

homework10

问题一

■ 将下面的描述逻辑表达式转换为一阶逻辑：

- 一个男人的集合，这样的男人至少有三个儿子且至多有两个女儿，儿子都失业了并与医生结了婚，女儿都是物理系或数学系的教授

*And(Man, Atleast(3, Son), AtMost(2, Daughter),
All(Son, And(Umemployed, Married, All(Spouse, Doctor))),
All(Daughter, And(Professor, Fills(Department, Physics, Math))))*

要将这个描述逻辑表达式转换为一阶逻辑，我们需要将每个概念和关系用一阶逻辑的量词和谓词表示。下面是转换后的一阶逻辑表达式：

1. 对于所有的男人 x ，如果 x 是一个男人，那么：
 - x 至少有三个儿子。
 - x 至多有两个女儿。
 - 对于 x 的所有儿子 y ， y 是失业的，并且 y 与医生结婚。
 - 对于 x 的所有女儿 z ， z 是教授，并且 z 所在的系是物理系或数学系。

用一阶逻辑表示如下：

当然可以，下面是换行后的一阶逻辑表达式，以提高可读性：

$$\begin{aligned} & \forall x (Man(x) \rightarrow (\exists y_1, y_2, y_3 (Son(x, y_1) \wedge Son(x, y_2) \wedge Son(x, y_3) \\ & \quad \wedge \forall z (Son(x, z) \rightarrow (y_1 = z \vee y_2 = z \vee y_3 = z)))) \\ & \wedge (\forall w (Daughter(x, w) \rightarrow \exists u, v (Daughter(x, u) \wedge Daughter(x, v) \wedge (w = u \vee w = v)))) \\ & \quad \wedge \forall y (Son(x, y) \rightarrow Unemployed(y) \wedge \exists z (Married(y, z) \wedge Doctor(z))) \\ & \wedge \forall z (Daughter(x, z) \rightarrow Professor(z) \wedge (Department(z, Physics) \vee Department(z, Math)))) \end{aligned}$$

这个表达式中：

- \forall 表示全称量词，意味着“对于所有”。
- \exists 表示存在量词，意味着“存在”。
- \rightarrow 表示逻辑蕴含，即“如果...那么...”。
- \wedge 表示逻辑与，即“并且”。
- \vee 表示逻辑或，即“或者”。
- $Son(x, y)$ 表示 y 是 x 的儿子。
- $Daughter(x, z)$ 表示 z 是 x 的女儿。
- $Unemployed(y)$ 表示 y 是失业的。
- $Married(y, z)$ 表示 y 与 z 结婚。
- $Doctor(z)$ 表示 z 是医生。
- $Professor(z)$ 表示 z 是教授。
- $Department(z, Physics)$ 表示 z 在物理系工作。
- $Department(z, Math)$ 表示 z 在数学系工作。

这个一阶逻辑表达式准确地反映了原始描述逻辑表达式中的所有条件。