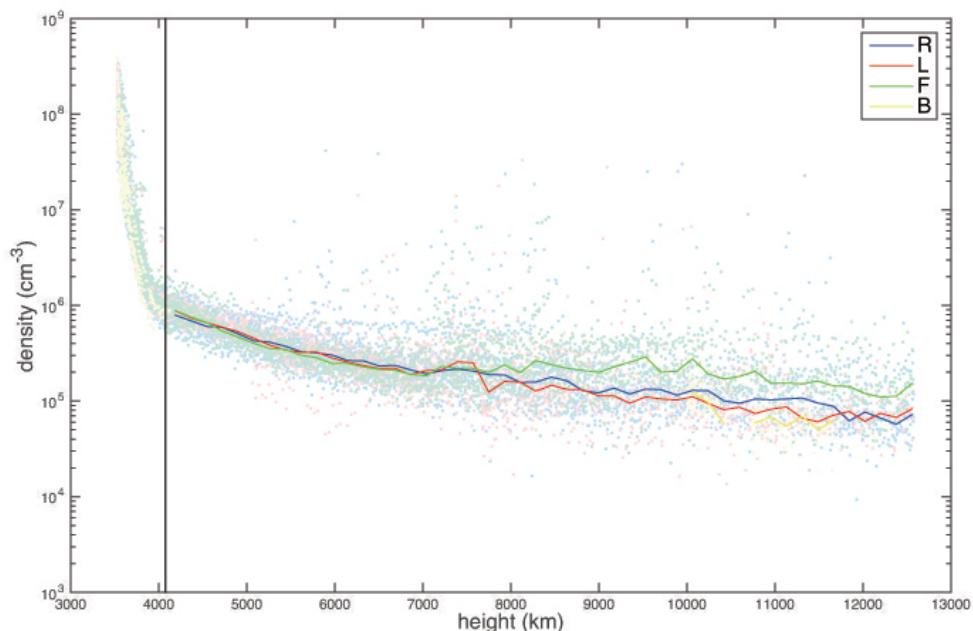


图 1.3: 由 Cassini 号上的 INMS 装置得到的 Titan 外逸层大气的中性氢分子分布数据。

在图1.3 中，曲线表示了一小段高度间的气体密度多次飞掠数据的中位数。一个有趣的现象是，在外逸层较高的位置， H_2 的密度在不同的区域有显著的差别。图1.4 具体给出了各区域的解释，即 R 代表正对土星的 $1/4$ 球的表面，L 代表背

对的 $1/4$ 球表面，而 F 和 B 则分别代表 Titan 轨道前方和后方的 $1/4$ 球表面。图1.3 中，F 区的 H_2 密度要明显高于其它区域，这不太可能是由 Titan 的形状摄动造成的，因为靠近外逸层底端的 H_2 并没有出现这种现象。我们猜想这可能是由于其它天体的引力摄动造成的，最有可能的候选体当然是土星。

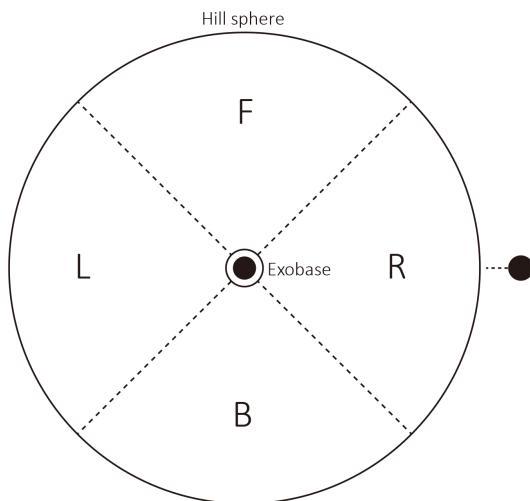


图 1.4: Titan 表面大气不同区域图示。

第二章 模型

既然 H_2 分子质量相较于 Titan 和土星是可以忽略不计的，并且 Titan 对于土星处在相位锁定之中，对于这个问题，一个限制性的三体模型是适用的。这样，我们可以在 Lagrange 观点下，应用通行的 Runge-Kutta-Fehlberg(RKF) 算法，来计算各气体粒子在 Titan 和土星的引力场中的演化轨道，再使用 Monte-Carlo 方法，得到大宗气体下的各高度密度分布。

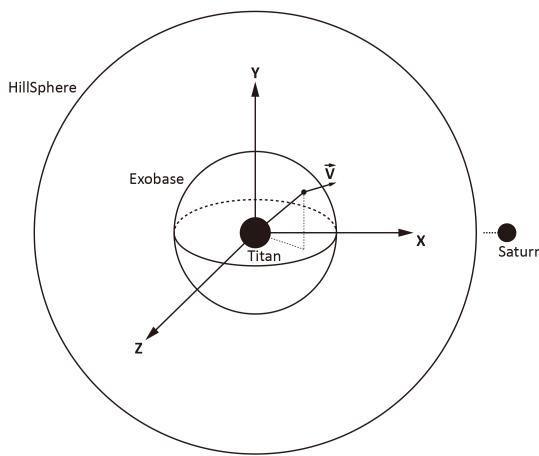


图 2.1: Titan 外逸层问题的上下边界及相关坐标系

模型的下边界当然是外逸层的底端，所有的气体粒子初始时都处在由这个半径决定的球面上，而具体位置则可以由随机产生的经度和纬度来决定。气体粒子的初始速度当然必须满足 Maxwell 分布，既然我们描述的是三维问题，不妨取三个速度方向的 Gaussian 分布。数学上可以简单地由 Box-Muller 公式将均匀分布转换成 Gaussian 分布。模型的上边界可以取 Titan 在土星引力场中的 Hill 半径，因

为当气体粒子穿过这个半径后，事实上就不再受到 Titan 引力的绝对束缚了。模型中还必须考虑 Titan 表面巨大的风速，我们可以近似取一个全球的气体壳层旋转的模型，而将赤道处的风速设为 100 m/s，高纬度地区的风速则相应递减。既然我们研究的是 Titan 表面的大气分子，坐标系当然应建立在 Titan 上，而土星则围绕着 Titan 运动，这与通常的在三体问题中将坐标系建立在大质量天体上的做法是等价的。

第三章 模拟结果

Titan 外逸层的大气分子可以近似认为是从外逸层底端发射，进入弹道轨道并在一段时间后回到底端，或者进入环绕轨道在很长的时间内绕转 Titan，或者进入脱离轨道从 Hill 半径脱出 Titan 的引力范围。这个过程当然是一个动态和持续的过程，即不断有粒子从底端发射，也同时不断有粒子从外逸层返回。用数值方法模拟这个动态过程显然是十分复杂的，因此我们退而模拟大量粒子的一次发射，然后将密度等数据随时间叠加，得到一个稳态结果，这样在程序实现上就变得非常简单了。

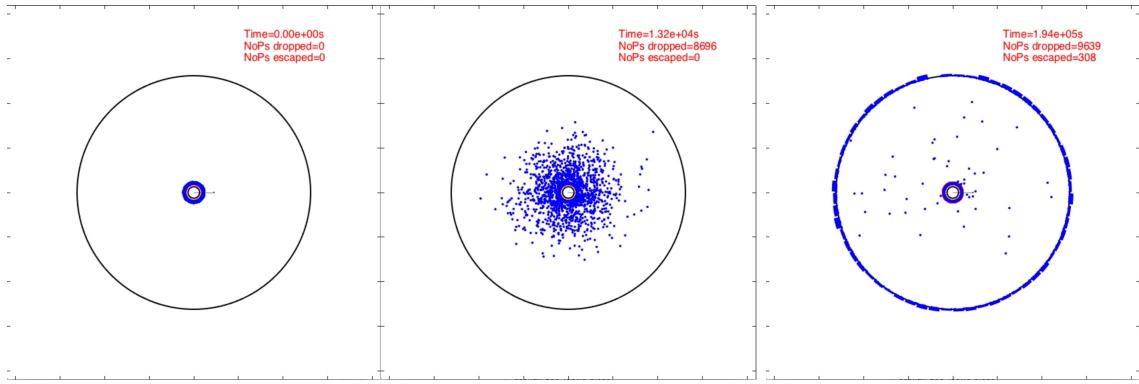


图 3.1: 在外逸层底端单次释放的 10^4 个粒子随时间的演化。

图3.1给出了 10^4 个H₂粒子一次发射的演化图像，视角位于Titan北极正上方。最开始的时候所有粒子都位于外逸层底端的球面（由红色标注）上，而拥有不同的速度矢量。在 1×10^4 sec 的时候，已经有近 90% 的粒子回落到了外逸层底端，而尚没有一个粒子脱出 Hill 边界，这说明 H₂ 在 Titan 上的脱离速度要处于 Maxwell 分布的尾部，简单的计算也可以得到相似的结果。在约 2×10^5 sec 的时候，除了“有幸”进入环绕轨道的少部分粒子外，所有的粒子都或回到了大气层或脱

出了 Hill 边界，直观的记录显示各方向的脱出数量基本是相同的.

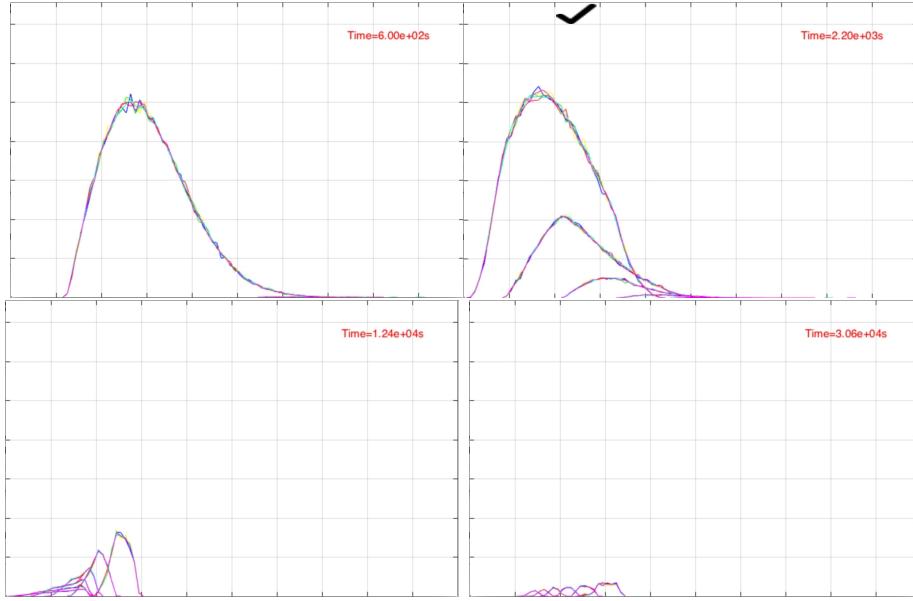


图 3.2: 在外逸层底端单次释放的 10^4 个粒子的速度分布随时间的演化.

在大宗气体粒子的模拟中，我们关心的是整体的物理量. 图3.2给出了一次释放 10^4 个粒子后，外逸层各区域的速度分布随时间的演化. 图3.3展示了检测速度分布的网格的划分，具体来说，即首先按照正/背对土星和轨道前/方均分四个半球，然后从外逸层底端开始每隔一定高度以一个球面分割，得到四个网格. 图3.2中不同的曲线即对应不同的高度，而不同的颜色则对应不同的方向. 横轴表示的是速度模值，纵轴则是粒子数量或者密度. 我们看到演化的大趋势是速度分布曲线从高速端冒出，移动到低速端并逐渐缩小乃至消失，这对应了大宗粒子以高速射出，达到弹道轨道顶端时速度达到最小，随后回落到大气层. 于是显然的，图3.2首先从高速端冒出的速度曲线对应的是离外逸层底端最近的网格，最先探测到粒子的射出，随后各高度网格依次探测到粒子于是其速度曲线依次冒出. 随着大量粒子在很短的时间内回落到大气层，并有少部分粒子脱出上边界，各网格内的粒子都开始减少，由此密度降低，并且靠近上边界网格内的速度分布曲线逐渐向低速段移动，这是因为处于弹道轨道的粒子在此达到速度极小，而高速粒子已经脱出. 最后各网格任有一些速度分布存在，这当然是因为少部分处于环绕轨道的粒子的作用.

我们的出发点当然是希望找到不同方向的速度分布的区别，但图3.2中表征各

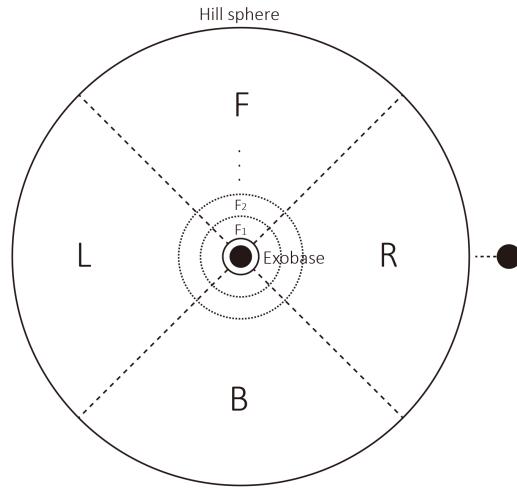


图 3.3: 用于检测速度分布的网格图示.

方向的不同颜色的曲线几乎没有差别.

下面我们要得到最关键的物理量, 即 H_2 密度随高度的变化曲线, 以和观测数据做直接的对比. 如前所述, 要从一次释放粒子的结果得到稳态的密度数据, 我们可以假设每秒钟都会有类似的 10^4 个粒子从外逸层底端释放, 并且所得到的密度演化都是相同的. 这样我们只需将各高度网格中密度随时间的变化曲线 (如图3.4上半部分) 复制、推迟然后和原来的曲线叠加, 并重复这个过程直到得到稳定不变的密度曲线 (如图3.4下半部分), 这个密度曲线就是在有连续大气粒子流量的情况下 的稳态的密度数据.

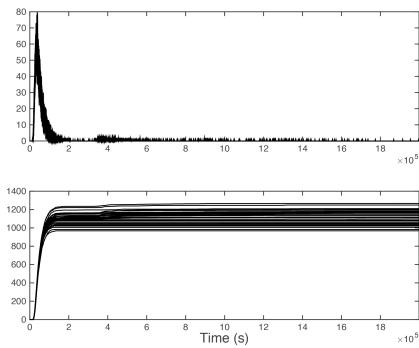


图 3.4: 将密度数据叠加得到连续流量.

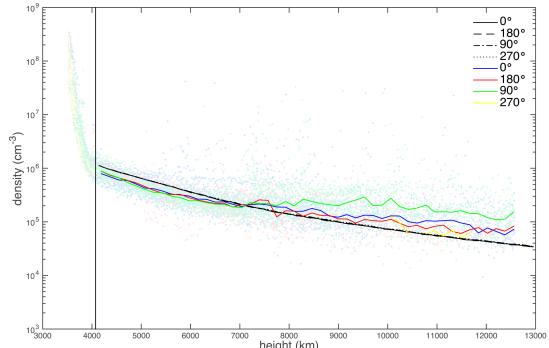


图 3.5: 叠加得到的密度分布和观测数据对比.

在图3.5中，我们将模拟并叠加得到的密度分布和观测结果做了直接的对比，可以发现基本还是吻合的。然而，模拟的结果并没有如观测数据那样显示出在各个方向的不同，这宣告了我们关于土星摄动引起相关效应的想法的破产。

然而，如果我们查看一下模拟中更高层的密度数据，可以发现在接近上边界的位置处，正/背对土星和在轨道前/后方的密度有一定的差别（如图3.6），反映在粒子从上边界逃逸的流量上，则是正/背对方向的流量高，而轨道前/后方的流量低（如图3.7），这些可能与限制性三体问题中的 L1、L2 两个 Lagrange 点有关，它们恰好是位于正/背对土星的方向，接近 Hill 半径，并较稳定，于是可以吸引更多的粒子，造成了逃逸流量较大的情况。这个现象在观测上是不容易证明的，因为在相当高的位置缺乏有效的探测器数据。

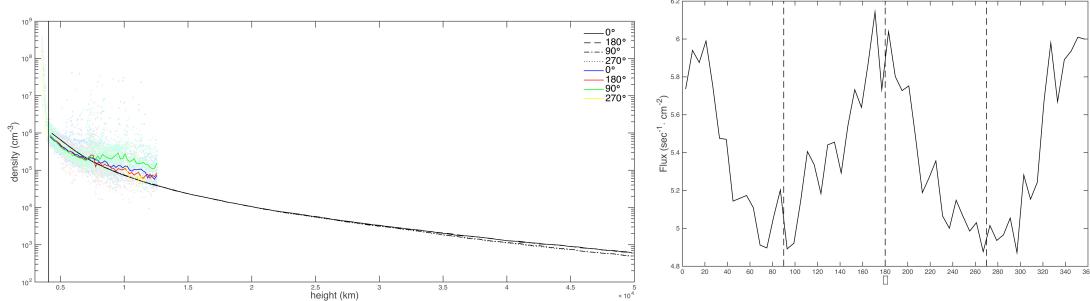


图 3.6: 模拟得到的更高层的密度分布结果。

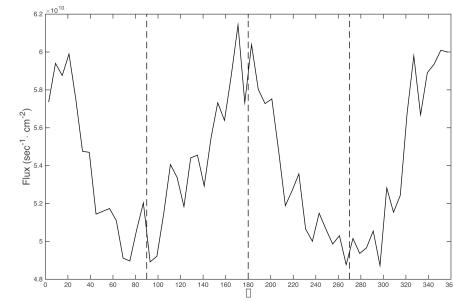


图 3.7: 从 Hill 外边界脱出的各方向粒子流量。

参考文献

- [1] J. W. Chamberlain. Planetary coronae and atmospheric evaporation[J]. . Aug. 1963, **11**:901–960
 - [2] Carl D. Murray, Stanley F. Dermott. Solar System Dynamics[M]. Cambridge University Press, 2000
 - [3] Titan(moon)[Z]. [https://en.wikipedia.org/wiki/Titan_\(moon\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Titan_(moon))
- [1] [2] [3]