MN-1

I Să se rezolve următoarele ecuații

a) $L(f; 0,1,2,3,4)(x) = f(x)$, $f(x) = x^6$

b) $L(f; -1, 1, 2, -2)(x) = f(x)$ $f(x) = x^4$

c) $L(f; -4, -3, 0, 4, 3)(x) = f(x)$ $f(x) = x^7$

II Să se calculeze următoarele diferențe divizate

a) $\left[0, 1, \dots n; \frac{x}{(x+1)(x+2)^2}\right]$

b) $\left[x_0, x_1, \dots x_n; \frac{1}{(x+a)^2}\right]$ $x_i \neq x_j$ $(i \neq j)$, $x_i \neq -a)$

c) $\left[-1, 0, \frac{1}{2}, 1, \dots, k; x^n \sin \pi x\right]$, $k \geq 2$, $k \in \mathbb{N}$, $n \geq 0$.

III. Fie $f : (-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$. și $x_i \in (-\pi, \pi)$ $i = \overline{0, 2n}$ puncte distincte.
Să se arate că există un unic polinom trigonometric
$t_n(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} (a_k \cos kx + b_k \sin kx)$ care interpolează funcția f în punctele x_i, $i = \overline{0, 2n}$.

IV a) Dacă x_i $i = \overline{0, n}$ sunt puncte distincte, f inclusă în interiorul curbei $\mathcal{C}$, închisă este o funcție olomorfă în interiorul și pe curbă parcursă în sens direct și x_i aparțin interiorului acestei curbe. atunci $\ell(z) = \prod_{k=0}^{n} (z - x_k)$

$[x_0, x_1, \dots x_n; f] = \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{C}} \frac{f(z)}{\ell(z)} dz$,

b) În condițiile de la a) să se arate că

$[x_0^{(2)}, x_1^{(2)}, \dots x_n^{(2)}] = \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{C}} \frac{f(z)}{\ell^2(z)} dz$

V. Să se găsească restul împărțirii polinomului $P(x) = x^{200} - 100x^{100} + x^{50} + 4$. la polinomul $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$