1 题意

有n个初始字符串，由这n个初始字符串延伸出实际字符串。每个实际字符串为初始字符串循环后得到。字符集为$\{0,1\}$。

如初始字符串01，循环后得到实际字符串0101010101...。

求n个实际字符串中任意两个串的最长公共前缀。

$n \leqslant 20000$

第i个初始字符串s_i的长度$strlen(s_i) \leqslant 500$。

保证每个初始字符串都不存在周期，但可能会存在01010这种情况。

2 解题思路

2.1 最直观的想法

直接枚举两个串暴力求LCP。因为两个串需要循环匹配，所以必须要在初始串匹配结束后才能开始循环，所以两个串匹配、答案很大的可能性比较小。

复杂度$O(n^2 * maxans)$，因为$n \leqslant 20000$不能通过这道题。

2.2 比较直观的想法

两个初始字符串A、B匹配，A的循环次数一定不超过B的长度。否则A、B一定存在周期，且二者周期相同。

因此对于一个字符串，可以将其复制500遍再进行匹配。

注意到$n \leqslant 20000$，所以直接枚举串然后暴力匹配肯定是过不了的。

所以想一个尽可能高效的匹配方式。

而找二者的LCP可以通过$Trie$树来实现。

于是就得到了$n * 500^2$的算法。然而还是没办法通过这道题。

2.3 有点直观的想法

2.3.1 解法

两个初始字符串A、B匹配，设$strlen(A) = a, strlen(B) = b$。

答案不会超过$a + b$。准确地说是不会超过$a + b - gcd(a, b)$。$gcd(a, b)$表示a, b的最小公倍数。

所以可以将每个串的长度复制到500 $* \ 2$，然后再通过$Trie$树进行匹配。

复杂度$O(n * 1000)$，可以通过此题。

2.3.2 证明

2.3.2.1 不用推的一种证明方法

枚举两个串的长度$a, b(a \leqslant b)$，在$LCP = a + b - gcd(a, b)$的情况下，将两个串中必须相等的用并查集连接。

可以发现，a, b同时存在周期$gcd(a, b)$，于题意不符。

而在$LCP < a + b - gcd(a, b)$的情况下，a, b不存在周期。

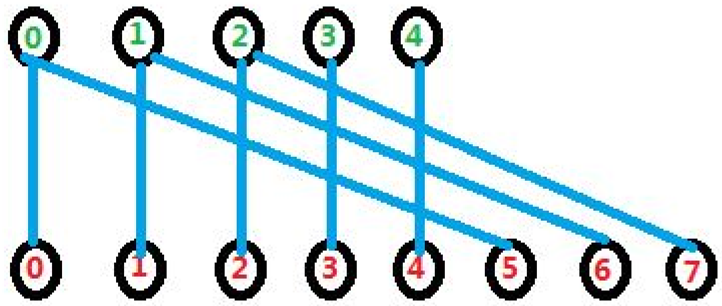
由于$strlen(s_i) \leqslant 500$，因此可以枚举这$500 * 500$种情况。

2.3.2.2 比较正确的证明方法

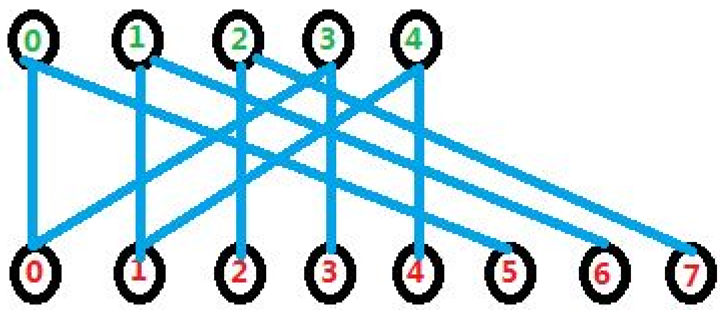
以下证明在$b/a = 1$的情况下进行。其余情况可类似证明。

①两串无法匹配到b位置，此时$ans < b$。

②两串可以匹配到b位置。令$k = b\%a$，则得到的无向图如下：

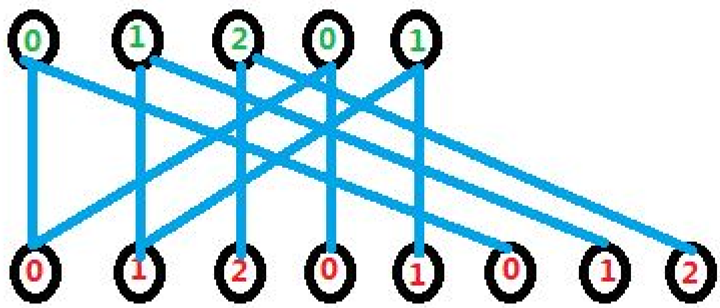


这种情况下答案为b。如果让第一行的每个点入度都为2，则得到无向图如下：



可以发现这种情况下只剩下了k个连通块，此时的答案为$a * 2 = a + b - k$。

将相同连通块的标记为同一个数字，如下图：



可以发现，如果LCP继续增大，在接下来的几次连线中，都会将不同的连通块连接到一起，也就是说LCP每增加1，连通块数目减少1。

易知最后的连通块数量应该等于$gcd(a,b)$，也就是说再连接$k-gcd(a,b)$才会出现周期。

所以答案应该小于$a+b-gcd(a,b)$。