

Министерство образования и науки Российской Федерации
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт компьютерных наук и кибербезопасности
Высшая школа технологий искусственного интеллекта
Направление: 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Отчёт о выполнении лабораторной работы №3
«Синтез последовательностных схем. Счетчики»

Выполнил студент
группы 5130201/40002

_____ Семенов И. А.

Проверила
преподаватель

_____ Веробова Н. М.

«_____» _____ 2025г.

1 Цель работы

Изучить принципы синтеза последовательностных схем на примере проектирования недвоичного вычитающего счётчика с использованием J-K триггеров и карт Карно для минимизации логических функций.

2 Методика выполнения работы

2.1 Определение числа триггеров

Количество триггеров m , необходимое для построения счётчика с M состояниями, определяется соотношением:

$$m \geq \lceil \log_2 M \rceil$$

Для $M = 5$:

$$m \geq \lceil \log_2 5 \rceil = \lceil 2.322 \rceil = 3$$

Таким образом, для построения счётчика понадобится **3 триггера** (Q_1, Q_2, Q_3).

Число избыточных состояний:

$$N = 2^m - M = 2^3 - 5 = 3$$

2.2 Таблица функционирования счётчика

Вычитающий счётчик работает в последовательности: $4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 4 \rightarrow \dots$

Используем естественное двоичное кодирование состояний, где Q_1 — старший разряд, Q_3 — младший разряд.

Таблица 1: Таблица переходов вычитающего счётчика ($M = 5$)

№ сост.	Состояние t			Состояние $t + 1$			Переход
	Q_1	Q_2	Q_3	Q_1^{t+1}	Q_2^{t+1}	Q_3^{t+1}	
0	0	0	0	1	0	0	$0 \rightarrow 4$
1	0	0	1	0	0	0	$1 \rightarrow 0$
2	0	1	0	0	0	1	$2 \rightarrow 1$
3	0	1	1	0	1	0	$3 \rightarrow 2$
4	1	0	0	0	1	1	$4 \rightarrow 3$
5*	1	0	1	—	—	—	—
6*	1	1	0	—	—	—	—
7*	1	1	1	—	—	—	—

Состояния 5, 6, 7 являются избыточными и в нормальном режиме работы не используются.

2.3 Характеристическая таблица J-K триггера

Таблица 2: Характеристическая таблица J-K триггера

Переход $Q^t \rightarrow Q^{t+1}$	J	K
$0 \rightarrow 0$	0	*
$0 \rightarrow 1$	1	*
$1 \rightarrow 0$	*	1
$1 \rightarrow 1$	*	0

2.4 Прикладные таблицы (карты Карно переходов)

В ячейках записаны двузначные коды $Q_i^t Q_i^{t+1}$, показывающие переход триггера из текущего состояния в следующее. Прочерк «—» означает избыточное состояние.

	Q_2		$\overline{Q_2}$	
Q_3	00	—	—	00
$\overline{Q_3}$	00	—	10	01
	$\overline{Q_1}$	Q_1	Q_1	$\overline{Q_1}$

Таблица 2. $Q_1(t) \rightarrow Q_1(t+1)$

	Q_2		$\overline{Q_2}$	
Q_3	11	—	—	00
$\overline{Q_3}$	10	—	01	00
	$\overline{Q_1}$	Q_1	Q_1	$\overline{Q_1}$

Таблица 3. $Q_2(t) \rightarrow Q_2(t+1)$

	Q_2		$\overline{Q_2}$	
Q_3	10	—	—	10
$\overline{Q_3}$	01	—	01	00
	$\overline{Q_1}$	Q_1	Q_1	$\overline{Q_1}$

Таблица 4. $Q_3(t) \rightarrow Q_3(t+1)$

2.5 Карты Карно для входов J и K триггеров

На основе составленных прикладных таблиц и характеристической таблицы J-K триггера составим карты Карно для входов J и K каждого триггера.

2.5.1 Карты Карно для триггера Q_1

	Q_2		$\overline{Q_2}$	
Q_3	0	—	—	0
$\overline{Q_3}$	0	—	*	1
	$\overline{Q_1}$	Q_1	Q_1	$\overline{Q_1}$

Таблица 5. J_1

	Q_2		$\overline{Q_2}$	
Q_3	*	—	—	*
$\overline{Q_3}$	*	—	1	*
	$\overline{Q_1}$	Q_1	Q_1	$\overline{Q_1}$

Таблица 6. K_1

2.5.2 Карты Карно для триггера Q_2

	Q_2		$\overline{Q_2}$	
Q_3	*	—	—	0
$\overline{Q_3}$	*	—	1	0
	$\overline{Q_1}$	Q_1	Q_1	$\overline{Q_1}$

Таблица 7. J_2

	Q_2		$\overline{Q_2}$	
Q_3	0	—	—	*
$\overline{Q_3}$	1	—	*	*
	$\overline{Q_1}$	Q_1	Q_1	$\overline{Q_1}$

Таблица 8. K_2

2.5.3 Карты Карно для триггера Q_3

	Q_2		$\overline{Q_2}$	
Q_3	*	—	—	*
$\overline{Q_3}$	1	—	1	0
	$\overline{Q_1}$	Q_1	Q_1	$\overline{Q_1}$

Таблица 9. J_3

	Q_2		$\overline{Q_2}$	
Q_3	1	—	—	1
$\overline{Q_3}$	*	—	*	*
	$\overline{Q_1}$	Q_1	Q_1	$\overline{Q_1}$

Таблица 10. K_3

2.6 Минимизация и логические уравнения

Из полученных карт Карно составляем логические уравнения для входов триггеров:

$$J_1 = \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_3}$$

$$K_1 = 1$$

$$J_2 = Q_1$$

$$K_2 = \overline{Q_3}$$

$$J_3 = Q_1 \vee Q_2$$

$$K_3 = 1$$

2.7 Описание схемы счётчика

На основе полученных уравнений в среде Multisim была составлена схема вычитающего счётчика на трёх J-K триггерах с использованием элементов 2И и 2ИЛИ. Схема работает в цикле $4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 4 \rightarrow \dots$, уменьшая значение на единицу при каждом тактовом импульсе. На рисунках представлены два последовательных состояния счётчика: состояние 4 ($Q_1Q_2Q_3 = 100$, рис. 1) и состояние 3 ($Q_1Q_2Q_3 = 011$, рис. 2) после подачи тактового импульса, что подтверждает корректность синтеза.

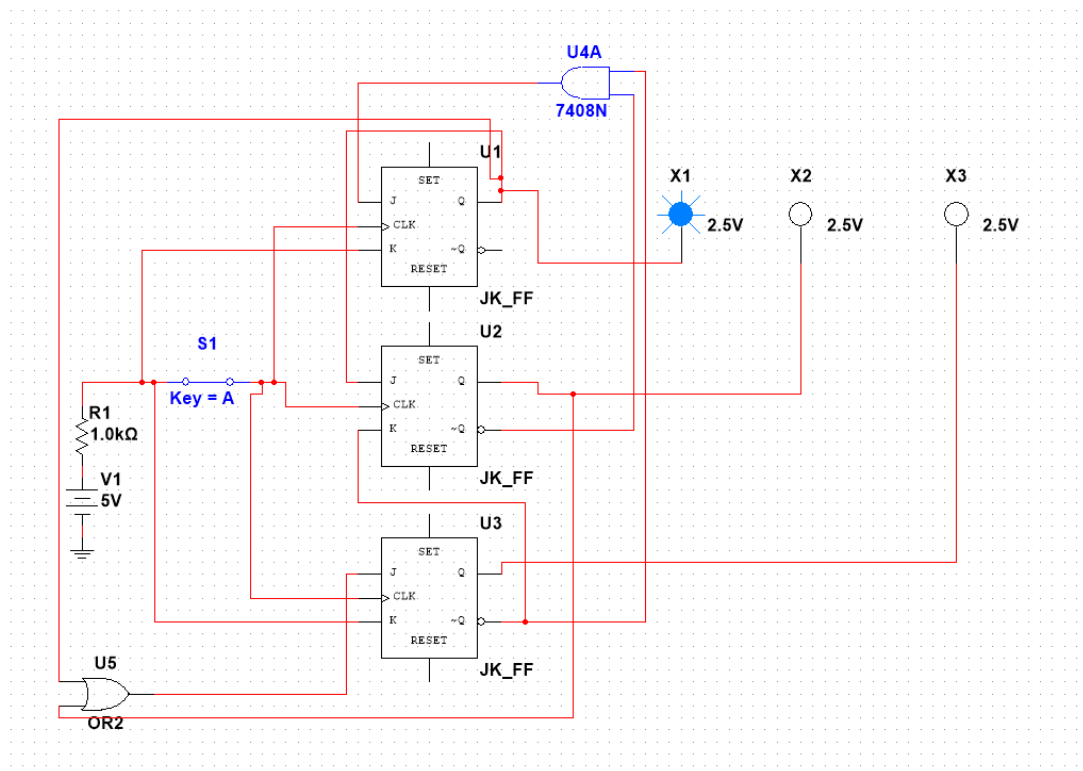


Рис. 1: Состояние счётчика 4 ($Q_1Q_2Q_3 = 100$)

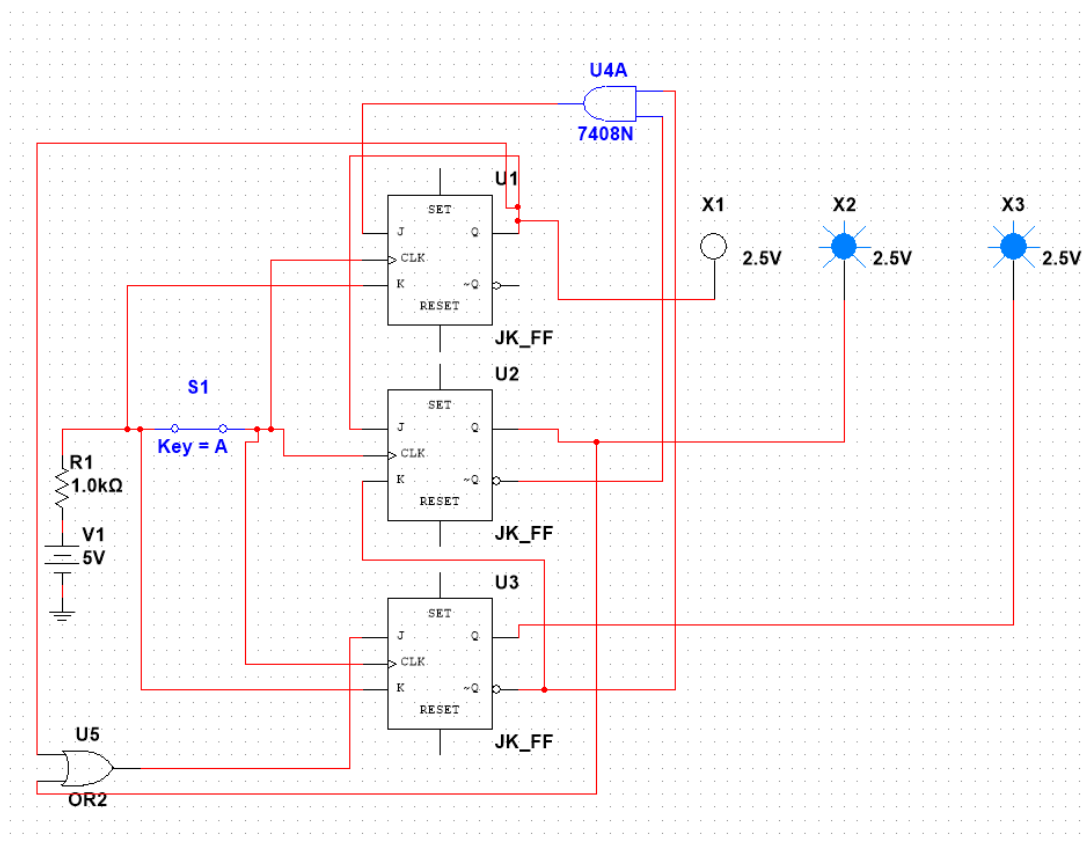


Рис. 2: Состояние счётчика 3 ($Q_1Q_2Q_3 = 011$)