四川大学期中考试试题(闭卷)

(2023–2024学年第 2 学期)

课程号：201080030　课序号：　课程名称：线性代数（理工）　任课教师：　成绩：

适用专业年级：　学生人数：　印题份数：　学号：　姓名：

考生承诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

1.已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；

2.不带手机进入考场;

3.考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照相关条款接受处理。

考生签名：

一 填空题 (每题4分，共24分)

1 . 设$A=\begin{bmatrix}1&2&5&4\\1&3&4&9\\1&-1&3&1\\1&-2&2&4\end{bmatrix}$,$M_{ij}$为矩阵$A$的第$i$行第$j$列元素的余子式,$i,j=1,2,3,4$,

则$8M_{13}-27M_{23}-M_{33}+8M_{43}=$_____.

2 .已知非零的n维向量$\alpha=(c,0,\cdots,0,c)^T$,$I$为$n$阶单位矩阵.矩阵$A=I-\alpha\alpha^T$的逆矩阵为$B=I+c^{-1}\alpha\alpha^T$.则$c=$_____.

3 .已知$Q=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&1\end{bmatrix}$,三阶方阵$A$满足$(Q^T)^*AQ^2=\begin{bmatrix}a-2c&0&-c\\0&b&0\\2c&0&c\end{bmatrix}$,则$A=$__________

4 .已知A为$n(n\geq 2)$阶方阵A满足$|A|=k\neq 0$,则$|(|A^*|A^T)^{-1}|$的值= _______.

5 .设方阵$A=\begin{bmatrix}1&-2&1\\0&1&1\\1&-3&2\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}\cos\theta&-\sin\theta\\\sin\theta&\cos\theta\end{bmatrix}$,则$|A^{2024}|B^{2024}=$_____.

6 .已知向量组$\alpha_1=(-1,1,0),\alpha_2=(a,-1,b),\alpha_3=(-1,2,-1)$生成的子空间$Span\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$的维数为2,则$a,b$满足的关系为__________.

试卷编号：

二 **(12分) 设两个三阶矩阵A,B按列分块表示为$A=[2\alpha_1,3\alpha_2,\beta]$,$B=[3\alpha_2,\alpha_1,2\gamma]$,且两个矩阵的行列式分别为$|A|=2a,|B|=b$.**

1.求行列式$|[\alpha_1,\alpha_2,\beta]|$和$|[\alpha_1,\alpha_2,\gamma]|$的值;

2.求行列式$|2A-B|$的值.

三 **(12分) 已知向量组$\alpha_1=(-1,1,0,0)^T,\alpha_2=(-1,2,-1,1)^T,\alpha_3=(0,a,b,-1)^T,\alpha_4=(1,-3,2,3)^T$.**

1.求向量组的秩和一个极大线性无关组;

2.α_3能否由其余向量线性表出?若能,请给出线性表出的表达式.

四 **(12分)已知n阶方阵**$H=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$**和**$A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}$

1.将矩阵A表示成H的多项式;

2.求矩阵方程$AX=I+2H+3H^2+\cdots+nH^{n-1}$中的$X$.

五 **(14分)已知非齐次线性方程组**$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=1 \\ 3x_1+2x_2+x_3+ax_4=1 \\ x_2+2x_3+3x_4=2 \\ 5x_1+4x_2+3x_3+bx_4=4 \end{cases}$

1.当a,b取何值时,方程组无解、有唯一解、无穷多解;

2.在方程组有解时求出其全部解.

六 **(14分)设向量组$\alpha_1=(1,1,4)^T,\alpha_2=(1,0,4)^T,\alpha_3=(1,2,a)^T$是三维空间$R^3$的一组基.$\beta=(1,1,1)^T$在这组基下的坐标为$(b,c,1)^T$.**

1.求a,b,c的值;

2.证明α_2,α_3,β是R^3的一组基,并求由基α_2,α_3,β到基$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$的过渡矩阵$M$.

七 **证明题(12分)**

1.设$n(n>4)$维向量$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$线性无关,$\beta_i=\alpha_i+k\alpha_4,i=1,2,3$.证明对任意的数$k$,$\beta_1,\beta_2,\beta_3$都线性无关;

2.设$n(n>4)$维向量$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$满足$\alpha_1+2\alpha_2+3\alpha_3+4\alpha_4=0$且$\beta_i=\alpha_i+i\lambda_i\xi,i=1,2,3,4$.问当不全为零的数$\lambda_i(i=1,2,3,4)$满足什么条件时,对任意的$n$维向量$\xi$,向量组$\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4$总线性相关,并证明.