

# 大学物理 C2: 复习与回顾

张桃玮

2023 年 11 月 19 日

## 1 热力学基础

### 1.1 温度. 平衡态. 理想气体状态方程

1. 描述气体的 3 个主要宏观状态参量

内容	单位	公式
体积 $V$	$\text{m}^3$	
压强 $p$	Pa	$1\text{Pa}=1\text{N}\cdot\text{m}^2$
温度 $T$	K	$T = t + 273$

2. 各种气体方程的定义

定律	描述	公式
Boyle 定律	温度不变时, $p$ 、 $V$ 的乘积是常数	$pV = C(t)$
Gay-Lussac 定律	压强不变时, $V$ 随温度线性变化	$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0}$ (开氏温标)
Charles 定律	体积不变时, $p$ 随温度线性变化	$\frac{p}{T} = \frac{p_0}{T_0}$ (开氏温标)
阿伏伽德罗定律	相同温度和压强下, 1mol 任何气体体积相等	

- 理想气体状态方程:  $pV = \nu RT$ . 其中  $R = 8.31\text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ .

3.  $pV = \nu RT$  的变形:  $p = nkT, p = \frac{\rho}{M} RT$

- 其中, 玻耳兹曼常数  $k$  是  $R/N_A$ . 分子数密度  $n$  为  $n/V$ .
- 混合理想气体状态与单个一致.

### 1.2 热力学第一定律及其内容

一. 热力学第一定律

1. 若干物理量及其性质

物理量	描述	规定		性质
内能 $E$	状态量			相同的初态到末态, 经历不同的过程, $E_2 - E_1$ 总是不变, $A, Q$ 随之改变.
功 $A$	过程量			
热量 $Q$	过程量	正负	$Q > 0$ 是从外界吸收热量;	
		表达	定义热容: $C = \frac{dQ}{dT} (\text{JK}^{-1})$	
			规定单位量: 摩尔热容 $C_m$ , 比热容 $c$	
			规定过程: $C_{V,m} = \frac{1}{\nu} \left( \frac{dQ}{dT} \right)_V, C_{p,m} = \frac{1}{\nu} \left( \frac{dQ}{dT} \right)_p$	

2. 体积功: 一定质量气体的准静态膨胀体积  $V_1 \rightarrow V_2$ ,  $A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$ .  $A$  的大小是  $p - V$  图中曲线下方面积.

3. 热力学第一定律的不同表达形式

形式	宏观描述	微分形式
热一律	$Q = E_2 - E_1 + A$	$dQ = dE + dA$
准静态过程	$Q = \Delta E + \int_{V_1}^{V_2} p dV$	$dQ = dE + p dV$
热容量恒定的准静态过程	$\nu C_m \Delta T = \Delta E + \int_{V_1}^{V_2} p dV$	$\nu C_m dT = dE + p dV$
理想气体的定容准静态过程	$Q = \Delta E = \nu C_{V,m} \Delta T$	$dQ = \nu C_{V,m} dT$
理想气体的定压准静态过程	$\nu C_{p,m} \Delta T = \nu C_{V,m} \Delta T + \int_{V_1}^{V_2} p dV$	$\nu C_{p,m} dT = \nu C_{V,m} dT + p dV$

理想气体

- 内能和热容: 理想气体  $E$  仅与  $T$  有关. 因此理想气体内能的改变有  $dE = \nu C_{V,m} dT, \Delta E = \nu C_{V,m} \Delta T$ .

- 定容、定压摩尔热容

$$\begin{aligned}
 - C_{V,m} &= \frac{i}{2} R, i = \begin{cases} 3 & \text{单原子分子} \\ 5 & \text{多原子分子} \\ 6 & \text{多原子分子} \end{cases} \\
 - C_{p,m} &= C_{V,m} + R.
 \end{aligned}$$

## 二. 准静态过程

### 1. 基础准静态过程

	等容过程 $dV = 0$		等压过程 $dp = 0$		等温过程 $dT = 0$
过程方程	$V = C$	过程方程	$p = C$	过程方程	$pV = C$
$A$	0	$A$	$p(V_2 - V_1)$	$A$	$\nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$
$Q$	$\nu C_{V,m}(T_2 - T_1)$	$Q$	$\nu C_{p,m}(T_2 - T_1)$	$Q$	
$\Delta E$	$\nu C_{V,m}(T_2 - T_1)$	$\Delta E$	$\nu C_{V,m}(T_2 - T_1)$	$\Delta E$	0
热容	$C_{V,m} = iR/2$	热容	$C_{p,m} = (i + 2)R/2$	热容	$C_{T,m} = \infty$

## 2. 绝热过程准静态过程

- 绝热过程方程:  $pV^\gamma = C$ .

推导过程: 根据热一律  $\nu C_{V,m}dT + pdV = 0$  以及状态方程  $p dV + V dp = \nu R dT$ , 消去  $dT$ , 得到  $(C_{V,m} + R)p dV + C_{V,m}V dp = 0$ . 带入比热比为  $\gamma = \frac{C_{p,m}}{C_{V,m}}$  得到  $\frac{dp}{p} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$ , 即可得到.

- 绝热线比等温线更陡

- 绝热过程的功:

- 使用绝热方程  $pV^\gamma = p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma$ . 意味着  $A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_1V_1^\gamma}{V^\gamma} dV = \frac{1}{\gamma-1}(p_1V_1 - p_2V_2)$ .
- 使用热一律:  $A = -\Delta E = -\nu C_{V,m}(T_2 - T_1)$ , 可以和上面有一样的效果.

- 绝热过程的热容:  $C_{a,m} = \frac{1}{\nu} \left( \frac{dQ}{dT} \right)_a = 0$ .

## 2 气体动理论

## 2.1 气体分子热运动与统计规律. 理想气体的压强与温度.

- 理想气体的压强.  $p = \frac{1}{3}nm\overline{v^2} = \frac{2}{3}n\overline{\epsilon_t}$ .

- 压强是统计量, 大量分子统计平均。
- 压强公式建立起宏观量  $p$  与微观量  $\overline{\epsilon_t}$  之间的联系
- $\overline{\epsilon_t}$  是分子无规则热运动的平均平动动能. 不包括系统整体机械运动的动能.

- 理想气体的温度.  $p = \frac{2}{3}n\overline{\epsilon_t} = nkT \Rightarrow \overline{\epsilon_t} = \frac{3}{2}kT$ .

- 温度是统计量
- 温度是分子平均平动能的量度

- 分子平均平动动能仅与温度有关, 与分子的质量 (种类) 无关。

练习 1. 试求  $t = 0^\circ\text{C}$  氮气分子的平均平动动能和方均根速率。

$$\bar{\epsilon}_t = \frac{3}{2}kT = \frac{1}{2}m\overline{v^2}, \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

练习 2. 容器内盛有一定质量的氧气, 压强为 1atm, 温度为  $27^\circ\text{C}$ , 求: 分子数密度, 密度, 分子间平均距离, 分子的平均平动动能, 分子的方均根速率?

考虑使用  $pV = \nu RT$  的变形  $p = nkT$  以及  $\bar{\epsilon}_t = \frac{3}{2}kT = \frac{1}{2}m\overline{v^2}$ 。

## 2.2 麦克斯韦速率分布律. 能量按自由度均分理论

一. 麦克斯韦速率分布律

1. 速率分布函数: 总分子数为  $N$  的气体, 温度为  $T$  的平衡态,  $f(v)$ : 速率分布在  $v$  所在单位速率区间的概率 (概率密度)

$$\lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{N\Delta v} = \frac{dN}{Ndv} =: f(v)$$

- 满足性质: (归一化)  $\int_0^\infty f(v)dv = 1$ .

公式	区间	表达意义	特征
$f(v)dv$	$v \sim v + dv$	分子数比率	$\int_0^\infty f(v)dv = 1$
$Nf(v)dv$		分子数	$\int_0^\infty Nf(v)dv = N$
$nf(v)dv$		单位体积分子数	$\int_0^\infty nf(v)dv = n$

- $0 \sim v_0$  的平均速率

$$\bar{v} = \frac{\int_0^{v_0} v dN}{\int_0^{v_0} dN}$$

2. 三种统计速率

- 最概然速率:  $v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$  由于  $M = mN_A, R = N_A k$  得到  $v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \approx 1.41\sqrt{RT/M}$ .
- 平均速率: (期望)  $\int_0^{+\infty} v f(v)dv = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{kT}{m}} = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{RT}{M}} \approx 1.60\sqrt{\frac{RT}{M}}$ .
- 方均根速率 (二阶矩)  $\int_0^\infty v^2 f(v)dv = \frac{3kT}{m}, v_{\text{rms}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \approx 1.73\sqrt{\frac{RT}{M}}$ .
- $v_p < \bar{v} < \sqrt{\overline{v^2}}$ .

## 二. 能量按自由度均分定理

1. 自由度
- $i$
- : 确定物体空间位置所需要的独立坐标数目.

类型	作用	个数
单原子分子	质点的平动 (3)	3
双原子分子	+ 键绕质心的转动 (2)	5
多原子分子	+ 绕定轴的转动 (1)	6

2. 能量均分定理:  $\overline{v_x} = \overline{v_y} = \overline{v_z} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$ . 结合温度的统计表达, 得到在温度为  $T$  的平衡态下, 气体分子每个自由度上的平均动能都相等, 且等于  $kT/2$ 。

- 一个气体分子的平均动能 = 平均平动功能 + 平均转动动能,  $\bar{\epsilon} = \frac{i}{2}kT$ .

## 3. 理想气体的内能:

- 只包括分子热运动的动能.  $E = N\bar{\epsilon} = N\frac{i}{2}kT = \nu\frac{i}{2}RT$ .  $\Delta E = \nu\frac{i}{2}R\Delta T$ .

4. 理想气体的热容:  $\nu\text{mol}$  理想气体在等体过程中吸收的热量  $dQ_V = dE = \nu\frac{i}{2}RdT$ , 并有迈耶公式  $C_{p,m} = C_{V,m} + R$ .

## 3 简谐振动

## 一. 运动学观点

1. 位移
- $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$
- .

- 振幅  $A$ ;
- 角频率  $\omega(\text{rad/s})$ ,  $T = \frac{2\pi}{\omega}(\text{s})$ ,  $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}(\text{Hz})$
- 相位

## 2. 速度, 加速度

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) = \omega A \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \text{超前 } \frac{\pi}{2}$$

$$a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x = \omega^2 A \cos(\omega t + \varphi + \pi) \text{超前 } \pi$$

3. 位相差: 同频率的谐振动, 相差就是初相差.  $0 < \Delta\varphi < \pi$ .

## 二. 表达方法: 旋转矢量

1. 描述: 长度为  $A$  的矢量, 初位置与  $x$  轴正向夹角  $\varphi$  匀角速度  $\omega$  逆时针旋转.

2. 合成.

三. 动力学观点

1. 弹簧振子:  $F = -kx = ma = m \frac{d^2x}{dt^2}$ , 运动学方程  $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$

• a) 特点:

– 方程的解就是运动方程

– 角频率  $\omega = \sqrt{k/m}$

– 根据初始条件  $x_0 = A \cos \varphi$ ,  $v_0 = -A\omega \sin \varphi$  决定  $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$   
和  $\varphi = \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$ .

• b) 弹簧的串联和并联:  $\omega_{\text{串}} = \sqrt{\frac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2)m}}$ ,  $\omega_{\text{并}} = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$ .

2. 其余情况: 化为  $\frac{d^2x}{dt^2} + ?x = 0$  的形式, 那么  $\sqrt{?}$  就是角速度.

四. 简谐运动的能量

1. 弹性势能:  $E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$ ,

2. 动能  $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$

3. 总能不变:  $E = E_k + E_p = \frac{1}{2}kA^2$ .

五. 同方向同频率的简谐振动的合成

设质点在一条直线上同时参与两个独立的频率相同的简谐振动,

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

合振动:  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$  (余弦定理),  $\tan \varphi = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2} = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$  (旋转矢量)

## 4 波动学基础

一. 波动三要素

1. 波长  $\lambda$ . 相邻两个同相点之间的距离

2. 周期  $T$ . 振动的周期, 由波源决定

3. 波速  $u = \lambda/T$ . 由媒质决定.

二. 平面简谐波的波函数

波函数:  $y(x, t)$  表示  $t$  时刻、 $x$  位置处的质元关于平衡位置的位移.

1. 基础形式: 关键找到单位长度相差  $k := \frac{2\pi}{\lambda}x$ .

- 沿  $x$  正方向传播, 沿  $x$  方向相位处处落后.  $y = A \cos(\omega - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_o)$
- 沿  $x$  负方向传播, 沿  $x$  方向相位处处超前.  $y = A \cos(\omega + \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_o)$

## 2. 三种不同的形式

- $y = A \cos[\omega(t \mp \frac{x}{u}) + \varphi_o]$
- $y = A \cos[2\pi(\frac{t}{T} \mp \frac{x}{\lambda}) + \varphi_o]$
- $y = A \cos[\frac{2\pi}{\lambda}(ut \mp x) + \varphi_o]$

## 三. 惠更斯原理

1. 折射定律:  $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$
2. 全反射临界角:  $\sin i_0 = n_{21}$ .

## 四. 波的叠加

1. 在某位置  $P$  处的合振幅.  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi}$
2. 相位差:

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= (\omega t - kr_2 + \varphi_{S2}) - (\omega t - kr_1 + \varphi_{S1}) \\ &= (\varphi_{S2} - \varphi_{S1}) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) \\ &= \begin{cases} \pm 2k\pi & \text{干涉加强 } A_m \\ \pm (2k+1)\pi & \text{干涉减弱} \end{cases}\end{aligned}$$

3. 初相相同 (同相)  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$

$$\delta = \begin{cases} (r_2 - r_1) = \pm k\lambda & \text{时, 干涉加强} \\ (r_2 - r_1) = \pm (k + \frac{1}{2})\lambda & \text{时, 干涉减弱} \end{cases} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

## 四. 反射波波函数

已知入射波沿  $x$  轴正方向  $y = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$  引起  $P$  点的振动  $y_p = A \cos(\omega t - ka + \varphi_0)$ . 设反射波(沿  $x$  轴负方向)  $y' = A \cos(\omega t + kx + \varphi'_0)$  引起  $P$  点的振动  $y'_p = A \cos(\omega t + ka + \varphi'_0)$ . 无能量损失, 故振幅相同; 同一介质中, 故波长相同; 需要确定  $\varphi'_0$ .

- 波密  $\rightarrow$  波疏, 没有半波损失, 同相,  $\omega t + ka + \varphi' = \omega t - ka + \varphi$
- 波疏  $\rightarrow$  波密, 有半波损失, 反相,  $\omega t + ka + \varphi' = \omega t - ka + \varphi \pm \pi$ .

## 5 光学

### 5.1 光的干涉

总体思路: 光程差  $\longleftrightarrow$  条纹间距  $\longleftrightarrow$  明纹/暗纹

一. 光程, 光程差

1. 定义. 折射率为  $n$  的介质中与路程差  $d$  对应的光程差  $\delta = nd$ . 两点的位相差由光程差决定  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$ .

平行光通过透镜汇聚在焦点, 说明同相面上各点到焦点的路程不一, 但是光程一致

二. 双缝干涉实验

1. 光程差:  $\delta = r_2 - r_1 \begin{cases} = \pm k\lambda, k = 0, 1, 2, \dots & \text{明纹中心} \\ = \pm(2k-1)\frac{\lambda}{2}, k = 1, 2, \dots & \text{暗纹中心} \end{cases}$

2. 条纹特点: 条纹级次正比于光程差.

- 条纹间距:  $\Delta x = \frac{D}{d}\lambda$
- 各个级别纹中心: 近轴小角近似:  $\delta = d \sin \theta \approx d \tan \theta = d \cdot \frac{x}{D}$ 
  - 明纹中心  $\delta = \pm k\lambda \rightarrow \sin \theta = \pm k\frac{\lambda}{d}, k = 0, 1, 2, \dots$ , 得到  $x = \pm k\frac{D}{d}\lambda$
  - 暗纹中心  $\delta = \pm(2k-1)\frac{\lambda}{2} \rightarrow \sin \theta = \pm(2k-1)\frac{\lambda}{2d}, k = 1, 2, \dots$ , 得到  $x = \pm(k - \frac{1}{2})\frac{D}{d}\lambda$ .

3. 光强分布

- 合振动的振幅:  $E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \Delta\varphi$
- 光强:  $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos \Delta\varphi$

三. 薄膜干涉

1. 半波损失发生的条件:  $n$  小  $\rightarrow$   $n$  大.

2. 光程差:  $\delta(e) = 2ne \left(+\frac{\lambda}{2}\right)$

- 明纹:  $\delta(e) = k\lambda, k = 1, 2, 3, \dots \Rightarrow e = \left(k - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n}$
- 暗纹:  $\delta(e) = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, k = 0, 1, 2, \dots \Rightarrow e = \frac{k\lambda}{2n}$
- 条纹间厚度差:  $\Delta e = \frac{\lambda}{2n}$
- 条纹间距:  $L = \frac{\Delta e}{\theta} = \frac{\lambda}{2n\theta}$ .
- 判断是否有半波损失: (1) 是否反射 (2) 是不是光疏  $\rightarrow$  光密 ( $n$  小到  $n$  大).



## 5.2 光的衍射

一. 单缝夫琅禾费衍射

1. 明纹/暗纹分布: 半波带法

$$\theta = 0, \delta = 0$$

中央明纹

$$a \sin \theta = \pm k \lambda, k = 1, 2, 3 \dots$$

暗纹 (偶数个半波带)

$$a \sin \theta = \pm (2k' + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k' = 1, 2, 3 \dots$$

明纹 (中心, 奇数个半波带)

级别越大, 明纹光强越小.

$$2. \text{ 衍射条纹宽度: } \Delta x_0 = f \Delta \theta_0 = 2f \frac{\lambda}{a}.$$

二. 光栅衍射

1. 光栅常数:  $d = a + b$ ,  $a$  是透光 (或反光) 部分的宽度,  $b$  是不透光 (或不反光) 部分的宽度.

2. 多缝干涉受到单缝衍射的调制

- 光栅方程: 干涉主极大条件  $d \sin \theta = \pm k \lambda, k = 0, 1, 2, \dots$ .
- 干涉主级大缺级级次:  $k = \frac{d}{a} k', k' = 1, 2, 3, \dots$
- 相邻主极大之间有多少暗纹,  $N$  等于它加 1.

## 5.3 光的偏振

经过偏振片:

- 自然光  $I = \frac{1}{2} I_0$
- 线偏振光  $I = I_0 \cos^2 \alpha$ .

布儒斯特定律: 与法线夹角

$$\tan i_0 = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

的时候反射为完全偏振光.

## 6 量子论

常见的常数:  $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}, 1 \text{eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{J}, 1 \text{e} = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$

### 6.1 早期量子论

1. 光电效应:  $\epsilon = h\nu, \frac{1}{2}mv_m^2 = h\nu - A$ .

• 实验规律:

- 瞬时发生, 不需要时间积累
- 频率不变, 饱和光电流  $i_m$  入射光的强度成正比
- 电子具有一定的初动能.
  - \* 光电流 = 0 时的反向电压: 截止电压
  - \* 入射光的强度无关
- 不同的金属, 都存在截止 (红限) 频率  $\nu_0$ .

2. 玻尔的氢原子理论

- 氢原子轨道半径  $r = 0.053\text{nm}$ , 基态能量  $E = -13.6\text{eV}$ .
- $E_n = -\frac{1}{n}|E_1|^2, r_n = n^2 r_1$ .
- 三个谱系
  - Lyman 系:  $k = 1$
  - Balmer 系:  $k = 2$
  - Paschen 系:  $k = 3$
- 跃迁时:  $h\nu = E_n - E_k, n > k$ .

3. 德布罗意波

- 实物粒子具有波动性:  $\epsilon = mc^2 = h\nu, \vec{p} = m\vec{v} = \frac{h}{\lambda}\vec{n}$ .
- 求物质波的波长
  - 不考虑相对论效应  $p = m_0 v$
  - 考虑相对论效应  $E = E_0 + E_k, E = mc^2$ , 当  $E_0 \sim E_k$  的时候.
  - 考虑  $p^2 c^2 + E_0^2 = E^2, p^2 c^2 = E^2 - E_0^2 = (E - E_0)(E + E_0) = eU(eU + 2m_0 c^2)$ .
  - 极端相对论:  $eU^2 = p^2 c^2, p = \frac{eU}{c}, \lambda = \frac{hc}{eU}$ .

4. 不确定性关系

- 叙述:  $\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \Delta x = \frac{\hbar}{2\Delta p_x} = \frac{h}{4\pi\Delta p_x}$ .

## 5. 波函数

- 波函数模的平方  $|\Psi(\vec{r}, t)|^2$  为  $t$  时刻,  $\vec{r}$  处单位体积发现一个粒子的概率.
- 满足的性质
  - 归一化:  $\int_{\Omega} |\Psi(\vec{r}, t)|^2 dV = 1$ .

## 6. 原子中的电子

- 三个量子数
  - 主量子数  $n = 1, 2, 3 \cdots$ ,  $E_n = -13.6 \frac{1}{n^2} \text{eV}$ .  $n$  相同组成壳层
  - 角量子数  $l = 0, 1, \cdots n-1$  共  $n-1$  个.  $L = \sqrt{l(l+1)}\hbar$ .  $l$  相同组成支壳层.
  - 角动量空间取向量子化  $L_z = m_l \hbar (m_l = 0, \pm 1, \cdots \pm l)$
  - 磁量子数  $S_z = \pm \hbar/2$ .