

- AD窄带SFDR校准成对峰现象综述
  - 1. 现象描述与核心猜想
  - 2. 理论依据：贝塞尔函数展开
  - 3. 验证路径与实验设计
  - 4. 替代可能性分析
  - 5. 应用价值与局限性
  - 6. 下一步研究方向
- 总结

# AD窄带SFDR校准成对峰现象综述

## 1. 现象描述与核心猜想

在模数转换器（AD）的窄带无杂散动态范围（SFDR）校准中，频谱中常观察到以主峰为中心、对称分布的成对杂散峰（边带）。其核心猜想为：周期性采样时间抖动引入相位调制，通过贝塞尔函数展开生成对称边带。具体机制如下：

- 时间抖动建模：实际采样时刻偏差  $\tau(t_n) = \delta \cos(2\pi f_t t_n)$  导致相位误差  $\Delta\phi(t_n) = \beta \cos(2\pi f_t t_n)$ ，其中  $\beta = 2\pi f_0 \delta$  为调制指数。
- 相位调制信号：受调制的采样信号为：

$$S_{\text{sampled}}(t_n) = A \cos(2\pi f_0 t_n + \beta \cos(2\pi f_t t_n)),$$

属于角度调制信号。

## 2. 理论依据：贝塞尔函数展开

角度调制信号可通过雅可比-安格尔展开分解为贝塞尔级数：

$$\cos(\beta \cos \theta) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k J_{2k}(\beta) \cos(2k\theta),$$

代入后信号展开为：

$$S_{\text{sampled}} = A \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k J_k(\beta) \cos(2\pi(f_0 + kf_t)t_n).$$

频谱特性：

- **边带位置:**  $f_0 \pm kf_t$ , 间距由抖动频率  $f_t$  决定。
- **边带幅度:** 由  $J_k(\beta)$  控制, 满足:
  - 小  $\beta$  时, 仅低阶边带显著 (如  $k = 1$ )。
  - 大  $\beta$  时, 高阶边带增多, 幅度振荡衰减。
- **对称性:**  $J_{-k}(\beta) = (-1)^k J_k(\beta)$ , 导致边带成对出现。

### 3. 验证路径与实验设计

#### 1. 边带间距验证:

- 通过FFT频谱分析测量杂散峰间距  $\Delta f = kf_t$ , 验证是否为  $f_t$  的整数倍。
- 若存在多组边带, 需检查是否由多频调制引起。

#### 2. 边带幅度拟合:

- 对比实验边带幅度与  $J_k(\beta)$  理论值 (如  $J_1(\beta)/J_0(\beta)$ )。
- 利用贝塞尔函数零点特性 (如  $J_1(\beta) = 0$  时  $\beta \approx 3.83$ ), 调整参数观察边带消失。

#### 3. 相位残差分析:

- 验证相位残差幅度  $\beta \propto \delta f_0$ , 确认模型一致性。

### 4. 替代可能性分析

若实验数据偏离贝塞尔模型, 需考虑以下因素:

1. **频调制:** 时间抖动包含多个频率分量, 需多维贝塞尔展开
2. **随机相位噪声:** 需通过Wiener-Khinchin定理分析功率谱密度。(但实际随机噪声能量比较分散, 只会抬高SFDR基底, 峰还是由某一个或一些特定频率调制决定的)

### 5. 应用价值与局限性

- **价值:** 为AD校准提供理论依据, 可推广至其他周期性抖动场景 (如时钟抖动、采样偏移)。
- **局限:** 假设相位误差为纯正弦调制, 未考虑非线性或随机噪声的混合影响。

### 6. 下一步研究方向

1. 观察窄带峰的位置和幅度是否符合贝塞尔展开理论的计算结果
2. 对相位残差曲线进行平滑或低通滤波, 剔除噪声, 进行频谱分析:
  - 观察其频率是否为单频, 或频谱有无明显特征
  - 观察相位残差曲线的频率是否随输入频率而变化

3. 随机噪声建模：将贝塞尔展开与随机过程理论结合，完善混合噪声场景下的频谱预测。
  4. 验证相位周期性抖动是否是可重复的，并尝试确定其原因：是器件固有特性还是电源问题还是其他原因，确定误差来源
- 

## 总结

AD窄带SFDR校准中的成对峰现象，本质是周期性采样时间抖动通过相位调制生成的贝塞尔边带。通过雅可比-安格尔展开和Sturm-Liouville正交性理论，可精确描述其频谱特性，并为实验验证提供数学工具。该猜想不仅深化了对AD杂散机制的理解，也为高精度校准技术奠定了理论基础。未来需进一步探索复杂噪声环境下的扩展模型，以提升实际工程应用的鲁棒性。