

逻辑与证明

The discipline that deals with
the methods of reasoning

什么是逻辑，为什么学逻辑？

- * 什么是逻辑？

在数学里，逻辑是指研究某个形式语言的
有效推论

- * 逻辑有什么作用？

逻辑引导人们通过推理获得事物的本质
逻辑让描述变得严谨、无歧义

什么是逻辑，为什么学逻辑？

- * 逻辑是日常生活中的重要工具：

- * 父子对话：

- * 子：爸爸，我要玩游戏

- * 父：不做完作业不能玩

- * 如果以 p 表示“做完作业”， q 表示“玩游戏”：

- * 常理： $p \rightarrow q$

- * 数学： $\neg p \rightarrow \neg q$

良好的逻辑能力能够让你思路清晰，给人以信任感！

逻辑谜题

* 泥巴孩谜题

- * 一个男孩和一个女孩玩耍回来，看不见自己的额头，父亲说“你们当中至少有一个人额头上有泥”。父亲问孩子“你知道你额头上有没有泥？”

p : 男孩的额头上有泥

q : 女孩的额头上有泥

$p \vee q$ 为真

为阅读和构造证明而必须掌握的若干基本逻辑要素：形式化

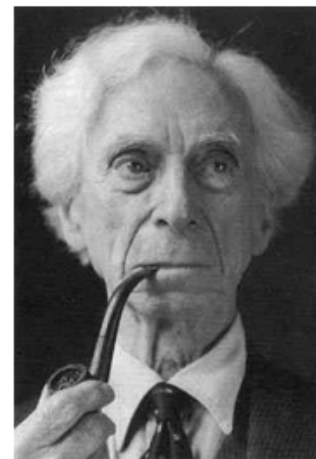
- * 命题、真值
- * 连接符及其真值表
 - * 说明复合命题的组成、复合命题的真值；
 - * 命题表达式及其真值的确定：真值表；
 - * 异或、蕴涵、双蕴含
 - * 双蕴含可以举菜单的例子；
 - * 可能式、永真式、永假式；
 - * 逻辑等价

命题

- * 命题（proposition）是无法严格定义的，一般可用如下解释

“命题”主要是指一些字或者其它符号组合成的一种形式，这种形式所表达的或者为真或者为假。

——罗素



命题

* 命题指 **可以**判断真假的陈述句

* 判断下列句子是否为命题

✓ * 税收下降了

✓ * 我的收入上升了

✓ * 今天是星期五

✗ * 你会说英语吗？

✗ * $3-x=5$

✗ * 我们走吧！

✓ * 任一足够大的偶数一定可以表示为两个素数之和。

✗ * 他是个多好的人呀！

✗ * “我现在说的是假话。”

命题变元

- * 常用小写字母表示命题变元，如： p, q, r
- * 命题变元的取值范围为： $\{T, F\}$
- * 命题也可以表示为命题变元的形式，可以理解为该变元“已赋值”
 - * p : 今天是周五 ($p=F$)
 - * q : $2+2=4$ ($q=T$)

原子命题与复合命题

- * 自然语言中的复合句与连词

- * 复合命题

- * 并非外面在下雨。

- * 张挥与王丽都是三好

- * 张晓静不是江西人就

- * 如果 $2+3=6$ ，则 π 是有理数。

- * $\sqrt{3}$ 是无理数当且仅当加拿大位于亚洲。

显然：

复合命题是否为真，取决于：

作为复合成分的子命题的真假

以及

连词的语义

否定连接词

$\sim p$: 非 p

p	$\neg p$
F	T
T	F

\neg 的真值表

p 所有可能的取值

合取连接词

“ p 并且 q ” 表示为 $p \wedge q$

p	q	$p \wedge q$
F	F	F
F	T	F
T	F	F
T	T	T

$p \wedge q = T$ iff p
和 q 均为 T

$\langle p, q \rangle$ 所有可能的取值

析取连接词

“ p 或 q ” 表示为 $p \vee q$

$p \vee q = F$ iff both
 p and q 均为 F

p	q	$p \vee q$
F	F	F
F	T	T
T	F	T
T	T	T

$\langle p, q \rangle$ 所有可能的取值

若干例

- * 今天周一，开学第一天
- * 我们周一和周五有离散数学课
- * 我们周一或者周四踢足球

但是，套餐的菜单上写着：
鸡腿饭或者叉烧饭，苹果或香蕉

异或连接符

蕴涵连接词

“如果 p 则 q ” 可以表示为 $p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$
F	F	T
F	T	T
T	F	F
T	T	T

关于蕴含连接符的“吐槽”

- * 如果 $1+1=3$ ，我就是超人
 - * 命题为真，不保证结论为真
- * 老师说，考试得85分以上会得奖。我考了90分，但没有得到奖
 - * 老师犯逻辑错误咯！
- * 老师说，考试得85分以上会得奖。我考了80分，但得奖了！
 - * 老师犯糊涂了？
- * 老师说，考试得不到85分以上别想得奖。我考了80分，但得奖了！
- * 老师说，想得奖，仅当考试得85分以上

关于蕴含连接符的“吐槽”

- * 老师说，想得奖，仅当考试得85分以上
- * 老师说，想得奖，除非考试得85分以上
 - * 胡适先生说：这句话错了
 - * “除非”就是“如果不”
 - * 吕叔湘先生说：过于严格了
 - * “除非”往往被大众理解为“只有”
 - * 要想人不知，除非己莫为

双蕴含连接词

$p \leftrightarrow q$ 为真：意味着 p 和 q **总是** 有相同的真值。

p	q	$p \leftrightarrow q$
F	F	T
F	T	F
T	F	F
T	T	T

作业

- * ROSEN第七版

- * P10-15: 13, 15, 19, 40, 41

- * P19-22: 8, 16, 17