1、已知 
$$f(x-1) = x^2 + x + 1$$
,求  $f\left(\frac{1}{x-1}\right)$ . (3分) 2、求极限  $\lim_{x \to 0} (1-x^2)^{\frac{1}{1-\cos x}}$ . (4分)

3、设 
$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x > 0 \\ a + x^2, & x \le 0 \end{cases}$$
, 要使  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内连续,应如何选取数  $a$ . (5分)

4、求函数 
$$y = \arctan \frac{1+x}{1-x}$$
 的导数. (4 分) 5、求  $\int \frac{x^2}{a^6 - x^6} dx$ . (5 分)

6、求
$$\int_0^{\pi} e^x \sin x dx$$
. (5分) 7、 $z = x^3 f\left(xy, \frac{y}{x}\right)$ , 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ . (5分)

8、计算 
$$\iint_{D} (x+y) dx dy$$
, **D** 为由曲线  $y=x$  与  $y=x^2$  所围成的闭区域. (6分)

9、设 
$$L$$
 是圆周  $x^2 + y^2 = 2x$  (按逆时针方向), 求  $I = \int_L x dy - y dx$ . (5分)

10、求幂级数
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n + (-2)^n} \frac{x^n}{n}$$
的收敛半径和收敛区间. (5分)

9、设 
$$L$$
 是圆周  $x^2 + y^2 = 2x$  (按逆时针方向),求  $I = \int_L x dy - y dx$ . (5分)
10、求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n + (-2)^n} \frac{x^n}{n}$  的收敛半径和收敛区间. (5分)
11、讨论级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$  的收敛性. (4分) 12、求方程  $y'' + \frac{1}{1-y} (y)^2 = 0$  的通解. (5分)
13、求  $f(x) = x \arctan x - \ln \sqrt{2 + x^2}$  的麦克劳林级数. (5分)

13、求 
$$f(x) = x \arctan x - \ln \sqrt{2 + x^2}$$
 的麦克劳林级数. (5分)

14、证明: 当
$$x>0$$
时,有 $\ln(1+x)>\frac{x}{1+x}$ . (6分)

15、计算行列式 
$$\begin{vmatrix} a & b & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{vmatrix}$$
. (6分)

16、设矩阵 
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$
,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , 求 $(AB)^T$ .  $(4 分)$ 

17、设
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$
,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ , 求矩阵 $X$ , 使它满足 $AXB = C$ . (5分)

18、设矩阵 
$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 & 2 \\ -2 & 4 & 2 & 6 & -6 \\ 2 & -1 & 0 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$
,求  $R(A)$ . (5分)

19、已知向量组 $\beta_1$ , $\beta_2$ , $\beta_3$ 线性无关,试证向量组 $\alpha_1 = \beta_1 + \beta_2$ , $\alpha_2 = \beta_2 + \beta_3$ , $\alpha_3 = \beta_3 + \beta_1$  也线性无关.

20、求解线性方程组
$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -1 \end{cases}$$
 (7分)