Teoría de Automatas

Diego Soto - Universidad Austral De Chile

30 de abril de 2025

Índice

1. Introducción

2. Análizis de algoritmos

3. Análizis Asintótico

4. Cotas Inferiores

5. Recurrencias

6. Teorema Maestro

7. Divide y Vencerás

8. Resumen Materia

- Teorema Maestro

  Para las ecuaciones de la forma: $T(n) = aT(\frac{n}{b}) + f(n)$; $a \geqslant 1$, $b > 1$ se tienen dos tipos de casos.

  <u>Caso Simple</u>

  1. $a < b \Rightarrow T(n) = O(n)$
  2. $a = b \Rightarrow T(n) = O(n \log n)$
  3. $a > b \Rightarrow T(n) = O(n^{\log_b a})$

  <u>Caso General (T.M) - Cuando f(n) es de la forma $O(n^x \log^y n)$</u>

  (Nota: x, y pueden ser 0)

  Para aplicar el caso general del Teorema Maestro, se suele usar el "Truco del Pivote"(Usado para saltar al caso correcto del teorema general)

  El truco del Pivote conciste en dar un pivote, el cual denotaremos por P, donde estará definido por:

  $$P = n^{\log_b a}$$

  Entonces, con el pivote dado, análizamos:

  - Si es menor que f, entonces usamos $Caso3$
  - Si es igual que f, entonces usamos $Caso2$
  - Si es mayor que f, entonces usamos $Caso1$

  Donde $Caso1$, $Caso2$, y $Caso3$ están definidos por:

  <u>Caso 1</u>

  $$f(n) = O(n^{(\log_b a)-\epsilon})$$

  $$T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$$

  $$\boxed{\epsilon > 0}$$

  <u>Caso 2</u>

  $$f(n) = \Theta(n^{\log_b a} \log^k n)$$

  $$T(n) = \Theta(n^{\log_b a} \log^{k+1} n)$$

  $$\boxed{k \geqslant 0}$$

Caso 3

$$f(n) = \Omega(n^{(\log_b a)+\epsilon})$$

$$a \cdot f(\tfrac{n}{b}) \leqslant c \cdot f(n)$$

$$T(n) = \Theta(f(n))$$

$$\boxed{\epsilon > 0;\ c < 1}$$

9. Ayudantía 1

10. Ayudantía 2

11. Ayudantía 3

- 1.- Determine si 2^n es Ω o Θ de $8^{\frac{n}{4}}n^3$

$$\text{Digamos que } f(n) = 2^n \text{ y } g(n) = 8^{\frac{n}{4}}n^3$$

$$\text{Entonces, usaremos } \lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} \text{ para determinar si } f(n) \text{ es } o(g(n)),\ \omega(g(n)),\ \text{o } \Theta(g(n))$$

- 2.- Determine si $\sum_{i=1}^{n} i^3$ es Ω, Θ o Ω de $n\log^3(n)$

- 3.- Resolver la recurrencia denotada por: $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + 3n + 2$

12. Ayudantía 4

-

13. Entropía

La Entropía es un concepto utilizado en la teoría de la información:

- En "Data compression"se usa la entropía para determinar la complejidad de comprimir un "stream".
- La Entropía de un objeto χ es, la mínima cantidad de bits requeridos para representar univocamente a χ desde un conjunto.
- Entonces, la entropía es usada como una cota inferior al espacio usado para cualquier representación comprimida de un objeto.

Ejercicio: Para 'ABAAAAACCABCABACD' haga lo siguiente:

1. Calcular la entropía de Shannon-Fano
2. Tabla de Shannon
3. Árbol de Freeman
4. Codificar la mitad con ambos

14. Programación Dinámica

Ejercicio: Hay una rana que quiere llegar al último eslabón de una escalera, para llegar hasta arriba necesita llegar saltando. El largo de los saltos que puede hacer está contenido dentro del conjunto $B = \{a, b, \ldots, z\}$, $|B| = k$, y el largo de la escalera es de N. ¿De cuantas formas distinta usando los saltos posibles se puede llegar al último eslabon de la escalera?

- Primero mostraremos un pseudocódigo a fuerza bruta que resuelve el problema de forma recursiva:

```
asdads
```