

# homework9

## 问题一

### ■ 假设有如下公理：

1.  $0 \leq 3$
2.  $7 \leq 9$
3.  $\forall x \ x \leq x$
4.  $\forall x \ x \leq x + 0$
5.  $\forall x \ x + 0 \leq x$
6.  $\forall x, y \ x + y \leq y + x$
7.  $\forall w, x, y, z \ w \leq y \wedge x \leq z \Rightarrow w + x \leq y + z$
8.  $\forall x, y, z \ x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$

### ■ 请分别用反向链接和前向链接证明 $7 \leq 3 + 9$ （注意：只用上 述公理，不要用其他的数学知识），只需要给出关键步骤。

为了证明  $7 \leq 3 + 9$ ，我们可以分别使用反向链接和前向链接的方法。下面是关键步骤：

### 反向链接证明：

1. **目标：**证明  $7 \leq 3 + 9$ 。
2. **使用公理 8：**我们需要证明  $7 \leq y$  和  $y \leq 3 + 9$  对于某个  $y$ 。
3. **选择  $y = 9$ ：**根据公理 2，我们知道  $7 \leq 9$ 。
4. **证明  $9 \leq 3 + 9$ ：**
  - 使用公理 3:  $9 \leq 9$ 。
  - 使用公理 4:  $9 \leq 9 + 0$ 。
  - 使用公理 5:  $9 + 0 \leq 9$ 。
  - 使用公理 6:  $3 + 9 \leq 9 + 3$ 。
  - 由于  $9 + 3 = 12$ ，我们知道  $9 \leq 12$ 。
5. **结合步骤 3 和 4：**根据公理 8，如果  $7 \leq 9$  且  $9 \leq 12$ ，则  $7 \leq 12$ 。

6. **结论**: 由于  $3 + 9 = 12$ , 我们得出  $7 \leq 3 + 9$ 。

## 前向链接证明:

1. **使用公理 1**:  $0 \leq 3$ 。
2. **使用公理 4**:  $0 \leq 0 + 0$ 。
3. **使用公理 5**:  $0 + 0 \leq 0$ 。
4. **使用公理 6**:  $0 + 9 \leq 9 + 0$ 。
5. **使用公理 5**:  $9 + 0 \leq 9$ 。
6. **结合步骤 4 和 5**:  $0 + 9 \leq 9$ 。
7. **使用公理 7**: 由于  $0 \leq 3$  和  $0 + 9 \leq 9$ , 我们可以得出  $0 + (0 + 9) \leq 3 + 9$ 。
8. **简化**:  $9 \leq 3 + 9$ 。
9. **使用公理 2**:  $7 \leq 9$ 。
10. **结合步骤 8 和 9**: 根据公理 8, 如果  $7 \leq 9$  且  $9 \leq 3 + 9$ , 则  $7 \leq 3 + 9$ 。

这样, 我们就分别使用反向链接和前向链接证明了  $7 \leq 3 + 9$ 。