四川大学期中考试试题(闭卷)

(2022–2023学年第 2 学期)

课程号：201080030　课序号：　课程名称：线性代数（理工）　任课教师：　成绩：

适用专业年级：　学生人数：　印题份数：　学号：　姓名：

考生承诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

1.已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；

2.不带手机进入考场;

3.考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照相关条款接受处理。

考生签名：

一填空题 (每题4分，共24分)

1 .设$A=(a_{ij})$为三阶方阵,A_{ij}为元素a_{ij}的代数余子式,若A的每行元素之和均为3,且$|A|$=2.则$A_{12}+A_{22}+A_{32}=$ ____.

2 .设α是三维列向量,α^T是α的转置.若$\alpha\alpha^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, 则$|k\alpha^T\alpha|$的值= ____.

3 .设A为$n(n\geq 2)$阶可逆方阵,则行列式$|[(|A|A^T)^*]^{-1}|$的值= ________.

4 .若线性方程组$\begin{cases} x_1+x_2=a \\ x_2+x_3=b \\ x_3+x_4=c \\ x_1+x_4=d \end{cases}$有解,则常数$a,b,c,d$应满足的条件是________.

5 .已知方阵A满足$aA^2+bA+cE=0(a,b,c\in\mathbb{R},c\neq 0)$.则$A^{-1}=$ ________.

6 .已知向量组$\alpha_1 = (1,1,1), \alpha_2 = (a,0,b), \alpha_3 = (1,3,2)$生成的子空间$Span\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$的维数为2,则$a,b$满足的关系式为________.

二 (10分)已知平面上的一条抛物线$y = ax^2 + bx + c$经过三个不同的点$(1,1),(2,3),(3,9)$.求出这条抛物线方程.

三 (12分)已知矩阵方程$A^{2023}X(E - C^{-1}B)^T C^T A = E$,其中$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$,$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,$C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.求$X$.

四 (12分)设A,B为三阶方阵,且$A = [\alpha \quad 2\gamma_2 \quad 3\gamma_3]^T$,$B = [5\beta \quad 3\gamma_2 \quad \gamma_3]^T$,$|A| = 18$,$|B| = 30$.求$|A - B|$.

五 (14分)已知向量组$\alpha_1 = (1,3,0,5)^T, \alpha_2 = (1,2,1,4)^T, \alpha_3 = (1,-3,6,a-1)^T, \alpha_4 = (-1,b,-3,-6)^T$.(I)求向量组的秩和全部极大线性无关组; (2)若向量组的秩小于4,将其余向量用极大线性无关组线性表示.

六 (14分)已知三维向量组$\alpha_1 = (1,1,1,), \alpha_2 = (1,0,1), \alpha_3 = (0,0,1), \alpha_4 = (1,2,0), \alpha_5 = (0,1,1)$.

(1)证明:向量组(I)$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$与向量组(II)$\alpha_1,\alpha_4,\alpha_5$是三维空间$R^3$的两组基;

(2)求向量组(I)到向量组(II)的过渡矩阵M.

七 (14分)

设A是n阶方阵，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$是$n$维列向量，其中$\alpha_1 \neq 0$,且$A\alpha_1 = 3\alpha_1, A\alpha_2 = -\alpha_1 + 3\alpha_2, A\alpha_3 = -\alpha_2 + 3\alpha_3$.

(1) 证明向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关;

(2) 若$n = 3$,求$|A|$.

注：本试题中的E表示单位矩阵.