

# 희소 테이블 & 최소 공통 조상

## (Sparse Table & Lowest Common Ancestor)

신촌 연합 겨울캠프 중급 7회차  
UNIST 한동규 (queued\_q)

# 희소 테이블 (Sparse Table)

## 연습문제) BOJ 10868 최솟값

- N개의 수로 이루어진 배열이 있음
- 구간 쿼리가 M개 주어질 때 구간 안에 있는 수 중 최솟값은?

4	1	3	7	5	10	2	6
---	---	---	---	---	----	---	---

## 연습문제) BOJ 10868 최솟값

- 세그먼트 트리: 쿼리 당  $O(\log N)$
- 쿼리 당  $O(1)$ 의 시간을 달성하려면?
- $O(N^2)$ 보다 빠른 전처리로 쿼리 당  $O(1)$ 의 시간이 가능할까?

4	1	3	7	5	10	2	6
---	---	---	---	---	----	---	---

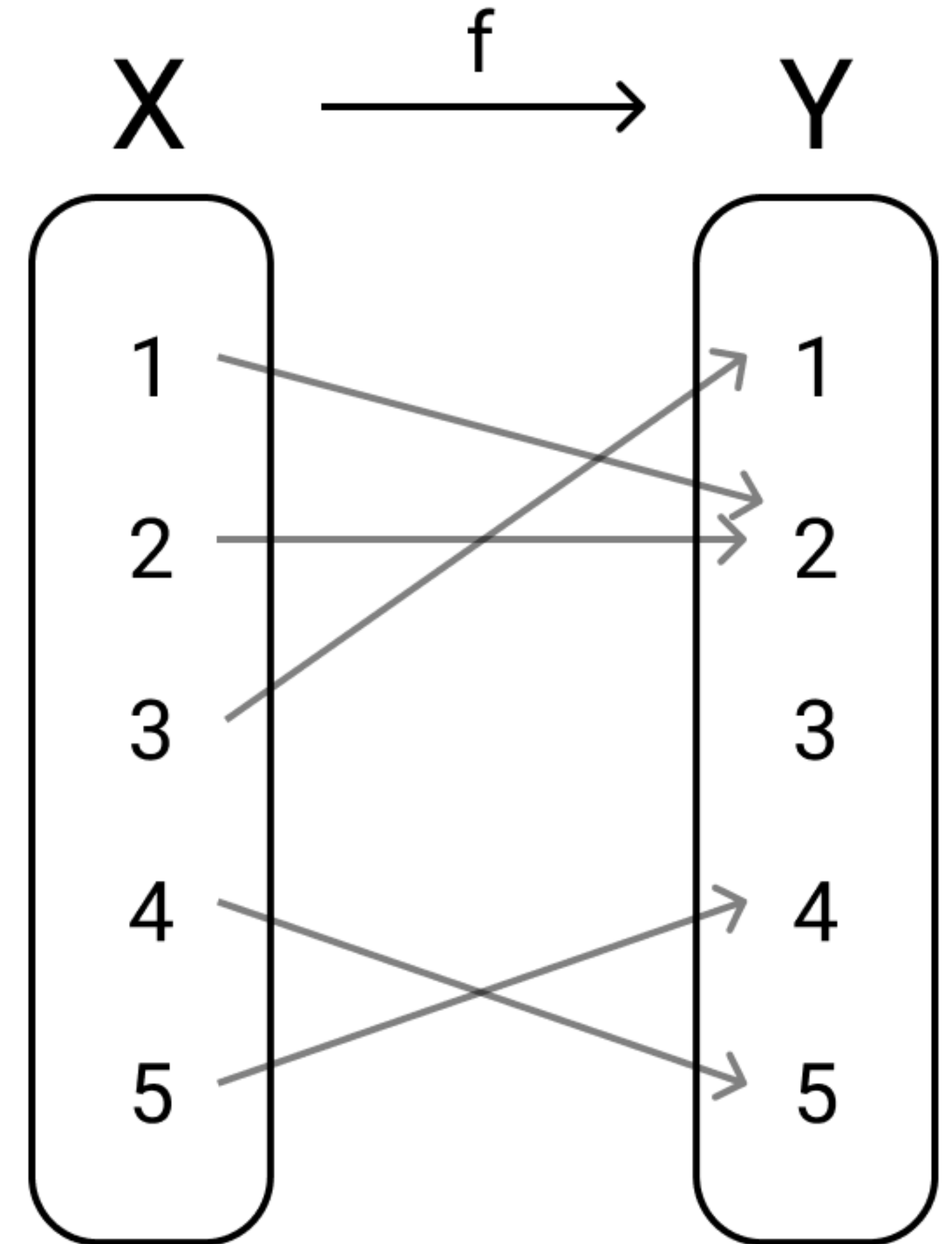
## 연습문제) BOJ 10868 최솟값

- $D[i][k]$  : 구간  $[i, i + 2^k)$  안에 있는 수의 최솟값
- $D[i][k] = \min( D[i][k-1], D[i + (1 \ll k-1)][k-1] )$

4	1	3	7	5	10	2	6
---	---	---	---	---	----	---	---

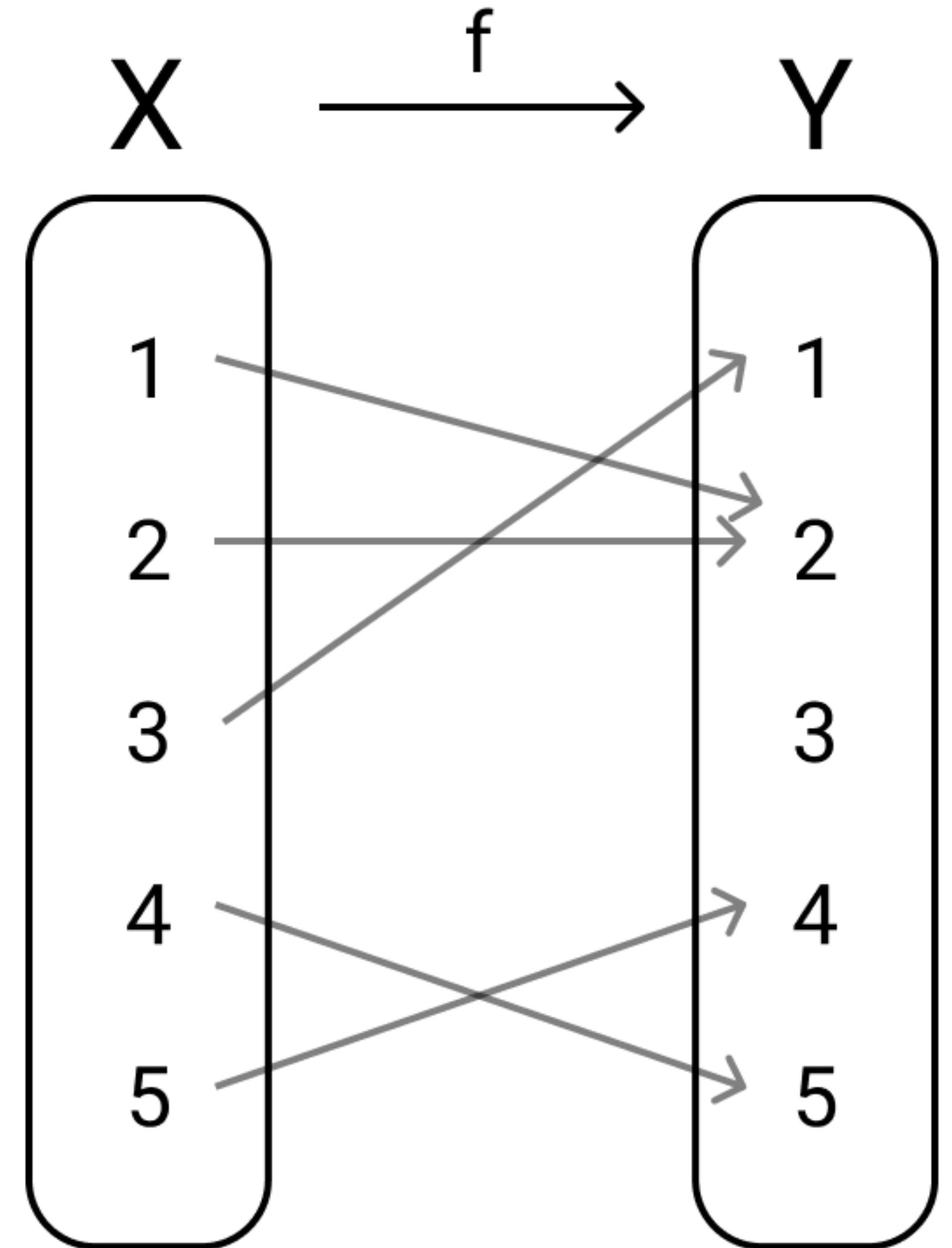
## 연습문제) BOJ 17435 합성함수와 쿼리

- 함수  $f: \{1, \dots, m\} \rightarrow \{1, \dots, m\}$  가 주어짐
- 쿼리마다  $n$ 과  $x$ 가 주어질 때,  $f^n(x)$  를 출력



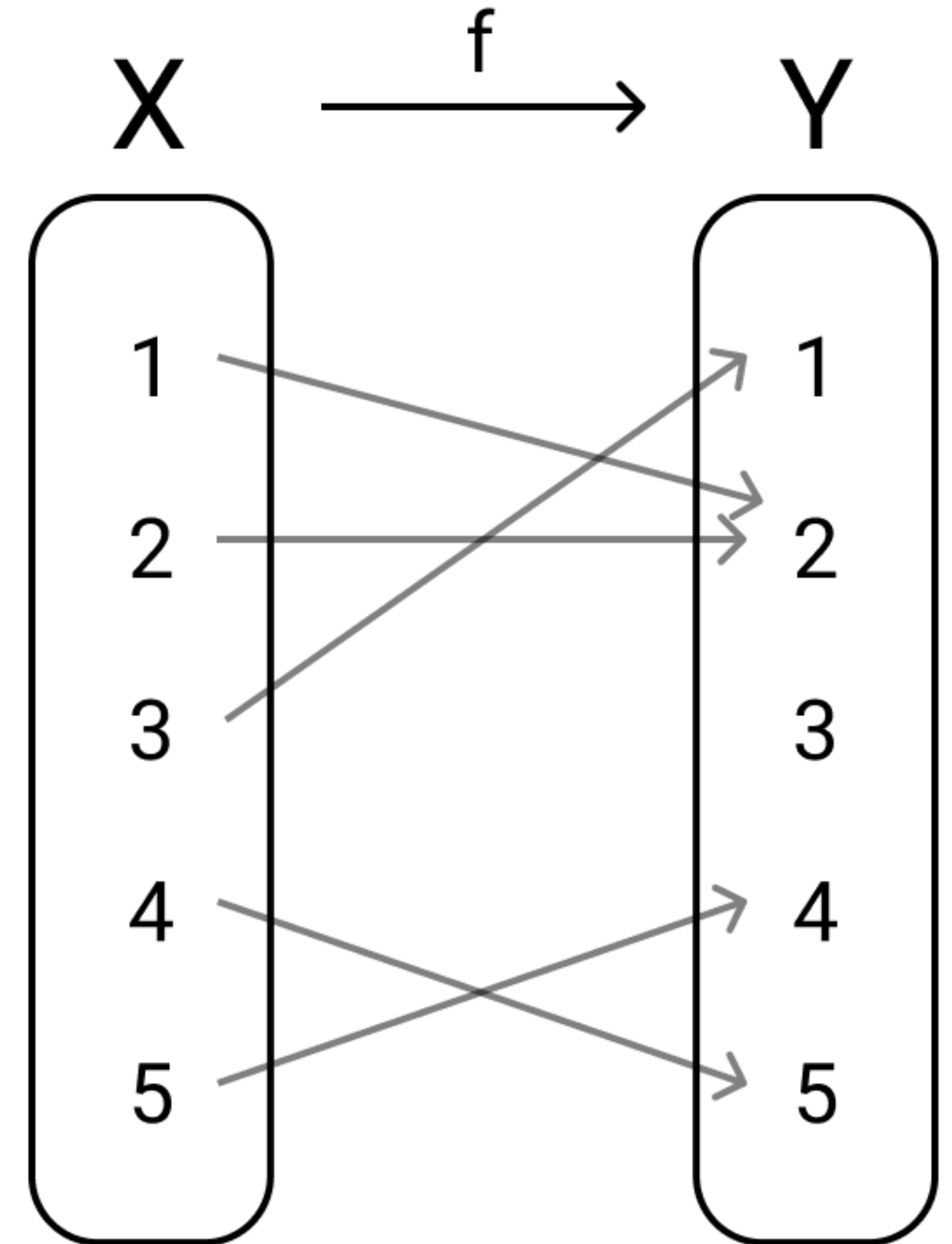
## 연습문제) BOJ 17435 합성함수와 쿼리

- 일대일 대응 함수였다면?
  - 일반적인 경우는?
- 분할 정복 접근?
  - 반복적인 쿼리에 대응하기 힘들다



## 연습문제) BOJ 17435 합성함수와 쿼리

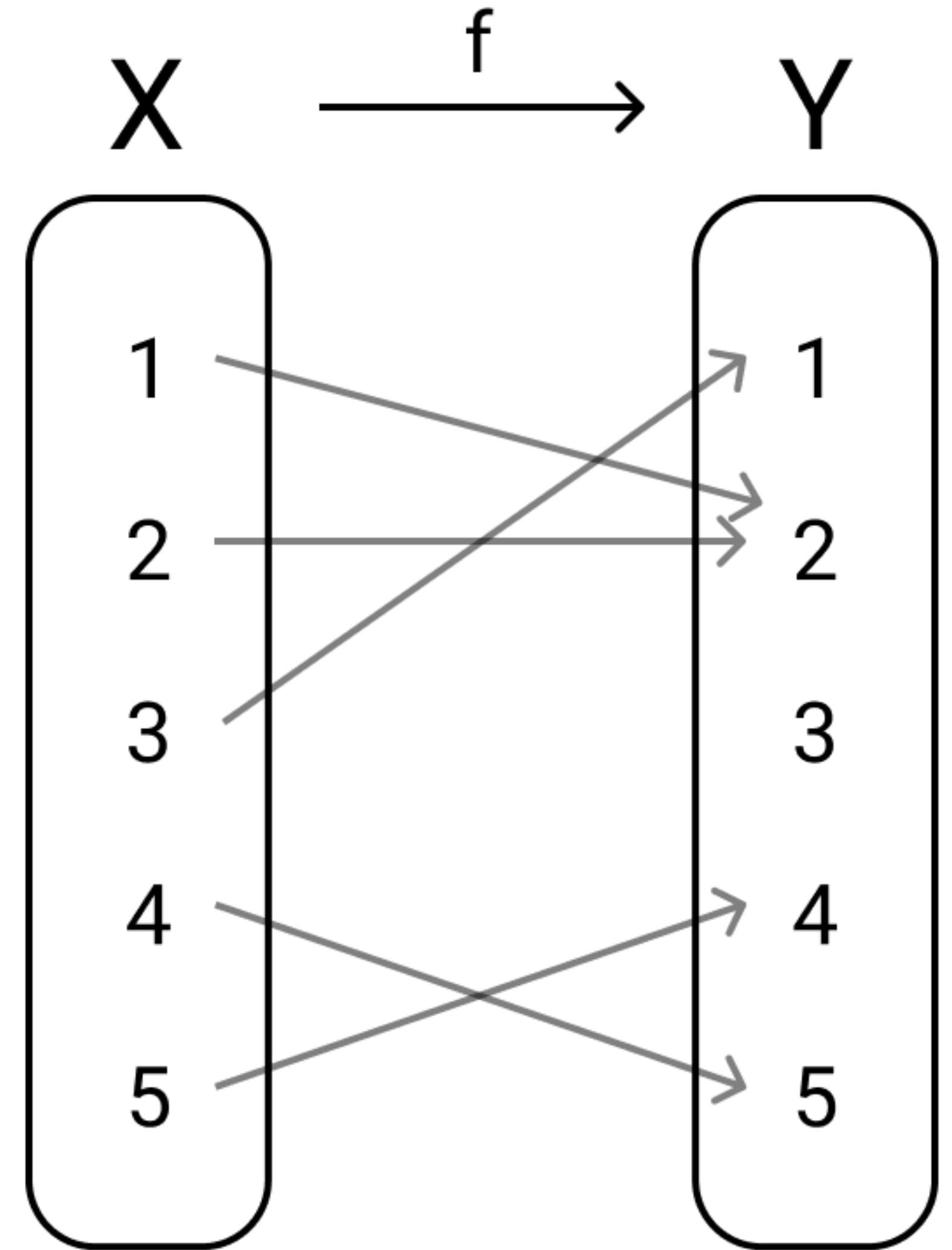
- 모든 자연수는 이진수로 표현 가능하다!
- 희소 테이블의 아이디어를 응용해서  $f^{(2^k)}$  구하기





## 연습문제) BOJ 17435 합성함수와 쿼리

- $f[i][k]$  :  $i$ 에다  $f$ 를  $2^k$ 번 적용시킨 결과
- $f[i][k] = f[f[i][k-1]][k-1]$

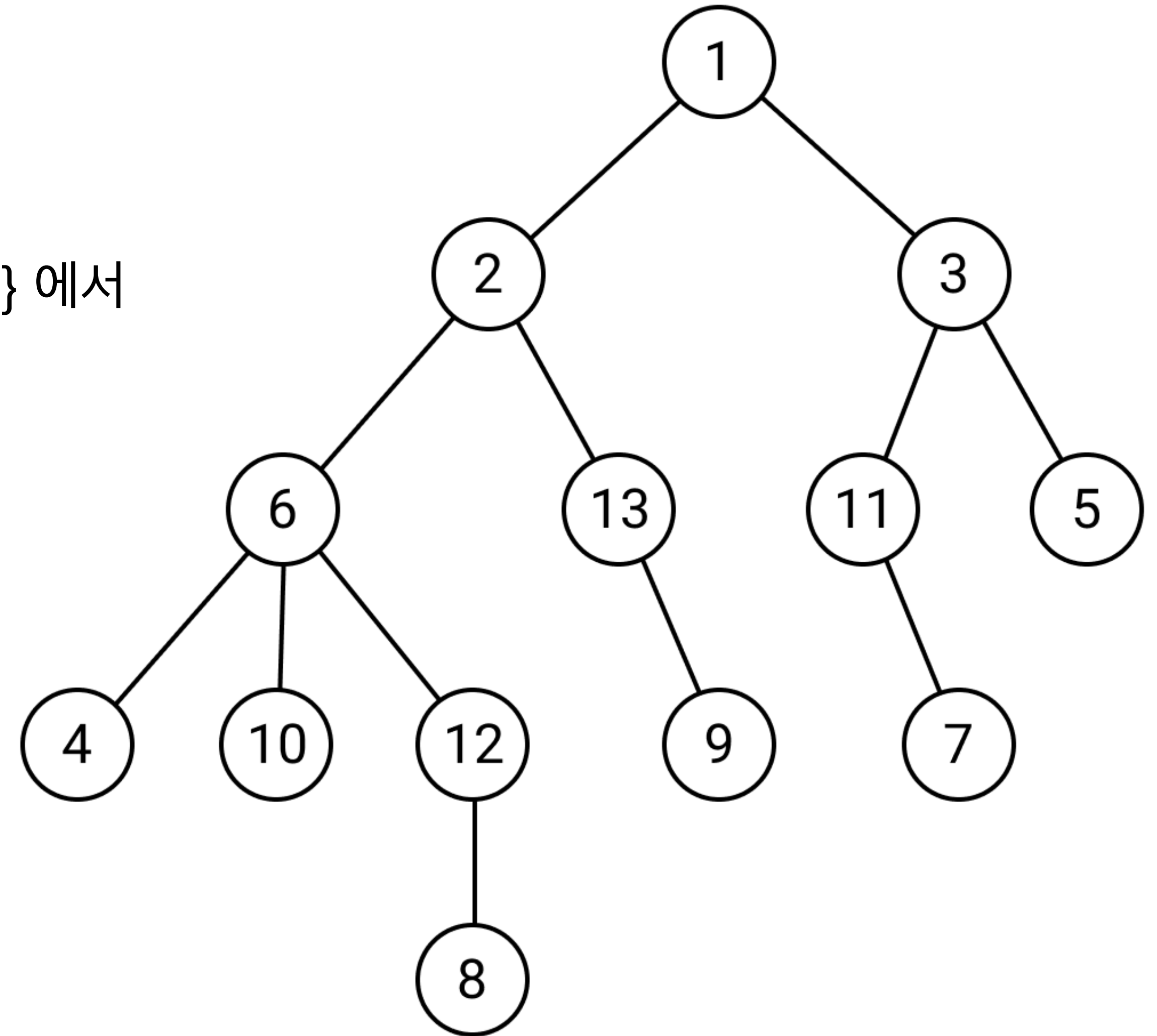


최소 공통 조상

(Lowest Common Ancestor, LCA)

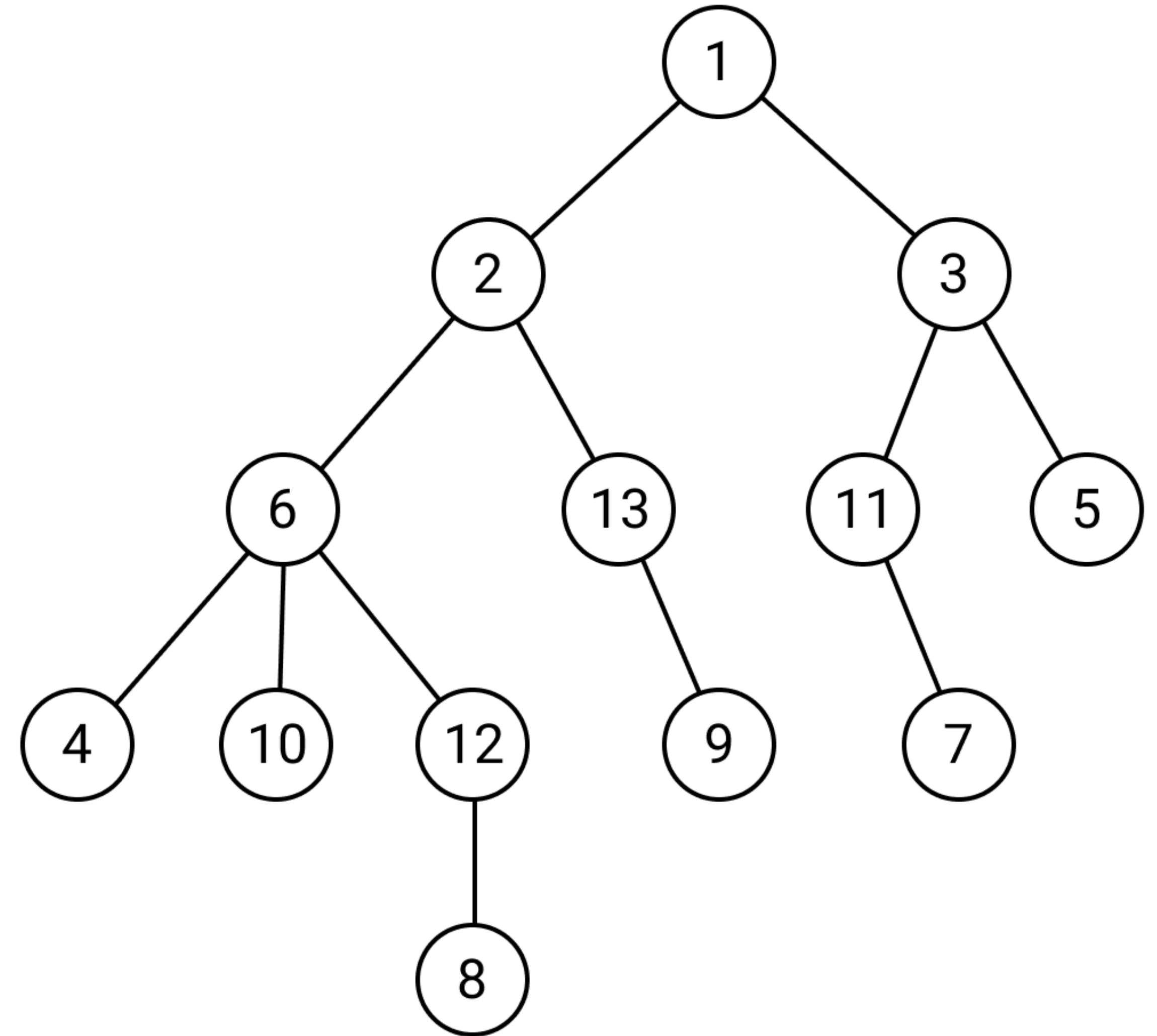
## 연습문제) BOJ 11438 LCA 2

- 트리가 주어짐
- 쿼리: 두 정점의 최소 공통 조상 (LCA) 찾기
- $LCA(u, v) = \{u \text{ 또는 } u \text{의 조상}\} \cap \{v \text{ 또는 } v \text{의 조상}\}$  에서 가장 깊은 곳에 위치한 정점



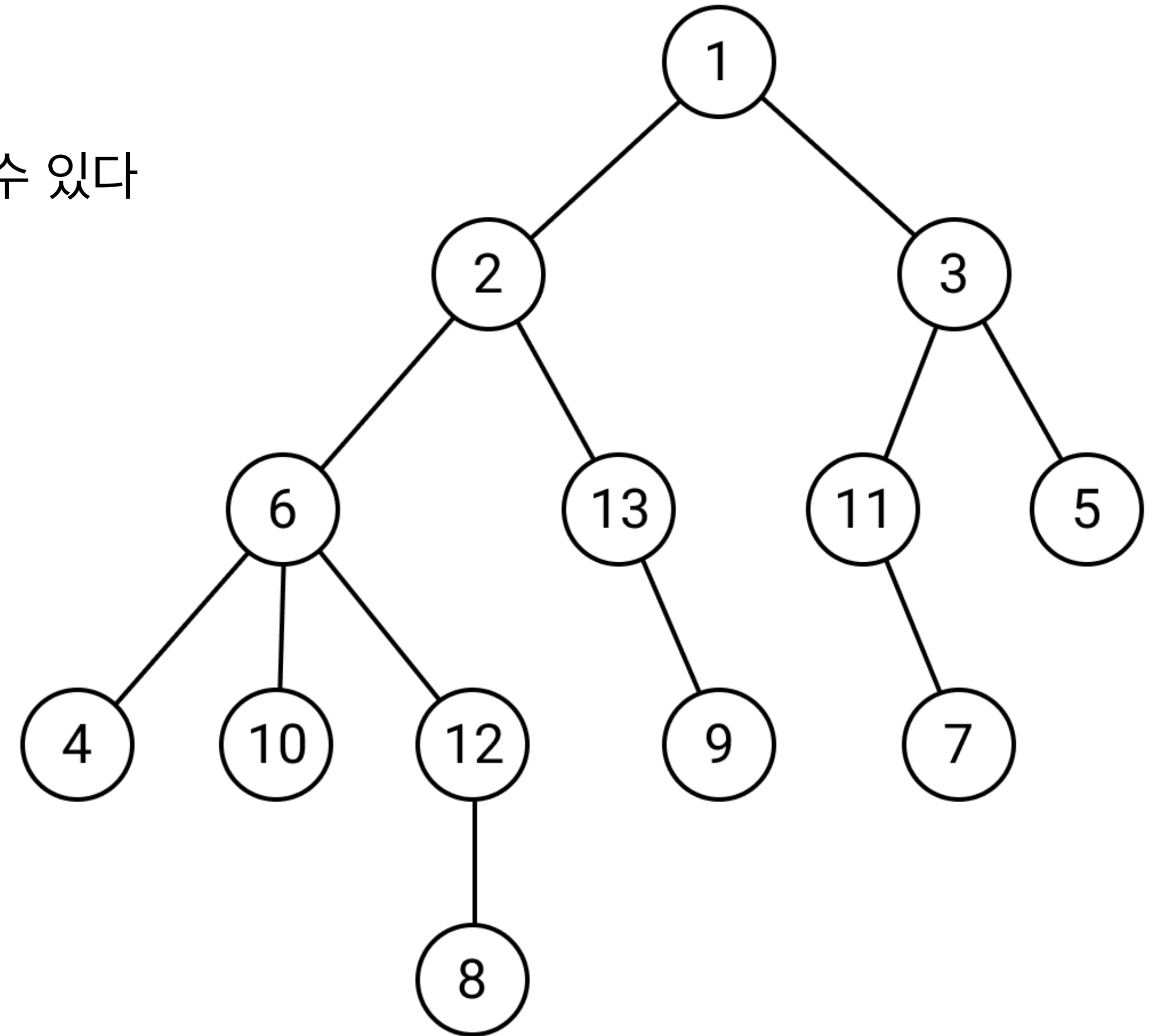
## 연습문제) BOJ 11438 LCA 2

- 나이브한 방법 1: 조상 집합 구하기
- 나이브한 방법 2: 같은 깊이의 조상을 훑어보기



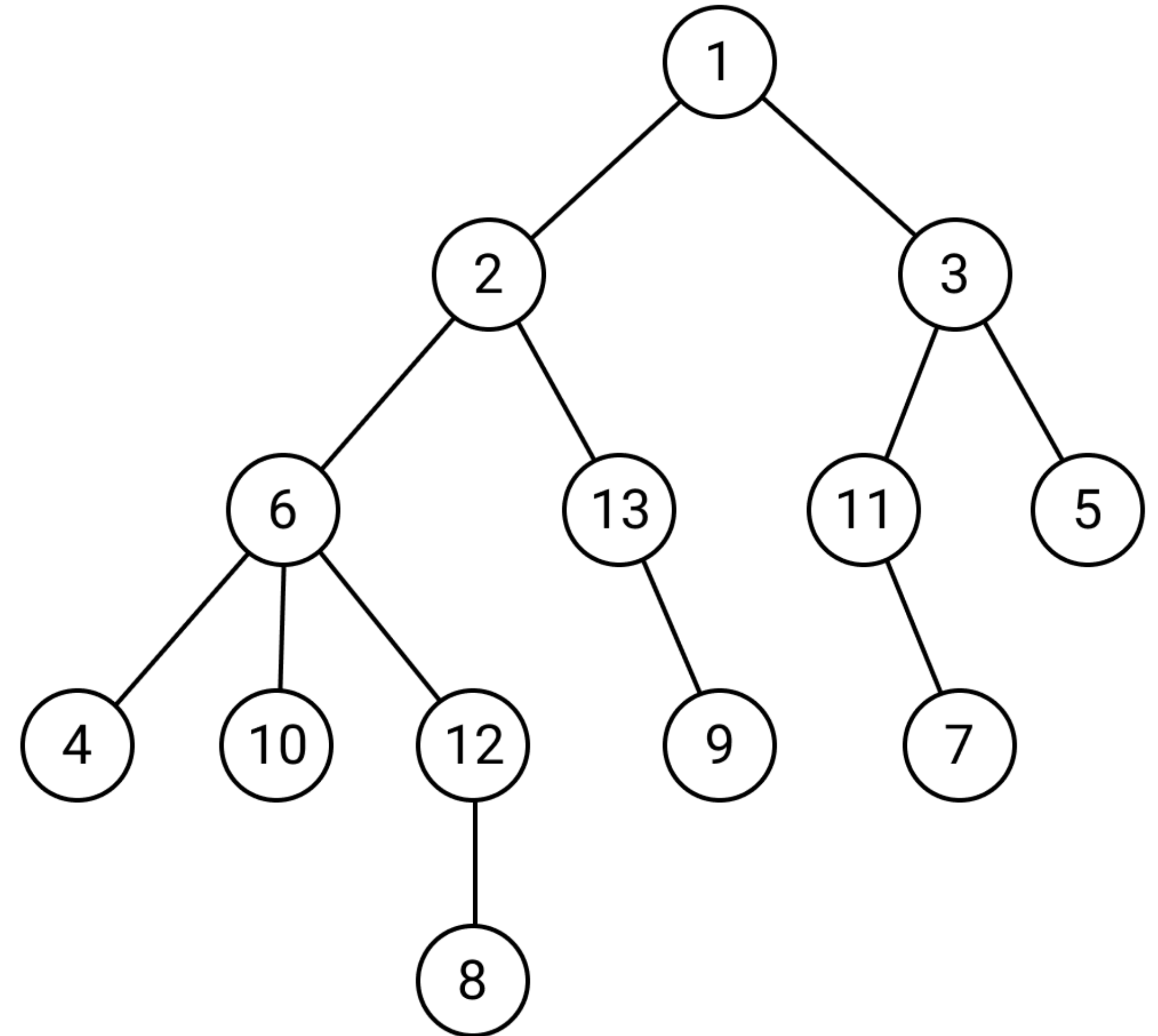
## 연습문제) BOJ 11438 LCA 2

- 관찰 1: LCA의 조상들은 모두 공통 조상이다
- 관찰 2: 부모로 이동하는 과정을 일종의 함수로 볼 수 있다



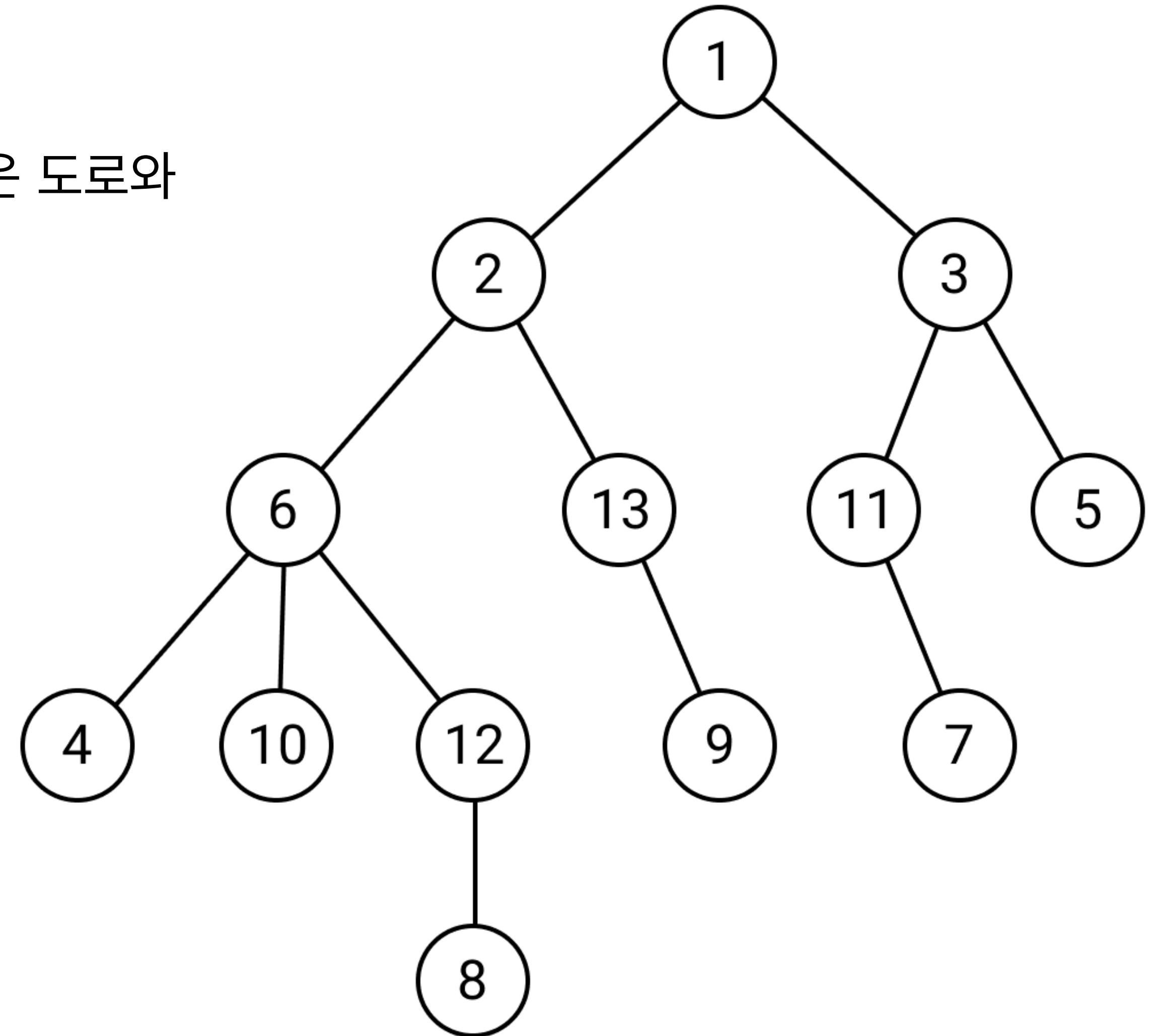
## 연습문제) BOJ 11438 LCA 2

1. 각 정점의 깊이와 부모 알아내기
2.  $p[i][k]$  배열 채우기
  - $p[i][k] = p[p[i][k-1]][k-1]$
3.  $u, v$  중 낮은 곳에 있는 정점 끌어올리기
  - 가장 긴 점프부터 시도
  - 두 정점이 일치하면 우선 리턴
4.  $u, v$ 가 같아지기 직전까지 두 정점을 끌어올리기
  - 가장 긴 점프부터 시도
5.  $u$ 나  $v$ 의 부모가 LCA



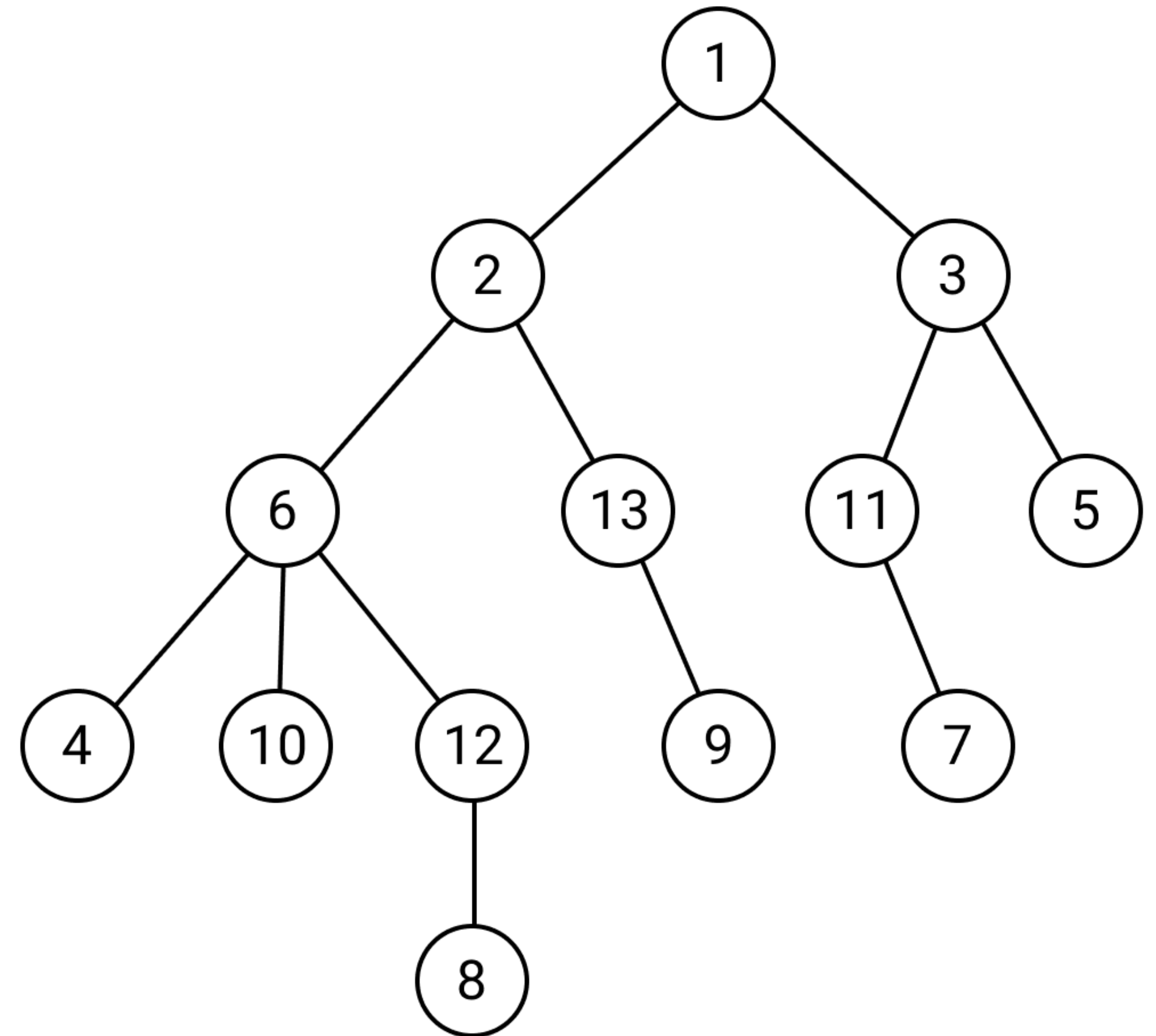
## 연습문제) BOJ 3176 도로 네트워크

- 도시와 도로가 트리 형태로 주어짐
- 쿼리: 두 도시를 잇는 경로에 있는 도로 중 가장 짧은 도로와 가장 긴 도로의 길이?



## 연습문제) BOJ 3176 도로 네트워크

- 두 정점을 잇는 경로 =  $u \rightarrow \text{LCA} \rightarrow v$
- LCA를 구하는 과정을 생각해 보자
- Sparse Table 함께 관리





## 연습 문제

- 10868 - 최솟값
- 17435 - 합성함수와 쿼리
- 11438 - LCA 2
- 3176 - 도로 네트워크

## 출석 문제

- 18783 - Swapity Swapity Swap
- 14942 - 개미
- 12008 - 262144
- 1761 - 정점들의 거리
- 20295 - 사탕 배달
- 15481 - 그래프와 MST

## 번외) $O(1)$ LCA

- 앞서 알아본 LCA 알고리즘은  $O(N \log N)$  전처리에  $O(\log N)$  쿼리
- $O(1)$  쿼리는 어떻게?
- ETT + RMQ

