

# homework3

---

孙皓宇 202418019427074

## 1. 机器人走迷宫

### (1) 将问题形式化。状态空间有多大？

- 形式化：我们可以将迷宫看作一个二维网格，其中每个格子可以是通路或障碍。机器人的状态可以用其当前位置和朝向（北、东、南、西）来表示。因此，状态空间可以表示为  $(x, y, \text{direction})$  的集合，其中  $(x, y)$  是机器人在迷宫中的位置， $\text{direction}$  是机器人的朝向。
- 状态空间大小：假设迷宫是一个  $M \times N$  的网格，那么位置  $(x, y)$  的可能取值范围是  $0 \leq x < M$  和  $0 \leq y < N$ 。朝向有四种可能（北、东、南、西）。因此，状态空间的大小是  $4 * M * N$ 。

### (2) 在迷宫中游走，在两条路或更多路交叉的路口可以转弯。重新形式化这个问题。现在状态空间有多大？

- 重新形式化：在这个问题中，机器人的行动仍然由位置  $(x, y)$  和朝向  $\text{direction}$  决定，但不同之处在于，机器人现在可以在交叉路口转弯。这意味着，机器人的状态转移不仅取决于当前位置和朝向，还取决于迷宫的具体布局（即哪些位置是交叉路口）。
- 状态空间大小：状态空间的基本结构仍然是  $(x, y, \text{direction})$ ，但由于现在需要考虑迷宫的具体布局来确定哪些位置是交叉路口，因此状态空间的实际大小会依赖于迷宫的布局。理论上，状态空间的大小仍然是  $4 * M * N$ ，但每个状态之间的可达性（即能否从一个状态转移到另一个状态）会受到迷宫布局的约束。

### (3) 从迷宫的任一点出发，我们可以朝四个方向中的任一方向前进直到可以转弯的地方，而且我们只需要这样做。重新对这个问题进行形式化。我们需要记录机器人的方向吗？

- 重新形式化：在这个简化的问题中，机器人只需要知道它当前的位置和下一步能否转弯。由于机器人总是沿着当前方向前进直到遇到转弯点，因此我们可以不需要显式地记录机器人的朝向。相反，我们可以将迷宫看作一个由节点（交叉路口和起点/终点）和边（通路）组成的图，其中每条边都代表一个可以前进的直线路径。
- 是否需要记录方向：不需要。在这个简化的问题中，我们可以将机器人的行动看作是在图上的节点之间移动。机器人的当前位置足以确定其下一步的行动（即沿着哪条边前进或转弯）。

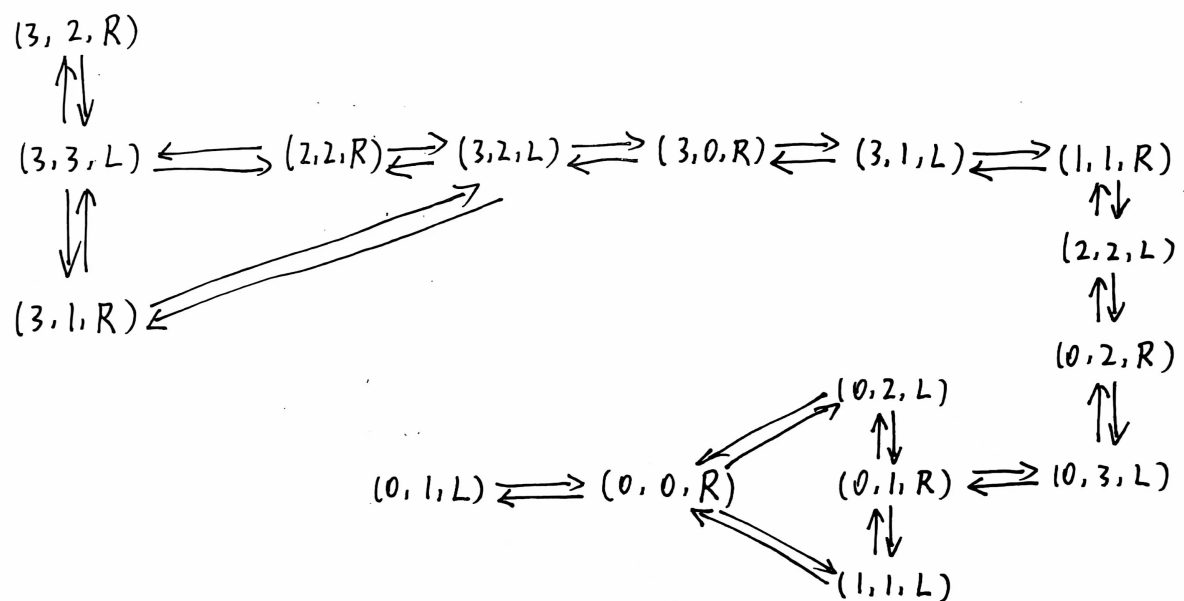
### (4) 在我们对问题的最初描述中已经对现实世界进行了抽象，限制了机器人的行动并移除了细节。列出三个我们做的简化。

- 简化一：机器人的行动被限制为只能前进和转向，而不能进行其他复杂的动作（如后退、跳跃等）。
- 简化二：迷宫被抽象为一个二维网格，其中每个格子要么是通路要么是障碍，没有考虑现实世界中的复杂地形和障碍物。
- 简化三：机器人的朝向被简化为四个方向（北、东、南、西），没有考虑更复杂的朝向或角度。此外，还假设了机器人在前进过程中能够准确地感知到何时遇到墙壁或交叉路口。

## 2. 传教士和野人问题

### (1) 详细形式化与状态空间图

- 问题形式化：  
我们有三个传教士 (M) 和三个野人 (C) 在河的一岸，需要利用一条船将他们全部渡到河的另一岸。船能载一个人或者两个人，且在任何时候，在任何一边的岸上或船上，野人数都不能多于传教士数。
- 状态表示：  
我们可以使用三元组 (M\_left, C\_left, boat\_position) 来表示状态，其中：
  - M\_left 表示左岸的传教士数
  - C\_left 表示左岸的野人数
  - boat\_position 表示船的位置 ('L' 表示左岸，'R' 表示右岸)
- 状态空间图：



### (2) 搜索算法与过程

- 搜索算法：  
对于此类问题，可以使用广度优先搜索 (BFS) 或深度优先搜索 (DFS) 来求解。由于我们需要找到最优解 (即最短路径)，因此BFS是更合适的选择。
- 搜索过程：
  - 初始化队列，将初始状态加入队列。
  - 初始化一个集合来记录已访问的状态，以避免重复搜索。

- 当队列不为空时，执行以下步骤：
- 从队列中取出一个状态。
- 检查该状态是否为终止状态。如果是，则搜索结束，返回路径。
- 否则，生成该状态的所有可能下一个状态。
- 对于每个生成的下一个状态，如果它满足约束条件且未被访问过，则将其加入队列，并标记为已访问。
- 如果队列为空且未找到终止状态，则问题无解。

检查重复状态：

对于这个问题，检查重复状态是一个好主意。由于状态空间庞大且存在对称性，如果不检查重复状态，搜索过程可能会陷入无限循环或重复搜索相同的路径。通过检查重复状态，我们可以显著提高搜索效率。

### (3) 求解困难的原因

尽管这个问题的状态空间在理论上看起来相对简单（只是一个三元组），但实际上求解它很困难的原因有几个：

- 状态空间庞大：即使考虑到对称性和约束条件，可能的状态数量仍然非常大。这导致搜索过程需要很长时间才能完成。
- 约束条件复杂：约束条件（即任何一边的野人数都不能多于传教士数）使得在生成下一个状态时需要进行额外的检查。这增加了搜索过程的复杂性。
- 搜索路径的多样性：由于有多种可能的移动方式（船可以载一个人或两个人，且可以在任何一边的岸上或船上），因此存在多种可能的搜索路径。这使得找到最优解变得更加困难。